

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE FILOSOFÍA
DEPARTAMENTO DE TEORÍA DEL CONOCIMIENTO, ESTÉTICA E
HISTORIA DEL PENSAMIENTO



TESIS DOCTORAL

**La gestación del razonamiento pragmaticista en Charles S.
Peirce:**

un tratado práctico de lógica y metodología (1867-1883)

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Miguel Ángel Fernández Pérez

Director

Antonio Miguel López Molina

Madrid, 2015

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE
MADRID**

FACULTAD DE FILOSOFÍA

**Departamento de Teoría del Conocimiento, Estética e
Historia del Pensamiento**



**LA GESTACIÓN DEL RAZONAMIENTO
PRAGMATICISTA EN CHARLES S. PEIRCE:
*UN TRATADO PRÁCTICO DE LÓGICA Y
METODOLOGÍA* (1867-1883)
VOLUMEN I**

*Investigación para optar al grado de Doctor en Filosofía
presentada por*

Miguel Ángel Fernández Pérez

Director

Dr. Antonio Miguel López Molina

Universidad Complutense de Madrid

Madrid 2015

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a D. Antonio Miguel López Molina, Catedrático de Teoría del Conocimiento de la Universidad Complutense de Madrid, por haber aceptado dirigir esta investigación sobre la teoría del razonamiento del filósofo pragmaticista norteamericano Charles S. Peirce. Todas sus valiosas recomendaciones han sido recogidas en esta tesis, y han servido para fortalecer el contexto explicativo de la misma, así como su empaque académico.

También quiero agradecer a D. Tomás Calvo Martínez, Catedrático de esta misma Universidad, primero, por haber despertado en mí el interés por la filosofía cuando estaba cursando estudios de Psicología en la Universidad de Granada en 1980; y, segundo, por haberme presentado al Dr. López Molina cuando, finalmente, matriculé este proyecto de tesis en la Universidad Complutense de Madrid.

Asimismo, debo agradecer la inestimable colaboración del Profesor Jaime Nubiola y de la Profesora Sara Barrena, del Grupo de Estudios Peirceanos del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra, quienes han puesto a mi disposición todos los recursos de su Departamento y me han nutrido con muy valiosos comentarios; desde que estuve preparando la Memoria de Investigación del Tercer Ciclo sobre el concepto de *creencia* en este mismo pensador, y que fue presentada en la Universidad de Granada en 2007.

En cuanto al importante colectivo de expertos internacionales en la obra de Charles S. Peirce, debo destacar a la Profesora Cheryl Misak del Departamento de Filosofía de la Universidad de Toronto, quien ha supervisado la versión en inglés de este proyecto; y, muy especialmente, al Profesor André De Tienne, Director actual del proyecto de edición cronológica de la obra de Peirce en la Universidad de Indiana, quien me brindó todos los recursos del mismo, y quien dirigió mi atención a la Teoría de las Categorías de Peirce, estrechamente imbricada con su Teoría de los Signos y con su Lógica.

Muy importante ha sido, también, la labor de revisión y corrección de todos los apartados de este trabajo de investigación realizada por Sergio Antoranz, de la Universidad Complutense de Madrid, quien, con sus acertadas sugerencias, me ha ayudado, en gran medida, a mejorar mi estilo de redacción y a rendir esta tesis académicamente presentable.

Finalmente, agradezco a mi familia y a mis colaboradores el que hayan sabido disculparme, durante estos cuatro años, por las inevitables desatenciones que un trabajo de estas características conlleva.

ÍNDICE

VOLUMEN I

ÍNDICE	5
PRÓLOGO	11
1. INTRODUCCIÓN	
1.1 Metodología	19
1.2 Articulación de los capítulos	25
1.3 Selección y distribución de los contenidos	36
1.4 Notas a la traducción	37
2. UN TRATADO PRÁCTICO DE LÓGICA Y METODOLOGÍA (1867-1883)	39
De Charles S. Peirce	
<i>Prólogo</i>	43
Capítulo 1. El establecimiento de la opinión	
1.1 Introducción. Lógica, verdad y el establecimiento de la opinión	45
1.2 De la diferencia entre la duda y la creencia	46
1.3 De la investigación	47
1.4 Cuatro métodos de establecer la opinión	48
1.5 El método científico	58
Capítulo 2. La realidad	
2.1 Sensación, pensamiento y realidad	61
2.2 Las dos concepciones de la realidad	63
2.3 La realidad	69
2.4 Significado, realidad, tiempo	74
Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento	
3.1 La concepción del tiempo, esencial en lógica	77
3.2 Las ideas se siguen unas a otras en el tiempo	80
3.3 Que la significancia del pensamiento reside en su referencia al futuro	83
Capítulo 4. Las categorías	
4.1 Introducción	85
4.2 Uno, dos, y tres	85
4.3 Sobre una nueva lista de categorías	88

Capítulo 5. Los signos

5.1 De si podemos pensar sin signos	101
5.2 Pensamientos y signos	102
5.3 De la lógica como estudio de los signos	122

Capítulo 6. La naturaleza de la inferencia

6.1 La inferencia	125
6.2 De cómo las cualidades generales de la cognición se dirigen a otras cogniciones	135

Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple

7.1 La cópula	139
7.2 La cópula y el silogismo simple	142
7.3 Sobre una clasificación natural de los argumentos	145

Capítulo 8. La amplitud y la profundidad lógicas

8.1 Sobre la comprensión y la extensión lógicas	171
8.2 La denotación y la connotación	189
8.3 Sobre la amplitud y la profundidad lógicas	195

Capítulo 9. El método matemático de razonamiento

9.1 Sobre la lógica de las matemáticas	199
--	-----

Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos

10. 1 De los términos relativos	211
10.2 Las fórmulas de agregación y composición de los términos relativos	214
10.3 De los términos conjugativos	229
10.4 El inverso	232
10.5 Conclusión	233

Capítulo 11. Las probabilidades

11.1 Una teoría de la inferencia probable	235
---	-----

Capítulo 12. Las máximas del razonamiento

12. 1 Los fundamentos de la validez de las leyes de la lógica	279
12.2 Las máximas del razonamiento	285

<i>Epílogo</i>	289
----------------	-----

3. ANTECEDENTES Y CONTEXTO

3.1 Preámbulo	297
3.2 <i>Writings of Charles S. Peirce</i> . Volumen 1 (1857-1866)	297
3.3 <i>Writings of Charles S. Peirce</i> . Volumen 2 (1867-1871)	355
3.4 <i>Writings of Charles S. Peirce</i> . Volumen 3 (1872-1878)	371
3.5 <i>Ilustraciones de la lógica de la ciencia</i>	373
3.6 <i>Writings of Charles S. Peirce</i> . Volumen 4 (1879-1884)	385

4. COMENTARIOS

4.1 Preámbulo	419
4.2 Capítulo 1. El establecimiento de la opinión	421
4.3 Capítulo 2. La realidad	433
4.4 Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento	445
4.5 Capítulo 4. Las categorías	449
4.6 Capítulo 5. Los signos	457
4.7 Capítulo 6. La inferencia	465
4.8 Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple	471
4.9 Capítulo 8. La amplitud y la profundidad lógicas	477
4.10 Capítulo 9. El método matemático de razonamiento	485
4.11 Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos	491
4.12 Capítulo 11. Las probabilidades	499
4.13 Capítulo 12. Las máximas del razonamiento	507

EPÍLOGO	513
---------	-----

BIBLIOGRAFÍA	529
--------------	-----

BIBLIOGRAFÍA DE REFERENCIAS DE PEIRCE	545
---------------------------------------	-----

VOLUMEN II (APÉNDICES)

ÍNDICE	5
--------	---

1. *UN TRATADO PRÁCTICO DE LÓGICA Y METODOLOGÍA*

1.1 <i>Prólogo</i>	9
1.2 Capítulo 1. El establecimiento de la opinión	11
1.3 Capítulo 2. La realidad	23
1.4 Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento	53
1.5 Capítulo 5. Los signos	59
1.6 Capítulo 7. La copula y el silogismo simple	69

1.7	Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos	79
1.7.1	Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole	79
1.7.2	Descripción de una notación para la lógica de los relativos	91
1.7.3	Carta, Peirce a W. S. Jevons	159
1.7.4	Sobre la teoría de los errores de observación	162
1.8	Capítulo 11. Las probabilidades	165
1.9	Capítulo 12. Las máximas del razonamiento	169
2.	<i>LA LÓGICA DE 1873</i>	173
2.1	Investigación	173
2.2	Lógica	178
2.3	Observación y razonamiento	179
2.4	Realidad	185
2.5	Tiempo y pensamiento	189
2.6	Creencia	192
2.7	Pragmatismo	194
2.8	Notas de los editores	196
3.	INTRODUCTION AND SUMMARY	
3.1	Methodology	201
3.2	Articulation of Chapters	207
3.3	Selection and Distribution of Contents	216
3.4	Summary	217
4.	<i>A PRACTICAL TREATISE ON LOGIC AND METHODOLOGY (1867-1883)</i>	219
	By Charles S. Peirce	
	Contents	223
	<i>Prologue</i>	225
	Chapter 1. The Settlement of Opinion	
1.1	Logic, Truth and the Settlement of Opinion	227
1.2	The Difference between Doubt and Belief	228
1.3	Inquiry	229
1.4	Four methods of Settling Opinion	230
1.5	The Scientific Method	238

Chapter 2. Of Reality	
2.1 Sensation, Thought, Reality	241
2.2 Two Conceptions of Reality	243
2.3 Reality	248
2.4 Meaning, Reality, Time	252
Chapter 3. On Time and Thought	
3.1 The Conception of Time Essential in Logic	254
3.2 Ideas follow one another in Time	256
3.3 The Significance of Thought lies in its Reference to the Future	259
Chapter 4. The Categories	
4.1 Introduction	260
4.2 One, Two, and Three	260
4.3 On a New List of Categories	262
Chapter 5. Nature of Signs	
5.1 Whether we can Think without Signs	273
5.2 Thoughts and Signs	274
5.3 Of Logic as a Study of Signs	292
Chapter 6. Nature of Inference in general	
6.1 Inference	294
6.2 Categories and Inference	302
Chapter 7. Of the Copula and Simple Syllogism	
7.1 Of the Copula	305
7.2 The Copula and Simple Syllogism	307
7.3 On the Natural Classification of Arguments	309
Chapter 8. Of Logical Breadth and Depth	
8.1 Upon Logical Comprehension and Extension	334
8.2 Denotation and Connotation	349
8.3 On Logical Breadth and Depth	355
Chapter 9. Of the Mathematical Method of Reasoning	
9.1 Upon the Logic of Mathematics	359
Chapter 10. Of Relative and Of Conjugative Terms	
10.1 Of Relative Terms	369
10.2 Aggregation and Composition of Relative Terms	371
10.3 Of Conjugative Terms	383

Chapter 11. Of Probabilities

11.1 A Theory of Probable Inference 388

Chapter 12. Of Maxims of Reasoning

12.1 Grounds of Validity of the Laws of Logic 430

12.2 Maxims of Reasoning 435

Epilogue 438

PRÓLOGO

En 1982, cursando el último año de la licenciatura en Filosofía en la Universidad de Granada, sentía una clara inclinación por la filosofía del lenguaje y, en particular, por el concepto de significado. Fue en este contexto que se suscitó mi interés por la filosofía de Charles S. Peirce, que había sido sucintamente mencionado en alguna de las clases como el fundador de la Semiótica, o ciencia general de los signos y sus interpretaciones. En aquel tiempo no solo no había ninguna versión en español de ninguno de sus textos¹, sino que era francamente difícil encontrar sus obras publicadas en inglés en cualquiera de las bibliotecas universitarias españolas. Afortunadamente, gracias a la ayuda de un buen amigo norteamericano que me envió dos recopilaciones de algunos de sus escritos: *Philosophical Writings of Peirce*² de Justus Buchler y *Charles S. Peirce. Selected Writings*³ de Philip Wiener; pude empezar a leer sus investigaciones filosóficas. Posteriormente, aprovechando un viaje a Londres pude hacerme con una buena cantidad de fotocopias de las dos valiosas ediciones de los *Collected Papers*⁴ en la British Library, en las que se han estado basando los estudios sobre el legado de Peirce hasta fecha muy reciente. Asimismo pude consultar la importante obra de John J. Fitzgerald⁵, sobre la relación entre la teoría de los signos de Peirce y la máxima del pragmatismo.

En un principio me resultó muy estimulante intelectualmente la definición del significado pragmático que da Peirce en 1879: «Consideremos cuáles efectos, que puedan concebiblemente tener repercusiones prácticas, concebimos que tiene el objeto de nuestra noción. Entonces, nuestra noción de estos efectos es la totalidad de nuestra noción del objeto»⁶; y que vinculé, de alguna manera, con la definición pragmática que da Wittgenstein del significado como representación del conjunto de los hechos que contiene un estado de cosas en el *Tractatus*: «Cabe decir simplemente: en lugar de esta

¹ Hubo que esperar hasta 1988, cuando el profesor de Sociología del Conocimiento de la Universidad Complutense de Madrid, José Vericat, publicó su selección de textos de este filósofo: Peirce, C. S. *El hombre, un signo (El pragmatismo de Peirce)*. Edición, traducción y notas de José Vericat. Barcelona: Crítica, 1988. También, ese mismo año la Profesora Pilar Castrillo publicó en español otra selección de textos de Peirce: *Escritos Lógicos*. Madrid, Alianza, 1988.

² Peirce, C. S. *Philosophical Writings of Peirce*. Editado por Justus Buchler. Nueva York: Dover, 1955. (Reedición inalterada, salvo por el título, de *The Philosophy of Peirce: Selected Writings* de 1940).

³ Peirce, C. S. *Charles S. Peirce. Selected Writings. Values in a Universe of Change*. Editado por Philip Wiener. Nueva York: Dover, 1958.

⁴ Peirce, C. S. *Collected Papers of Charles Sanders Peirce (CP)*, vols. 1-6. Edición de C. Hartshorne y P. Weiss. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1931.

Peirce, C. S. *Collected Papers of Charles Sanders Peirce (CP)*, vols. 7-8. Edición de A. W. Burks. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1958.

⁵ Fitzgerald, John J. *Peirce's Theory of Signs as Foundation for Pragmatism*. The Hague: Mouton, 1966.

⁶ «Cómo aclarar nuestras ideas». *W3*: 266.

proposición tiene este y aquel sentido, esta proposición representa este y aquel estado de cosas»⁷, puesto que *Íd., ib., 2.*: «Lo que es el caso, el hecho, es el darse efectivo de estados de cosas [u objetos]»⁸. Y, especialmente, con el de las *Investigaciones filosóficas*, cuando, por ejemplo, se pregunta: «¿Pero no consiste el sentido mismo de las oraciones en su mismo *empleo?*»⁹.

Más adelante encontré, también, muy estimulante intelectualmente, el concepto de una metafísica científica para un tiempo, como el nuestro, en que la ciencia ya estaba ocupando el lugar que antes tenía la filosofía, con una metodología de la investigación que Peirce concebía como esencialmente colaborativa, sincrónica y diacrónicamente, y fundamentalmente honesta. Asimismo, me interesé por su definición triádica del signo; y por el desarrollo que hacía de los conceptos de *tiquismo*, o doctrina del azar, *sinequismo*, o doctrina de la continuidad, y *agapismo*, o doctrina del amor como *ágape*, en su filosofía madura. Debido a su aparente complejidad, dejé aparcada, entonces, su teoría de las categorías.

Por una serie de vicisitudes familiares y laborales tuve que ir postergando mis estudios de doctorado: los cuales fui realizando en dos Programas de la Universidad de Granada, uno, denominado *Filosofía y Cultura* y, el otro, *El Legado de la Modernidad en la Época de la Globalización*, con poca mención a Peirce, aunque sí al concepto de creencia, en el que luego centraría mi investigación; y a los estudios del pragmatista C. I. Lewis sobre la lógica de la *identidad*. Por lo que continué leyendo a este filósofo ávidamente. Debemos destacar que entonces ya contábamos con los primeros volúmenes de la edición cronológica titulada *Writings of Charles S. Peirce*¹⁰, y con dos imprescindibles y muy acertadas ediciones de sendas selecciones de textos, también cronológicas, tituladas *The Essential Peirce: Selected Philosophical Writings*¹¹.

⁷ Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Traducción e introducción de Jacobo Muñoz e Isidoro Reguera. Madrid: Alianza Universidad, 1989. 4.031.

⁸ *Íd., ib., 2.*

⁹ Wittgenstein, Ludwig. *Investigaciones filosóficas*. Traducción e introducción de Alfonso García Suarez y Ulises Moulines. Barcelona: Crítica, 1988. 20, §2.

¹⁰ Peirce, C. S. *Writings of Charles Sanders Peirce*, vol. 1 (1982), vol. 2 (1984), editados por Edward C. Moore, Max H. Fisch et al. Vol. 3 (1986), vol. 4 (1989) editados por Max H. Fisch, Nathan Houser et al.; vol. 5 (1993), editado por Christian J. W. Kloesel, Nathan Houser et al. Peirce Edition Project. Bloomington: Indiana University Press.

¹¹ Peirce, C. S. *The Essential Peirce: Selected Philosophical Writings*, vol. 1 (1992), vol. 2 (1998). Editados por Nathan Houser y C. J. W. Kloesel. Bloomington: Indiana University Press. Existen sendas ediciones recientes en castellano: Peirce, C. S. *Obra filosófica reunida*, vols. 1 y 2. Traducción de Darin McNabb y Sara Barrena. Mexico, D.F.: Fondo de Cultura Económica, 2012.

En 2006, finalmente, pude afrontar el trabajo de investigación para la obtención del Diploma de Estudios Avanzados del Tercer Ciclo en el Departamento de Filosofía de la Universidad de Granada, bajo la dirección del Profesor Juan José Acero Fernández. En 1994 se había constituido el Grupo de Estudios Peirceanos en el Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra, coordinado por los Profesores Jaime Nubiola y Sara Barrena, quienes pusieron, muy gentilmente, a mi disposición no solo los recursos de su página web sino la muy completa bibliografía peirceana de su biblioteca, junto con los textos microfilmados de los manuscritos no publicados de Peirce, copia de los originales que se encuentran en la Houghton Library de la Universidad de Harvard. Asimismo, me facilitaron el acceso a la imprescindible edición digital de las dos ediciones de los *Collected Papers* publicada por InteLex¹². También me suscribí, entonces, a las *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, en la que fui aceptado como miembro, y a la lista de correo electrónico Peirce-L que supervisaba el Profesor Joseph Ransdell de la Texas Tech University.

En aquel tiempo, el concepto que me parecía fundamental y recurrente en el pragmatismo de Charles S. Peirce era el de creencia o convicción que, de alguna forma, yo vinculaba con el de significado. El trabajo de investigación, *El concepto de creencia en el pragmatismo de Charles S. Peirce*¹³, se centró en la primera transcripción, la traducción y el análisis de cinco manuscritos inéditos de 1902, de la serie «Las reglas de la razón»¹⁴; y en un repaso, cronológicamente ordenado, del empleo que hacía de este concepto, vinculándolo con los temas principales de su sistema filosófico, fundamentalmente con el método de la investigación lógico-científica. Una vez concluido el mismo, en 2007, me di cuenta de la importancia que tenía, en ese sentido, lo publicado bajo el epígrafe *La Lógica de 1873*¹⁵ en el volumen 7 de los *Collected Papers* y, también, de la fragmentariedad y arbitrariedad de la selección de contenidos de esa edición. En los manuscritos que manejaron los editores para su composición, se encontraban, además, los textos germinales de dos de sus más conocidos ensayos, publicados dentro de la serie *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*: «La fijación de la

¹² Edición electrónica de los *Collected Papers* realizada por J. Deely, Charlottesville, VA: Inte Lex, 1996.

¹³ Publicada en 2007 en la página web del Grupo de Estudios Peirceanos de la Universidad de Navarra: <http://www.unav.es/gep/TesisDoctorales.html> (consultada el 22 de noviembre de 2014).

¹⁴ Publicados en 2006 en la página web del Grupo de Estudios Peirceanos de la Universidad de Navarra: <http://www.unav.es/gep/ReglasRazonMS596.html> ; <http://www.unav.es/gep/ReglasRazon.html> ; <http://www.unav.es/gep/ReglasRazon598.html> ; <http://www.unav.es/gep/ReglasRazon599.html> y <http://www.unav.es/gep/ReglasRazonMS600.html> ; (consultadas el 22 de noviembre de 2014).

¹⁵ CP 7.313-361.

creencia» (1877) y «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878). Procedí, pues, a la traducción de esta compilación de fragmentos, que se encuentra publicada en la página web del Grupo de Estudios Peirceanos de la Universidad de Navarra desde 2008¹⁶.

En 1982 el Peirce Edition Project de la Universidad de Indiana había comenzado, la publicación cronológica de la obra, publicada y no publicada, de este autor; y desde 1986 estaba disponible el volumen 3 que abarca la década de 1870 y todos los manuscritos vinculados a la composición de *La lógica de 1873*. Con este valioso material y el acceso a los manuscritos microfilmados (R360 a R396)¹⁷, me planteé ya en 2007 iniciar una reconstrucción tentativa del libro de Lógica que Peirce había proyectado en esos años.

En 2008 asistí al Congreso sobre *Pragmatismo: Ética y verdad de la creencia*, organizado por el grupo PHRÓNESIS del Departamento de Filosofía de la Universidad de Murcia y coordinado por el Profesor Ángel García Rodríguez, donde pude conocer personalmente a dos ilustres investigadores de la obra de Pierce: la Profesora Susan Haack y el Profesor Hilary Putnam.

Tras una obligada pausa de tres años en la que, sin embargo, continué leyendo a este prolífico autor y estudiando todos los manuscritos publicados por el Profesor Joseph Ransdell en la página web peirceana *Arisbe*, bajo el epígrafe *La Lógica de la década de 1870*¹⁸, donde amplia y comenta lo publicado en la edición de *Writings 3* al respecto. En 2012, tras una estancia en el Peirce Edition Project de la Universidad de Indiana, comprobando las indicaciones del Profesor Ransdell con algunos manuscritos microfilmados adicionales, para lo que conté con la inestimable ayuda del Profesor André De Tienne, a cargo actualmente de este magno proyecto editorial, quien me señaló claramente la importancia de la teoría de las categorías de Peirce para esta labor. Efectivamente, la serie de manuscritos, propiamente dicha, comenzaría en 1868, por lo que parte de ella se encuentra en la edición de *Writings 2*. Además, no se han publicado todos los manuscritos vinculados (algunos perfectamente localizados) y nos encontramos con algunos errores de edición. Esto no es responsabilidad, en modo

¹⁶ <http://www.unav.es/gep/Logica1873.html> (consultada el 22 de noviembre de 2014). Todas las traducciones que se encuentran en esta web han sido revisadas por la Profesora Sara Barrena.

¹⁷ De acuerdo con la numeración del catálogo de Richard Robin (R___). Los originales se encuentran en la Houghton Library de la Universidad de Harvard, como hemos indicado.

¹⁸ Véase: www.cspeirce.com/menu/library/bycsp/bycsp.htm (consultada el 20 de diciembre de 2014).

alguno, del actual equipo de edición. Adicionalmente, consideré necesario incluir algunos textos publicados de 1867 para completar los contenidos de algunos de los capítulos.

Pude, entonces, inscribir el proyecto de tesis doctoral, con el título provisional *La gestación del razonamiento pragmaticista en Charles S. Peirce: un libro de lógica (1867-1883)*, en el Departamento de Filosofía de la Universidad Complutense de Madrid, bajo la dirección del Catedrático de Teoría del Conocimiento D. Antonio Miguel López Molina. Asimismo, recabé la ayuda de la experta en la teoría de la verdad de Peirce, la Profesora Cheryl Misak del Departamento de Filosofía de la Universidad de Toronto quien, gentilmente, aceptó mi invitación a revisar esta tesis, que será editada en español y en inglés; y que, también, me invitó a asistir a un Congreso sobre su propia obra en la Universidad de St. Andrews, Escocia, en noviembre de aquel mismo año.

En principio la tesis pretendía ser una reordenación cronológica, primero, y temática, después, de lo publicado bajo el título *The Logic of 1873* en el volumen 7 de los *Collected Papers*; de acuerdo con la publicación de *Writings* 3 y con las indicaciones adicionales del Profesor Joseph Ransdell con cuya colaboración pensaba contar para completar los textos vinculados a un libro sobre lógica más amplio, como parecía ser el proyecto original de Peirce, desgraciadamente el Profesor Ransdell y su colaborador, el Profesor Jerry Dozoretz, fallecieron, en años consecutivos, antes de que pudiera entrevistarme con ellos.

A medida que me fui adentrando en el proyecto de este temprano libro de lógica de Peirce, primero, tuve que ampliar el intervalo de la época que, finalmente, he considerado que se extiende de 1867 a 1883. Algunos expertos consideran este período como la segunda etapa de Peirce, tras su etapa formativa. El Profesor Murray Murphey distingue en ella dos períodos: el de *La nueva teoría del conocimiento*¹⁹ (1867-1870) y el de *La teoría de la realidad*²⁰ junto con *La teoría de la investigación*²¹ (1871-1879). En ella aparecen los contenidos fundacionales de su sistema lógico-filosófico: la teoría de las categorías, la teoría de los signos y de la inferencia, la lógica de la investigación científica, la teoría de la realidad, la máxima del pragmatismo y la lógica de los términos relativos. Siguiendo las indicaciones que el propio Peirce expuso en algunos

¹⁹ Murphey, Murray G.: *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1961; pp. 106-122.

²⁰ Íd., ib., pp. 123-150.

²¹ Íd., ib., pp. 151-179.

de sus manuscritos, me di cuenta de que este libro de lógica debería incluir contenidos cuyos textos habían sido publicados, junto con otros que no lo habían sido; y, por lo tanto, extenderse, antes y después, algo más allá en la búsqueda de contenidos para completar, en lo posible, el complejo proyecto original de 1873.

Antes, desde 1867, para poder incluir parte de las publicaciones de la serie de la *American Academy*, entre ellas «Sobre una nueva lista de categorías», y de la serie del *Journal of Speculative Philosophy*, entre ellas «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades», que completarían el contenido de los capítulos dedicados a las categorías y a los signos de acuerdo con los índices tentativos que hizo Peirce en 1873, y que no encuentran correlato en la conocida serie de las *Ilustraciones de la lógica de la ciencia* de 1877-78. Como tampoco lo encuentra su fundamental «Descripción para una notación de la lógica de los relativos» (1870), publicada en *Writings* 2²².

Después, hasta 1883, para poder incluir algunos textos publicados de los cursos de lógica que Peirce impartió en la Universidad Johns Hopkins (1879-1883), y que, según nuestro criterio, completan los contenidos del proyecto de libro de lógica de Peirce de 1873, señaladamente «Una teoría de la inferencia probable».

Este libro no pudo completarlo ni publicarlo Peirce en aquellos años, creemos, debido a sus obligaciones profesionales con la Inspección de Costas y Geodésica de los EEUU, lo que incluyó varios viajes a Europa para hacer experimentos gravitacionales con péndulos, observaciones fotométricas y presentaciones al respecto en Congresos Internacionales. Adicionalmente, conocemos lo exigente que era con sus escritos, de los que siempre redactaba varios borradores. No obstante, en ese período hay textos de muy buena calidad académica y más que suficientes en número para poder hacer la presentación de este libro de lógica que proponemos. Más adelante, cuando intentó obtener financiación para revisar el conjunto de su obra se encontró con la incomprensión de sus contemporáneos.

Esta tesis consiste en una edición tentativa y crítica como aproximación al proyecto que Peirce ideó en relación a un libro de lógica en aquellos años. Sin dejar de ser una tesis en Teoría del Razonamiento y, por ello, del Conocimiento es, también, una tesis de Historia de la Filosofía o de las Ideas, aplicando lo que sería, siguiendo las sugerencias metodológicas de Michel Foucault, una posible arqueología restauradora,

²² Incluida completa en el apéndice correspondiente al capítulo sobre los términos relativos y conjugativos del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Peirce, que presentamos en esta tesis.

aunque Peirce hubiera preferido el término *paleontología*²³, de un pensamiento que ha sido fragmentado, mutilado y tergiversado reiteradamente. Espero con ello, sin eludir las críticas que se han hecho a diversos aspectos de su filosofía, proponer un modelo de reconstrucción, puesto que el material disponible es ya abundante, del resto de la obra de Peirce. Particularmente la lógica de su época madura cuyo proyecto, *Cómo razonar*, él dividió en una *Gran Lógica* y en una *Lógica minuciosa*; cuyos textos empezarán a verse publicados en la edición cronológica de *Writings* a partir de 2015. Y, cuando lleguemos a la publicación de sus últimos manuscritos, su proyecto final de un *Sistema de lógica considerada como semiótica*.

En este sentido de la *reconstrucción* del pensamiento de Peirce en las diversas áreas que abordó, es admirable la edición que hizo la Profesora Carolyn Eisele²⁴ de los escritos matemáticos de Peirce. Sin embargo, esta comienza en la década de 1880, a partir del momento en que la editora considera que Peirce empieza a volcarse en las matemáticas, a raíz de sus encuentros con el Profesor Sylvester y otros ilustres matemáticos en el círculo de la Universidad Johns Hopkins. Consideramos que esta edición podría ampliarse con un volumen previo, a la luz de los escritos publicados en los primeros volúmenes de la edición cronológica de *Writings*, como señalamos en la sección de Antecedentes y Contexto de esta tesis. Otro proyecto aparentemente inacabado de Peirce que señala esta misma investigadora es el de una *Historia de la Ciencia*²⁵.

Recientemente he asistido al Congreso internacional sobre Peirce, en la Universidad de Massachusetts en Lowell, con motivo del centenario de su fallecimiento, donde he tenido la oportunidad de contrastar nuestra propuesta con estudiosos de la obra de Peirce de la talla de Murray Murphey, Christopher Hookway o Cornelis De Waal.

Por otro lado, también pretendo contribuir, con una amplia, respetuosa y minuciosa labor traductora que, por cierto, considero la más profunda lectura de un texto, a restaurar la dignidad del pensamiento Pragmático, o Pragmaticista como él prefería

²³ «Las numerosas especies de doctrinas bien definidas que han existido sobre tales temas [la psicología, la metafísica, etc.] y su progresiva sucesión histórica, dan a la ciencia de la historia de la filosofía un parecido considerable con la paleontología» WMS180; W3: 17. Incluido en el apéndice al capítulo 1 de nuestra propuesta de *Un Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Peirce.

²⁴ Peirce, C. S. *The New Elements of Mathematics*, en cuatro volúmenes y cinco libros. Editados por Carolyn Eisele. The Hague: Mouton Publishers, 1976.

²⁵ Eisele, Carolyn: *Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce*. Editado por R. M. Martin. The Hague: Mouton Publishers, 1979.

llamarlo, de esta filosofía que, debido a su versión vulgar y utilitarista, ha sido tan denostada en el mundo de habla española²⁶.

²⁶ Véase, por ejemplo: Ortega y Gasset, José. *¿Qué es filosofía?* Madrid: Espasa-Calpe (Colección Austral), 1984; pp. 40-41. Aunque esa crítica que hace Ortega al Pragmatismo está muy matizada.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Metodología

Cuando me dispuse a la tarea de reordenar y completar los textos relacionados con la composición de *La Lógica de 1873*¹ en los *Collected Papers*² de Charles S. Peirce, que se encuentran en el volumen 3 de *Writings of Charles S. Peirce*³, la edición cronológica del *Peirce Edition Project*, en la sección que titularon los editores, *Hacia un libro de lógica (1872-73)*. Encontré de mucha utilidad las indicaciones del profesor Joseph Ransdell que, en su página web *Arisbe*⁴, denomina a un conjunto más amplio de manuscritos: *Hacia un libro de lógica de la década de 1870*; puesto que incluye textos anteriores que se encuentran en *W2*, debido a las divisiones cronológicas de los volúmenes de esa edición.

Tras revisar todos estos materiales vinculados al libro de lógica proyectado por Peirce, me dispuse a reordenar los textos publicados, haciendo comprobaciones puntuales con los manuscritos originales⁵. Luego, cotejé esto con *L1873*. Y, finalmente, lo completé siguiendo las indicaciones que el propio Peirce proporciona en los manuscritos con los que contamos de esta época sobre este tema: los índices tentativos que aparecen explícitamente en WMS181⁶ (Invierno-Primavera 1872) y WMS220 (Marzo 1873), y en las primeras líneas de WMS218 (10 Marzo 1873), junto con los títulos capitulares de algunos manuscritos y algunas indicaciones respecto a capitulación que aparecen en el texto de otros manuscritos asociados.

Todo ello no está exento de complejidades, puesto que hay duplicidades en los números de algunos capítulos como si Peirce hubiera tenido la intención de esbozar dos libros de lógica alternativos, aunque, más bien, parece que el ya conocido maltrato, sobre el que se extiende Nathan Houser en su presentación de 1989⁷, que han recibido los manuscritos que dejó en legado, incluidos desorden y pérdidas, junto con las

¹ A partir de ahora *L1873*.

² A partir de ahora *CP*.

³ A partir de ahora *Writings* ó *W1*, *W2*, *W3* ó *W4*.

⁴ www.cspeirce.com/menu/library/bycsp/bycsp.htm. Véase, también, el enlace, en la misma página web, *Truth and the 1870's logic* (consultada el 24 de mayo de 2014).

⁵ R360 a R396 del catálogo de Robin, de los que hay copia *microfilmada* en la Universidad de Navarra.

⁶ WMS: cita de los manuscritos en la edición de *Writings (W)*.

⁷ Houser, Nathan. «The fortunes and misfortunes of the Peirce papers», presentado en el Cuarto Congreso de la Asociación Internacional de Semiótica, Perpignan, Francia, 1989. Publicado en *Signs of Humanity*, vol. 3. Eds. Michel Balat and Janice Deledalle-Rhodes, Gen. Ed. Gerard Deledalle. Berlin: Mouton de Gruyter, 1992, pp. 1259-1268. También accesible en la página web de la anterior nota 4.

dificultades que supuso ordenar cronológicamente los mismos para los primeros volúmenes de *Writings*, debido, en parte, a la falta de una fecha precisa en muchos encabezamientos, a las reiteraciones de Peirce y de algunos *amanuensis*, y, finalmente, a la no muy rigurosa reclasificación temática de los manuscritos ordenados cronológicamente. Estas son, en mi opinión, algunas de las causas de la aparente desorganización en la presentación de los mismos.

No obstante, tomamos la decisión de trabajar, especialmente, con la muy plausible hipótesis de que Peirce, primero, plantea un índice tentativo de los cinco primeros capítulos (WMS181), luego, otro de los capítulos siete a 17 (WMS220), y un manuscrito encabezado como Capítulo 6 (WMS218), que no estaba en ninguno de los dos índices explícitos. Este texto y otro manuscrito relacionado, titulado capítulo 5 (WMS217), proporcionan una serie de claves para una articulación alternativa de los capítulos 3 (las categorías) y 4 (los signos) del índice de WMS181. Sin embargo, cuando comienza a desarrollar cada uno de ellos Peirce adopta, en algunos casos, otra dirección a la inicialmente planteada en los mismos. Puesto que no llegó a recapitular este proyecto de libro ni a darlo por concluido, solo nos queda presentarlo de la forma más organizada posible de acuerdo con lo que el propio Peirce dicta y desarrolla, y hasta el punto que lo desarrolla, en sus propios textos sin menoscabo de, en algunos casos, tomar alguna decisión personal justificada de reagrupar algunos contenidos en capítulos, tras la vista del conjunto de los materiales disponibles para cada uno de ellos. A continuación, me dispongo a fundamentar y explicitar todos los pasos que he ido dando en la dirección de una reorganización temático-cronológica de los materiales que abarca este proyecto de libro de lógica de Peirce del período 1867-1883.

Quedamos a la espera de la publicación cronológica en las correspondientes ediciones de *Writings* de los manuscritos referidos a los proyectos *How to Reason*, (*Grand*) *Logic* y *Minute Logic*, y, finalmente, de los correspondientes a su gran proyecto, también inconcluso, de sus últimos años, *A System of Logic, considered as Semeiotic*, para ponernos a la tarea, de acuerdo con este modelo de metodología, de rendir un testimonio fiel de su pensamiento maduro sobre la Lógica como teoría del razonamiento, y de las coherencias y discrepancias que tenga con los contenidos de este su proyecto de libro de 1873.

Peirce ya había contemplado en 1869 articular un libro sobre Lógica, cuyos textos aparecen en la edición de *W2* bajo los encabezamientos: «Un esbozo preliminar de

lógica» (WMS154/Otoño 1869), «Lecciones en lógica práctica» (WMS164/Invierno 1869-70) y «Un tratado práctico de lógica y metodología» (WMS165/Invierno 1869-70), con sus divisiones en capítulos: el «I» acerca del tema del libro y, otra versión, titulada «las reglas de la investigación», seguida de un borrador del «capítulo 2» sobre la opinión final que «resultaría de un razonamiento apropiado respecto a toda la experiencia tenida por el ser humano hasta ahora»⁸. Luego, re-denomina, aparentemente en el mismo manuscrito, a este libro «Lógica Práctica», que es el título que adoptan los editores de *W2* para esta sección, con un primer capítulo prácticamente igual a la anterior segunda versión del mismo y un segundo capítulo significativamente distinto, donde incluye algunos axiomas respecto a *la verdadera función del razonamiento*. En el que ya se apunta a los métodos para fijar la creencia que aparecerán en los manuscritos de principios de la década de 1870 que darán lugar, finalmente, a su famoso artículo de 1878, «La fijación de la creencia». Y una versión revisada del capítulo 2 (WMS166/Invierno 1869-70) donde los axiomas llegan a ser cuatro máximas definidas del razonamiento, significativamente la última: «Máxima IV: Las cosas no son precisamente cómo elegimos pensarlas»⁹; que pertenecería al último capítulo en el segundo índice tentativo de 1873 (WMS220).

Continuando con la edición de *W2*, nos encontramos la renombrada «Descripción de una notación para la lógica de los relativos» (WP52/Enero 1870) que podría, también, pertenecer a los capítulos 14 y 15 en aquel segundo índice tentativo; «Un sistema de lógica» (WMS169/Invierno-Primavera 1870), con un esbozo de capítulo I sobre el silogismo y los caracteres esenciales de un argumento; y unas desubicadas, y particularmente brillantes, «Notas para las conferencias sobre lógica» (WMS171/Primavera 1870); una serie de conferencias previstas en la Universidad de Harvard, que fueron canceladas; y que hacen sospechar la pérdida de algún otro manuscrito relacionado. Este libro proyectado tenía toda la apariencia de llegar a ser un manual para un curso sobre lógica y los manuscritos para el mismo aparecen, en esta tesis, en el prólogo, capítulos y apéndices correspondientes del libro de Peirce que presentamos aquí.

Con anterioridad, en 1867, en las conferencias incluidas en la serie de la *American Academy* encontramos algunos de los contenidos para algunos de los capítulos del libro

⁸ *W2*: 352, última línea.

⁹ *W2*: 358, última línea.

de lógica de la década de 1870 que, tal como ya he señalado, fueron esbozados en sendos índices tentativos, WMS181 y WMS220: «Sobre una nueva lista de categorías», «Sobre la lógica de las matemáticas» y «Sobre comprensión y extensión lógicas» (que luego revisitaría en WMS233 como «Amplitud y profundidad lógicas»). Y un desubicado WMS144 (Invierno-Verano 1867) con un «Capítulo I. Uno, dos y tres». Donde comienza definiendo los términos *es*, *entidad*, una *realidad* que apunta ya a su caracterización como independiente de lo que pensemos acerca de ella; y *cualidad*, en referencia a sus categorías.

Adicionalmente, siguiendo las indicaciones del profesor Max H. Fisch en su ensayo «Peirce's General Theory of Signs», incluido en su libro recopilatorio, *Peirce, Semeiotic and Pragmatism*¹⁰, la primera formulación de su teoría de los signos, un relevante capítulo de este proyecto de libro de lógica, la encontraríamos dentro del artículo ya mencionado: «Sobre una nueva lista de categorías» (1867); y en la serie publicada en el *Journal of Speculative Philosophy*: «Cuestiones respecto a ciertas facultades vindicadas para el hombre» (1868); «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» (1868); y «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica: consecuencias adicionales de cuatro incapacidades» (1869). Especialmente, en parte del segundo de estos ensayos, de lo que ya dio cuenta el profesor José Vericat cuando incluyó el mismo en su acertada recopilación y traducción al español de algunos textos fundamentales de Peirce, a la que tituló *El hombre, un signo*¹¹. Además, en una parte anterior de este artículo encontramos ciertas consideraciones muy acertadas sobre la naturaleza de la inferencia, otro relevante capítulo del proyecto. Mientras que en el tercero, completando el tema de la inferencia encontramos, especialmente, un material más que adecuado para el capítulo final sobre las máximas del razonamiento. Debemos señalar que, en el discurso de Peirce de esos años, los temas de los signos, las categorías y la inferencia se encuentran imbricados en cada una de las argumentaciones respecto a cada uno de ellos.

Resulta, pues, evidente que el material para el proyecto de este libro de Peirce sobre lógica abarca, como mínimo, un período que va de 1867, como ya hemos indicado, a 1877/1878, fechas de publicación de «La fijación de la creencia», «Cómo aclarar

¹⁰ Max H. Fisch, *Peirce, Semeiotic and Pragmatism*, pp. 324-323. Kenneth L. Ketner y Christian J. W. Kloesel Eds., Indiana University Press, Bloomington, 1986. A partir de ahora *PSP*.

¹¹ José Vericat, *El hombre, un signo*, pp. 117-122. Editorial Crítica, Barcelona, 1988. A partir de ahora *HS*.

nuestras ideas» y los otros artículos de la serie *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia*¹², e, incluso, hasta el comienzo de sus cursos de lógica en la Universidad Johns Hopkins en 1879, para los que utilizaría, muy probablemente, muchos de los textos destinados para el libro proyectado. Algunos desarrollos de sus lecciones realizados por varios de sus alumnos, junto con textos suyos, fueron publicados, en 1883, por el propio Peirce en el libro *Studies in Logic*¹³, donde encontramos contenidos adicionales para completar algunos de los capítulos del proyectado libro de lógica, especialmente el ensayo «Una teoría de la inferencia probable», que, luego, tendría en muy buena estima¹⁴, y una Nota B que trata de «La lógica de los relativos», que resulta esclarecedor cotejar con su trabajo original de 1870 sobre este tema. Debemos al profesor Max H. Fisch que, en su escrito «Peirce at the Johns Hopkins University» (1952), publicado en la colección de ensayos antes citada, cuando hace mención a las circulares de esta universidad donde aparecen los programas de estos cursos y las lecturas recomendadas por Peirce para los mismos, nos proporciona estas últimas claves para completar el proyecto. En la descripción del Curso de Lógica General que impartió Peirce en la Universidad Johns Hopkins en 1879-80 encontramos lo siguiente:

Un curso general, que trata del fundamento de la lógica y que deduce la teoría del tema a partir de hechos fisiológicos. Temas a tratar: la claridad de la aprehensión; la doctrina de los límites; la silogística (un nuevo análisis); la doctrina de la amplitud, la profundidad y el área lógicos; el álgebra lógica y la lógica de los relativos; las probabilidades; la teoría de los errores; la inducción y la hipótesis (C3:25)¹⁵.

Y, de manera parecida, la edición de las *Circulares*¹⁶ muestra que el curso de Lógica Avanzada que Peirce impartió en 1882 comenzaba considerando «Los hechos psicológicos y metafísicos sobre los que descansa la posibilidad de la lógica» (C16:234); y que los textos asignados para esta sección introductoria incluían: «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al hombre»; «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»; «La validez de las leyes de la lógica»; «La

¹² W3, pp. 242-338. Publicados en el *Popular Science Monthly* (1877-78).

¹³ Las notas de clase originales de su estudiante Allan Marquand se encuentran en la Universidad de Princeton y existe copia en el Peirce Edition Project de la Universidad de Indiana. Desafortunadamente, aún no han sido transcritas ni publicadas.

¹⁴ Véase *Una conjetura del enigma*, de 1887. *A guess at the riddle*, publicado en el volumen 1 de *The Essential Peirce, Selected Philosophical Writings*, pp. 245-279; Nathan Houser y Christian Kloesel Eds. Indiana University Press, Bloomington, 1992. A partir de ahora *EPI*.

¹⁵ *PSP*, pp. 46-47

¹⁶ University, Johns Hopkins. 1882. *Circulars*. Baltimore, MD: John Murphy & Co. Woodworth, R.S. 1930.

fijación de la creencia»; y «Cómo aclarar nuestras ideas». Lo que hasta ahora es consistente con nuestra hipótesis de trabajo.

Estas fechas extienden las que propone el profesor Ransdell: 1869-1873; porque incluyen material publicado, y no únicamente manuscritos, de acuerdo con las indicaciones que hemos hallado en los índices tentativos de 1873. Este libro empieza a adoptar la forma de un libro de divulgación sobre la lógica como teoría del razonamiento, a la vez que la de un manual para un curso de lógica, por lo que incluye algunos desarrollos de lógica formal que pueden resultar algo difíciles de seguir para legos. Hemos optado por seguir las indicaciones que conducirían a este manual de lógica, ya que el libro de divulgación tendría su expresión en los conocidos artículos de la serie *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia*¹⁷, antes citados, y de los que, sin embargo, algún contenido aparecería también en este manual.

Finalmente, creemos que el título más apropiado para este libro, y el título más significativo que Peirce manifiesta en los escritos de la época, junto con las alternativas de *Lecciones en Lógica Práctica* (WMS164) y *Un Sistema de Lógica* (WMS169), es *Un Tratado Práctico de Lógica y Metodología*¹⁸ (WMS165), que se vería corroborado por la descripción que hace del objeto de esta ciencia normativa en su «Conferencia Introductoria sobre el Estudio de la Lógica», publicada en la Circular de Noviembre de 1882 de la Universidad Johns Hopkins (WP225), respecto al contenido de los cursos de lógica que imparte allí. En su primer párrafo, comienza de manera muy parecida a como lo había hecho en WMS165 del invierno 1869-70, siguiendo la célebre definición de *Dialectica* de Petrus Hispanus¹⁹, y concluye:

esta concepción general de que (la lógica) es *el arte de diseñar métodos de investigación - el método de los métodos-*, es la idea verdadera y valiosa de esta ciencia. La lógica no pretenderá informarle de qué tipo de experimentos debería hacer...; pero le dirá cómo proceder para diseñar un plan de experimentación²⁰.

Hemos incluido esta conferencia completa en el *Epílogo* a este libro.

¹⁷ Existe una publicación reciente de estos artículos, junto con un estudio detallado de los mismos y de las revisiones a las que los sometió Peirce con posterioridad: *Illustrations of the Logic of Science*, Cornelis De Waal Ed., Open Court, Chicago, 2014.

¹⁸ A partir de ahora emplearemos el título completo o *Tratado de Lógica* para referirnos al libro objeto de esta tesis.

¹⁹ Petrus Hispanus. *Summulae Logicales*. Venecia, 1597.

²⁰ *W4*: 378.

1.2 Articulación de los capítulos

Los compiladores de *L1873* no se proponen articular el proyectado libro de lógica de Peirce, aunque mencionan en la nota 1 que este material pertenece a ese proyecto. Se limitan a seleccionar y red denominar un conjunto de manuscritos asociados en Widener IB2-8²¹.

Aparentemente porque el proyectado capítulo 1 de aquella obra, «De la diferencia entre la duda y la creencia» (W3/MS187/Mayo1872), aparece íntegramente en el artículo «La fijación de la creencia», publicado en el *Popular Science Monthly* en 1877, no lo incluyen en la selección. Como tampoco incluirían, por el mismo motivo, el capítulo 2, «De la investigación» (W3/MS188/Mayo-Junio 1872), este manuscrito, incompleto y deslavazado en la edición de *W3*, aparece completo en el apartado 3 de «La fijación de la creencia»; ni, tampoco incluyen, el capítulo 3, «Cuatro métodos de establecer la opinión» (WMS189/Mayo-Junio 1872), que aparece asimismo completo en los apartados cuarto y quinto del mismo artículo.

Sí que destacan, en la nota 2, la importancia de «La fijación de la creencia» y de «Cómo aclarar nuestras ideas», también publicado en el *Popular Science Monthly* en 1878; puesto que Peirce intentó refundir ambos artículos en un único ensayo, en 1909, bajo el título «Mi pragmatismo», que sería el primer capítulo de un libro titulado, provisionalmente, *Ensayos dirigidos a la interpretación de nuestros pensamientos*. En la primera página del borrador del prefacio, encabezada con el título «SIGNIFICADO²², Pragmatismo», Peirce escribe:

La parte principal de este ensayo, - las caracterizaciones de la creencia y de la duda, el argumento respecto al objetivo efectivo de la investigación, la descripción de los cuatro métodos dirigidos a ese objetivo, junto con sus críticas, la discusión de la función apropiada del pensamiento y la consiguiente máxima para alcanzar conceptos claros, reproduce casi literalmente un escrito que leí - debe haber sido en 1872 - a un grupo de jóvenes que solían, en aquel tiempo, reunirse cada dos semanas en Cambridge, Massachusetts, bajo el nombre de 'El club metafísico', un nombre escogido para alienar a aquellos que se alienasen²³.

En la nota 1 mencionan, así mismo, que William James, en una carta a su hermano Henry, fechada el 24 de noviembre de 1872, escribe «El otro día, Charles

²¹ Se refiere al ordenamiento de las cajas con los manuscritos de Peirce en la Houghton Library de la Universidad de Harvard

²² Peirce utiliza las mayúsculas para poner el énfasis en el término.

²³ *L1873*, nota 2. Véase el apéndice correspondiente.

Peirce... nos leyó un admirable capítulo introductorio a su libro sobre lógica²⁴». Es clara, entonces, la importancia que Peirce atribuía a la gestación de aquellos dos artículos, que está estrechamente relacionada con su proyecto de libro sobre lógica y con la primera formulación a principios de la década de 1870 de la que, con posterioridad, fue denominada la máxima del pragmatismo,.

Los compiladores de *LI873*, como así la denominaron en el volumen 7 de *CP* (*CP* 7.313-361), comienzan la primera sección (*CP* 7.313-325) a la que titularon ‘INVESTIGACIÓN’ por un manuscrito (WMS182) que es un borrador de un resumen ampliado del proyectado capítulo 1 al que añadieron en su nota 3 los caracteres de la creencia, tomados de un manuscrito «De la realidad» no definido:

los caracteres de la creencia son tres. Primero, hay una cierta sensación respecto a una proposición. Segundo, hay una disposición a estar satisfechos con la proposición. Y, tercero, hay un claro impulso para actuar de determinadas maneras, en consecuencia²⁵.

Y una nota 4, que se corresponde con R363²⁶, para ilustrar la distinción de grado entre la creencia y la duda, que Peirce señala al final de WMS182, y que no se encuentra en *W3*, como hace notar el profesor Ransdell. Continúan con algunos fragmentos de WMS181; pasan a WMS180, encabezado por Peirce con el título «La investigación y el establecimiento de la opinión» y concluyen este primer capítulo de *LI873*, con WMS179, encabezado por Peirce con el título «Lógica, verdad y el establecimiento de la opinión».

A continuación, titulándolo «LÓGICA», incluyen, incompleto, WMS196 (R369), que Peirce había titulado «Capítulo 4, __ borrador»; y que nos parece un texto puente fundamental entre los capítulos dedicados a los métodos de fijar la opinión y a la realidad, y que, en su versión completa, habla, también, de la inferencia y del tiempo en relación al pensamiento, y de la sensación. Añaden, luego, titulando este apartado «OBSERVACIÓN Y RAZONAMIENTO», WMS200 (correspondiente al R367, de nuevo incompleto, que había sido titulado por Peirce «Capítulo 4. De la realidad»). En el siguiente apartado, que titulan «REALIDAD», incluyen WMS194 (R370) completo, el cual Peirce había titulado «Sobre la realidad». El apartado 5, al que titulan «TIEMPO Y PENSAMIENTO», se corresponde con el WMS216 (R376) completo, al que Peirce no había puesto título. A continuación, bajo el título «CREENCIA» incluyen WMS217

²⁴ *LI873*, nota 1. Véase el apéndice correspondiente.

²⁵ *LI873*, nota 3. Véase el apéndice correspondiente.

²⁶ R: cita de la numeración del catálogo de los manuscritos de Peirce realizado por Richard Robin.

completo. A este manuscrito, parte de la articulación de una de las versiones del libro de lógica proyectado por Peirce, él lo titula, simplemente, «Capítulo 5», y en el mismo habla de cómo las cualidades generales de los conocimientos, o categorías, apuntan hacia otros conocimientos, o de la relación entre inferencias y creencias, y, también, de los signos. Finalmente, en el último apartado, que titulan «PRAGMATISMO», incluyen WMS239 (correspondiente a R392 y R371), que Peirce había titulado «Capítulo V. Que la significancia del pensamiento reside en su referencia al futuro»; que, aunque contiene dos referencias tempranas a la máxima del pragmatismo, sería más bien una continuación a sus escritos sobre tiempo y pensamiento. Dedicamos un apéndice a presentar *LI873*, tal como aparece en *CP*, cuya traducción he llevado a cabo y está publicada en la página web del Grupo de Estudios Peirceanos desde 2007²⁷.

Por otro lado, en la edición cronológica de *W3* los compiladores comienzan el apartado *HACIA UN LIBRO DE LÓGICA, 1872-73* con cinco manuscritos fechados todos, sin precisión, entre el invierno y la primavera de 1872. Antes habían presentado, en este mismo volumen, dos manuscritos aislados: WMS191 (Verano-Otoño 1872), titulado por Peirce «Conferencia sobre lógica práctica», y que habría sido extraído del contenido del capítulo «Sobre la realidad»; y WMS192, de la misma fecha, titulado «Tercera conferencia» y que trata de cómo puede el pensamiento pensarse a sí mismo que, también, parecería haber sido extraído de alguno de los contenidos del libro proyectado. En el primero de los manuscritos de este apartado, WMS179 titulado «Lógica, verdad y el establecimiento de la opinión», que corresponde a *LI873* (*CP* 7.321-325), describe un tercer método para establecer la opinión que, más tarde, descartó; el cual, creo, no está exento de interés, especialmente en nuestros días, y al que denominó *el cultivo de la opinión pública*. El segundo, WMS180, encabezado como «La investigación y el establecimiento de la opinión», que se corresponde a *LI873* (*CP* 7.317-320) donde todavía mantiene a la opinión pública como tercer método.

El tercer manuscrito, WMS 181, encabezado como «Capítulo 1», es un texto muy esclarecedor respecto a los cuatro métodos de fijar la opinión, destacadamente al de *la investigación, el procedimiento natural de la mente* como contenido del capítulo, y a la realidad, explícitamente, como contenido del capítulo 2. Y en el que, también, encontramos a continuación el índice tentativo de los siguientes capítulos del libro proyectado: «capítulo 3: Las Categorías»; «capítulo 4: La naturaleza de los Signos»; y

²⁷ <http://www.unav.es/gep/Logica1873.html> (consultada el 16 de agosto de 2014).

«capítulo 5: La naturaleza de la Inferencia en general». Fue incluido fragmentariamente en *L1873* (CP 7.315-316), que solo recoge dos breves párrafos incompletos e inconexos, aunque resume, en su nota 5, el resto del MS e incluye un único párrafo que consiste en una crítica del tercer método, denominado ahora *el desarrollo natural de la opinión*, que constituye un puente hacia su definitivo método tercero del *a priori*, y que fracasa, de acuerdo con el conocido argumento de Peirce cuando una comunidad entra en contacto con otra:

de esta forma, de nuevo, se le impone al hombre la convicción de que la opinión de otro, si deriva del mismo proceso que la propia, es tan buena como la propia, y que la opinión del otro es adoptada como propia. Entonces él dice *nosotros* en el sentido del mundo ilustrado²⁸.

Sin embargo, no incluyen en esta nota el final del párrafo: «La imperfección individual consiste en la individuación, en el aislamiento». Y no mencionan, para nada, la división en capítulos antes señalada.

En WMS181, también, encontramos el siguiente esbozo para un capítulo 2 «Sobre la Realidad»:

Que la acción mental llamada investigación conduce finalmente a una conclusión que no depende de la condición inicial de la creencia. El proceso consiste de dos partes: la determinación de los juicios por juicios previos, y la creación de juicios nuevos.

La conclusión, por lo tanto, finalmente depende de estos juicios nuevos. Sin embargo, estos son completamente accidentales y variados. El hecho es que, entonces, estos están destinados a ser tales que una conclusión determinada resultará finalmente.

Dos visiones de la realidad²⁹.

Peirce explicita estas dos visiones de la realidad, la nominalista y la realista, en el desubicado WMS191 y, especialmente, en WMS194 y WMS204.

El manuscrito siguiente es WMS182, «Capítulo 1 (Resumen ampliado)», que fue tomado como texto inicial de *L1873* (CP 7.313-314), y que se amplía, en esa edición, con las dos notas a pie de página antes indicadas que no pertenecen al propio manuscrito. A continuación, WMS183, que es otra versión del anterior con ligeras variantes.

La selección continúa con WMS187, fechado en mayo de 1872, que es el citado «Capítulo 1: De la diferencia entre la duda y la creencia». WMS188, fechado en mayo-junio de 1872, encabezado como «Capítulo 2: De la investigación», que aparece inconexo en esta edición y que Peirce conservaba completo cuando lo incluye en «La fijación de la creencia». WMS 189, con la misma fecha que el anterior, encabezado

²⁸ WMS181.

²⁹ WMS181.

como «Capítulo 3: Cuatro métodos de establecer la opinión», con el que ocurre lo mismo, y en el que Peirce desarrolla ampliamente el método del *a priori* que no había incluido, tan prolijamente, en las versiones anteriores.

En consecuencia, siguiendo nuestra hipótesis inicial de trabajo, el índice tentativo de los primeros capítulos que encontramos en WMS181 se vio alterado en los encabezamientos de los manuscritos subsiguientes, haciendo del «Capítulo 1: La duda y la creencia, los cuatro métodos de establecer la opinión y la investigación», los tres capítulos que encontramos en los títulos de WMS187, WMS188 y WMS189. Por la misma razón, el proyectado «Capítulo 2. Sobre la Realidad»; adopta, indistintamente, los encabezamientos «Capítulo IV ó 4», o solo título en las diferentes versiones que aparecen a continuación: WMS194: «Sobre la Realidad»; WMS195: «Capítulo 4 (segundo borrador)»; WMS196: «Capítulo 4 (___ borrador)»; WMS 197: «Sobre la Realidad»; WMS198: «Sobre la Realidad»; WMS200: «Capítulo 4. De la Realidad»; WMS203: «De la Realidad»; WMS204: «Capítulo IV. De la Realidad»; y WMS205: «Capítulo IV. De la Realidad». Y no se han incluido, en esta edición, las transcripciones de todos los manuscritos disponibles para este propósito, por ejemplo, WMS201: «Sobre la Realidad» (R935) y WMS202: «Sobre la Realidad» (R371), aunque sí se citan en la Lista Cronológica que aparece hacia el final de este volumen 3 de la edición cronológica de los escritos de Charles S. Peirce. Las reflexiones acerca del concepto de realidad que aparecen en estos textos, encontraron una expresión condensada en el apartado IV del artículo «Cómo aclarar nuestras ideas» en 1878.

Siguiendo con el orden de los manuscritos, la numeración y el título de estos primeros capítulos en la edición de *W3*, encontramos, ahora, un breve WMS207: «Capítulo __. La lista de categorías», cuyo contenido pertenecería al capítulo 3 del índice de WMS181. Luego, WMS212 y WMS213: «Sobre las representaciones»; y WMS214: «Sobre la naturaleza de los signos», que pertenecería al capítulo 4 de ese mismo índice, junto con, más tarde, WMS221: «De la lógica como un estudio de los signos». A continuación, WMS215 y WMS216, titulados por los editores «SOBRE EL TIEMPO Y EL PENSAMIENTO»; este manuscrito había sido incluido en *L1873* (*CP* 7.346-353) bajo el título «TIEMPO Y PENSAMIENTO». Hacia el final de la selección «HACIA UN LIBRO DE LÓGICA» de la edición de *W3*, tras otros nueve manuscritos que presentaremos después, encontramos tres manuscritos asociados: WMS237: «Capítulo IV. La concepción del tiempo, esencial en lógica» (1-2 julio 1873);

WMS238, con el mismo título, una versión del anterior que fue mencionada en la nota a pie de página número 17 a la sección «PRAGMATISMO» de *L1873*; y WMS239: «Capítulo V. Que la significancia del pensamiento reside en su referencia al futuro», que se incluyó en *L1873* (CP 7.358-361) bajo el título «PRAGMATISMO». En la mencionada nota 17 a esta sección de *L1873*, los editores comentan: «Un borrador de un ‘Capítulo V, El concepto de tiempo, esencial en lógica’, fechado el uno de julio de 1873, parece pertenecer junto con este capítulo V como partes de una serie³⁰». Sin embargo, no lo relacionaron con su encabezamiento anterior, «TIEMPO Y PENSAMIENTO»; y que pertenecería, entonces, a un capítulo 3, tras el tema de la realidad, de la revisión que estamos haciendo del primer índice tentativo de WMS181 respecto a los manuscritos asociados hasta ahora.

Por el camino, nos hemos encontrado con WMS217, de 10 de Marzo de 1873: «Capítulo 5», que fue emplazado por los editores tras el mencionado WMS216. Trata sobre la inferencia y fue incluido en *L1873* (CP 7.354-357) bajo el título «CREENCIA». Este sí que se correspondería con el título del capítulo 5 en el índice de WMS181: «La naturaleza de la inferencia en general».

En WMS218, «Capítulo 6», también de Marzo de 1873, encontramos, junto con nuevas complicaciones, otra clave para una de las versiones del índice del libro tentativo. Dice que trata sobre la conexión causal entre un pensamiento y la cosa con la que se relaciona (un elemento del signo), aunque, de hecho, acaba dando en el mismo otra versión del tema de la realidad. En él se nos dice, al principio, que un capítulo tres es sobre los signos y que un capítulo 4 es acerca de *las cualidades generales de las cogniciones... o categorías*³¹, que altera, de forma coherente con el índice de WMS220 que veremos más adelante, el orden de los capítulos sobre las categorías y los signos en el índice de WMS181; y que un capítulo 5, como hemos visto antes, trata sobre cómo las cogniciones se dirigen a otras cogniciones, o inferencia.

Por lo tanto, combinando la información en WMS181 con la que hemos hallado en estos manuscritos, nos hemos atrevido a proponer el siguiente índice para los primeros capítulos:

«Capítulo 1: El establecimiento de la opinión (‘1.1 Lógica, verdad y el establecimiento de la opinión; 1.2 De la diferencia entre la duda y la creencia; 1.3 De la

³⁰ *L1873*, nota 17. Véase el apéndice correspondiente.

³¹ WMS218.

investigación; 1.4 Cuatro métodos de establecer la opinión; 1.5 El método científico')». Donde hemos reunido en el original capítulo 1 de WMS181 todos los desarrollos posteriores sobre el tema encontrados en los propios manuscritos de la serie «Hacia un libro de lógica» (1872-73) en *W3*. Y en el que podemos observar el proceso de gestación de «La fijación de la creencia» (1877).

«Capítulo 2: De la realidad». Que se corresponde con el índice de WMS181 y presenta un grupo complejo de manuscritos para la selección de los textos del capítulo y del apéndice correspondiente. Al capítulo hemos añadido, como mencionábamos, un apartado del conocido artículo «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878).

«Capítulo 3: Sobre el tiempo y el pensamiento». Que no está incluido en el índice de WMS181, pero que se sigue de una serie de manuscritos sobre este tema a continuación del capítulo sobre la realidad. Por lo que el capítulo 3, sobre las categorías, de WMS181 lo hemos desplazado al capítulo 4, obviando lo que hemos visto en WMS218 y en el índice de WMS220 respecto a que el capítulo sobre los signos debería ir antes; debido a que la primera formulación consistente de su teoría de los signos aparece en el artículo «Sobre una nueva lista de categorías» (1867), cronológicamente anterior a los artículos en que desarrolla esta, especialmente, en un apartado de «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» (1868).

«Capítulo 4: Las cualidades generales de las cogniciones o Categorías». Que se correspondería con el capítulo 3 de WMS181 y que se ha desplazado al 4 debido a la inclusión que hemos hecho de un capítulo 3 sobre el tiempo. Sería un capítulo 4 según lo indicado al principio del texto de WMS218. Sin embargo, en este mismo manuscrito, Peirce declara explícitamente:

Hemos visto que una cognición es un signo, y que todo signo tiene estos tres elementos: Primero, las cualidades que le pertenecen en sí mismo como un objeto; segundo, el carácter de apelar a una mente; y, tercero: una conexión causal con la cosa que significa. En el capítulo cuarto hemos visto lo que las cualidades generales de la cognición (o categorías) son en sí mismas³².

Por lo que el capítulo sobre los signos debería anteceder al de las categorías. No obstante he optado por respetar las indicaciones de WMS181, especialmente porque en «Sobre nueva lista de categorías» (1867) es donde, como hemos señalado, encontramos una primera formulación consistente de su teoría de los signos. En este capítulo hemos incluido este trabajo de Peirce en el que siempre consideró que se encontraba su mayor

³² WMS218.

aportación filosófica, publicado en la *American Academy Series* en 1867, presentado por la breve actualización que encontramos en WMS207 de 1872-73, fechas de planteamiento del proyecto de libro, y por WMS 144 (1867), titulado «Uno, dos y tres».

«Capítulo 5: De la lógica como un estudio de los signos». Con secciones dedicadas a las representaciones y a la naturaleza de los signos. En coincidencia con el índice de WMS181, donde sería un capítulo 4 que se ha visto desplazado, al igual que el anterior, por la inclusión de un capítulo 3 sobre el tiempo y el pensamiento. Será completado, de acuerdo con las indicaciones del profesor Fisch, con partes de los ensayos «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano» y, principalmente, «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» (*Journal of Speculative Philosophy*, 1868); para concluir con WMS221, «Cap. 7. De la lógica como estudio de los signos», que apunta hacia cuestiones formales y algebraicas que se tratarán en capítulos posteriores. Debemos señalar que para tener una comprensión cabal del pensamiento de Peirce sobre esta cuestión central en su filosofía, antes, debe haberse leído la parte dedicada a los signos en «Sobre una nueva lista de categorías», que se encuentra en el capítulo anterior de este libro.

«Capítulo 6: La naturaleza de la inferencia». Que se correspondería con el capítulo 5 en el índice de WMS181, en el encabezamiento de WMS217 y en la mención de WMS218. Por otro lado, ningún capítulo 6 aparece en ninguno de los índices tentativos, ni en los cinco primeros capítulos de WMS181, ni en los capítulos 7 a 17 de WMS220. Incluiré aquí como texto principal, siguiendo las indicaciones del profesor Fisch, parte del artículo de Peirce de la serie del *Journal of Speculative Philosophy* (1869): «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica: consecuencias adicionales de cuatro incapacidades³³»; junto con el citado WMS217. Podríamos haber incluido aquí el sexto artículo de la serie de las *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*, «Deducción, inducción e hipótesis» (1878); sin embargo, consideramos que este no añade nada a lo que aquí presentamos y a lo que se presenta en el capítulo 7 del *Tratado de Lógica*, bajo el epígrafe «Sobre una clasificación natural de los argumentos» y en el capítulo 11, bajo el epígrafe «Una teoría de la inferencia probable». Es pertinente recordar aquí el carácter divulgativo de aquella serie frente al de *manual para estudiantes de lógica* de nuestro proyecto de libro.

³³ W2, P41, pp. 242-272.

Debemos insistir en que este índice de los primeros capítulos ha sufrido un cierto desplazamiento respecto al índice de WMS181 y a las indicaciones de WMS218 a causa de la inclusión de un capítulo 3 sobre el tiempo, que no aparecía en ninguno de los índices tentativos, aunque sí, como hemos visto, en el encabezamiento de algunos manuscritos de la serie de 1873 como «capítulo IV/V».

En WMS220, titulado «Memorándum: Temas probables para ser tratados» (11-14 de marzo de 1873); encontramos el siguiente índice tentativo de los capítulos 7 a 17 del proyecto de libro:

- «Capítulo 7. De la lógica como estudio de los signos
- Capítulo 8. De las tres clases de cualidades (o categorías)
- Capítulo 9. Del espacio como esencial en lógica
- Capítulo 10. De la cópula y el silogismo simples
- Capítulo 11. De la amplitud y la profundidad lógica, y distribución y composición
- Capítulo 12. De los sentidos colectivos de los términos y el número
- Capítulo 13. Del método matemático de razonamiento
- Capítulo 14. De los términos relativos
- Capítulo 15. De los términos conjugativos
- Capítulo 16. De las probabilidades
- Capítulo 17. De las máximas del razonamiento»

Donde, como podemos ver, Peirce aprieta el nudo gordiano respecto a la estructura del libro, puesto que los capítulos 7 y 8, que dedica a los signos y a las categorías respectivamente ya habían sido incluidos como capítulos 4 y 3 en el índice de WMS181. Nosotros los hemos incluido como capítulos 4 y 5 en el índice que propone esta tesis, cuya intención es presentar el pensamiento de Peirce respecto a la lógica y el razonamiento, en estos años, de la forma más coherente posible, evitando redundancias y favoreciendo el hilo de la legibilidad.

Continuando, ahora, con el orden cronológico de los manuscritos en la edición de *W3*, encontramos, primero, WMS221, «Capítulo 7. De la lógica como estudio de los signos»; al que deberían añadirse los manuscritos sobre las representaciones y la naturaleza de los signos mencionados antes: WMS212, WMS213 y WMS214, que pertenecían al capítulo 4 del índice de WMS181 y al capítulo 5 de nuestra propuesta de índice, a causa del desplazamiento que ya hemos mencionado. Luego, WMS223, «Capítulo 9º», en el que, en vez de hablar de *el espacio, esencial en lógica* si siguiera el índice de WMS220, Peirce escribe sobre la denotación y la connotación, y podría, pertenecer, en cambio, al capítulo 11 de aquel, sobre la amplitud y la profundidad lógicas. A continuación WMS229, «Capítulo VIII. De la Cópula», que se correspondería con el capítulo 10 del «Memorándum»; seguido por WMS230,

«Capítulo IX. De los términos relativos», que se correspondería con el capítulo 14 de WMS220. Luego viene WMS232, «Capítulo X. La cópula y el silogismo simple», en correspondencia con el índice del «Memorándum»; seguido por WMS233, «Capítulo XI. Sobre la amplitud y la profundidad lógicas», también en correspondencia con ese índice. A continuación encontramos, en la edición de *W3*, los antes citados WMS237, WMS238 y WMS239, sobre el tiempo y el pensamiento que, encabezados como capítulos IV y V, hemos incluido en el capítulo 3 de nuestra propuesta de índice. Concluye este apartado sobre el libro de lógica de Peirce en la edición de *W3* con un aislado y breve WMS240, «Anotaciones sobre un libro de lógica», que, de hecho, arroja muy poca luz respecto al contenido del libro.

Con todas estas piezas disponibles nos aventuramos a hacer, ahora, *una conjetura del enigma*³⁴ para poder continuar con un índice tentativo ‘final’ como sigue:

«Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple». Que era el capítulo 10 del índice de WMS220; incluye WMS229 y WMS232, junto con «Sobre la clasificación natural de los argumentos», perteneciente a *The American Academy Series*, de 1867.

«Capítulo 8. Sobre la amplitud y la profundidad lógicas». Que coincidiría con el capítulo 11 en el índice de WMS220 y en el encabezamiento del WMS233, y que hemos completado, en orden cronológico, con WMS223 y con el material anterior que se presentó en *The American Academy Series* (1867), con el título «Sobre comprensión y extensión lógicas».

«Capítulo 9. Sobre la lógica de las matemáticas». Titulado, como «Capítulo 13, Del método matemático de razonamiento» en el índice de WMS220; y del que no hemos encontrado material de 1872-1873, por lo que nos hemos remitido de nuevo a la presentación sobre el tema en *The American Academy Series* (1867). Aunque Peirce no estaba muy satisfecho con este artículo.

«Capítulo 10. De los términos relativos y conjugativos». Que aparecen como capítulos 14 y 15 del índice de WMS220 y, en un breve WMS230, como capítulo 9, y que hemos completado, en el apéndice correspondiente, con su gran trabajo de 1870, «Descripción de una notación para la lógica de los relativos, resultante de una

³⁴ *A guess at the riddle* es un conocido escrito de Peirce, de 1887-88, en el que presenta una articulación de su sistema filosófico hasta esa fecha. Está publicado en el volumen 1 de *The Essential Peirce: Selected Philosophical Writings*, pp. 245-279, Nathan Houser y Christian Kloesel Eds., Indiana University Press, Bloomington 1992. En el mismo presenta las líneas maestras de su sistema filosófico.

ampliación de los conceptos del Cálculo de la Lógica de Boole», publicado en las *Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences*. Hemos extraído, del final de este ensayo, el sucinto tratamiento que da a los términos conjugativos; por lo que hemos decidido incluir ambos capítulos del índice de WMS220 en este único capítulo. También hemos incluido lo publicado, respecto a los términos relativos, de sus cursos de lógica en la Universidad Johns Hopkins en la Nota B de los *Studies in Logic*, publicado en 1883.

«Capítulo 11. De las probabilidades». Que sería el capítulo 16 del índice de WMS220, y del que no hay material de la época 1872-1873; por lo que hemos recurrido a su excelente trabajo, «Una teoría de la inferencia probable», publicado, también, en *Studies in Logic* en 1883, y correspondiente a los cursos de lógica que impartió en la Universidad Johns Hopkins desde 1879. En donde podemos encontrar explicaciones muy claras de los principales métodos de inferencia que propugna Peirce: *la deducción probable, la deducción estadística, la inducción y la hipótesis*. Podríamos haber incluido aquí el tercero de sus artículos de la serie *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*, «La doctrina de las probabilidades» e, incluso, el cuarto, «La probabilidad de la inducción». No lo hemos hecho porque consideramos que el primero presenta un cariz más filosófico, y divulgativo, que lógico; y el segundo porque está mejor desarrollado en el ensayo «Una teoría de la inferencia probable», que hemos escogido para el cuerpo de este capítulo y, además, era muy estimado por Peirce, aunque, luego, sometería a crítica uno de sus aspectos. En este ensayo aparecen perfectamente imbricadas sus teorías de las probabilidades y de la inferencia de aquella época.

«Capítulo 12. De las máximas del razonamiento». Correspondiente al capítulo 17, y último, del índice de WMS220; y del que no hay material disponible en los WMS de 1872-1873, por lo que hemos recurrido a WMS166 y manuscritos asociados de 1869-1870, «Las reglas de la investigación», del libro proyectado entonces con el título de *Un Tratado Práctico de Lógica y Metodología*. Y, además, algunos párrafos de «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica: consecuencias adicionales de cuatro incapacidades», publicado en el *Journal of Speculative Philosophy* en 1869.

Finalmente, hemos añadido un «Prólogo» del propio Peirce con las primeras dos partes de WMS165 de 1869, que justifica el título del libro, *Un tratado práctico de lógica y metodología*, y un «Epílogo» con WP225 en *W4*, «Conferencia Introductoria sobre el Estudio de la Lógica», pronunciada en la Universidad Johns Hopkins en 1882,

que completa la explicación de la función metodológica para todas las ciencias que Peirce atribuye a la lógica.

Es digno de destacar que el volumen 1 de la selección de algunos escritos fundamentales de Peirce, editados por el profesor Nathan Houser con el título *The Essential Peirce, Selected Philosophical Writings* (1992), y de la que existe una reciente versión en castellano publicada por el Fondo de Cultura Económica, incluye varios de los textos que componen este proyecto de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*, que hemos elaborado de acuerdo con las indicaciones del propio Peirce como ya hemos señalado. Estos son, en el orden de esa edición: «Sobre una nueva lista de categorías» (capítulo 4), «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» (capítulos 5 y 6), «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica» (capítulo 12), «La fijación de la creencia» (capítulo 1), «Cómo aclarar nuestras ideas» (capítulo 2), y la «Conferencia introductoria sobre el estudio de la lógica» (Epílogo). En todo caso, nos hemos propuesto con esta tesis construir el libro de lógica que Peirce proyectó en 1872-73, para poder mostrar así la coherencia de su proyecto respecto a esta ciencia que, según él, está en la base de todas las otras ciencias.

1.3 Selección y distribución de los contenidos

A continuación hemos procedido a la selección del contenido para cada capítulo. El núcleo de la tesis, la obra de Peirce, comprende dos partes: primera, el contenido principal de los 12 capítulos con los textos de Peirce ordenados según los criterios que indicamos más abajo, y justificados en las pertinentes notas a pie de página y, segunda, un apéndice a algunos de los capítulos con otros textos relacionados y ordenados cronológicamente. Los 12 capítulos se seguirán unos a otros, al igual que los apéndices. La tesis comprende, además, un prólogo, esta introducción metodológica, una revisión de los antecedentes y el contexto de este proyecto en la obra de Peirce: prácticamente todo lo publicado respecto a la Lógica en las ediciones de *W1*, *W2*, *W3* y *W4*. Un comentario, contrastado con la bibliografía secundaria al respecto, de los contenidos principales de cada capítulo, y su apéndice correspondiente. Y, finalmente, un epílogo que apunta a la proyección de esta parte de la obra de Peirce, particularmente en el volumen 5 de la edición de *Writings of Charles S. Peirce*. Así como algunas consideraciones respecto a las posibles futuras reconstrucciones de las restantes partes del conjunto de la obra disponible de este autor, especialmente la lógica. En este apartado final, también, se valorará el trabajo realizado con sus luces y con sus sombras.

Es nuestra intención fundamental permitir que los textos de Peirce se hilvanen y hablen por sí solos, mostrando toda la riqueza de su técnica argumentativa.

Los criterios para la selección de los textos del cuerpo principal de cada capítulo son la relevancia y el aquilatamiento de los mismos, evitando las redundancias y escogiendo, por lo tanto, primero, el texto que presenta la versión más revisada, o la publicada, del tema y, segundo, cuando ha sido posible detectarlo, el texto cronológicamente último. Sin embargo en los otros textos, que se incluyen en el apéndice a algunos de los capítulos, encontramos párrafos muy valiosos que pueden añadir algo sustancial al tema y que no aparecen en el cuerpo principal. En el comentario a los capítulos pertinentes nos esforzaremos por establecer los vínculos entre los textos del apéndice y los del cuerpo principal; así como el proceso de gestación de las ideas principales que aparecen en cada uno de ellos. Teniendo presente que siempre habrá otras posibles selecciones del contenido, cuyas opciones dejamos abiertas al lector.

1.4 Notas a la traducción

Ante todo, debemos decir que hemos sido muy respetuosos con la literalidad del texto original, como corresponde a un trabajo de índole filosófico-científica.

Si bien el estilo de Peirce puede ser complejo debido a su afición por las argumentaciones extensas, en todos los textos que hemos traducido resulta meridianamente claro, gracias a su énfasis en definir los usos de los términos al comienzo de las mismas, especialmente, cuando *crea* términos nuevos de la importancia, por ejemplo, de *interpretante*.

Debemos señalar que hemos traducido el término inglés *feeling*, bien por sensación bien por sentimiento, que son las dos versiones en español de las dos acepciones originales que tiene este término, de acuerdo con los diferentes contextos. Peirce suele referirse con este término a lo que en castellano entendemos por sensación.

Debemos destacar, asimismo, que el único término, entre la multitud que hemos traducido para esta tesis, que nos ha planteado una seria dificultad, como a todos los estudiosos de la obra de Peirce, ha sido la acepción que pretende transmitir de *glassy* en la estrofa de Shakespeare con que acaba el importante artículo «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades». La justificación del término castellano por el que hemos optado, frente a otras versiones alternativas, se encuentra, en su lugar, en una nota a pie

de página al final del segundo epígrafe del capítulo 5, «Los signos», del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Peirce.

Por otro lado, en la lógica de los relativos, términos de la importancia de cuaternios, o cuaternarias, y de nonios, pueden resultar extraños debido únicamente a nuestro desconocimiento de la terminología del álgebra matemática de cuatro o más términos.

Finalmente, indicar que pueden encontrarse comentarios específicos a la traducción en las notas correspondientes a todo lo largo del *Tratado de Lógica* y en los Apéndices de esta tesis.

HERRAMIENTAS:

- *Alhambra-Cassell's English-Spanish Dictionary*. Editado por Edgar Allison Peers et al. London: Cassell, 1963; Madrid: Alhambra, 1963.
- *The New Shorter Oxford English Dictionary*. Edición digital. Oxford: Oxford University Press, 1999.

***UN TRATADO PRÁCTICO
DE LÓGICA Y METODOLOGÍA
(1867-1883)***

Charles S. Peirce

ÍNDICE

<i>Prólogo</i>	43
Capítulo 1. El establecimiento de la opinión	
1.1 Introducción. Lógica, verdad y el establecimiento de la opinión	45
1.2 De la diferencia entre la duda y la creencia	46
1.3 De la investigación	47
1.4 Cuatro métodos de establecer la opinión	48
1.5 El método científico	58
Capítulo 2. La realidad	
2.1 Sensación, pensamiento y realidad	61
2.2 Las dos concepciones de la realidad	63
2.3 La realidad	69
2.4 Significado, realidad, tiempo	74
Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento	
3.1 La concepción del tiempo, esencial en lógica	77
3.2 Las ideas se siguen unas a otras en el tiempo	80
3.3 Que la significancia del pensamiento reside en su referencia al futuro	83
Capítulo 4. Las categorías	
4.1 Introducción	85
4.2 Uno, dos, y tres	85
4.3 Sobre una nueva lista de categorías	88
Capítulo 5. Los signos	
5.1 De si podemos pensar sin signos	101
5.2 Pensamientos y signos	102
5.3 De la lógica como estudio de los signos	122
Capítulo 6. La naturaleza de la inferencia	
6.1 La inferencia	125
6.2 De cómo las cualidades generales de la cognición se dirigen a otras cogniciones	135
Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple	
7.1 La cópula	139
7.2 La cópula y el silogismo simple	142
7.3 Sobre una clasificación natural de los argumentos	145

Capítulo 8. La amplitud y la profundidad lógicas	
8.1 Sobre la comprensión y la extensión lógicas	171
8.2 La denotación y la connotación	189
8.3 Sobre la amplitud y la profundidad lógicas	195
Capítulo 9. El método matemático de razonamiento	
9.1 Sobre la lógica de las matemáticas	199
Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos	
10. 1 De los términos relativos	211
10.2 Las fórmulas de agregación y composición de los términos relativos	214
10.3 De los términos conjugativos	229
10.4 El inverso	232
10.5 Conclusión	233
Capítulo 11. Las probabilidades	
11.1 Una teoría de la inferencia probable	235
Capítulo 12. Las máximas del razonamiento	
12. 1 Los fundamentos de la validez de las leyes de la lógica	279
12.3 Las máximas del razonamiento	285
<i>Epílogo</i>	289

Prólogo

πάντεζ ἄνθρωποι τοῦ εἰδέναι ὀρέγονται φύσει¹

Todos los seres humanos anhelan, por naturaleza, el conocimiento. Este libro quiere servir, primariamente, a esta pasión y, secundariamente, a todos los intereses a los que el conocimiento está subordinado².

Aquí se encontrarán máximas para estimar la validez y la fuerza de los argumentos, y para decidir qué hechos deberían ser examinados en la investigación de una cuestión.

Para que el estudiante pueda lograr un dominio real del arte de pensar, es necesario que se le expongan claramente las razones de estas máximas, y que las propias máximas se entrelacen en un código armónico para que puedan ser fácilmente comprendidas por la mente.

La lógica o dialéctica es el nombre de la ciencia a partir de la cual se extraen estas reglas. El razonamiento correcto ha sido, obviamente, el objetivo de Aristóteles en todos los libros del *Órganon* excepto, quizás, en el primero, como también lo fue para los estoicos, los jurisconsultos, los sumulistas medievales y los modernos estudiantes del razonamiento inductivo, en sus aportaciones a la lógica. *Dialectica*, dice el más célebre tratado sobre el tema en la edad media³, *est ars artium scientia scientiarum, ad ómnium methodorum principia viam habens. Sola enim dialéctica probabiliter disputat de principiis omnium aliarum scientiarum*⁴.

Ejercicio 1. Que escriban aquí los estudiantes una discusión imparcial sobre la cuestión de si los principios del razonamiento correcto pueden ser investigados. Parecería que estos principios debieran ser conocidos antes de que pueda hacerse cualquier investigación. Al escribir este ejercicio, lo primero a lo que se aspira es a la precisión del pensamiento, lo siguiente, a la precisión en el orden de los enunciados. Todo ornamento es inadmisible.

Una ciencia con la que las cosas son puestas a prueba, es necesariamente una ciencia clasificatoria. Por ello, todo sistema de análisis químico cualitativo consiste en una

¹ Aristóteles, *Metafísica*, 1.1.980 a 22. *Operum Aristotelis Stagiritae philosophorum omnium longè principis nova editio, graecè et latinè*. Editado por Giulio Pace. Genevae: 1546. Traducido por Peirce al inglés en la primera línea del texto.

² Pertenece a WMS165; W2: 350-351, fechado, sin precisión en el invierno de 1869-70. Todo este manuscrito, que es el planteamiento de un libro sobre lógica, fue titulado por Peirce, *Un Tratado Práctico de Lógica y Metodología* y, alternativamente, *Reglas de la Investigación* o *Lógica Práctica*. Hemos seleccionado para este prólogo la segunda versión que hace de un capítulo 1; y la primera versión que hace de un capítulo 2, que va a continuación. La segunda versión de este capítulo 2, WMS166, se incluye en el último capítulo del presente libro, «Las máximas del razonamiento». El manuscrito completo aparece en el apéndice dedicado a los textos publicados en W2, pertenecientes a este proyecto de libro de lógica de Peirce según el criterio del Profesor Joseph Ransdell, que compartimos.

³ Petrus Hispanus. *Summulae Logicales*. Venecia, 1597.

⁴ «La dialéctica es el arte de todas las artes, la ciencia de todas las ciencias, la que muestra el camino a los principios de todos los métodos. Porque solo la dialéctica examina, con propiedad, los principios de todas las otras ciencias.» Peirce comienza con este mismo texto su «Conferencia introductoria al estudio de la lógica», publicada en las *Circulares de la Universidad Johns Hopkins* en Noviembre de 1882, W P225; W4: 378-382, y que hemos incluido como Epílogo a este *Tratado de Lógica*.

clasificación de las sustancias químicas⁵. En consecuencia, lo que tenemos que estudiar, en primer lugar, es la clasificación de las inferencias⁶. Puesto que hay varios sistemas diferentes de análisis cualitativos basados en las diferentes clasificaciones de las sustancias químicas y, sin embargo, todos válidos, de la misma forma hay diferentes sistemas de lógica válidos basados en diferentes clasificaciones de las inferencias. El razonador consumado debe estar familiarizado con más de uno de estos sistemas.

Después de que una cuestión ha sido iniciada, las opiniones pueden diferir durante un tiempo⁷. Si un curso de experiencia y razonamiento lo suficientemente largo produce un establecimiento de la opinión, esta opinión final es el único objetivo legítimo de la experiencia y el razonamiento. Porque a esto es a lo que tiende realmente toda experiencia y todo razonamiento. Si la experiencia y el razonamiento no conducen a un establecimiento final de la opinión, no conducen a nada y no pueden tener un objeto legítimo. En cualquier caso, por lo tanto, el único objetivo legítimo de la experiencia y el razonamiento es el de alcanzar la opinión final o, en otras palabras, el de establecer cuál sería el resultado último de una experiencia y un razonamiento suficientes. Ahora bien, no hay razón para pensar que haya opinión posible alguna que una observación y un razonamiento suficientes no pueda revertir; por esto, no se puede aspirar a ninguna opinión final absoluta. Pero en un punto del tiempo lo suficientemente avanzado, debe haber alguna opinión concerniente a la futura opinión establecida, que sería el resultado de un razonamiento apropiado concerniente a todas las experiencias tenidas por los seres humanos hasta entonces. Puesto que si en ese tiempo no se ha tenido experiencia de aquello que concierne a la cuestión, ya no se tendrá inferencia alguna. Si se ha tenido alguna experiencia concerniente a ella, el razonamiento podrá, por la naturaleza de sus reglas, sacar alguna conclusión de ella, - con una confianza mayor o menor. En un punto del tiempo lo suficientemente avanzado, en consecuencia, habrá una opinión que debería, a partir de todos los hechos observados hasta entonces, prevalecer según un razonamiento correcto.

⁵ Peirce estaba licenciado en Química por la St. Lawrence Scientific School de la Universidad de Harvard.

⁶ Véase «Sobre una clasificación natural de los argumentos» (WP31, 1867), en el capítulo 7, «La cópula y el silogismo», del presente libro.

⁷ WMS165; W2:352-353. Esbozo de la primera versión de un capítulo 2. A continuación de lo anterior en el mismo manuscrito.

Capítulo 1. El establecimiento de la opinión

1.1 Introducción¹. Lógica, verdad y el establecimiento de la opinión

La lógica es la doctrina de la verdad, de su naturaleza y de la manera en que se descubre².

La primera condición del aprendizaje es saber que somos ignorantes. Un hombre comienza a investigar y a razonar consigo mismo en cuanto realmente se cuestiona algo, y cuando está convencido no razona más. La geometría elemental produce pruebas formales de las proposiciones que nadie duda, pero no puede llamarse propiamente razonamiento a lo que no nos lleva de lo conocido a lo desconocido; y el único valor de las primeras demostraciones de la geometría es que muestran que ciertos teoremas dependen de ciertos axiomas, algo que no está claro sin las demostraciones. Cuando dos hombres discuten una cuestión, al principio cada uno se esfuerza en suscitar una duda en la mente del otro, y esta es, a menudo, la mitad de la batalla. Cuando la duda cesa no tiene sentido seguir discutiendo. Por lo que la investigación real comienza cuando una duda genuina comienza y termina cuando esta duda concluye. Y las premisas del razonamiento son hechos indudables. En consecuencia, es inútil decirle a un hombre que comience dudando de las creencias familiares, a menos que digas algo que le haga dudar realmente de ellas. De nuevo, es falso decir que el razonamiento debe fundamentarse o bien en primeros principios o bien en hechos últimos. Pues no podemos ir más allá de lo que somos incapaces de dudar, pero no sería filosófico suponer que algún hecho particular nunca llegará a ponerse en duda³.

Es fácil ver qué sería la verdad para una mente que no pudiera dudar. Esa mente no podría contemplar nada como posible excepto aquello en lo que creyera. Por todas las cosas existentes (esta mente) significaría únicamente lo que piensa que existe, y todo lo demás sería lo que significaría como *no-existente*. En consecuencia, sería omnisciente en su universo. Decir que un ser omnisciente está necesariamente desprovisto de la facultad de razonar, suena paradójico; sin embargo, si el acto del razonamiento debe

¹ Hemos escogido la primera parte de WMS179 (invierno-primavera de 1872), *W3*: 14-15, como texto introductorio del primer capítulo, puesto que aclara conceptos que no aparecen en otros WMS de 1872-73 con este contenido. El WMS completo se incluye en el apéndice. La parte aquí incluida se corresponde con *CP* 7.321-323 (*LI*873).

² *CP* 7.321.

³ *CP* 7.322.

estar dirigido hacia un fin, cuando se alcanza ese fin el acto se hace naturalmente imposible⁴.

1.2 De la diferencia entre la duda y la creencia⁵

Nosotros, por lo general, sabemos cuándo deseamos hacer una pregunta y cuándo deseamos pronunciar un juicio, porque existe una semejanza entre la sensación de dudar y la de creer.

Pero esto no es todo lo que distingue a la duda de la creencia. Hay una diferencia práctica. Nuestras creencias guían nuestros deseos y dan forma a nuestras acciones. Los asesinos o seguidores del Viejo de la Montaña solían apresurarse a la muerte a su más mínima orden, porque creían que obedecerle les garantizaría la felicidad eterna⁶. Si hubieran dudado de esto, no habrían actuado como lo hacían. Así es con toda creencia de acuerdo con su grado. El sentimiento de creer es una indicación, más o menos segura, de que hay un hábito establecido en nuestra naturaleza que determinará nuestras acciones. La duda nunca tiene un efecto tal.

Tampoco debemos obviar un tercer punto de diferencia. La duda es un estado incómodo e insatisfecho del que luchamos por librarnos para pasar a un estado de creencia; mientras que este último es un estado tranquilo y satisfactorio que no queremos evitar ni cambiar por creencia alguna en cualquier otra cosa. Por el contrario nos aferramos tenazmente no solo a creer sino a creer justo lo que creemos.

Tanto la duda como la creencia tienen efectos positivos sobre nosotros, aunque muy diversos. La creencia no nos hace actuar instantáneamente sino que nos pone en una condición tal para comportarnos de una determinada manera, cuando surja la ocasión. La duda no tiene el más mínimo efecto de este tipo, sino que nos estimula a intentar destruirla. Esto nos recuerda la irritación de un nervio y la acción refleja que se produce por ello; mientras que para el análogo de la creencia, en el sistema nervioso, debemos fijarnos en lo que se denominan asociaciones nerviosas, por ejemplo, aquel hábito de

⁴ CP 7.323 (LI873).

⁵ WMS 187(11-14 mayo 1872), W3: 22-23. Literalmente en «La fijación de la creencia» (1877): WP107, W3: 247. Existe una traducción anterior al español del profesor José Vericat, Barcelona, Editorial Crítica, 1988. § 13-16, pp. 181-182.

⁶ Se refiere a la leyenda de *El viejo de la montaña*, o de *los hashashins*, recogida por Marco Polo. Esta debió impresionar vivamente a Peirce y de ahí que la cite como ejemplo señalado de la manera en que las creencias determinan las acciones.

los nervios a consecuencia del cual cuando olemos un melocotón la boca se nos hace agua.

1.3 De la investigación⁷

La irritación de la duda causa un forcejeo para llegar a un estado de creencia. A este forcejeo lo denominaré *investigación*, aunque debe admitirse que esta, a veces, no es una designación muy adecuada.

La irritación de la duda es el único motivo inmediato del forcejeo para llegar a la creencia. Es, ciertamente, mejor para nosotros que nuestras creencias fueran tales que verdaderamente guiaran nuestras acciones de forma que satisficieran nuestros deseos; y esta reflexión nos hará rechazar cualquier creencia que no parezca haber sido formada de manera tal que asegure este resultado. Pero solo lo hará creando una duda en lugar de esa creencia. Con la duda, en consecuencia, comienza el forcejeo que finaliza con el cese de la misma. Por lo que el único objeto de la investigación es el establecimiento⁸ de la creencia. Podemos elucubrar que esto no nos basta, y que lo que buscamos no es meramente una opinión, sino una opinión verdadera. Pero si sometemos a prueba esta elucubración se probará como carente de base; pues tan pronto como alcanzamos una creencia firme nos sentimos totalmente satisfechos, con independencia de que sea verdadera o falsa. Y está claro que nuestro objeto no puede ser nada que esté fuera de la esfera de nuestro conocimiento, pues nada que no afecte a la mente puede ser motivo de esfuerzo mental. Lo máximo que se puede afirmar es que buscamos una creencia que *pensaremos* que es verdadera. Pero que es verdadera lo pensamos de cada una de nuestras creencias y, en efecto, el afirmarlo es una mera tautología.

Que la estabilización de la opinión es el único fin de la investigación, es una proposición muy importante. Desvanece automáticamente diversos conceptos de prueba vagos y erróneos. Podemos señalar aquí unos pocos.⁹

1. Algunos filósofos han imaginado que para empezar una investigación, solo era necesario proferir una pregunta o ponerla sobre el papel, je, incluso, nos han

⁷ WMS188 (Mayo-Junio 1872), *W3*: 23-24. Completado en «La fijación de la creencia» (1877): WP107, *W3*: 247-248. Véase, también, la traducción de José Vericat, *Ob. cit.*, § 17-19, pp. 183-185.

⁸ Aquí se interrumpe el texto de *W3*. Lo anterior corresponde a la primera página de R364, y no conecta bien con lo que le sigue en la edición de *Writings*, ni con la segunda página del susodicho MS del catálogo de Robin. Aunque sí está íntegro, y bien hilvanado, en «La fijación de la creencia», por lo que parece que Peirce conservaba este manuscrito completo. Solución de continuidad esta por la que hemos optado.

⁹ En este punto se reanuda WMS188 de *W3*.

recomendado comenzar nuestros estudios cuestionándolo todo! Pero meramente poner una proposición en la forma interrogativa no estimula a la mente a ningún forcejeo por alcanzar la creencia. Debe haber una duda real y verdadera, y sin esto cualquier discusión es ociosa.

2. Es una idea muy común el que una demostración debe descansar sobre algunas proposiciones últimas y absolutamente indubitables. Estas, de acuerdo con una escuela, son principios primeros de una naturaleza general; de acuerdo con otra son sensaciones primeras. Pero, de hecho, para que una investigación tenga un resultado tan completamente satisfactorio como para denominarlo demostración, solo tiene que empezar con proposiciones perfectamente libres de cualquier duda actual. Si las premisas no son, de hecho, dudadas en absoluto, no pueden ser más satisfactorias de lo que son.

3. Algunas personas parece que aman argumentar un punto después de que el mundo esté ya totalmente convencido de ello. Pero no se puede avanzar más. Cuando la duda cesa, la acción mental sobre el tema llega a un fin; y si continuara con ello sería sin propósito.

1.4 Cuatro métodos de establecer la opinión¹⁰

Si el establecimiento de la opinión es el único objeto de la investigación, y si la creencia es de la naturaleza de un hábito, ¿por qué no íbamos a alcanzar el fin deseado, adoptando cualquier respuesta que nos apeteciera ante una pregunta, y reiterándonosla constantemente, ocupándonos de todo lo que pueda conducir a esa creencia y aprendiendo a distanciarnos con desdén y aversión de todo lo que pudiera incomodarla? Este método simple y directo es realmente seguido por muchos hombres. Recuerdo que, en cierta ocasión, se me imploró que no leyera cierto periódico no fuera a ser que cambiase mi opinión acerca del libre-comercio. «No vaya a ser que puedas ser atrapado por sus falacias y relaciones inexactas», fue la expresión que utilizó. «Tú no eres», dijo mi amigo, «un especialista¹¹ en economía política. Puedes por tanto ser fácilmente engañado por argumentaciones falaces sobre el tema. Si lees este artículo puedes llegar a creer, pues, en el proteccionismo. Pero tú admites que el libre-comercio es la doctrina

¹⁰ WMS189 (Mayo-Junio 1872), *W3*: 24-28. Completo en *La fijación de la creencia* (1877): WP107, *W3*: 248-257. Ver, también, la traducción de José Vericat, *Ob. cit.*, § 20-30, pp. 185-199.

¹¹ Aquí retomamos el texto publicado en «La fijación de la creencia», puesto que el manuscrito publicado en *W3* está incompleto y no conecta bien.

verdadera, y no deseas creer lo que no es verdad». Sé que con frecuencia este sistema se ha adoptado de forma deliberada. Y que con mayor frecuencia aún el desagrado instintivo hacia un estado indeciso de la mente, magnificado en un vago espanto ante la duda, hace que los hombres se aferren espasmódicamente a las ideas que ya tienen. El hombre siente que solo se encontrará plenamente satisfecho si se adhiere sin vacilar a su creencia. Y no puede negarse que una fe firme e inamovible depara una gran paz mental. Ciertamente puede tener algunos inconvenientes, tal como el caso de un hombre resuelto a creer que el fuego no le quema, o que se condenará eternamente de no tomar su *ingesta* por medio de¹² una sonda estomacal. Pero, entonces, el hombre que adopta este método no permitirá que sus inconveniencias sean mayores que sus ventajas. Él dirá, «yo me agarro firmemente a la verdad, y la verdad es siempre edificante». Y, en muchos casos, puede muy bien ser que el placer que derive de esta fe sosegada equilibre cualesquiera inconveniencias que resulten de su carácter engañoso. Por lo que, si es verdad que la muerte es la aniquilación, entonces el hombre que cree que él ciertamente irá derecho al cielo cuando muera no importa cómo haya podido comportarse en esta vida, tiene un placer barato que no se verá seguido de ningún chasco. Una consideración similar parece tener peso para muchas personas en asuntos religiosos, puesto que frecuentemente escuchamos decir, «Oh, yo no puedo creer tal y tal cosa, porque me sentiría miserable si lo hiciera». Cuando un avestruz mete su cabeza bajo la arena al aproximarse un peligro, muy probablemente adopta la actitud más feliz. Oculta el peligro y, luego, dice tranquilamente que no hay peligro; y si se siente perfectamente seguro de que no hay ninguno, ¿por qué debería levantar su cabeza para ver? Un hombre puede cursar la vida sistemáticamente alejando de su vista todo lo que pudiera causar algún cambio en sus opiniones, y si simplemente lo logra –basando su método, como lo hace, en dos leyes psicológicas fundamentales- no veo qué puede decirse contra que él haga eso. Sería una impertinencia egoísta objetar que su procedimiento es irracional, porque eso solo equivale a decir que su método de estabilizar la creencia no es el nuestro. Él no se propone ser racional y, de hecho, se burlará de la débil e ilusoria razón humana. «En nuestro país libre, él tiene derecho a pensar como quiera». (Dejémosle pues que piense como quiera)

Pero este método de fijar la creencia, que puede denominarse el método de la obstinación, será incapaz de mantener su posición en la práctica. El impulso social está

¹² Aquí volvemos a WMS189.

en contra de ello. El hombre que lo adopta encontrará que otros hombres piensan de forma diferente que él, y puede ser el caso que se le ocurra, en algún momento más lúcido, que sus opiniones son casi tan buenas como las suyas, y esto hará tambalear su confianza en su creencia. Esta concepción de que el pensamiento o el sentimiento de otro hombre puede ser equivalente al propio, es un paso novedoso y muy importante. Surge de un impulso demasiado fuerte en el hombre para que pueda suprimirse sin peligro de destruir a la especie humana. A menos que nos hagamos eremitas, necesariamente nos influiremos mutuamente en las opiniones, por lo que el problema resulta ser cómo fijar la creencia, no meramente en el individuo, sino en la comunidad.

Que actúe, entonces, la voluntad del estado, en vez de la del individuo. Que sea creada una institución que tenga por objeto preservar las doctrinas correctas ante la gente, reiterarlas a perpetuidad y enseñarlas a los jóvenes, que tuviera al mismo tiempo el poder de prevenir que las doctrinas contrarias fueran enseñadas, defendidas o expresadas. Que todas las causas posibles de un cambio de parecer sean extirpadas de las aprensiones de los hombres. Que se les conserve en la ignorancia, no vaya a ser que aprendan alguna otra razón para pensar de otra manera a como lo hacen. Que sus pasiones sean reglamentadas para que contemplen las opiniones privadas e inusuales con aversión y horror. Luego, que todos los hombres que rechacen la creencia establecida sean aterrados hasta el silencio. Que la gente salga y emplume a tales hombres, o que se hagan inquisiciones en la manera de pensar de las personas sospechosas, y cuando fueran encontrados culpables de creencias prohibidas, que sean sometidos a algún castigo señalado. Cuando no se pueda alcanzar de otra manera un acuerdo unánime, la masacre general de todos los que no hayan pensado de una manera determinada ha demostrado ser un método muy efectivo de establecer la opinión en un país. Si falta el poder suficiente para esto, que se promulgue una lista de opiniones a la que ningún hombre con la mínima independencia de pensamiento pueda asentir, y que los fieles sean requeridos a aceptar todas estas proposiciones, para separarlos tan radicalmente como sea posible de la influencia del resto del mundo.

Este método ha sido desde los primeros tiempos uno de los principales medios de sostener las doctrinas políticas y teológicas correctas, y de preservar su carácter universal o católico. En Roma, especialmente, ha sido practicado desde los tiempos de Numa Pompilio hasta los de Pio Nono. Este es el ejemplo más perfecto en la historia, pero dondequiera que haya un sacerdocio —y ninguna religión ha carecido de ello— este

método ha sido más o menos empleado. Dondequiera que haya una aristocracia o un gremio, o cualquier asociación de alguna clase de hombres cuyos intereses dependen, o se supone que dependen, de ciertas proposiciones, se encontrará inevitablemente algunos rastros de este producto natural del sentimiento social. Las crueldades siempre acompañan a este sistema, y cuando se lleva a cabo consistentemente llegan a ser atrocidades del más horrible carácter, a los ojos de cualquier hombre racional. Ni tampoco debe esta ocasión sorprender, porque el oficial de una sociedad no se siente justificado a sacrificar el interés de esa sociedad en aras de la piedad, como lo haría por sus propios intereses privados. Es, por lo tanto, natural que la simpatía y la camaradería puedan producir de esta manera el poder más despiadado.

Al juzgar este método de fijar la creencia, que puede denominarse el método del despotismo, debemos en primer lugar conceder que es inconmensurablemente superior, mental y moralmente, al de la obstinación. Su éxito es proporcionalmente mayor y, de hecho, ha producido, una y otra vez, los resultados más majestuosos. Las meras estructuras de piedra que ha causado ensamblar, en Siam, por ejemplo, en Egipto y en Europa, tienen, muchas de ellas, una sublimidad casi en rivalidad con las más grandes obras de la naturaleza. Y excepto por las eras geológicas, no hay períodos de tiempo tan vastos como aquellos que se miden por alguna de estas fes organizadas.

Si escrutamos el tema de cerca encontramos que no ha habido ninguno de sus credos que haya permanecido siempre el mismo; aun así el cambio es tan lento que es imperceptible durante el período de la vida de una persona, por lo que la creencia individual permanece sensiblemente fija. Para la masa de la humanidad, entonces, quizás no haya un método mejor que este. Si es su impulso más elevado el ser esclavos intelectuales, entonces esclavos deben seguir.

Pero ninguna institución puede asumir regular las opiniones sobre cualquier tema. Solo se puede atender a los más importantes, y para el resto las mentes de los hombres deben dejarse a la acción de las causas naturales. Esta imperfección¹³ no constituye fuente de debilidad en tanto que los hombres se encuentren en un estado cultural en el que una opinión no influya en otra, es decir, en tanto que no sepan sumar dos y dos.

¹³ Aquí encontramos una nueva desconexión en WMS189 (y también en R333), por lo que retomamos, de nuevo, «La fijación de la creencia». Aunque en 1872-1873 no hemos encontrado en ningún manuscrito el método del *a priori* como tercero, sino el que él denominaba el de la *opinión pública*, por lo tanto lo que sigue puede ser un añadido posterior o una parte desaparecida de un MS. Véanse al respecto el comentario a este capítulo y el apéndice correspondiente.

Pero en la mayor parte de los estados tiranizados por el clero siempre hay algunos individuos que se encuentran por encima de esta condición. Estos hombres poseen un tipo más amplio de sentimiento social; ven que en otros países y épocas los hombres han mantenido doctrinas muy diferentes de aquellas en las que ellos han sido educados a creer; y no pueden evitar darse cuenta de que es meramente accidental que se les haya enseñado como se les ha enseñado, y que se les haya dotado de los modos y asociaciones que tienen, lo que les ha llevado a creer tal como creen y no de modo muy distinto. Y su candor no puede tampoco resistir la reflexión de que no hay ninguna razón para considerar sus propias ideas como por encima de las de otras naciones y otros siglos, planteándose así dudas en sus mentes.

Percibirán también, además, que en sus mentes tiene que haber dudas como estas respecto de toda creencia que parezca estar determinada sea por el propio capricho, sea por el de los que dieron lugar a las opiniones populares. Tiene por consiguiente que abandonar la adhesión entusiasmada a una creencia y su imposición arbitraria a otros. Hay que adoptar un método nuevo¹⁴ y diferente de establecer opiniones, que no solo produzca un impulso a creer, sino que decida también cuál es la proposición a creer. Liberemos pues de impedimentos la acción de las preferencias naturales, y que los hombres, bajo la influencia de estas, conversando unos con otros y considerando las cuestiones bajo perspectivas diferentes, desarrollen gradualmente creencias en armonía con las causas naturales. Este método se parece a aquel mediante el cual han madurado las concepciones artísticas. El ejemplo más perfecto del mismo se encuentra en la historia de la filosofía metafísica. Usualmente los sistemas de este tipo no se han basado en hechos observados, al menos no en un cierto nivel relevante. Básicamente se han adoptado porque sus proposiciones fundamentales parecían *agradables a la razón*. Es esta una expresión adecuada; no significa aquello que concuerda con la experiencia, sino aquello que nos encontramos inclinados a creer. Platón, por ejemplo, encuentra agradable a la razón que las distancias entre unas esferas celestes y otras sean proporcionales a las diferentes longitudes de las cuerdas que producen acordes armoniosos. Muchos filósofos han llegado a sus conclusiones fundamentales mediante consideraciones de este tipo; pero esta es la forma más elemental y menos desarrollada que adopta el método, pues está claro que otro (filósofo) puede encontrar como más agradable a su razón la teoría de Kepler de que las esferas celestes son proporcionales a

¹⁴ Aquí aparece, por vez primera, el método del *a priori* como tercer método para fijar la opinión.

las esferas inscritas y circunscritas de los diferentes sólidos regulares. Pero la contrastación de opiniones llevará pronto a los hombres a apoyarse en preferencias de naturaleza mucho más universal. Tomemos, por ejemplo, la doctrina de que el hombre solo actúa egoístamente, es decir, a partir de la consideración de que actuar en un sentido le reportará mayor placer que actuar en otro. Esto no se apoya en hecho alguno y, sin embargo, ha tenido una amplia aceptación hasta ser la única teoría razonable.

Desde el punto de vista de la razón este método es mucho más intelectual y respetable que cualquiera de los otros dos a los que nos hemos referido. Ciertamente, en la medida en que no pueda aplicarse ningún método mejor debe seguirse este, pues es entonces la expresión del instinto la que tiene que ser en todos los casos la causa última de la creencia. Pero su fracaso ha sido de lo más patente. Hace de la investigación algo similar al desarrollo del gusto; pero el gusto, por desgracia, es siempre más o menos una cuestión de moda, por lo que los metafísicos no han llegado nunca a un acuerdo fijo, sino que desde los primeros tiempos hasta los últimos el péndulo ha estado oscilando hacia adelante y hacia atrás entre una filosofía más material y otra más espiritual. Y así, a partir de este método, que se ha llamado el método *a priori*, llegamos, en frase de lord Bacon, a la verdadera inducción. Hemos inspeccionado este método *a priori* como algo que prometía liberar nuestras opiniones de su elemento accidental y caprichoso. Pero el desarrollo, si bien es un proceso que elimina el efecto de algunas circunstancias casuales, no hace más que magnificar a la vez el de otras. Este método, por lo tanto, no difiere de modo muy esencial con el de autoridad. Puede que el gobierno no haya movido un dedo para influir en mis creencias; puede que hacia afuera se me haya dejado en total libertad de elegir, digamos, entre monogamia y poligamia, y que apelando solo a mi conciencia pueda haber concluido que esto último es algo en sí mismo licencioso. Pero cuando veo que el obstáculo fundamental a la expansión de la cristiandad entre un pueblo de cultura tan elevada como el de los hindúes ha sido la convicción de la inmoralidad de nuestro modo de tratar a las mujeres¹⁵, no puedo por menos de considerar que aun cuando no se interfieran los gobiernos, lo cierto es que el desarrollo de los sentimientos se encuentra fuertemente determinado por causas accidentales. Ahora bien, hay ciertas gentes, entre las cuales tengo que suponer que se encuentra mi lector, que en cuanto observan que alguna de sus creencias está determinada por

¹⁵ Sirva de ilustración actual para esta polémica declaración de Peirce: www.hinduwisdom.info/Women_in_Hinduism.htm (consultada el 23 de mayo de 2014). Véase también, alternativamente: www.hinduismexposed.wordpress.com/women-in-hinduism (consultada el 23 de mayo de 2014).

cualquier circunstancia extraña a los hechos, a partir de este momento no solo admiten de palabra que dicha creencia es dudosa, sino que experimentan una duda real, de manera que en cierta medida deja de ser una creencia.

Para satisfacer nuestras dudas es necesario, por tanto, encontrar un método mediante el cual nuestras creencias puedan determinarse, no por algo humano, sino por algo permanente externo, por algo en lo que nuestro pensamiento no tenga efecto alguno. Algunos místicos imaginan que disponen de un método tal en la inspiración privada procedente de algo superior. Pero esto no es más que una forma del método de la tenacidad, en el que la concepción de la verdad como algo público¹⁶ no se ha desarrollado aún. Nuestro algo permanente externo no sería, en nuestro sentido, externo si su ámbito de influencia se redujese a un individuo. Tiene que ser algo que afecte, o¹⁷ pueda afectar a todo hombre. Y aunque estas afecciones son, necesariamente, tan variadas como los son las condiciones individuales, el método debe ser tal que la conclusión última de todo hombre deberá ser la misma. Este se denomina el método científico. Su hipótesis fundamental plasmada en un lenguaje más familiar es la siguiente: hay cosas reales, cuyos caracteres son enteramente independientes de nuestras opiniones sobre ellos; esas realidades afectan a nuestros sentidos de acuerdo con leyes regulares, y aunque nuestras sensaciones son tan diferentes como nuestras relaciones con los objetos, al aprovecharnos de las leyes de la percepción podemos confirmar con el razonamiento cómo son las cosas realmente, y cualquier hombre si tiene la experiencia y la razón suficiente acerca de ello, será conducido a la única conclusión verdadera¹⁸. La nueva concepción que aquí está implicada es la de realidad. Se puede preguntar cómo sé que hay realidades cualesquiera. Si esta hipótesis es el único soporte de mi método de investigación, mi método de investigación no debe ser empleado para soportar mi hipótesis. Esta es la respuesta. Primero, si la investigación no puede ser considerada como que demuestra que hay cosas reales, al menos no conduce a la conclusión contraria; sino que el método y la concepción sobre la que se basa siguen siempre en armonía. Ninguna duda acerca del método, en consecuencia, surge necesariamente de su práctica, como es el caso con todos los otros. Segundo, el sentimiento que da lugar a cualquier método de fijar la creencia, es el de una insatisfacción con dos proposiciones repugnantes. Pero aquí ya hay una vaga concesión a que hay *alguna* cosa a la que una

¹⁶ Incorporación del concepto clave de *lo público* para el método de la investigación científica.

¹⁷ Aquí se reanuda WMS189.

¹⁸ Primera definición extensa de su concepto de realidad, fundamental en su método de la investigación científica. Véase el capítulo 2, «La realidad», donde desarrolla ampliamente este concepto.

proposición debería conformarse. Nadie, en consecuencia, puede realmente dudar de que hay realidades, o si lo hiciera, que la duda no sería una fuente de insatisfacción. La hipótesis, en consecuencia, es una que cualquier mente puede admitir. Por lo que el impulso social no me causa dudar de ella. Tercero, todo el mundo utiliza el método científico para muchas y grandes cosas y solo deja de utilizarlo cuando no sabe cómo aplicarlo. Cuarto, la experiencia del método no me ha conducido a dudar de él sino que, por el contrario, la investigación científica ha tenido los más grandes triunfos en la dirección de establecer la opinión. Estos proporcionan la explicación de que yo no dude ni del método ni de la hipótesis que lo supone, y no teniendo duda alguna ni creyendo que cualquier otro a quien yo pudiera influenciar la tenga, no sería más que verborrea decir más acerca de ello. Si hay alguien con una duda viva sobre el tema, que la considere.

Describir el método de la investigación científica es el objeto de este libro¹⁹. En este capítulo²⁰, me limitaré a destacar algunos puntos de contraste entre este y los otros métodos de investigación.

Este es el único de los cuatro métodos que presenta alguna distinción entre una manera correcta y otra incorrecta. Si escojo el método de la obstinación y me cierro a todas las influencias, no importa lo que yo considere necesario para hacerlo, ello es necesario de acuerdo con ese método. Lo mismo pasa con el método del despotismo, el Estado puede intentar sofocar la herejía con medios que desde un punto de vista científico parecen muy mal calculados para lograr su propósito, pero la única prueba *de ese método* es lo que el Estado piensa, por lo que no puede seguir el método incorrectamente. Lo mismo pasa con el método del *a priori*. [Si me esfuerzo por exponer mis susceptibilidades de creencia perfectamente abiertas a las influencias que actúan sobre ellas, no puedo sobre esos principios equivocarme]²¹. [Su esencia misma es la de pensar tal y como uno está inclinado a pensar. Todos los metafísicos están seguros de hacer esto, con independencia de que puedan estar inclinados a juzgarse unos a otros como obstinadamente errados. El sistema hegeliano reconoce como lógica toda tendencia natural del pensamiento, aun cuando vaya a estar ciertamente neutralizada por tendencias contrarias. Hegel piensa que hay una regularidad en la sucesión de estas tendencias a consecuencia de la cual la opinión, después de ir a la deriva en un sentido u

¹⁹ 'Serie de artículos' en «La fijación de la creencia.»

²⁰ 'De momento' en «La fijación de la creencia».

²¹ WMS 189.

otro durante un largo período de tiempo, terminará por proceder rectamente. Y es verdad que los metafísicos terminan por alcanzar las ideas rectas; el sistema de la naturaleza, de Hegel, representa de forma aceptable la ciencia de su época; y uno puede estar seguro de que toda investigación científica, que se haya situado fuera de toda duda, dispondrá instantáneamente de la demostración *a priori* por parte de los metafísicos]²².

Pero con el método científico, el caso es diferente. Puedo comenzar con hechos conocidos y observados para proceder a lo desconocido; y, aun así, las reglas que sigo al hacerlo puede que no sean tales como las que la investigación aprobaría. La prueba de si estoy verdaderamente siguiendo el método no es una apelación inmediata a mis sensaciones y propósitos, sino que, por el contrario, ella misma implica la aplicación del método. Por lo que es posible el mal razonamiento tanto como el bueno; y este hecho es el fundamento del aspecto práctico de la lógica.²³

No hay que suponer que los tres primeros métodos de establecer la opinión no presenten ventaja alguna sobre el método científico. Al contrario, cada uno tiene sus propias cualidades. El método *a priori* se distingue por sus confortables conclusiones. La naturaleza del procedimiento es la de adoptar cualquier tendencia a la que estamos inclinados – y hay ciertos halagos a la vanidad humana en los que por naturaleza todos creemos – hasta que los duros hechos nos despiertan de nuestro placentero sueño. El método de la autoridad regirá siempre a la masa de la humanidad; y los que detentan en el Estado las diversas formas de fuerza organizada nunca se convencerán de que de alguna manera el razonamiento peligroso no deba suprimirse. Si la libertad de expresión consiste en estar libre de las trabas de las formas groseras de constreñimiento, entonces la uniformidad de opinión estará asegurada por un terrorismo moral al que la respetabilidad social dará su aprobación sistemática. Seguir el método de la autoridad es el camino de la paz. Se permiten ciertos inconformismos; otros (considerados inseguros) se prohíben. Estos son diferentes en diferentes países y en diferentes edades; pero estés donde estés, se hará saber que mantienes seriamente una creencia tabú, y puedes estar perfectamente seguro de que se te tratará con una crueldad menos brutal pero más refinada que la de perseguirte como a un perro. De ahí que los mayores benefactores de la humanidad no se hayan atrevido nunca, ni se atreven ahora, a proferir todo su pensamiento; y que, por tanto, una sombra de duda *prima facie* se cierna sobre

²² Añadido en «La fijación de la creencia».

²³ Aquí se interrumpe WMS189. Continuamos con «La fijación de la creencia».

toda proposición que se considera esencial a la seguridad de la sociedad. Bastante singularmente, la persecución no siempre procede de afuera; sino que un hombre se atormenta a sí mismo, llegando con frecuencia a angustiarse al máximo al descubrirse creyendo en proposiciones que la educación recibida le llevaba a considerar con aversión. El hombre pacífico y comprensivo encontrará en consecuencia muy difícil resistirse a la tentación de someter sus opiniones a la autoridad. Pero el que admiro más es el método de la tenacidad, por su fuerza, simplicidad y franqueza. Los que lo utilizan se distinguen por su carácter decidido, que resulta muy afín a tal regla mental. No malgastan el tiempo intentando convencerse de lo que quieren, sino que sin la menor vacilación, como relámpagos, echan mano de la primera alternativa que se les presenta, aferrándose a ella hasta el final, pase lo que pase. Es esta una de las espléndidas cualidades que generalmente acompaña al éxito brillante y pasajero. Es imposible no envidiar al hombre que puede prescindir de la razón, aun cuando sepamos lo que a la postre acaba sucediendo.

Tales son las ventajas que tienen sobre la investigación científica los otros métodos de establecer la opinión. El hombre debiera reflexionar sobre ellas, y considerar entonces que, después de todo, lo que él quiere es que sus opiniones coincidan con el hecho, y que no hay razón alguna por la que los resultados de estos tres primeros métodos deban lograr esto. Conseguir esto es la prerrogativa del método científico. En base a tales consideraciones ha de realizar su elección – una elección que es mucho más que la adopción de una opinión intelectual, que es una de las decisiones capitales de la vida, a la que, una vez tomada, está obligado a vincularse. La fuerza del hábito hará a veces que un hombre se aferre a sus viejas creencias, después de estar en situación de ver que no tienen ninguna base sólida. Pero la reflexión sobre el caso se superpone a estos hábitos, por lo que debe dar todo su peso a la reflexión. La gente, sin embargo, es reacia a actuar así, al tener la idea de que las creencias son algo saludable y no pueden pensar que no estén apoyadas en nada. Sin embargo, supongan estas personas un caso análogo, aunque diferente del suyo propio. Que se pregunten qué es lo que le dirían a un musulmán reformado que vacilase en abandonar sus viejas ideas sobre las relaciones entre los sexos; o a un católico reformado que tuviese aún reparos en leer la Biblia. ¿No dirían acaso que tales personas deberían considerar la cuestión detenidamente y comprender claramente la nueva doctrina, debiendo entonces abrazarla en toda su plenitud? Pero, sobre todo, que se tenga en cuenta que más saludable que cualquier

creencia particular es la integridad de la creencia, y que no penetrar en las bases de cualquier creencia por miedo a que puedan aparecer podridas es algo tan inmoral como perjudicial. La persona que reconoce que se da algo así como la verdad, que se distingue de la falsedad, simplemente, en que si se actúa atentamente en base a ella nos llevaría sin dilación al punto propuesto, y que entonces, aún convencida de ello no se atreve a conocer la verdad e intenta evitarla, esta persona, verdaderamente, se encuentra en un triste estado mental²⁴.

1.5 El método científico²⁵

Es el quehacer del lógico estudiar la naturaleza del cuarto método de investigación y descubrir las reglas para llevarlo a cabo con éxito. El tema completo será dividido en tres partes en la exposición que aquí se ofrece al lector. La primera tratará de la esencia de la investigación en general, sea cual sea la mente que la lleve a cabo y sea cual sea el tema al que se aplica. La segunda tratará acerca de aquellas máximas de la investigación que resultan necesarias debido a la peculiar constitución del hombre en sus sentidos y en su naturaleza mental. La tercera ofrecerá un leve esbozo de los métodos especiales de la investigación que son aplicables en las diferentes ramas de la ciencia, y que surgen de las peculiaridades del tema investigado. Entonces, en esta primera parte no tenemos nada que hacer, en términos amplios, con la naturaleza de la mente humana. Solo en la medida en que haya algunas facultades que deban pertenecer a cualquier mente que pueda permitirse investigar, estas deberán someterse a nuestra consideración. Toda investigación, por ejemplo, presupone el paso de un estado de duda a un estado de creencia; y, en consecuencia, en los pensamientos de cualquier mente que pueda

²⁴ Para las partes en que el MS se interrumpía hemos recurrido a la versión publicada de «La fijación de la creencia», que hemos contrastado con la traducción del Profesor José Vericat, *Ob. cit.* Hemos prescindido de las notas de Peirce que añade el traductor, puesto que son de una época muy posterior a la que nos incumbe. Sin embargo, si hemos seguido las indicaciones, en sendas notas marginales a este texto, de 1893 una y de 1903 la otra, en que Peirce señala ‘tachar el resto’. Esta es la parte final que no hemos incluido: «Sí, los otros métodos tienen sus méritos: una conciencia lógica clara tiene su coste – como nos cuesta cara cualquier virtud, todo lo que más ansiamos. Pero no deseamos que sea de otro modo-. El genio del método lógico de un hombre hay que amarlo y reverenciarlo como a su amada, a la que ha escogido de entre todo el mundo. No necesita despreciar a las otras; al contrario puede honrarlas profundamente, y al hacerlo no hace más que honrar más a la suya propia. Pero ella es la que él ha escogido, y sabe que ha estado acertado al hacer esta elección. Y, una vez hecha, trabajará y luchará por ella, no lamentándose de los golpes que tenga que encajar, confiando en que hayan otros tantos y tan duros por dar, esforzándose por ser el digno caballero y campeón de ella, de la llama de cuyos esplendores extrae él su inspiración y coraje.»

²⁵ Este apartado se corresponde con WMS 196, W3: 35-37, completado en base a R369 y corregido; fechado en el otoño de 1872. *En L1873 (CP 7.326)* se recoge solo la primera parte, que titulan ‘Lógica’, aunque, más bien es un borrador de un proyectado capítulo 4, sin título, del libro sobre lógica de Peirce. Consideramos este MS como ‘puente’ entre el tema de la investigación y el resto del libro. Véase el comentario a este capítulo.

investigar debe haber una sucesión en el tiempo. En el cuarto método de investigación, una cierta creencia predeterminada, aunque no conocida previamente, será un resultado seguro del proceso; no importa cuál haya sido la opinión del investigador al comienzo. Se sigue que, durante la investigación, algunos elementos del pensamiento, que no estaban causados por pensamiento alguno que estuviera presente en la mente en el momento en que se comenzó la investigación, deben haber brotado en la mente. Tales ideas nuevas que brotan en la mente y que no han sido producidas por nada en la mente, se llaman sensaciones. Toda mente capacitada para la investigación debe, en consecuencia, estar capacitada para las sensaciones. Pero si todos los pensamientos fueran de este tipo, la investigación sería prácticamente un proceso involuntario. Podremos querer investigar pero no podríamos cambiar el curso que la investigación tomase. En consecuencia, no habría distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación. Ahora bien, hemos visto, en el epígrafe anterior²⁶, que esta distinción es esencial para el cuarto método de investigación y, de hecho, es lo único que lo distingue del tercero. En consecuencia, debe haber pensamientos que están determinados por pensamientos previos. Y esta facultad de producir pensamientos a partir de otros debe pertenecer a cualquier mente que pueda investigar. Sin una sucesión de ideas en el tiempo, es claro que no hay razonamiento posible. Procederé a mostrar que sin esta y sin la determinación de una idea por otra, no hay *pensamiento* posible en ningún sentido propio de la palabra²⁷. Podemos conceder (lo que veremos a continuación solo es verdad en un sentido limitado) que sin sucesión alguna de ideas podemos tener una sensación y esta sensación puede ser peculiar y distinguible de otras sensaciones. Además una sensación tal puede tener el poder de producir nuevas sensaciones en las ocasiones apropiadas, de una forma tal que le den una significación intelectual. Por ejemplo, podemos tener una sensación que puede afectar a subsiguientes sensaciones de forma tal que cuando veamos a un ungulado lo imaginemos rumiando. Y, entonces, no hay objeción a que llamemos pensamiento a la primera sensación, cuando vimos al ungulado, que tuvo el efecto de que pensásemos que rumiaba. Pero en sí misma no es un pensamiento. Puesto que tomo este principio como axiomático – Que una sensación no es nada salvo lo que se siente ser en el momento que está presente en la mente. Cualquier efecto que pueda

²⁶ Peirce dice ‘capítulo último’, de acuerdo con su primera división de este primer capítulo en tres, como hemos indicado en la introducción metodológica.

²⁷ Hasta aquí llega CP 7.326 (L1873). Completamos con el texto restante de WMS196.

tener sobre el pensamiento subsiguiente es un hecho referido a nuestra constitución mental, pero no es un carácter de la sensación misma como existe cuando se siente. Si una sensación pudiera sentir ella misma que tiene tal relación con otras sensaciones el caso sería diferente. Pero, de hecho, aparte de la sucesión en el tiempo, una sensación no tiene relación con ninguna otra. ¿Qué significa decir, por ejemplo, que una sensación es parecida a otra? Una sensación no es nada salvo lo que se siente que es y, a menos que una sensación se sienta al sentir la otra, su parecido con la otra no se siente al sentir esa otra. Y, por lo tanto, en sí mismas no son parecidas. Ni deberían sentirse como parecidas. Deben ser reunidas en una tercera sensación y comparadas. Pero una sensación no puede existir excepto en el momento pasajero en que existe. En la sensación ninguna de las otras está presente sino solo una cosa u otra que está en lugar de ellas. Aparte de esta sucesión de sensaciones, por lo tanto, y como existen ellas mismas en los momentos en que se sienten, las sensaciones carecen de semejanza o desemejanza. Es lo mismo si se dice que una sensación es más intensa que otra, o que tiene cualquier tipo de relación con otra. Por lo que si digo que mi estado de sensación, en un momento dado, consiste parcialmente en sensaciones de sonido y parcialmente en sensaciones de color, esto presupone las clasificaciones de sensaciones como sensaciones de sonido y sensaciones de color, esto ya supone parecidos entre ellas. Y estas semejanzas no pueden existir ellas mismas aparte de la sucesión del tiempo. Aunque las sensaciones no pueden ser analizadas en otras sensaciones sin introducir concepciones que pertenecen a la producción de una sensación por otra. En ellas mismas, entonces, las sensaciones no tienen partes. Ni puede decirse de mi estado de sensación, en cualquier momento, que consiste, en sí mismo, de dos sensaciones diferentes. Sino que toda sensación es, en ella misma, no-analizada y absolutamente simple.

Capítulo 2. La realidad

2.1 Sensación, pensamiento y realidad¹

La memoria, a menudo, nos defrauda. No pocas veces sentimos como si hubiéramos tenido una cierta sensación o hubiéramos estado en una cierta situación antes cuando, en realidad, es algo completamente nuevo. De hecho, recordar es tener cierta sensación ahora, que me hace pensar que, con anterioridad, tuve otra sensación. Yo no conozco directamente aquella sensación anterior, porque es pasado. Solo conozco la sensación de recordarla, y si realmente la recuerdo, o solo me parece que lo hago, es cuestión de juicio. La única cosa, entonces, de la que soy inmediatamente consciente es de la sensación del momento que pasa. Si no puedo, ni siquiera, saber lo que ha pasado en mi mente, o lo que pasará en ella, en otro momento que no sea el presente, mucho menos puedo conocer inmediatamente lo que es externo a mi mente. Las personas poco instruidas son proclives a pensar que cuando ven una silla, por ejemplo, la forma completa de esa silla queda impresa en su mente de una vez, por una percepción inmediata, sin ningún proceso de razonamiento por el que la sensación sea elaborada, y llevada a una forma inteligible. Pero, en primer lugar, suponiendo que miramos la silla con un ojo. Es claro que lo máximo que puede quedar imprimido en la retina es una forma plana de ella. La visión de la silla en tres dimensiones es una interpretación de esta imagen; pero no es ella la imagen misma. Si se la mira con ambos ojos, se producen dos imágenes diferenciadas una en cada retina; y la visión de esto como unidad resultará de un proceso mental aún más complicado. De hecho, sin embargo, ni siquiera son dadas dos dimensiones en una sensación visual inmediata; porque la retina no está extendida como una hoja de papel; sino que está compuesta como de innumerables cabezas de alfiler; que están dirigidas hacia la luz, y en que la parte superior de cada una de ellas es sensible. Ninguna de estas da sensación alguna de extensión, sino un destello de luz sin referencia alguna a la extensión; por lo que, todas ellas juntas no dan sensación de extensión, excepto en tanto que la mente es capaz de interpretar los signos

¹ Se corresponde con WMS195 (R368) en la edición de *W3*: 32-35. Fue titulado «Capítulo 4 (segundo borrador)» por Peirce. Fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. He alterado el orden de presentación de esta serie de cinco manuscritos relacionados (WMS194, WMS195, WMS196, WMS197 y WMS198) respecto al que aparece en *W3*, por motivos de coherencia y cohesión textual: WMS196 se presenta primero, al final del capítulo 1, y WMS 195 se presenta aquí como preámbulo al tema de la realidad. WMS194 aparece en el apéndice a este capítulo. WMS198 concluye este capítulo y enlaza con el siguiente sobre el tiempo y el pensamiento. WMS197 es un pequeño apunte que hemos incluido, asimismo, en el apéndice.

de la extensión que ellas presentan. Es bien conocido, por los trabajos de aquellos que se han dedicado al estudio de la óptica fisiológica, que estos no son, incluso, sino indirectamente signos de extensión, siendo primariamente signos del movimiento muscular que es necesario para pasar de un punto a otro. Pero incluso si la imagen de la silla en tres dimensiones fuera dada directamente en sus tres dimensiones, como no lo es; no sería dada como externa a la mente. En esa sensación no habría contenida decisión alguna, fuera esta externa o un sueño; aunque pueden darse signos sobre los que una decisión tal puede estar basada. El propio hecho de que los sueños nos defrauden muestra que, en la sensación misma, no hay contenido juicio alguno de externalidad del objeto – al menos ninguno que tenga valor alguno-. Un sueño se distingue de una realidad por ciertos signos: es tenue y vago, y no es coherente con el resto de la experiencia, y puede explicarse por el principio de asociación de lo que hemos experimentado realmente. Y los caracteres opuestos son los signos por los que conocemos que las experiencias reales son reales. No es necesario argumentar para mostrar que todo de lo que somos inmediatamente conscientes es la sensación del momento que pasa. Y que todo fuera de eso, se conoce por aquello que es su signo. Hay algunas sensaciones que son causadas por sensaciones previas. De acuerdo con ciertas leyes que se denominan las leyes de asociación de ideas. Y estas son el cuerpo principal de lo que está presente a la mente, e incluyen todo aquello a lo que prestamos una atención particular, o valoramos, porque son, naturalmente, los resultados de la acción mental los que tienen importancia; mientras que las sensaciones de las que surgen, son examinadas solo cuando el proceso mental llega a ser sometido a corrientes de crítica. La otra clase de sensaciones o, quizás, deberíamos decir mejor, elementos de la sensación, no es tan explicable por las leyes de asociación a partir de lo que ha pasado antes en la mente, sino que implica algo completamente nuevo. Estas se denominan las impresiones de los sentidos; y es muy difícil, acaso imposible, para nosotros separar estas por completo de los resultados de esa elaboración del pensamiento a la que están inmediatamente sujetas. Se puede decir, por lo tanto, que el pensamiento, tal como lo conocemos, es una corriente que, al avanzar, se agranda con adiciones nuevas. Y, sin embargo, todo lo que podemos detectar distintamente, es el flujo; y no podemos poner nuestro dedo en los puntos en que la materia nueva emerge. Por lo que, el pensamiento, si tiene lugar de acuerdo con ese cuarto método de indagación que se denomina investigación, como hace con la mayoría de los temas, y como sin duda llegará hacer con todos los temas, alcanza finalmente, como hemos visto, una cierta conclusión

definida. Y, de acuerdo con lo que ha sido dicho, toda la pugna, que es el motivo de la investigación, se dirige hacia esta creencia estable y nada más. Así que todo aquello a lo que toda imagen y pensamiento en nuestras mentes se empeña en conformar, y procura representar, no es más que lo que será creído en la culminación final de la indagación. Por otro lado, si remontamos la corriente del pensamiento en vez de descender por ella, vemos cada pensamiento causado por un pensamiento previo, hasta que finalmente alcanzamos las sensaciones originales, que se supone que son ellas mismas causadas por algo externo. Al usar la palabra *se supone*, no quiero implicar que haya espacio alguno para la duda en el asunto; sino solo que las realidades externas no son el objeto inmediato del pensamiento sino solo lo que es necesario suponer que existe, para dar cuenta de los fenómenos de la sensación. Encontramos en esta corriente de pensamiento, en esta sucesión de imágenes, una cierta coherencia, armonía o consistencia, que no puede ser debida enteramente a las leyes de asociación mismas; sino que se extiende hasta las adiciones que se hacen al cuerpo de nuestro pensamiento desde fuera. Y es esta coherencia de la experiencia lo que demuestra la existencia de una realidad; o algo permanente y fijo, con lo que nuestro pensamiento y experiencia, más o menos perfectamente, se corresponde. Ahora, podemos suponer que esta realidad se encuentra en uno o en otro de los extremos de la corriente de pensamiento. O bien se encuentra en alguna permanencia externa, que causa la sensación; o en la opinión fija a la que el proceso de pensamiento está destinado a resultar. Examinemos estas dos concepciones opuestas de la realidad. La primera es muy simple y familiar y no requerirá explicación.

2.2 Las dos concepciones de la realidad²

Hay, entonces, una realidad o algo independiente de lo que tú o yo o cualquier número de hombres, pueda pensar acerca de ello. ¿Cuál es el modo de existencia de esta realidad?

Es una verdad incontestable decir que, aquello que pienso, depende enteramente de lo que pienso que es. La realidad, en consecuencia, no es *per se* un objeto inmediato de mi pensamiento, aunque mi pensamiento puede ocurrir que coincida con ella. Sin

² Se corresponde con el WMS204 de la edición de *W3*: 54-59; tomado de R 372, R 371 y R 373. Titulado, por Peirce: «Capítulo IV. De la realidad». Fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. Hemos optado por esta versión para el cuerpo del capítulo en vez de la alternativa de WMS194, que está en el apéndice, porque la encontramos más elaborada y, también, porque añade los conceptos fundamentales, para el método de la investigación, de la *observación* y el *razonamiento*.

embargo, la realidad debe tener alguna conexión íntima con lo que está en la mente o sería vano para nosotros esperar que, al seguir ciertas reglas del razonamiento, llegásemos a la verdad.

La investigación, como un método de establecer la opinión, asume que todo proceso tal, si se conduce correctamente y se lleva lo suficientemente lejos, alcanzará una conclusión destinada. El proceso de investigación mismo consiste necesariamente de dos partes, una por la que una creencia es generada a partir de otras, que se llama *razonamiento*; y otra por la que se presentan a la mente nuevos elementos de creencia, que se llama *observación*. El razonamiento ha sido asemejado a una cadena, porque mientras despliega y modifica creencias, todo lo que da como resultado depende en última instancia de algo distinto, propiamente, de la *observación*. Mientras que la conclusión final es una y la misma en las mentes de todos los que llevan sus indagaciones lo suficientemente lejos, las observaciones de las que depende son, para cada hombre, privadas y peculiares. A veces la diferencia de las premisas es muy obvia como cuando Copérnico infiere la rotación de la tierra a partir del movimiento general de los cuerpos celestes; Bradley a partir de la aberración de la luz, y Fizeau a partir de la manera en que un péndulo oscila. Pero un escrutinio detallado mostrará que siempre existirá una diferencia. Dos observadores cualesquiera no pueden hacer la misma observación. Las observaciones que hice ayer no son las mismas que hago hoy. Ni observaciones simultáneas en diferentes observatorios son las mismas, no importa lo cerca que estén situados los observatorios entre ellos. Los sentidos de todo hombre son su observatorio. Dos hombres, en consecuencia, no pueden hacer la misma observación, al igual que un hombre no puede repetir la misma observación. Podemos ir todavía más lejos y decir que dos observaciones no solo no son la misma, sino que no son en ellas mismas parecidas en grado alguno. El juicio de que son parecidas no está contenido en ninguna de las observaciones (ya que no están relacionadas la una con la otra) sino que es la creencia, generada por estas dos creencias, que estas dos observaciones dan inmediatamente como resultado y es, por lo tanto, una inferencia del razonamiento, como acaba de ser definido. Así que nuestros razonamientos comienzan a partir de las más variadas premisas (de otra forma no sería necesario ningún proceso de investigación para establecer la creencia) y conducen en última instancia a una conclusión.

La realidad debe estar conectada con esta cadena de razonamiento en uno u otro extremo. Según la coloquemos en un extremo o en otro, tenemos el realismo y el nominalismo.

La realidad debe estar conectada de tal manera con nuestro pensamiento que determinará la conclusión de la investigación verdadera. Pero la conclusión depende de las observaciones. La realidad debe estar, entonces, conectada con la sensación como su causa (o, para utilizar otra expresión, *como su posibilidad*) y esta es la teoría nominalista de la realidad.

Pero la realidad es independiente del elemento accidental e individual del pensamiento. Ahora bien, en el extremo de la observación de la cadena del razonamiento todo es accidental e individual. Pero en el extremo de la conclusión hay un solo resultado al que la investigación llevará finalmente. Los prejuicios personales u otras peculiaridades de generaciones de hombres pueden posponer indefinidamente un acuerdo en esta opinión; pero ninguna voluntad ni limitación humana pueden hacer que el resultado final de la investigación sea algo distinto de aquello a lo que está destinado ser. La realidad, entonces, debe ser identificada con lo que es pensado en la opinión última y verdadera. Esta es la visión realista de la realidad.

Para reconciliar estas dos teorías, puede suponerse que enteramente independientes de todo pensamiento existen ahí cosas tales como las que pensaremos en la opinión final, que estas cosas afectan a nuestros sentidos y que la naturaleza de la mente es tal que estas sensaciones nos llevarán, al final, a la opinión verdadera.

Asumo que esta es la metafísica más comúnmente adoptada. Pero los idealistas han mostrado que estas son meras palabras sin significado. Lo que pensamos cuando tenemos una opinión son pensamientos. ¿Qué se significa con la distinción entre pensamientos que existen independientes de todo pensamiento y pensamientos que no existen así sino que solo existen como pensamientos? Esta distinción, si existe, se encuentra en una región totalmente fuera del pensamiento; en la que ni nuestros pensamientos ni los de ningún ser, sea lo que sea, pueden penetrar. Se sigue que no hay idea de ningún tipo en nuestra mente ni en ninguna mente posible que se corresponda con esta distinción; es, por lo tanto, una distinción en palabras sin distinción alguna en sentido. Podemos plantear el argumento de otra manera. Se dice que una concepción es verdad si existe una cosa tal independiente de todo pensamiento. Pero una cosa fuera de todo pensamiento no puede ser semejante a otra, porque la semejanza es el elemento

común que tienen dos nociones. Ante esto, algunos metafísicos dicen que una concepción verdadera es una que se *corresponde* con una cosa que existe independiente de todo pensamiento. Pero no se gana nada al sustituir una relación de razón por otra; una cosa se corresponde con otra en la medida que la mente las considera como correlatos. Estaría bastante al margen del propósito decir que una concepción verdadera es algo que está *producido por* algo que existe fuera del pensamiento; porque eso sería equivalente a decir que una noción lógicamente inferida es verdadera y una ilógica falsa, poniendo así la distinción en lo que ocurre en el pensamiento. Considerado desde todos los ángulos hay, en consecuencia, una completa vacuidad de significado al decir que, independiente de todo pensamiento, existen cosas tales como las que pensaremos en la opinión final. Todo lo que podemos saber o concebir de la existencia de las cosas reales está implicado en dos premisas; primera, que la investigación conducirá finalmente a una opinión estable, y, segundo, que esta opinión está determinada enteramente por las observaciones. Lo único que podemos inferir es que las observaciones tienen un carácter tal que están destinadas a conducir finalmente a una conclusión. Y, en consecuencia, el único sentido, distintamente concebible, en que podemos decir que los objetos de la opinión final existen antes de que esa opinión sea formada, es que esa existencia consiste en el hecho de que las observaciones serán tales como las que darán lugar a esa opinión y la mantendrán.

Supongamos que todos nosotros fuéramos omniscientes y conociéramos la verdad completa y precisa acerca de todo. Entonces las creencias de todos nosotros serían idénticas. Tanto es así que las barreras de la individualidad estarían parcialmente rotas. Tendríamos mentes separadas, es verdad, porque mientras uno de nosotros estuviera atendiendo a una cosa en particular, otro pudiera estar atendiendo a otra, y nuestros deseos podrían, hasta cierto grado, centrarse en nosotros mismos y en nuestro entorno como lo hacen ahora. Imaginemos que estas limitaciones son retiradas y no quedaría aspecto alguno en el que los pensamientos de un hombre difirieran de los de otro. La mente cesaría de ser una pertenencia privada. Pero yo no supondré esto sino solo que todos supiéramos todo. Entonces el acuerdo acerca de los objetos de la creencia equivaldría a la identidad. Y estos objetos no serían ficciones sino realidades. Hacer cualquier tipo de distinción en ese caso entre el objeto de la creencia y la realidad sería ocioso. Sería una distinción sin diferencia alguna, porque cualquier discrepancia entre el objeto que se cree que existe y la realidad es un error. Esta es una demostración simple

de que la concepción de la realidad como es por sí misma, en contraste con la realidad como pueda ser conocida, es una concepción auto-contradictoria. Ya que en el caso que hemos supuesto, la realidad misma sería un objeto de creencia, un pensamiento. La especie, la comunidad tiende perpetuamente hacia tal estado. Es verdad que conoceremos la respuesta verdadera a cada pregunta, pero respecto a cualquier cuestión sobre la cual hay una duda, una pugna por librarnos de la duda, y una tentativa de investigación, avanzamos sobre el supuesto de que una investigación suficiente – implicando, quizás, más experiencia y razonamiento que el que nuestra especie alcanzará nunca – produciría este estado de creencia verdadera. Si el acuerdo entre la creencia y la realidad fuera perfecto el objeto de la creencia y la realidad misma serían completamente idénticos. Entonces, si el acuerdo se alcanza parcialmente se establece una identidad parcial. Aquello que es creído, en el conocimiento verdadero, es real. Parece, entonces, que la realidad es algo con lo que el pensamiento puede ser identificado y, frecuentemente, es identificado parcialmente, utilizando la palabra pensamiento no para significar lo que tiene lugar en el cerebro, sino como el objeto que se presenta ante nosotros cuando el acto de cerebración tiene lugar.

Rápidamente, se insinuarán una multitud engañosa de objeciones a este punto de vista. No puedo refutarlas ni defenderlo, sin dar por supuesta una clara aprehensión de los principios del razonamiento, que es asunto de la lógica elucidar. Solo diré que, aunque me parece que el principio de la identidad del objeto del conocimiento verdadero con la realidad es necesario para el avance científico de las doctrinas de la lógica, sin embargo, no puedo imaginar que aquellos que no pueden aceptarlo tengan la más mínima dificultad en admitir lo suficiente de sus consecuencias como sea necesario para demostrar las reglas del razonamiento correcto. Cuando estas hayan sido cuidadosamente estudiadas, podemos regresar a esta cuestión y espero, entonces, no solo apartar las objeciones a esta doctrina sino también fortalecerla al mostrar cómo sirve para trabar y explicar las máximas propias del razonamiento.

Demos por supuesto, entonces, que la concepción de un objeto que no solo estaría más allá del pensamiento de un hombre dado sino más allá de todo pensamiento posible es un absurdo. Al admitir esto no anulamos la distinción entre una realidad y una ficción. Si un objeto es de cualquier carácter que yo o cualquier hombre o cualesquiera hombres asumamos que es o imaginamos que es, es una *ficción*; pero si sus caracteres son independientes de lo que yo o tú o cualquier número de hombres

pensemos sobre él, es una *realidad*. El objeto de aquella opinión final y estable a la que se supone que conducirá una investigación, si se lleva lo suficientemente lejos, satisface esta definición de realidad; ya que, aunque la perversidad de generaciones de hombres puede posponer indefinidamente el acuerdo, no puede alterar el carácter de la creencia de que ella sola puede ser establecida permanentemente.

Pero cuando, para evitar la extrañeza de decir que los nuevos elementos de creencia que surgen en la mente, no importa cómo los variemos al cambiar las circunstancias de su emergencia, serán inevitablemente tales que nos llevarán, al fin, a una conclusión destinada, preferimos decir que estos orígenes de la creencia se producen en nosotros por la acción de las realidades sobre los sentidos y deben, en consecuencia, ser relativos a estas realidades fijas. No hemos afirmado, según lo que acabamos de instar, ningún hecho adicional para explicar lo que encontramos extraño, sino que solo hemos afirmado el hecho extraño de una manera más familiar. Porque en un caso hemos dicho que las observaciones están determinadas por lo que tendrá que ser creído finalmente y, en el otro caso, hemos dicho que están determinadas por las realidades. Pero ahora aparece que el objeto en el que se creará finalmente (si la investigación se llevase tan lejos) es absolutamente idéntico con las realidades.

Es verdad que la creencia es futura y puede, incluso, no alcanzarse nunca, mientras que la realidad existe actualmente. Pero el acto de creer es una cosa, el objeto de la creencia otra. Ni nadie, que esté familiarizado con las concepciones de la ciencia física, necesita evitar admitir que la existencia de una realidad presente es, en un sentido, realizada por un acontecimiento contingente. Nadie duda al decir que un peso de plomo, que descansa sobre una mesa, es realmente pesado. Sin embargo, decir que es pesado solo significa que si estuviera puesto de forma que fuera libre de moverse se aproximaría a la tierra. La existencia de cualquier fuerza física no es nada más que la verdad del hecho de que, si se cumpliera con ciertas condiciones, ciertas aceleraciones tendrían lugar. Hay una escuela de filósofos naturales, cuyo nombre bien se merecen, que, al considerar que la materia no es nada aparte de sus propiedades y que sus propiedades no son nada más que fuerzas, dicen que la materia no es nada más que la localización de la fuerza; por lo que su existencia, también, depende del hecho de que si algo ocurre, alguna otra cosa sucede. Así encontramos a los físicos, los pensadores más exactos, sosteniendo respecto a esas cosas, que han estudiado con la mayor exactitud, que su existencia depende de sus manifestaciones o, más bien, de su capacidad de

manifestarse. Solo tenemos que extender esta concepción a toda la existencia real y sostener que estos dos hechos son idénticos, es decir, que existen y que una investigación suficiente llevaría a una creencia estable en ellos, para tener nuestra teoría idealista de la metafísica. Esta doctrina consiste en que la observación y el razonamiento están conduciéndonos perpetuamente hacia ciertas opiniones, y que el hecho de esta tendencia perpetua se expresa, de otra manera, al decir que los objetos de esas opiniones finales tienen una existencia real.

2.3 La realidad³

Abordemos ahora el tema de la lógica y consideremos un concepto que le concierne particularmente, el de *realidad*. Tomando la claridad en el sentido de la familiaridad, ninguna idea podría ser más clara que esta. Cualquier niño la usa con una confianza perfecta, sin imaginar que no la entiende. Respecto a la claridad en su segundo grado⁴, sin embargo, probablemente les desconcertaría a la mayoría de los seres humanos, incluso a algunos entre los que tienen una disposición reflexiva, dar una definición abstracta de lo real. No obstante una definición tal pudiera, quizás, alcanzarse al considerar los puntos de diferencia entre la realidad y su contrario, la ficción. Una ficción es un producto de la imaginación de alguien; tiene unos caracteres tales como los que su pensamiento imprime sobre ella. Aquello cuyos caracteres son independientes de cómo tú o yo pensemos, es una realidad externa. Hay, sin embargo, fenómenos dentro de nuestras propias mentes, dependientes de nuestro pensamiento, que son, al mismo tiempo, reales en el sentido de que realmente los pensamos. Pero aunque sus caracteres dependen de cómo pensemos, no dependen de lo que pensemos que son esos caracteres. De esta manera, un sueño tiene una existencia real como fenómeno mental, si alguien realmente lo ha soñado; el que haya soñado esto o aquello no depende de lo que nadie piense que fue soñado, sino que es completamente independiente de cualquier opinión sobre el tema. Por otro lado, considerando, no el

³ Hemos seleccionado, en este lugar prominente, el epígrafe IV de «Cómo aclarar nuestras ideas», publicado en el *Popular Science Monthly* en 1878 (WP119, W3: 271-276); puesto que consideramos que es la versión más aqulitada de las ideas principales referidas a este concepto central para su Lógica; de las que podemos encontrar desarrollos, no exentos de interés, más extensos y redundantes, en los manuscritos de 1872 que aparecen en el apéndice a este capítulo.

⁴ Al principio del epígrafe II en este mismo ensayo, Peirce escribe: «Los principios planteados en el primero de estos ensayos («La fijación de la creencia») nos llevan, de inmediato, a un método para alcanzar la claridad del pensamiento de un grado mucho mayor que la *distintividad* de los lógicos. Allí encontramos que la acción del pensamiento es excitada por la irritación de la duda, y cesa cuando se alcanza la creencia; de forma que la producción de la creencia es la única función del pensamiento», (W3: 261).

hecho de soñar, sino la cosa soñada, esta conserva sus peculiaridades en virtud de ningún otro hecho que el de soñarse que las poseía. De esta manera, podemos definir lo real como aquello cuyos caracteres son independientes de lo que cualquiera pueda pensar que son.

Pero, no importa lo satisfactoria que pueda encontrarse una definición así, sería un gran error el suponer que aclara perfectamente la idea de realidad. Apliquemos aquí, entonces, nuestras reglas⁵. Según estas, la realidad, al igual que cualquier otra cualidad, consiste en los peculiares efectos sensibles que producen las cosas que participan de ella. El único efecto que las cosas reales tienen es el de causar creencia, porque todas las sensaciones que ellas provocan emergen en la conciencia en forma de creencias. Por lo tanto, la cuestión es cómo distinguir la creencia verdadera (o creencia en lo real) de la creencia falsa (o creencia en la ficción). Ahora bien, como hemos visto en el ensayo anterior⁶, las ideas de verdad y falsedad, en su pleno desarrollo, pertenecen exclusivamente al método científico de establecer la opinión. Una persona que, arbitrariamente, elige las proposiciones que adoptará solo puede usar la palabra verdad para enfatizar la expresión de su determinación a adherirse a su elección. Claro que el método de la obstinación nunca prevaleció exclusivamente; la razón es algo demasiado natural para los hombres como para ello. Pero en la literatura de las edades oscuras encontramos algunos ejemplos perfectos de este. Cuando Escoto Erígena está comentando una estrofa poética en que se habla de Heléboro como causante de la muerte de Sócrates, no duda en informar al avezado lector de que Heléboro y Sócrates eran dos eminentes filósofos griegos, ¡y que habiendo este último sido superado en la argumentación por el primero se tomó la cosa muy a pecho y murió por ello! ¿Qué tipo de idea de verdad podría tener un hombre que pudiera adoptar y enseñar, sin la cualificación de un quizás, una opinión tomada tan al azar? El espíritu real de Sócrates, que espero que hubiera estado encantado de haber sido *superado en una argumentación* porque habría aprendido algo de ello, está en un curioso contraste con la ingenua idea

⁵ A continuación reformula lo que dice al final del penúltimo párrafo del epígrafe II de este mismo ensayo, donde Peirce hace un primer planteamiento de la que ha sido denominada máxima del pragmatismo: «De esta forma, llegamos a lo que es práctico y tangible, como la raíz de toda distinción real del pensamiento, no importa lo sutil que pueda ser; y no hay una distinción de significado tan exacta que no consista en nada salvo en una posible diferencia en la práctica.» (W3: 265). Al final de este mismo epígrafe Peirce ofrece la expresión aquilatada de la citada máxima, que está aplicando aquí para dar una definición de *realidad*: «la regla para alcanzar el tercer grado de claridad de la aprehensión es la siguiente: consideremos qué efectos, que puedan concebiblemente tener repercusiones prácticas, concebimos que tiene el objeto de nuestra noción. Entonces, nuestra noción de estos efectos es la totalidad de nuestra noción del objeto.» (W3: 266).

⁶ «La fijación de la creencia.»

del glosador, para el que la discusión habría sido simplemente una pugna. Cuando la filosofía comenzó a despertar de su prolongado letargo, y antes de que la teología la dominara por completo, parece que la práctica había sido que cada profesor se hiciese con cualquier puesto filosófico previamente desocupado y que pareciese fuerte, se atrincherase en él, y que periódicamente hiciera incursiones para batallar con otros. Por ello, incluso los escasos datos que poseemos de aquellas disputas nos permiten articular más de una docena de opiniones sustentadas por diferentes profesores en algún momento respecto a la cuestión del nominalismo y el realismo. Leamos la parte inicial de la *Historia Calamitatum* de Abelardo²⁸, que era ciertamente tan filosófico como cualquiera de sus contemporáneos, y observemos el espíritu de combate que exhala. Para él, la verdad es simplemente su alcázar particular. Cuando el método de autoridad prevalecía, la verdad significaba poco más que la fe católica. Todos los esfuerzos de los doctores escolásticos se dirigen a la armonización de su fe en Aristóteles y su fe en la Iglesia, y uno puede revisar concienzudamente sus abultados folios sin encontrar ningún argumento que vaya más allá. Es destacable que, donde florecen fes diferentes unas junto a otras, los renegados son vistos con desdén incluso por el partido cuya creencia adoptan; con tal ahínco que la idea de lealtad reemplazó a la de búsqueda de la verdad. Desde el tiempo de Descartes, el defecto en el concepto de la verdad ha sido menos aparente. Aún así, a veces le sorprenderá al científico que los filósofos se hayan mostrado menos decididos en hallar lo que los hechos sean, que en investigar qué creencia está en una mayor armonía con su sistema. Es difícil convencer a un seguidor del método *a priori* aduciendo hechos; pero muéstrele que una opinión que defiende es inconsistente con algo que haya planteado en otro lugar, y estará más que dispuesto a retractarse de ella. Estas mentes no parecen creer que la disputa cesará algún día; parecen pensar que la opinión que es natural para una persona no lo es para otra, y que la creencia, en consecuencia nunca se resolverá. Al contentarse con fijar sus propias opiniones con un método que conduciría a otra persona a un resultado diferente, traicionan su débil asidero del concepto de lo que la verdad es.

Por otro lado, todos los seguidores de la ciencia están completamente persuadidos de que los procesos de investigación, solo con llevarse lo suficientemente lejos, darán una solución cierta a cada cuestión a la que pudieran aplicarse. Una persona puede investigar la velocidad de la luz estudiando los tránsitos de Venus y la aberración de las

²⁸ Abelard, Pierre. *Ouvrages inédits d'Abelard pour servir à l'histoire de la philosophie scolastique en France*. Editado por Victor Cousin. Paris, Imprimerie Royale, 1836.

estrellas; otra por medio de las contraposiciones de Marte y los eclipses de los satélites de Júpiter; una tercera por el método de Fizeau; una cuarta por el de Foucault; una quinta por los movimientos de las curvas de Lissajous; una sexta, una séptima, una octava, y una novena pueden seguir los diferentes métodos de comparación de las medidas de la electricidad estática y dinámica. Puede que al principio obtengan resultados diferentes pero, a medida que cada una de ellas perfeccione su método y sus procesos, los resultados se moverán uniformemente juntos hacia un centro destinado. Así es con toda la investigación científica. Diferentes mentes pueden partir con los puntos de vista más antagónicos, sin embargo el progreso de la investigación les lleva con una fuerza exterior a una y la misma conclusión. Esta actividad del pensamiento por la que nos vemos llevados, no a dónde deseamos, sino a una meta pre-ordenada, es como la operación del destino. Ninguna modificación del punto de vista adoptado, ninguna selección de otros hechos para su estudio, ninguna inclinación natural de la mente, puede permitir a una persona escapar de la opinión predestinada. Esta gran ley está encarnada en el concepto de la verdad y de la realidad. La opinión que está destinada⁷ a ser finalmente aceptada por todos los que investigan, es lo que significamos por verdad, y el objeto representado en esta opinión es lo real. Así es cómo yo explicaría la realidad.

Pero puede decirse que esta opinión está en oposición directa con la definición abstracta que hemos dado de realidad, en la medida que hace que los caracteres de lo real dependan de lo que finalmente se piense acerca de ellos. Sin embargo, la respuesta a esto es que, por un lado, la realidad es independiente, no necesariamente del pensamiento en general, sino solo de lo que tú o yo o cualquier número finito de personas pueda pensar acerca de ella; y que, por otro lado, aunque el objeto de la opinión final dependa de lo que esa opinión sea, lo que esa opinión sea no depende de lo que tú o yo o cualquier persona piense. Nuestra perversidad, y la de los otros, puede posponer indefinidamente el establecimiento de la opinión; incluso pudiera concebiblemente causar que una proposición arbitraria sea universalmente aceptada mientras la humanidad dure. Sin embargo, incluso eso no cambiaría la naturaleza de la creencia, que solo puede ser el resultado de la investigación llevada lo suficientemente

⁷ Destino significa meramente aquello que es cierto que llegará a ser verdad, y que de ninguna manera puede evitarse. Es una superstición suponer que un cierto tipo de acontecimientos están destinados siempre, y es otra suponer que la palabra destino nunca pueda librarse de su tinte supersticioso. Todos estamos destinados a morir. [*Nota de Peirce*].

lejos; y si, tras la extinción de nuestra especie, surgiera otra con facultades y disposición para la investigación, aquella opinión verdadera debe ser a la que llegaría finalmente. «La verdad, aplastada en la tierra, se alzaría de nuevo⁸», y la opinión que finalmente resultaría no dependerá de cómo cualquiera pueda, de hecho, pensar. Pero la realidad de aquello que es real depende del hecho real de que la investigación está destinada a conducir, al final, si se continúa lo suficiente, a la creencia en ella.

Pero puede preguntárseme qué tengo que decir a todos los pequeños hechos de la historia, olvidados para nunca ser recuperados, a todos los libros perdidos de los antiguos, a los secretos enterrados.

Muchas gemas serenas del más puro rayo
Las oscuras, insondables grutas del océano albergan;
Muchas flores nacen para florecer inadvertidas,
Y perder su dulzor en el aire del desierto⁹.

¿No existen realmente estas cosas porque están, sin esperanza, más allá del alcance de nuestro conocimiento? Y después, una vez que el universo esté muerto (de acuerdo con las predicciones de algunos científicos), y toda vida haya cesado para siempre, ¿no continuará la colisión de los átomos aunque no haya mente que lo sepa? A esto respondo que, aunque en ningún estado posible de conocimiento puede número alguno ser lo suficientemente grande para expresar la relación entre la cantidad de lo que resta por conocer y la cantidad de lo conocido, sin embargo, no es filosófico suponer que, respecto a cualquier cuestión dada (que tenga cualquier significado claro), la investigación no proporcionaría una solución para ella, si se llevase lo suficientemente lejos. ¿Quién hubiera dicho, hace unos pocos años, que pudiéramos llegar a saber de qué sustancias están hechas las estrellas cuya luz puede haber tardado más en llegar hasta nosotros de lo que la especie humana ha existido? ¿Quién puede estar seguro de lo que no sabremos dentro de unos pocos cientos de años? ¿Quién puede aventurar cuál sería el resultado de continuar la empresa de la ciencia durante diez mil años, con la actividad de los últimos cien? Y si fuera a continuar un millón, o un billón, o cualquier número de años que quieras, ¿cómo es posible decir que haya cuestión alguna que no sea resuelta finalmente?

⁸ Verso del poema *Campo de batalla* (Battlefield), que el poeta norteamericano William Cullen Bryant escribió en 1839.

⁹ Estrofa de la *Elegía escrita en el camposanto de una iglesia rural* (Elegy written in a country churchyard), que el poeta inglés Thomas Gray escribió en 1751.

Pero pudiera objetarse, «¿Por qué darle tanta importancia a estas remotas consideraciones, especialmente cuando es tu principio que solo las distinciones prácticas tienen significado?» Bueno, debo confesar que supone muy poca diferencia que digamos si una piedra en el fondo del océano, en la completa oscuridad, brilla o no – es decir, que *probablemente* no supone ninguna diferencia, recordando siempre que esa piedra *pudiera* ser pescada mañana. Pero que haya gemas en el fondo del mar, flores en el desierto no hollado, etc., son proposiciones que, como aquella acerca de un diamante que es duro cuando no se le raya, conciernen mucho más a la disposición de nuestro lenguaje que al significado de nuestras ideas.

Sin embargo, me parece que, gracias a la aplicación de nuestra regla, hemos alcanzado una aprehensión tan clara de lo que significamos por realidad, y del hecho sobre el que descansa la idea, que no deberíamos, quizás, tener esta pretensión tan grande como singular, si fuéramos a ofrecer una teoría metafísica de la existencia que fuera universalmente aceptada por aquellos que emplean el método científico de fijar la creencia. Sin embargo, como la metafísica es una materia mucho más curiosa que útil, cuyo conocimiento, como el del arrecife sumergido, nos sirve principalmente para evitarla, no molestaré al lector con ninguna Ontología más por el momento¹⁰.

2.4 Significado, realidad, tiempo¹¹

Las dificultades y las dudas de los lógicos comienzan con preguntas sobre la realidad. Estas preguntas no pueden evitarse sin dejar de reflexionar. Pronunciarlas

¹⁰ El texto continúa y concluye con los siguientes párrafos, que nos parece que no añaden nada al tema de la realidad respecto a la lógica: «Ya me he visto conducido por ese camino más lejos de lo que yo deseaba; y he ofrecido al lector una dosis tal de matemáticas, de psicología, y de todo lo que es más abstruso, que temo que me haya abandonado ya, y que lo que estoy escribiendo ahora sea exclusivamente para el tipógrafo y el corrector de pruebas. Me confíe a la importancia del tema. No hay ningún Camino Real para la lógica, y las ideas realmente valiosas solo pueden tenerse a expensas de una atención minuciosa. Sin embargo, sé que en el asunto de las ideas el público prefiere lo barato y desagradable; y en mi próximo escrito voy a regresar a lo fácilmente inteligible, y a no alejarme más de ello. El lector que se ha tomado la molestia de leer el escrito de este mes, será recompensado en el próximo cuando vea la belleza con que, lo que se ha desarrollado de esta tediosa manera, puede aplicarse a la comprobación de las reglas del razonamiento científico... Hasta ahora no hemos cruzado el umbral de la lógica científica. Es ciertamente importante saber cómo aclarar nuestras ideas, pero pueden ser de lo más claro sin ser verdaderas. Cómo hacerlas verdaderas es lo que tenemos que estudiar a continuación. Cómo alumbrar esas ideas vitales y fecundas que se multiplican en mil formas y se difunden por todas partes, promoviendo la civilización y dignificando al hombre, es un arte que aún no se ha reducido a reglas, pero de cuyo secreto la historia de la ciencia proporciona algunas pistas.» (*W3*: 275-276).

¹¹ Se corresponde con el WMS198 en la edición de *W3*: 38-39; que añade la página 9 de R396 al final del R374. Titulado por Peirce «Sobre la realidad» y fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. En nuestra opinión concluye acertadamente con el tema de la realidad y conecta con el capítulo siguiente sobre el tiempo y el pensamiento, además de proporcionar unos sugerentes apuntes acerca del concepto de significado.

incontestables es una hipótesis metafísica sin justificación; sin embargo, no se ha llegado a acuerdo alguno respecto a la respuesta, y a lo que los hombres no pueden llegar a acuerdo no puede decirse de ninguno de ellos que lo sepa.

La primera de estas preguntas es lo que significamos por realidad; y para responder a esto es necesario investigar lo que el significado es en general.

Una palabra tiene significado solo en tanto es traducida a un pensamiento; es decir, debe de alguna forma entrar en una mente antes de que, *actualmente*, tenga un significado. Un pensamiento es algo que sentimos que tenemos; al menos, este es el caso habitualmente y las excepciones pueden ser consideradas convenientemente por separado. Y, o bien no excluyo estas excepciones o bien no las admito; pero si son posibles y ocurren actualmente, entonces este proceso de pensamiento que tiene lugar inconscientemente, como mínimo, lleva a unos resultados que son conscientemente pensados o todos admitirán que no son nada. Pueden, entonces, considerarse como las operaciones de un ingenio de cálculo que son procesos de pensamiento solo en un sentido derivado; es decir, son pensados solo en el sentido de ser aceptados como concordantes con el pensamiento. Estrictamente, entonces, todo pensamiento actual se siente. Ahora, admitamos que cualquier sensación tenga significado en la mente del que la siente, y ese hecho constituirá un pensamiento; por lo que un pensamiento puede ser definido, en primer lugar, como una sensación con un significado.

Para responder a la pregunta qué es el significado, en general, será suficiente establecer cómo una sensación puede tener significado. Para determinar esto, primero es necesario observar que toda sensación es en sí misma bastante incompleja. Es verdad, una sensación puede ser muy complicada; pero su reconocimiento como tal es un acto de reflexión, un pensamiento sobre la sensación. La sensación, en la medida en que estaba inmediatamente presente a sí misma y era independiente de su análisis, no era compleja. Por lo que la pregunta es, ¿cómo puede una sensación incompleja tener significado? Se puede llevar la cuestión a este punto, también, de otra manera. Toda sensación es compleja o incompleja. La única forma de tener significado, que es peculiar de las sensaciones complejas, es por una complicación del significado de sus partes. La primera cuestión, en consecuencia, es, como antes, cómo una sensación incompleja puede tener significado.

Para que una sensación incompleja tenga un significado, debe, en primer lugar, considerarse que tiene un significado. Esto implica mucho. No puede tener ningún

significado que no se considere que tenga. Se debe considerar que se refiere a algún objeto definido; este objeto debe él mismo ser algún objeto inmediato de la conciencia, alguna otra sensación en cuya ocasión la sensación en cuestión surge. No será necesario, sin embargo, que esta ocasión sea cualquier sensación actual; será suficiente si es algo presente virtualmente en la conciencia justo antes. Ni tampoco será necesario que fuera claramente aprehendido; será suficiente si está presente, en cualquier grado, en la conciencia. Así, una determinada complicación de sensaciones puede originar una sensación que es un signo de esa complicación particular. Ahora bien, esta complicación no fue sentida actualmente excepto por esta misma sensación, ni, quizás, tampoco entonces muy claramente, aun así es suficiente que *se sostenga que* hay algún elemento en la preexistente condición de sensación que indique a la sensación hacer que esta sensación signifique eso. La sensación no debe solo referirse a algunos objetos aprehendidos, sino que debe haber alguna regularidad aprehendida en su aplicación a los objetos. Las sensaciones que son sus objetos deben verse (no importa cuán tenuemente) que tienen algo en común.

Finalmente¹², pongamos el énfasis en *sostenerse que*. Puesto que para que una sensación signifique cualquier cosa debe *sostenerse* que significa algo. Es decir, debe haber otra sensación que significa que esta significa algo y, de hecho, debe haber una serie infinita de estas sensaciones. En otras palabras, el presente no significa nada excepto en la medida que apela al futuro. Lo que llamamos el presente es necesariamente pasado. El tiempo no se detendrá para que nosotros pensemos o, mejor aún, presentado el asunto más filosóficamente, una sensación no es una sensación hasta que haya una serie infinita de sensaciones entre esa sensación y el presente. En otras palabras, el pensamiento no puede ser comprendido en los términos de las sensaciones que son sus elementos últimos, es un continuo de sensaciones, y se relaciona con una sensación como una línea a un punto.

¹² Este último párrafo pertenece a la página 9 de R396. Todo lo anterior a R374.

Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento

3.1 La concepción del tiempo, esencial en lógica¹

La investigación, si se lleva lo suficientemente lejos, conducirá inevitablemente a cualquier mente a una creencia destinada, hayan sido las que hayan sido las opiniones al comienzo. Consiguientemente, deben surgir nuevos elementos del pensamiento durante el proceso; y a estos se les denomina *sensaciones*. Todo pensamiento, que no sea una sensación, está determinado por algo que estaba previamente en la mente. Estos pensamientos también deben entrar en el proceso de la investigación, o, si no, seríamos perfectamente pasivos en el asunto y no habría distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación, lo cual se presupone en la lógica.

Toda mente que pasa de la duda a la creencia debe tener ideas que se siguen unas a otras en el tiempo; toda mente que razona debe tener ideas que no solo siguen a otras sino que están causadas por ellas; y toda mente que es capaz de realizar una crítica lógica de sus inferencias debe ser consciente de esta influencia de una idea sobre otra.

Una asociación entre ideas en el tiempo está, por esto, presupuesta en la noción de una mente lógica; pero ¿necesita progresar este tiempo por un flujo continuo en vez de dar pasos discontinuos?

Un *continuo* (como de hecho lo son el tiempo y el espacio) se define como algo de lo que cualquier parte de ello, no importa lo pequeño que sea él mismo, tiene partes del mismo tipo. El punto del tiempo o del espacio no es nada sino el límite ideal hacia el que nos aproximamos al dividir el tiempo o el espacio sin alcanzarlo nunca y, consiguientemente, nada es verdad de un punto que no lo sea de un espacio o un tiempo, excepto que es el límite ideal. Un *cuanto discontinuo*, por otro lado, a diferencia de un continuo, tiene partes últimas, que difieren de todas las partes mayores en su separación absoluta unas de otras. Es decir, ninguna de esas dos partes tiene nada en común.

¹ WMS237; *W3*: 102-104. «Capítulo IV. La concepción del tiempo esencial en lógica». 1-2 Julio 1873. Lo presentamos como primer apartado de este capítulo, sin respetar el orden cronológico respecto al siguiente manuscrito en *W3*, porque nos parece que enlaza mejor con el capítulo anterior sobre la realidad. WMS238 es una versión de este mismo, de la misma fecha, y que nos parece menos elaborada por lo que se presenta en el apéndice a este capítulo. Este manuscrito aparece mencionado en *L1873* en la nota 17 al apartado PRAGMATISMO, donde lo relacionan con una serie a la que también pertenecería el manuscrito utilizado para esa sección: «Capítulo V. Que el significado del pensamiento reside en su referencia al futuro». Nosotros hemos incluido este otro manuscrito como último epígrafe del presente capítulo.

Si la sucesión de imágenes en cualquier mente tuviera lugar siendo una repentinamente reemplazada por otra, el tiempo para esa mente estaría constituido por instantes indivisibles. Todas las ideas estarían absolutamente separadas al estar cada una presente durante un momento y ausente en todos los otros momentos. Las ideas de momentos diferentes estarían separadas unas de otras y no serían individualmente la misma, ni siquiera si no difirieran en ningún otro aspecto que el de ser sentidas en momentos diferentes. La consecuencia sería que las ideas presentes en momentos diferentes nunca podrían ser unidas en la mente para ser comparadas, porque cuando cualquiera de ellas estuviera presente la otra estaría ausente. Nunca podrían pensarse, en consecuencia, como semejantes. Pero una idea no tiene existencia excepto en la medida que es pensada, de forma que solo es lo que se piensa que es cuando está presente en la mente. Dos ideas presentes en momentos diferentes no podrán tener, en consecuencia, parecido. Se sigue que ninguna idea podría determinar a otra, porque esto implica que una sigue a la otra según una regla general, por la que toda idea similar sería seguida por una similar consiguiente, pero donde no hay similitud no hay regla general. Una mente tal podría, ciertamente, no ser una mente lógica. De hecho, si, como parece natural admitir, las semejanzas y las diferencias solo pueden ser conocidas por un proceso de comparación, [la mente]² no podría tener ninguna conciencia.

Abandonando esta noción, entonces, contemplemos la opuesta, que el flujo del tiempo es continuo. En este caso no debemos decir que nada está presente excepto el instante fugaz, un punto del tiempo. Porque entonces no habría presente. Puesto que un punto del tiempo no difiere en ningún aspecto de un intervalo, excepto en que es el límite ideal. Y si nada está presente durante un período cualquiera de tiempo, nada está presente en un instante. La verdadera noción es que las ideas de un minuto están presentes en el minuto y que estas están presentes por medio de las ideas que ocupan los segundos de ese minuto. Estas últimas están menos mediatamente presentes que las anteriores; y, a su vez, se hacen presentes por medio de las ideas de momentos más diminutos. Sin embargo, lleva la división lo lejos que puedas, nunca alcanzarás una idea que esté inmediatamente presente en su totalidad. No puede haber conciencia en un instante, pero una idea ocupa tiempo. Experimentamos o pasamos por los pensamientos

² Añadido aclaratorio del traductor.

como lo hacemos con los sucesos de un día o un año, sin tener en ningún momento uno de ellos presente³.

Estamos familiarizados con el hecho de que una idea, que presente alguna dificultad, necesita tiempo para su formación. Pero este no es el hecho del que tengo referencia ahora. No solo toma tiempo el que una idea crezca sino que, después de que ese proceso se haya completado, la idea no puede existir en un instante. Durante el tiempo de su existencia no será siempre la misma sino que sufrirá cambios. De esta manera, si pienso en un triángulo isósceles, el ángulo opuesto a la base puede variar mientras la imagen me es presente. Durante todo el tiempo pueden haber estado presentes todas las formas de un triángulo isósceles; durante una parte del tiempo solo los triángulos con los ángulos agudos y durante la parte restante solo los triángulos con los ángulos obtusos. De esta forma, la semejanza de los dos tipos de triángulos isósceles puede percibirse porque ambos entran en la conciencia prolongada del triángulo isósceles en general. Parece no haber otra manera en que las semejanzas y otras relaciones entre ideas puedan percibirse.

Por ello, parece que, puesto que todas las ideas ocupan tiempo, entonces todas las ideas son más o menos generales e indeterminadas, las nociones más amplias ocupando intervalos más amplios.

Puede, quizás, ser que, no obstante⁴, una conciencia se extienda durante algo más que un intervalo limitado de tiempo. Pero, entonces, [tenemos]⁵ la memoria de una idea que permanece después de que pueda ser comparada directamente con ella, en la medida en que puede haber una idea que las abarca a ambas. Y cuando este ya no es el caso, la memoria en un momento puede ser comparada, de la misma manera, con la memoria en otro momento⁶.

³ En este lugar de la transcripción del manuscrito aparece la siguiente anotación de los editores de *W3*: [Copiar A]; que transcribe una desvaída anotación que se atribuye a Peirce dentro del manuscrito. 'A' es lo que viene en la página siguiente del manuscrito y está fechado el 2 de julio. Hemos seguido esta indicación, por lo tanto lo que hubiera venido a continuación aparece en la siguiente nota a pie de página, como una versión tentativa del final de este texto.

⁴ Los editores de *W3* hacen aquí una pequeña alteración al orden del manuscrito original. Hemos optado por respetar el orden de este último.

⁵ Añadido aclaratorio del traductor.

⁶ Continuación del texto, antes de 'A, 2 de julio 1873': «Mi idea puede ser la de un triángulo isósceles, y el ángulo opuesto a la base puede, mientras la idea está presente, aumentar gradualmente de 0° a 180°. En este caso, durante todo el tiempo, he tenido la idea general de un triángulo isósceles; y, en los intervalos de ese tiempo, ideas más específicas. Y durante todo el tiempo las imágenes más específicas se presentan como semejantes en algunos aspectos y diferentes en otros.

3.2 Las ideas se siguen unas a otras en el tiempo⁷

Cualquier mente que tenga la capacidad de la investigación y que, en consecuencia, pase de la duda a la creencia, debe hacer que sus ideas se sigan unas de otras en el tiempo. Y si fuera a haber algún tipo de distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación, esta debe tener algún control sobre el proceso. Por lo que debe haber algo tal como la producción de una idea a partir de otra que estaba previamente en la mente. Esto es lo que ocurre en el razonamiento, donde la conclusión es traída a la mente por las premisas. Podemos imaginar una mente que razonase y que no supiera nunca que razonaba; no percatándose nunca de que su conclusión era una conclusión, o que se derivaba de algo que iba antes. Para tal mente podría haber un método correcto y un método incorrecto de pensamiento; pero no podría percatarse de que hubiera tal distinción, ni criticar en ninguna medida sus propias operaciones. Para estar capacitada para la crítica lógica, la mente debe percatarse de que una idea está determinada por otra. Ahora bien, cuando esto ocurre, tras la primera idea viene la segunda. Hay un proceso que sólo puede tener lugar en un espacio de tiempo; pero una idea no está presente en la mente durante un espacio de tiempo – al menos no durante el espacio de tiempo en que esta idea es reemplazada por otra; porque cuando el momento de su estar presente pasa, no está ya más en la mente. En consecuencia, el hecho de que una idea sucede a otra no es algo que en sí mismo pueda estar presente en la mente, al igual que no puede decirse que las experiencias de todo un día o de un año están presentes en la mente. Es algo que puede recrearse; pero que no está presente en ningún instante puntual; y que, en consecuencia, no puede estar presente en la mente en absoluto; porque nada es presente salvo el momento pasajero, y lo que contiene. En

Según esta opinión sobre el asunto dos ideas diferentes pueden tener una tercera en común y esto no por una figura del discurso sino literalmente. Las ideas, en consecuencia, pueden ser similares. No son similares en sí mismas pero lo son en una idea más amplia que abarca a ambas.

Un espacio de tiempo puede ser demasiado largo para que lo ocupe ninguna idea. Sin embargo (tenemos), entonces, la memoria de una idea que dura después de que pueda ser comparada directamente con ella durante un rato y, luego, consigo misma. La memoria puede, de esta manera, demostrarse fiable y, más tarde, servir de base. De esta forma, las ideas pueden ser similares en una memoria aceptada en vez de en una idea más amplia.» (*W3*: 104).

⁷ WMS216 en *W3*: 72-75, de 8 de marzo de 1873. El manuscrito original no tiene título. El título «Sobre el tiempo y el pensamiento» lo añadieron los editores de *W3*. Los compiladores de *L1873* en los *CP* lo seleccionaron como contenido de su sección [TIEMPO Y PENSAMIENTO], y lo fragmentaron del 7.346 al 7.353, aunque en su nota 14 aclaran lo siguiente: «Un manuscrito sin título originalmente en un párrafo. La fecha es difícilmente legible, pero probablemente es 6 de Marzo, 1873. Un manuscrito con fecha 8 de Marzo, 1873, parece ser un borrador alternativo, pero en la opinión del editor el manuscrito que se imprime aquí es superior al borrador posterior.» Estamos de acuerdo con esta afirmación por lo que el texto alternativo que mencionan, correspondiente a WMS215 en *W3* lo hemos incluido en el apéndice a este capítulo. Asimismo, los compiladores de *L1873*, o alguien, anotaron en el encabezamiento de este manuscrito (WMS216): «La continuidad de la vida mental».

consecuencia, el único modo en que podemos percatarnos de un proceso de inferencia, o de cualquier otro proceso, es porque produce alguna idea en nosotros. En consecuencia, no sólo es necesario que una idea produzca otra; sino que es también requisito el que un proceso mental produzca una idea. Estas tres cosas deben encontrarse en toda mente lógica: Primero, ideas; segundo, determinaciones de ideas por ideas previas; tercero, determinaciones de ideas por procesos previos. Y no se encontrará nada que no aparezca bajo uno de estos tres encabezamientos. La determinación de una cosa por otra, no sólo implica que esta se sigue de la otra, sino que se sigue de acuerdo con una regla general, a consecuencia de la cual, a toda idea tal le seguiría tal otra. Por lo que no puede haber determinación de una idea por otra excepto en la medida en que las ideas pueden distribuirse en clases, o tener algunas semejanzas. Pero, ¿cómo puede una idea asemejarse a otra? Una idea no puede contener nada salvo lo que está presente a la mente en esa idea. Dos ideas existen en momentos diferentes; consiguientemente, lo que está presente en la mente en una idea, está presente sólo en ese momento, y está ausente en el momento en que la otra idea está presente. Por lo que, literalmente, una idea no contiene nada de otra idea; y en sí mismas no pueden tener semejanza. Ciertamente no se asemejan la una a la otra excepto en la medida en que la mente pueda detectar una semejanza; porque existen solo en la mente y no son nada salvo lo que se piensa que son. Ahora bien, cuando cada una idea está presente en la mente, la otra no está en la mente en absoluto. Ninguna referencia a ella está en la mente, y ninguna idea de ella está en la mente. Por lo que de ninguna de las dos ideas, cuando está en la mente, se piensa que se asemeja a la otra que no está presente en la mente. Y una idea no puede ser pensada excepto cuando está presente en la mente. Y, en consecuencia, no puede pensarse que una idea se asemeje a otra, hablando estrictamente. Para escapar de esta paradoja, veamos cómo hemos sido llevados a ella. La causalidad supone una regla general y, por lo tanto, similitud. Ahora bien, en la medida en que suponemos que lo que está presente en la mente en un momento es absolutamente distinto de lo que está presente en la mente en otro momento, nuestras ideas son absolutamente individuales y sin similitud alguna. Por lo tanto, es necesario que concibamos un proceso como presente en la mente. Y este proceso consiste de partes que existen en diferentes momentos y de una forma absolutamente distinta. Y durante el tiempo que una parte está en la mente, la otra no está en la mente. Para unir las, tenemos que suponer que hay una conciencia que atraviesa el tiempo. Por lo que de la sucesión de ideas que ocurre en un segundo del tiempo, no hay más que una conciencia; y de la sucesión de ideas que

ocurre en un minuto de tiempo, hay otra conciencia, y de esta manera, quizás, indefinidamente. Por lo que puede que haya una conciencia de los acontecimientos que ocurrieran en un día completo o en toda una vida. Según esto, dos partes de un proceso separado en el tiempo, aunque están absolutamente separadas, en la medida en que hay conciencia de la una, de la que la otra está completamente excluida, sin embargo, no están separadas, en la medida en que hay una conciencia más general de las dos juntas. Esta concepción de la conciencia es algo que requiere tiempo. Parece imponérsenos para escapar de las contradicciones que acabamos de encontrar. Y si la conciencia tiene una duración, entonces no hay nada que sea una conciencia instantánea; sino que toda conciencia se refiere a un proceso. Y ningún pensamiento, por simple que sea, está, en ningún momento, presente en la mente en su totalidad, sino que es algo que vivimos o experimentamos como hacemos con los acontecimientos de un día. Y como las experiencias de un día están hechas de las experiencias de espacios de tiempo más cortos, así cualquier pensamiento está hecho de pensamientos más especiales que, a su vez, están hechos de otros y así indefinidamente. Puede ser, de hecho, muy probablemente, que haya algún espacio mínimo de tiempo dentro del cual, en algún sentido, sólo pueda existir un pensamiento indivisible y como no sabemos nada de ese hecho en la actualidad, podemos contentarnos con la concepción más simple de una continuidad indefinida en la conciencia. Puede verse fácilmente que, cuando esta concepción se comprende, el proceso de la determinación de una idea por otra resulta explicable. Lo que está presente en la mente durante la totalidad de un intervalo de tiempo es algo que, generalmente, consiste de lo que había en común en lo que estaba presente en la mente durante las partes de ese intervalo. Y lo mismo puede ocurrir con aquello que está presente en la mente durante cualquier intervalo de tiempo; o, si no lo mismo, al menos algo parecido – es decir, los dos pueden ser tales que tengan mucho en común. Estos dos pensamientos, que son similares, pueden estar seguidos por otros que sean similares y acordes con una ley general por la que a todo pensamiento similar a cualquiera de estos le sigue otro similar a aquellos que le siguen. Si pensamientos sucesivos tienen algo en común, puede que pertenezca a cada parte de estos pensamientos, por pequeña que sea, y, en consecuencia, puede decirse que está presente en cada instante. A este elemento de la conciencia que pertenece a un todo, solo en la medida en que pertenece a sus partes, se le denomina la materia del pensamiento. Hay, además de esto, una causalidad, que atraviesa nuestra conciencia, por la que el pensamiento de cualquier momento singular determina el pensamiento del momento

siguiente, no importa lo pequeños que puedan ser estos momentos. Y esta causalidad es, necesariamente, de la naturaleza de una reproducción; porque si un pensamiento de un tipo determinado continúa durante una determinada medida de tiempo, como debe hacerlo para llegar a la conciencia, el efecto inmediato que produce esta causalidad debe también estar presente durante todo el tiempo, por lo que es una parte de ese pensamiento. Por lo tanto, cuando este pensamiento cesa, aquello que continúa tras él en virtud de esta acción es una parte del pensamiento mismo. Adicionalmente a esto debe haber un efecto producido por el hecho de que se siga una idea de una idea diferente; de otra forma no habría proceso de inferencia excepto el de la reproducción de las premisas.

3.3 Que la significancia del pensamiento reside en su referencia al futuro⁸

En toda mente lógica debe haber primero, ideas; segundo, reglas generales según las cuales una idea determina a otra, o hábitos de la mente que conectan las ideas; y tercero, procesos con los que se establecen tales conexiones habituales.

Una creencia es una conexión habitual de ideas. Por ejemplo, decir que yo creo que el ácido prúsico es un veneno, es decir que cuando me ocurra la idea de beberlo, la idea del mismo como veneno, junto con todas las otras ideas que siguen a esta, surgirá en mi mente. Entre estas ideas, u objetos presentes ante mí, está el sentido de negarme a beberlo. Esto, si estoy en una condición normal, será seguido por una acción de los nervios, cuando sea necesario, que apartará la taza de mis labios. Parece probable que toda conexión habitual de ideas pueda producir un efecto tal sobre la voluntad. Si esto es realmente así, una creencia y una conexión habitual de ideas son una y la misma cosa.

En una mente que sea capaz de una crítica lógica de sus creencias debe haber una sensación de creer, que servirá para mostrar qué ideas están conectadas. El reconocimiento de que dos objetos presentes se vinculan como uno es un juicio. Todas las ideas surgen en los juicios. Este es claramente el caso si están causadas por ideas previas. Si son sensaciones, entonces inmediatamente causan otras ideas y se conectan con estas en los juicios. El valor intelectual de las ideas reside evidentemente en las

⁸ WMS239 en *W3*: 107-108, fechado, sin precisión, en el verano de 1873. Los compiladores de *L1873* lo incluyeron completo (7.358-7.361) en el último apartado de aquella selección, aunque lo encabezaron con el título [PRAGMATISMO]. En su nota 17 lo relacionan con WMS237, que hemos incluido como primer epígrafe de este capítulo.

relaciones de unas con otras en los juicios y no en sus cualidades en sí mismas. Todo lo que me parece azul puede parecer rojo y *viceversa* y, sin embargo, todo lo que ahora encuentro verdadero de esos objetos, lo encontraría igualmente verdadero entonces, si nada más cambiase. Aún percibiría las mismas distinciones en las cosas que percibo ahora. El significado intelectual de las creencias reside totalmente en las conclusiones que puedan sacarse de ellas y, en última instancia, en sus efectos sobre nuestra conducta⁹. Porque no parece haber ninguna distinción importante entre dos proposiciones que no pueda dar nunca resultados prácticos diferentes. Únicamente la diferencia en la facilidad con que una conclusión se pueda alcanzar a partir de dos proposiciones, debe considerarse como una diferencia en sus efectos sobre nuestras acciones.

Se muestra entonces que el significado intelectual de todo pensamiento reside, en última instancia, en su efecto sobre nuestras acciones. Ahora bien, ¿en qué consiste el carácter intelectual de la conducta? Claramente en su armonía con el ojo de la razón; esto es, en el hecho de que la mente al contemplarlo encontrará en él una armonía de propósitos. Con otras palabras, debe ser capaz de una interpretación racional para un pensamiento futuro. Por lo que el pensamiento es racional únicamente en la medida en que se recomienda a sí mismo a un pensamiento futuro posible. O, en otras palabras, la racionalidad del pensamiento reside en su referencia a un futuro posible.

⁹ Primera referencia al contenido de la, denominada, ‘máxima del pragmatismo’, que Peirce denominaba *La regla para alcanzar el tercer grado de claridad en la aprehensión* en «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878). Por este motivo, los compiladores de *L1873* incluyeron este texto en su selección bajo la denominación [PRAGMATISMO].

Capítulo 4. Las categorías

4.1 Introducción¹

En las doctrinas que se han desarrollado hasta ahora, están implícitamente involucradas ciertas concepciones de una aplicabilidad universal y una importancia tales en lógica que propongo considerarlas especialmente en este capítulo bajo el nombre de *Categorías*.

En la opinión final ideal que representaría perfectamente la realidad de las cosas, se resolvería toda duda posible. Se sigue que la realidad es algo enteramente definido. *Ens est unum*². Se puede concebir que un objeto tenga este carácter sin ser real, esto es, sin estar de acuerdo con la opinión a la cual las observaciones están destinadas a tender, y llamaré a esto el *ser* de las cosas. Un grifo *es* un animal fabuloso. Esto es, se supone que un grifo es un objeto definido. Podéis hacer tantas preguntas como queráis sobre un grifo y dar respuestas de acuerdo con alguna regla y si todas las preguntas que pudieran ser inventadas se respondieran así, el animal tendría un ser tan perfecto como si fuera real y, sin embargo, sería una mera criatura de la imaginación.

En toda duda hay algo fijo y algo vago; la cosa de la que dudamos algo es fija, lo que dudamos acerca de ella es vago. Estas dos cosas deben distinguirse igualmente en la convicción en que la duda se resuelve. En consecuencia, todo ser tiene elementos que se distinguen de él pero que le pertenecen, en resumen, tiene *cualidades*.

4.2 Uno, Dos, y tres³

La lógica debe comenzar analizando el significado de ciertas palabras, lo que haremos en su debido orden.

La primera de estas es la palabra ‘es/está’, como cuando decimos, Julio Cesar *está* muerto, el grifo *es* un animal fabuloso, un triángulo de cuatro lados *es* un absurdo, la altura *es* la distancia desde el suelo, nada *es* aquello que no existe. Estos ejemplos son

¹ WMS207, W3: 61; fechado, sin precisión, invierno 1872-73. Titulado por Peirce, «Capítulo __. La lista de categorías». Un breve manuscrito que muestra cómo pensaba desarrollar este tema en el proyecto de libro de 1873, sin embargo, no llega a completarlo por lo que hemos escogido para completar el cuerpo principal de este capítulo su conocido ensayo anterior, «Sobre una nueva lista de categorías» de 1867; que vendrá más adelante.

² «...*quod libet ens est unum, verum, bonum*». Doctrina de los trascendentales de la escolástica, retomada por Kant en la *Crítica de la razón pura*.

³ WMS144, W2: 103-104; fechado, sin precisión, Verano-Otoño 1867. Un breve manuscrito, algo posterior a su presentación, «Sobre una nueva lista de categorías». Completa lo que Peirce tenía que decir sobre este tema en estos años, de acuerdo con el material disponible.

suficientes para mostrar que aplicamos esta palabra a todo aquello a lo que damos un nombre, exista o no, o consideremos que existe o no.

A la palabra *es* los lógicos la llaman la *cópula* porque une sujeto y predicado. A aquello que es, en el sentido de la *cópula*, los escolásticos lo denominaron *ens* (pl.: *entia*), y el correspondiente nombre abstracto que usaron fue *entitas*. En este, como en muchos otros casos, hemos adoptado en inglés [español] el nombre abstracto en un sentido concreto, y podemos, en consecuencia, hablar de entidades. Al mismo tiempo hemos olvidado el significado general propio que se asignaba a esta palabra en la Edad Media, que denotaba todo lo que podía ser nombrado, y la empleamos en lugar de lo que entonces se habría denominado *ens reale*. Por ello, a menudo, oímos que se vilipendia a los escolásticos porque ellos consideraban que las abstracciones eran “entidades”, sin embargo, en su sentido del término no se puede disputar que una abstracción es un *ens*. Es verdad que ellos utilizan, con frecuencia, la palabra *ens* cuando quieren significar, simplemente, *ens reale*, pero solo en aquellos casos en los que no puede haber duda de lo que ellos significan; y era universal considerar que *entia* abarcaba no solo a los *entia realia* sino, también, a los *entia rationis*. Propongo devolver al término *ens* o *entidad* su sentido original de todo aquello que puede nombrarse o de lo que puede hablarse. Me aplicaré, todo lo posible, a reservar la palabra *ser*, y otros derivados de *es*, para expresar esta misma concepción; sin embargo, estas palabras deben ser, de alguna manera, ambiguas.

Puede observarse que *entidad* es un nombre tan extremadamente general que no tiene un negativo que se le oponga. Podemos hablar de una no-entidad, pero, entonces, como le hemos dado un nombre, también, es una entidad.

En contraste con este ser general que se confiere por nuestro mero pensamiento de un objeto, está el ser de las cosas reales que es totalmente independiente de lo que pensemos.

Designaremos esto con ‘realidad’ y sus cognados; y emplearemos ‘invención’ y ‘ficción’ para denotar aquello que es inexistente, sin significar que implicamos que esta concepción ha sido una invención deliberada.

Es importante observar que la diferencia esencial entre una realidad y una irrealidad, es que la primera tiene una existencia totalmente independiente de lo que tú o yo, o

cualquier número de hombres, pueda pensar acerca de ella⁴. Lo que yo sueño, por ejemplo, solo existe en la medida que mi imaginación soñadora lo produce. Pero el hecho de que he tenido tal sueño, sigue siendo verdad reflexione o no reflexione acerca de ello en algún momento. En consecuencia, el sueño, como un fenómeno mental, es una realidad; pero la cosa soñada es una ficción. Si alguna vez existió un hombre tal que Rómulo, habría existido igualmente aunque la historia no lo hubiera mencionado nunca; pero si no es una realidad, existe solo en las fabulas que se han contado sobre la fundación de Roma. Cuando Gray⁵, dice,

Muchas gemas serenas del más puro rayo
Las oscuras, insondables, grutas del océano albergan;
Muchas flores brotan para florecer inadvertidas,
Y perder su dulzor en el aire del desierto.⁶

Él expresa con precisión el carácter esencial de la realidad. Pero cuando nosotros decimos que lo real es aquello que es independiente de cómo tú o yo, o cualquier número de hombres, pensemos acerca de ello, sin embargo, aún, nos queda por analizar la concepción de ser independiente. Antes de hacer ese análisis, debemos considerar la concepción de *uno, dos y tres*.

Hemos visto que *ens* es algo a lo que se puede aplicar la cópula *es*. Pero *es* es una palabra cuyo significado no está completo en sí mismo. No significa nada decir que algo *es* (en el sentido de la cópula) a menos que diga lo que es; puesto que la única función de la cópula es la de unir sujeto y predicado. Por ello, todo lo que es, es de alguna manera. Este ‘alguna manera’ de la entidad, yo propongo expresarlo con el término *cualidad*. En consecuencia, una *cualidad*, en el sentido muy general en que la emplearé, denota todo lo que puede ser expresado por todo lo que viene tras *es* en una aseveración completa. Entonces, todo *ens* tiene alguna cualidad, porque decir que es un *ens* es decir que puede hacerse el sujeto de una aseveración, y esa aseveración debe tener algún

⁴ La formulación más completa sobre el origen de esta concepción *realista* la encontramos en el ensayo de Peirce sobre el comentario de Fraser a las obras del obispo Berkeley, publicado en la *North American Review* en 1871.

⁵ Thomas Gray (1716-1771), poeta e historiador inglés. A continuación Peirce incluye la estrofa 14 (de un total de 32) de la *Elegía escrita en el camposanto de una iglesia rural*, para ilustrar su concepción de la realidad, en el contexto de una meditación sobre la inevitabilidad de la muerte y la vanidad de las empresas humanas. Este aspecto *romántico* de algunos pensamientos de Peirce aún no ha sido investigado lo suficiente. Esta estrofa la hemos encontrado, antes, en el apartado 3 del capítulo 2, sobre la realidad. La reiteración que hace Pierce de sus ideas fundamentales, consideramos que no es gratuita.

⁶ Peirce desarrolla este argumento acerca de la realidad, y aporta como ilustración la misma estrofa de este poema, en el epígrafe IV de «Cómo aclarar nuestras ideas» en 1878, que hemos incluido en el epígrafe 3 del capítulo 2 de este *Tratado de Lógica*.

predicado. No hay ninguna concepción tan vaga que no pueda aseverarse nada de su objeto, *ya que la primera condición del pensamiento es que alguna cualidad debe ser pensada en el pensamiento.*

4.3 Sobre una nueva lista de categorías⁷

§1. Este escrito se basa en la teoría, ya establecida, de que la función de las concepciones es la de reducir la multiplicidad de las impresiones sensoriales a la unidad, y de que la validez de una concepción consiste en la imposibilidad de reducir el contenido de la conciencia a la unidad sin la introducción de esta misma concepción.

§2. Esta teoría origina una concepción de gradación entre aquellas concepciones que son universales. Ya que una concepción así determinada puede unir la multiplicidad sensorial y, sin embargo, puede requerirse otra para unir la concepción y la multiplicidad a la que se aplica; y así continuamente.

§3. La concepción universal que está más próximo a la sensorialidad es el del *presente, en general*. Esta es una concepción, porque es universal. Pero como el acto de *atención* no tiene connotación alguna, sino que es la pura potencia denotativa de la mente, es decir, la potencia que dirige la mente a un objeto, en contraposición a la potencia de pensar cualquier predicado de ese objeto, por lo que la concepción de *aquello que está presente en general*, que no es más que el reconocimiento general de aquello que está contenido en la atención, no tiene connotación y, en consecuencia, tampoco unidad propia. Esta concepción del presente en general, o ELLO⁸ en general, en lenguaje filosófico se expresa con la palabra *sustancia* en uno de sus significados. Antes de que pueda hacerse comparación o discriminación alguna entre aquello que está presente, lo que está presente debe haber sido reconocido como tal, como *ello* y, subsiguientemente, las partes metafísicas que se reconocen por la abstracción se atribuyen a este *ello*, pero el *ello* mismo no puede constituirse en un predicado. Este *ello* no está, así, ni predicado de un sujeto ni en un sujeto y, en consecuencia, es idéntico con la concepción de sustancia.

§4. La unidad a la que el entendimiento reduce las impresiones es la unidad de una proposición. Esta unidad consiste en la conexión del predicado con el sujeto; y, en

⁷ *The American Academy Series*: «Sobre una nueva lista de categorías»; W P32, W2: 49-59; presentado el 14 de mayo de 1867. Existe una traducción anterior al español de la Profesora Pilar Castrillo: *Escritos lógicos*. Madrid: Alianza, 1988.

⁸ Mayúsculas de Peirce, que destacan la importancia fundamental para él de este término.

consecuencia, aquello que está implicado en la cópula, o la concepción de *ser*, es aquello que completa la función de las concepciones de reducir la multiplicidad a la unidad. La cópula (o, más bien, el verbo que es la cópula en uno de sus sentidos) significa que o bien *es de hecho* o bien *sería*, como en las dos proposiciones, «No existe nada que sea un grifo», y «un grifo es un cuadrúpedo alado». La concepción de *ser* contiene únicamente aquella unión de predicado con sujeto en la que concuerdan estos dos verbos. La concepción de *ser*, en consecuencia, llanamente no tiene contenido alguno.

Si decimos «La estufa es negra», la estufa es la *sustancia*, de la que su negrura no ha sido diferenciada, y *es*, mientras que deja la sustancia tal como fue vista, despeja la indeterminación gracias a que se le aplica la *negrura* como predicado.

Aunque *ser* no afecta al sujeto, implica una determinabilidad indefinida del predicado. Porque si uno pudiera conocer la cópula y el predicado de cualquier proposición, como «___ es un hombre con cola», conocería, al menos, que el predicado es aplicable a algo supponible. Por lo tanto, tenemos proposiciones cuyos sujetos son totalmente indefinidos, como «Esto es una hermosa elipse», donde el sujeto es meramente *algo actual o potencial*; pero no tenemos proposiciones cuyo predicado es totalmente indeterminado, porque carecería totalmente de sentido decir, «A tiene los caracteres comunes de todas las cosas», en la medida en que no hay tales caracteres comunes.

Por lo que la *sustancia* y *ser* son el principio y el fin de toda concepción. La sustancia es inaplicable a un predicado y *ser* lo es igualmente a un sujeto.

§5. Los términos *prescisión* y *abstracción*, que fueron con anterioridad aplicados a todo tipo de separación, están ahora limitados, no meramente a la separación mental, sino a aquello que surge de la *atención* a un elemento y de la *omisión* del otro. La atención exclusiva consiste en una concepción definida o *suposición* de una parte de un objeto, sin suposición alguna de la otra. La abstracción o prescisión debiera ser cuidadosamente distinguidas de otros dos modos de separación mental, que pueden denominarse *discriminación* y *disociación*. La discriminación tiene que ver meramente con las esencias de los términos y solo extrae una distinción en el significado. La disociación es esa separación que, en ausencia de una asociación constante, permite la ley de asociación de imágenes. Es la conciencia de una cosa, sin la necesaria conciencia simultánea de la otra. La abstracción o prescisión, en consecuencia, supone una

separación mayor que la discriminación, pero menor que la disociación. Por esto, puedo discriminar el rojo del azul, el espacio del color y el color del espacio, pero no el rojo del color. Puedo prescindir el rojo del azul, y el espacio del color (como es manifiesto del hecho de que yo realmente estoy convencido de que hay un espacio incoloro entre mi cara y la pared); pero no puedo prescindir el color del espacio, ni el rojo del color. Puedo disociar el rojo del azul, pero no el espacio del color, ni el color del espacio, ni el rojo del color.

La precisión no es un proceso recíproco. Es, con frecuencia, el caso que, mientras *A* no puede ser prescindido de *B*, *B* puede ser prescindido de *A*. De esta circunstancia se da cuenta como sigue. Las concepciones elementales surgen únicamente en la ocasión de la experiencia; esto es, son producidos por primera vez según una ley general, cuya condición es la existencia de ciertas impresiones. Ahora bien, si una concepción no reduce las impresiones de las que se sigue a la unidad, es una mera adición arbitraria a estas últimas; y las concepciones elementales no surgen arbitrariamente así. Pero si las impresiones pudieran ser definitivamente comprendidas sin la concepción, esta última no las reduciría a la unidad. Por esto, las impresiones (o las concepciones más inmediatas) no pueden ser definitivamente concebidas ni presentadas, en ausencia de una concepción elemental que las reduzca a la unidad. Por otra parte, cuando se ha obtenido una concepción tal no hay, por lo general, razón alguna por la que las premisas que la han ocasionado no debieran ser omitidas y, en consecuencia, la concepción explicativa puede ser, con frecuencia, prescindida de las más inmediatas y de las impresiones.

§6. Los hechos ahora recogidos proporcionan la base de un método sistemático para indagar todas las concepciones elementales universales que pueda haber intermedias entre la multiplicidad de la sustancia y la unidad del ser. Se ha mostrado que la ocasión para la introducción de una concepción elemental universal es o bien la reducción de la multiplicidad de la sustancia a la unidad, o, si no, la conjunción a la sustancia de otra concepción. Y se ha mostrado, además, que los elementos conjuntados no pueden suponerse sin la concepción, mientras que la concepción puede, por lo general, suponerse sin estos elementos. Ahora bien, la psicología empírica descubre la ocasión de la introducción de una concepción y nosotros solo tenemos que confirmar qué concepción está ya en los datos, que está unida al de sustancia por la primera

concepción, pero que no puede suponerse sin esta primera concepción, para tener la siguiente concepción en el orden del paso del *ser* a la sustancia.

Se puede señalar que, durante este proceso, no se recurre a la *introspección*. No se asume nada respecto a los elementos subjetivos de la conciencia que no pueda ser inferido, con seguridad, a partir de los elementos objetivos.

§7. La concepción de *ser* surge en la formación de una proposición. Una proposición tiene siempre, además de un término para expresar la sustancia, otro para expresar la cualidad de esa sustancia; y la función de la concepción de *ser* es unir la cualidad a la sustancia. La cualidad, en consecuencia, en su sentido más amplio, es la primera concepción en el orden del paso del *ser* a la sustancia.

La cualidad parece, a primera vista, estar dada en la impresión. Estos resultados de la introspección no son dignos de confianza. Una proposición asevera la aplicabilidad de una concepción mediata a una más inmediata. Puesto que esto es *aseverado*, la concepción más mediata se considera, claramente, independientemente de esta circunstancia, porque de otra manera las dos concepciones no se distinguirían, sino que una sería pensada por mediación de la otra, sin que esta última sea, de ninguna manera, un objeto del pensamiento. La concepción mediata, entonces, para poder ser *aseverada* que es aplicable a la otra, debe, primero, considerarse sin relación con esta circunstancia, y tomarse en su inmediatez. Pero, tomada en su inmediatez, trasciende lo que es dado (la concepción más inmediata), y su aplicación a esta última es hipotética. Tomemos, por ejemplo, la proposición «la estufa es negra». Aquí la concepción de *esta estufa* es la más inmediata, la de *negra* la más mediata; para que esta última pueda predicarse de la anterior debe discriminarse de ella y considerarse *en sí misma*, no como aplicada a un objeto, sino simplemente como dando cuerpo a una cualidad, *la negrura*. Ahora bien, esta *negrura* es una especie pura o abstracción, y su aplicación a *esta estufa* es completamente hipotética. Lo mismo se significa con «la estufa es negra», como con «existe negrura en la estufa». *Dar cuerpo a la negrura* es el equivalente de *negro*⁹. La prueba es esta. Estas concepciones se aplican indiferentemente a, precisamente, los mismos hechos. Si, en consecuencia, fueran diferentes, aquella que se aplicase primero colmaría toda función de la otra; por lo que una de ellas sería superflua. Ahora bien, una

⁹ El autor de *De Generibus et Speciebus*, *Ouvrages inédites d'Abelard*, p. 258; está conforme con esto. [Nota de Peirce]. La referencia al Pseudo-Jocelin la encuentra Peirce en: Abelard, Pierre. *Ouvrages inédits d'Abelard pour servir à l'histoire de la philosophie scolastique en France*. Editado por Victor Cousin. Paris: Imprimerie Royal, 1836.

concepción superflua es una ficción arbitraria, mientras que las concepciones elementales surgen solo ante la exigencia de la experiencia; por lo tanto, una concepción elemental superflua es imposible. Además, la concepción de una abstracción pura es indispensable, porque no podemos *comprender* un acuerdo entre dos cosas, excepto como un acuerdo en algún *respecto*, y este respecto es una abstracción pura tal como la negrura. Esta abstracción pura, la referencia a la cual constituye una *cualidad* o atributo general, puede denominarse un *fundamento*.

La referencia a un fundamento no puede ser prescindida de *ser*, pero *ser* puede ser prescindido de ella.

§8. La psicología empírica ha establecido el hecho de que solo podemos conocer una cualidad por medio de su contraste o su semejanza con otra. Por contraste y acuerdo una cosa es referida a un correlato, si podemos utilizar este término en un sentido más amplio que el habitual. La ocasión de la introducción de la concepción de referencia a un fundamento, es la referencia a un correlato y esta es, en consecuencia, la siguiente concepción en el orden [del paso de *ser* a la sustancia]¹⁰.

La referencia a un correlato no puede ser prescindida de la referencia a un fundamento; pero la referencia a un fundamento puede ser prescindida de la referencia a un correlato.

§9. La ocasión de la referencia a un correlato es, obviamente, por comparación. Este acto no ha sido lo suficientemente estudiado por los psicólogos y será necesario, en consecuencia, aducir algunos ejemplos para mostrar en qué consiste. Supongamos que queremos comparar las letras p y b. Podemos imaginarnos a una de ellas girada sobre la línea de escritura como eje y, luego, superpuesta sobre la otra y, finalmente, transparente de forma que se pueda ver la otra debajo. De esta manera formaremos una nueva imagen que media entre las imágenes de las dos letras, en la medida que representa a una de ellas (cuando está girada) como la semejante a la otra. Otro, supongamos que pensamos que un asesino está en relación con una persona asesinada; en este caso concebimos el acto del asesinato, y en esta concepción está representado que corresponde a todo asesino (así como a todo asesinato) el que haya una persona asesinada y, así, recurrimos de nuevo a una representación mediadora que representa al relato como estando en lugar de un correlato con el que la representación mediadora

¹⁰ Añadido aclaratorio del traductor.

está ella misma en relación. Otro, supongamos que buscamos la palabra *homme* en un diccionario francés; encontraremos frente a ella la palabra *hombre* que, así situada, representa a *homme* como representando a la misma criatura bípeda que representa *hombre* ella misma. Merced a una adicional acumulación de casos, se encontraría que toda comparación requiere, además de la cosa relatada, el fundamento y el correlato, también *una representación mediadora que representa al relato como una representación del mismo correlato que esta representación mediadora misma representa*¹¹. Esta representación mediadora puede denominarse el *interpretante*, porque cumple con la función del intérprete, que dice que un extranjero dice lo mismo que él dice. El término *representación* debe entenderse aquí en un sentido muy extenso, que puede explicarse mejor con ejemplos que con una definición. En este sentido, una palabra representa una cosa para la concepción en la mente del que escucha, un retrato representa a la persona que intenta retratar para la concepción de reconocimiento, una veleta representa la dirección del viento para la concepción de aquel que la entiende, un abogado representa a su cliente ante el juez y el jurado a quienes pretende influir.

Toda referencia a un correlato, entonces, une a la sustancia la concepción de una referencia a un *interpretante*; y esta es, en consecuencia, la siguiente concepción en el orden del paso de *ser* a la sustancia.

La referencia a un interpretante no puede ser prescindida de la referencia a un correlato; pero esta última puede ser prescindida de la anterior.

§10. La referencia a un interpretante se hace posible y se justifica por aquello que hace posible la comparación. Pero eso es claramente la diversidad de las impresiones. Si no tuviéramos más que una impresión, no requeriría ser reducida a la unidad y, en consecuencia, no necesitaría ser pensada como referida a un interpretante; y la concepción de referencia a un interpretante no surgiría. Pero dado que hay una multiplicidad de impresiones, tenemos una sensación de complicación o confusión, que nos lleva a diferenciar esta impresión de aquella otra y, entonces, al haber sido diferenciadas, requieren ser llevadas a la unidad. Ahora bien, no son llevadas a la unidad hasta que las concebimos juntas como siendo *nuestras*, esto es, hasta que las referimos a una concepción como su interpretante. De esta manera, la referencia a un interpretante surge en la ocasión de sostener juntas impresiones diversas y, en consecuencia, no une una concepción a la sustancia, como lo hacen las otras dos

¹¹ Cursiva de Peirce.

referencias, sino que une directamente la multiplicidad de la sustancia misma. Es, en consecuencia, la concepción última en el orden del paso de *ser* a la sustancia.

§11. A los cinco concepciones así obtenidas, por razones que serán lo suficientemente obvias, puede denominárseles *categorías*. Esto es:

SER,

Cualidad (Referencia a un fundamento)

Relación (Referencia a un correlato)

Representación (Referencia a un interpretante)

SUSTANCIA

A las tres concepciones intermedias puede denominárseles accidentes.

§12. Este paso de la multiplicidad al uno es numérico. La concepción de un *tercero* es el de un objeto que está relacionado con otros dos de la siguiente forma, que uno de ellos debe estar relacionado con el otro de la misma manera que el tercero está relacionado con ese otro. Ahora bien, esto coincide con la concepción de interpretante. Y *otro* es llanamente equivalente a *correlato*. La concepción de segundo difiere del de otro, al implicar la posibilidad de un tercero. De la misma forma, la concepción de *mismidad* implica la posibilidad de *otro*. El *Fundamento*¹¹ es la mismidad abstraída de la concreción que implica la posibilidad de otro.

§13. Dado que ninguna de las categorías puede ser prescindida de las que están por encima de ella, la lista de objetos suponibles que proporcionan es

Lo que es

Quale-aquello que refiere a un fundamento,

Relato-aquello que refiere a fundamento y correlato,

Representamen- aquello que refiere a fundamento, correlato e interpretante.

Ello

§14. Una cualidad puede tener una determinación especial que previene que sea prescindida de referencia a un correlato. Por lo que hay dos tipos de relaciones:

1ª. La de los relatos cuya referencia a un fundamento es una cualidad interna o prescindible.

2ª. La de los relatos cuya referencia a un fundamento es una cualidad relativa o imprescindible.

¹¹ Mayúscula y cursiva de Peirce, para destacar la importancia de este término en su concepción de las categorías.

En el primer caso, la relación es una mera *conurrencia* de los correlatos en un carácter, y el relato y el correlato no se distinguen. En el segundo, el correlato se sitúa frente al relato y hay, en algún sentido, una *oposición*.

Los relatos del primer tipo se relacionan simplemente por su acuerdo. Pero el mero desacuerdo (no reconocido) no constituye relación y, en consecuencia, los relatos del segundo tipo únicamente se relacionan por una correspondencia de hecho.

Una referencia a un fundamento, también, puede ser de tal manera que no puede ser prescindida de una referencia a un interpretante. En este caso, se la puede denominar una cualidad *imputada*. Si la referencia de un relato a su fundamento puede ser prescindida de referencia a un interpretante, su relación con su correlato es una mera concurrencia o comunidad en la posesión de una cualidad y, en consecuencia, la referencia a un correlato puede ser prescindida de referencia a un interpretante. Se sigue que hay tres tipos de representaciones.

1º. Aquellas cuya relación con sus objetos es una mera comunidad en alguna cualidad, y a estas representaciones se las puede denominar *Semejanzas*¹².

2º. Aquellas cuya relación con sus objetos consiste en una correspondencia de hecho, y a estas se las puede denominar *Índices* o *Signos*.

3º. Aquellas en que el fundamento de su relación con sus objetos es un carácter imputado, que son lo mismo que *los signos generales*, y a estas se las puede denominar *Símbolos*.

§15. Ahora mostraré cómo las tres concepciones de referencia a un fundamento, referencia a un objeto y referencia a un interpretante, son las tres concepciones fundamentales de, al menos, una ciencia universal, la de la lógica. Se dice que la lógica trata de intenciones segundas como aplicadas a primeras. Me apartaría mucho del tema entre manos discutir la verdad de esta afirmación; la adoptaré simplemente como una que me parece que proporciona una buena definición del tema-genérico de esta ciencia. Ahora bien, las intenciones segundas son los objetos del entendimiento considerados como representaciones, y las intenciones primeras a las que se aplican son los objetos de esas representaciones. Los objetos del entendimiento considerados como representaciones son los símbolos, esto es, los signos que son, al menos, potencialmente generales. Pero las reglas de la lógica se sostienen bien de cualesquiera símbolos, de los

¹² Que, luego, denominaría 'iconos'. El uso de la mayúscula indica la importancia del término para Peirce.

escritos y de los hablados, así como de los que son pensados. No tienen una aplicación inmediata a las semejanzas ni a los índices, porque no se pueden construir argumentos solamente con ellos, pero sí que se aplican a todos los símbolos. Todos los símbolos, en verdad, son, en un sentido, relativos al entendimiento, pero solo en el sentido en que, también, todas las cosas son relativas al entendimiento. Por esto, en consecuencia, la relación al entendimiento no necesita ser expresada en la definición de la esfera de la lógica, ya que no determina limitación alguna de esa esfera. Pero puede hacerse una distinción entre los conceptos que se supone que no tienen existencia, excepto en la medida en que están actualmente presentes al entendimiento, y los símbolos externos que aún conservan su carácter de símbolos en la medida en que son solamente *capaces* de ser entendidos. Y como las reglas de la lógica se aplican a estos últimos tanto como a los anteriores (y aunque solo por medio de los anteriores, sin embargo este carácter, puesto que pertenece a todas las cosas, no es ninguna limitación), se sigue que la lógica tiene por tema-genérico todos los símbolos y no meramente los conceptos¹³. Llegamos, en consecuencia, a esto, que la lógica trata de la referencia de los símbolos en general a sus objetos. En esta perspectiva es una de un trívium de ciencias concebibles. La primera trataría de las condiciones formales de que los símbolos tengan significado, esto es, de la referencia de los símbolos en general a sus fundamentos o caracteres imputados, y a esta se la podría denominar gramática formal; la segunda, la lógica, trataría de las condiciones formales de la verdad de los símbolos; y la tercera trataría de las condiciones formales de la potencia de los símbolos, o su capacidad de apelar a una mente, esto es, de su referencia en general a los interpretantes, y a esta se la podría denominar retórica formal.

Habría una división general de los símbolos, común a todas estas ciencias; a saber, en:

¹³ Herbart dice: «Unsere sämtlichen Gedanken Lassen sich von zwei Seiten betrachten; theils als Thätigkeiten unseres Geistes, theils in Hinsicht dessen, *was* durch sie gedacht wird. In letzterer Beziehung heissen sie *Begriffe*, welches Wort, indem es das *Begriffene* bezeichnet, zu abstrahiren gebietet von der Art und Weise, wie wir den Gedanken empfangen, produciren, oder reproduciren mögen.» Pero toda la diferencia entre un concepto y un signo externo reside en estos respectos de los que, según Herbart, la lógica debiera abstraer. [Nota de Peirce]. Herbart, *Lehrbuch*, p. 77. Herbart, Johann Friedrich. *Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie. Sämtliche Werke* (Vol. 1). Editado por G. Hartenstein. Leipzig: Leopold Voss, 1850. Trad.: «Todos nuestros pensamientos pueden considerarse bajos dos puntos de vista, en parte como actividades de nuestra mente, en parte en relación con lo que es pensado por medio de ellos. En el último aspecto se les denomina *conceptos*, y este término, al significar *lo que es concebido*, nos exige que abstraigamos del modo y manera en que podamos recibir, producir o reproducir el pensamiento.» Este mismo texto había sido citado por Peirce, también, en «La IX Conferencia de Lowell» (1866), *WI*: 484. Donde, como explicamos en la sección de Antecedentes de esta tesis, proseguía con la gestación de su teoría de las categorías

1º. Símbolos que directamente determinan solo a sus *fundamentos* o cualidades imputadas y que, por esto, no son sino sumas de señales o *términos*.

2º. Símbolos que, también, independientemente determinan a sus *objetos* por medio de otro término u otros términos y que, por esto, al expresar su propia validez objetiva, se hacen capaces de verdad o falsedad, que son las *proposiciones*; y,

3º. Símbolos que, también, independientemente determinan a sus *interpretantes* y, por esto, a las mentes a las cuales apelan, al formular una proposición o unas proposiciones que una mente tal va a admitir. Estos son los *argumentos*.

Y es destacable que, entre todas las definiciones de la proposición, por ejemplo, como *oratio indicativa*, como la subsunción de un objeto bajo un concepto, como la expresión de la relación de dos conceptos y como indicación del fundamento mudable de la apariencia, no haya, quizás, ninguna en que la concepción de referencia a un objeto o correlato no sea la importante. Del mismo modo, la concepción de referencia a un interpretante o tercero es, siempre, prominente en las definiciones de argumento.

En una proposición, al término que, separadamente, indica al objeto del símbolo se le denomina el sujeto, y al que indica al fundamento se le denomina el predicado. Los objetos indicados por el sujeto (que son, siempre, potencialmente una pluralidad, -al menos de fases o apariencias) son, en consecuencia, enunciados por la proposición como relacionados unos con otros sobre el fundamento del carácter indicado por el predicado. Ahora bien, esta relación puede ser o bien una concurrencia o bien una oposición. Las proposiciones de concurrencia son aquellas que, habitualmente, se consideran en lógica; pero he mostrado, en un escrito sobre la clasificación de los argumentos¹⁴, que, también, es necesario considerar separadamente a las proposiciones de oposición, si vamos a dar cuenta de argumentos tales como el siguiente:-

Todo lo que es la mitad de algo es menos que aquello de lo que es la mitad;

A es la mitad de *B*:

.. *A* es menos que *B*

El sujeto de una proposición tal está separado en dos términos, un *sujeto nominativo* y un *objeto acusativo*.

¹⁴ Véase el capítulo 7, «La cópula y el silogismo simple», de este *Tratado de Lógica*.

En un argumento, las premisas forman una representación de la conclusión, porque indican al interpretante del argumento, o representación que lo representa representando a su objeto. Las premisas pueden proporcionar una semejanza, un índice o un símbolo de la conclusión. En el argumento deductivo, la conclusión está representada por las premisas como un signo general en el que está contenida. En las hipótesis, se demuestra algo *como* la conclusión, esto es, las premisas forman una semejanza de la conclusión. Tomemos, por ejemplo, el siguiente argumento:-

M es, por ejemplo, P' , P'' , P''' y P^{iv} ;

S es P' , P'' , P''' y P^{iv} ;

.. S es M .

Aquí la primera premisa es equivalente a esto, que « P' , P'' , P''' y P^{iv} », es una semejanza de M y, por ello, las premisas son o representan una semejanza de la conclusión. Que esto es diferente de la inducción lo mostrará otro ejemplo.

S' , S'' , S''' y S^{iv} se toman como muestras del colectivo M ;

S' , S'' , S''' y S^{iv} son P ;

.. Todo M es P .

Por lo tanto, la primera premisa es equivalente a decir que “ S' , S'' , S''' y S^{iv} ” es un índice de M . Por lo que las premisas son un índice de la conclusión.

Las otras divisiones de términos, proposiciones y argumentos surgen de la distinción entre extensión y comprensión. Me propongo tratar de este tema en un escrito subsiguiente¹⁵. Pero anticiparé, por ahora, decir que hay, primero, la referencia directa de un símbolo a sus objetos, o su denotación; segundo, la referencia del símbolo a su fundamento, por medio de su objeto, esto es, su referencia a los caracteres comunes de los objetos, o su connotación: y tercero, su referencia a sus interpretantes por medio de su objeto, esto es, su referencia a todas las proposiciones sintéticas en que sus objetos en común son sujeto o predicado y a esto lo denomino la información a la que da cuerpo. Y como toda adición a lo que denota, o a lo que connota, se efectúa por mediación de una proposición distintiva de este tipo, se sigue que la extensión y la comprensión de un término están en una relación inversa, mientras la información se conserve igual, y que todo incremento de información está acompañado de un incremento de una u otra de

¹⁵ Véase el capítulo 8, «La amplitud y la profundidad lógicas», de este *Tratado de Lógica*.

estas dos cantidades. Puede observarse que extensión y comprensión son, muy a menudo, tomadas en otros sentidos en los que esta última proposición no es verdadera.

Esta es una perspectiva imperfecta de la aplicación que las concepciones, que según nuestro análisis son las más fundamentales, encuentran en la esfera de la lógica. Sin embargo, se cree que es suficiente con mostrar que, al menos, algo de utilidad puede ser sugerido al considerar esta ciencia bajo esta luz.

Capítulo 5. Los signos

5.1 Introducción. *De si podemos pensar sin signos*¹

Es esta una cuestión familiar, sin embargo no hay, hasta ahora, ningún argumento afirmativo mejor que el que postula que el pensamiento debe preceder a todo signo. Este asume la imposibilidad de una serie infinita. Pero Aquiles, de hecho, adelantará a la tortuga. *Cómo* ocurra esto es una cuestión que no es necesario responder por ahora, en la medida que ciertamente ocurre.

Si buscamos la luz de los hechos externos, los únicos casos de pensamiento que podemos encontrar son de pensamiento en signos. Claramente, ningún otro pensamiento puede evidenciarse por los hechos externos. Pero hemos visto que solamente por los hechos externos puede el pensamiento conocerse de alguna manera². Entonces, el único pensamiento que puede ser conocido, posiblemente, es el pensamiento en signos. Pero el pensamiento que no puede conocerse no existe³. En consecuencia, todo pensamiento debe necesariamente ser en signos.

Un hombre se dice a sí mismo, «Aristóteles es un hombre; *en consecuencia*, él es falible.» ¿No ha pensado, entonces, lo que no se ha dicho a sí mismo, que todos los hombres son falibles? La respuesta es que sí lo ha hecho, en la medida que esto se ha dicho con su *en consecuencia*. Según esto, nuestra cuestión no se refiere a hechos, sino que es una mera petición de distinción en el pensamiento.

A partir de la proposición de que todo pensamiento es un signo, se sigue que todo pensamiento debe dirigirse él mismo a otro, que debe determinar a algún otro, puesto que esa es la esencia del signo. Esta, después de todo, no es más que otra forma del familiar axioma de que en la intuición, es decir, en el presente inmediato, no hay ningún pensamiento o que todo sobre lo que se reflexiona tiene pasado. *Hinc loquor inde est*⁴. Que, puesto que [si hay]⁵ cualquier pensamiento, debe haber habido un pensamiento [anterior], tiene su análogo en el hecho de que, puesto que [ha habido] cualquier tiempo

¹ Hemos extraído del artículo publicado en el *Journal of Speculative Philosophy* 2 de 1868, WP26, W2: 207-208; «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano», la Cuestión 5: «De si podemos pensar sin signos».

² Cuestión 4 de este mismo artículo: «Si tenemos algún tipo de capacidad de introspección, o si todo nuestro conocimiento del mundo interno se deriva de la observación de hechos externos.» (W2: 205).

³ Cuestión 6: «De si un signo puede tener algún significado cuando, por su definición, es signo de algo absolutamente incognoscible.» (W2: 208).

⁴ *Es decir, a partir de esto.*

⁵ Añadidos aclaratorios del traductor entre corchetes.

pasado, ha debido haber una serie infinita de tiempos [anteriores] En consecuencia, decir que el pensamiento no puede ocurrir en un instante, sino que requiere un tiempo, no es más que otra forma de decir que todo pensamiento debe ser interpretado en otro, o que todo el pensamiento es en signos.

5.2 Pensamientos y signos⁶

El [] principio⁷, cuyas consecuencias tenemos que deducir es que, cuando pensamos, tenemos presente en la conciencia alguna sensación, imagen, concepción u otra representación, que sirve como un signo. Pero se sigue de nuestra propia existencia (que se demuestra por el acaecer de la ignorancia y el error) que todo lo que se nos presenta es una manifestación fenomenológica de nosotros mismos. Esto no evita que sea un fenómeno de algo fuera de nosotros, al igual que un arco-iris es, a la vez, una manifestación tanto del Sol como de la lluvia. Cuando pensamos, entonces, nosotros mismos, como somos en ese momento, aparecemos como un signo. Ahora bien, un signo tiene, como tal, tres referencias: primera, es un signo *para* algún pensamiento que lo interpreta; segunda, es un signo *de* algún objeto al cual es equivalente en ese pensamiento; tercera, es un signo, *en* algún respecto o cualidad, que lo pone en conexión con su objeto. Preguntemos cuáles son los tres correlatos a los que se refiere un pensamiento-signo.

1 Cuando pensamos, ¿a qué pensamiento mismo se dirige ese pensamiento-signo que somos nosotros mismos? Puede que, por medio de la expresión externa, quizás solo tras un desarrollo interno considerable, llegue a dirigirse el mismo al pensamiento de

⁶ Tomado del artículo «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades publicado» en el *Journal of Speculative Philosophy* en 1868; WP27, W2: 223-242. Debido a su relevancia para un capítulo sobre los signos de aquella época, hemos incluido aquí la traducción desde el primer párrafo de la página 223 hasta el final del artículo según la Edición de *Writings* 2. El artículo completo fue traducido al español y publicado por el Profesor José Vericat en su selección de textos de Peirce titulada *El hombre, un signo* (1988), donde ocupa un lugar prominente; a esta parte del ensayo el Profesor Vericat la tituló *Pensamientos-signos*. Ob. cit.: pp. 100-116. Hemos optado, de nuevo, por hacer una traducción propia que tanto me ayuda en la comprensión de los textos de Peirce.

⁷ En aras de la legibilidad del texto, he omitido la palabra ‘tercer’ que va delante de ‘principio’. Con anterioridad, en la tercera página de este artículo (W2: 213), Peirce menciona las cuatro negaciones que resultaban de la crítica de ciertas facultades humanas que había expuesto en el primero de los artículos de esta serie, «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano» (1868): «1. No tenemos capacidad de introspección, sino que todo nuestro conocimiento del mundo interno se deriva por razonamiento hipotético a partir de nuestro conocimiento de los hechos externos. 2. No tenemos capacidad de intuición, sino que toda cognición está determinada lógicamente por cogniciones previas. 3. No tenemos capacidad de pensamiento sin signos. 4. No tenemos concepción de lo absolutamente incognoscible.» El principio al que se refiere aquí es, pues, el tercero: «No tenemos capacidad de pensamiento sin signos.»

otra persona. Pero suceda esto o no, siempre es interpretado por un pensamiento nuestro subsiguiente. Si, tras cualquier pensamiento, la corriente de las ideas fluye libremente, esta sigue la ley de la asociación mental. En ese caso, cada pensamiento anterior sugiere algo al pensamiento que le sigue, es decir, es el signo de algo para este último. Nuestro tren de pensamiento puede, es cierto, interrumpirse. Pero debemos recordar que, adicionalmente al elemento principal del pensamiento en cualquier momento, hay cien cosas en nuestra mente a las que se les concede solo una pequeña fracción de conciencia o atención. En consecuencia, no se sigue que, porque un nuevo constituyente del pensamiento predomine, el tren del pensamiento al que este desplaza, se rompa totalmente. Por el contrario, de nuestro segundo principio, de que no hay ninguna intuición ni cognición que no esté determinada por cogniciones previas, se sigue que la irrupción de una experiencia nueva nunca es un asunto instantáneo, sino que es un *acontecimiento* que ocupa tiempo, y que atraviesa un proceso continuo. Su preeminencia en la conciencia, por lo tanto, debe probablemente ser la consumación de un proceso creciente; y, si es así, no hay causa suficiente para que el pensamiento, que había sido el principal justo antes, cese abrupta e instantáneamente. Pero si un tren de pensamiento cesa desvaneciéndose gradualmente, sigue libremente su propia ley de asociación mientras dure, y no hay ningún momento en el que haya un pensamiento que pertenezca a esta serie, subsiguiente al cual no haya un pensamiento que lo repita o lo interprete. No hay excepción, por lo tanto, a la ley de que todo pensamiento-signo se traduce o interpreta en uno subsiguiente, a menos que todo el pensamiento llegue a un final abrupto con la muerte.

2 La siguiente cuestión es: ¿En lugar de qué está el pensamiento-signo? ¿Qué nombra? ¿Cuál es su *suppositum*? La cosa externa, sin duda, cuando se piensa en una cosa real externa. Sin embargo, como el pensamiento está determinado por un pensamiento previo del mismo objeto, solo se refiere a la cosa por medio de la denotación de este pensamiento previo. Supongamos, por ejemplo, que pensamos en Toussaint, y primero como un *negro*⁸, pero no distintamente como un hombre. Si,

⁸ Se refiere a Toussaint-Louverture (1743-1803), libertador francófono de La Española (hoy Santo Domingo y Haití). Esta curiosa forma de categorizar, en este ejemplo, a un personaje, primero, como negro, luego, como hombre y, finalmente, como General, resulta inaceptable hoy en día. Nosotros hablaríamos, primero, de un hombre que, segundo, es un general y, tercero, tiene una pigmentación oscura en la piel. Algunos de estos desafortunados ejemplos de Peirce han producido el rechazo de algunos estudiosos por su obra. Pienso que debemos ser conscientes del contexto socio-histórico de estas apelaciones, al que Peirce no podía ser ajeno. Por otro lado, Peirce era un gran admirador de este General libertador al que, más adelante, incluyó en su listado de grandes hombres.

después, añadimos esta distinción, es por mediación del pensamiento de que un *negro* es un hombre; es decir, el pensamiento subsiguiente, *hombre*, se refiere a la cosa exterior al predicarse de ese pensamiento previo, *negro*, que se ha tenido de esa cosa. Si, después, pensamos en Toussaint como un general, entonces pensamos que este negro, este hombre, era un general. Y así en todos los casos el pensamiento subsiguiente denota lo que se pensaba en el pensamiento previo.

3 El pensamiento-signo está en lugar de su objeto en el respecto en que es pensado; es decir, este respecto es el objeto inmediato de la conciencia en el pensamiento o, en otras palabras, es el pensamiento mismo, o, como mínimo, lo que se piensa que el pensamiento es en el pensamiento subsiguiente para el que este es un signo.

Ahora debemos considerar dos propiedades más de los signos que tienen una gran importancia en la teoría de la cognición. Puesto que un signo no es idéntico a la cosa significada, sino que difiere de esta última en algunos aspectos, debe claramente tener algunos caracteres que pertenecen a él en sí mismo, y que no tienen nada que ver con su función representativa. A estos les denomino las cualidades *materiales* del signo. Como ejemplos de estas cualidades, tomemos en la palabra ‘hombre’ el que consista de seis letras – en un cuadro, el que sea plano y sin relieve. En segundo lugar, un signo debe ser capaz de conectarse (no en la razón, sino realmente) con otro signo del mismo objeto, o con el objeto mismo. Por ello, las palabras no tendrían ningún valor a menos que pudieran conectarse en oraciones por medio de una cópula real que une signos de la misma cosa. La utilidad de algunos signos – como una veleta, una cuenta, etcétera – consiste, totalmente, en su estar realmente conectados con las cosas mismas que significan. En el caso de un cuadro esta conexión no es evidente, pero existe en la capacidad de asociación que conecta el cuadro con el signo cerebral que lo etiqueta. A esta conexión física, real, de un signo con su objeto, bien inmediatamente, bien por su conexión con otro signo, la denomino la *aplicación demostrativa pura* del signo. Ahora bien, la función representativa de un signo no reside ni en su cualidad material ni en su aplicación demostrativa pura; porque esta es algo que el signo es, no en sí mismo ni en una relación real con su objeto, sino en que lo es *para un pensamiento*, mientras que los dos caracteres que acaban de definirse pertenecen al signo independientemente de que se dirija a un pensamiento cualquiera. Y, sin embargo, si tomo todas las cosas que tienen ciertas cualidades físicas y las conecto físicamente con otra serie de cosas, una a una, llegan a ser adecuadas como signos. Si no se las considera así no son realmente

signos, pero lo son en el mismo sentido que puede decirse, por ejemplo, de una flor, que no vemos, que es *roja*, siendo este, también, un término relativo a una impresión mental.

Consideremos un estado mental que sea una concepción. Es una concepción en virtud de tener un *significado*, una comprensión lógica⁹; y si es aplicable a cualquier objeto, es porque ese objeto tiene los caracteres contenidos en la comprensión de esta concepción. Ahora bien, se dice habitualmente de la comprensión lógica de un pensamiento que consiste en los pensamientos que contiene; pero los pensamientos son acontecimientos, actos de la mente. Dos pensamientos son dos acontecimientos separados en el tiempo, y uno no puede literalmente estar contenido en el otro. Puede decirse que todos los pensamientos que son exactamente iguales se consideran como uno; y que decir que un pensamiento contiene a otro, significa que contiene a uno exactamente igual a ese otro. Pero, ¿cómo pueden dos pensamientos ser iguales? Dos objetos solo pueden ser *considerados* como iguales si son comparados y reunidos en la mente. Los pensamientos no tienen existencia excepto en la mente; solo cuando se les considera existen. Por esto, dos pensamientos no pueden *ser* iguales a menos que se reúnan en la mente. Pero, respecto a su existencia, dos pensamientos están separados por un intervalo de tiempo. Estamos muy capacitados para imaginar que podemos encuadrar un pensamiento como igual a un pensamiento pasado, al hacerlo corresponder con este último, como si este pensamiento pasado todavía nos fuera presente. Pero es claro que el conocimiento de que un pensamiento es igual a otro, o de alguna manera verdaderamente representativo de otro, no puede derivarse de la percepción inmediata, sino que debe ser una hipótesis (total e incuestionablemente justificable por los hechos) y que, en consecuencia, la formación de este pensamiento representativo debe depender de una fuerza real efectiva detrás de la conciencia, y no, meramente, de una comparación mental. En consecuencia, lo que debemos significar al decir que un concepto está contenido en otro es que normalmente nosotros representamos que uno está en el otro; es decir, que concebimos un tipo particular de juicio¹⁰, cuyo sujeto significa un concepto y el predicado el otro.

⁹ En contraposición al término lógico 'extensión'. Véase el capítulo 8 de este libro.

¹⁰ Un juicio respecto a un mínimo de información, para cuya teoría ver mi artículo sobre «Comprensión y extensión lógicas», en los *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, vol. 7, p. 426. [Nota de Peirce]. Hemos incluido el artículo completo en el capítulo 8 del presente *Tratado de Lógica*.

Entonces, ningún pensamiento en sí mismo, ninguna sensación en sí misma, contiene a ningún otro, sino que es absolutamente simple e inanalizable; y decir que está compuesto de otros pensamientos y sensaciones, es como decir que un movimiento sobre una línea recta se compone de dos movimientos de los cuales es la resultante; es decir, es una metáfora, o una ficción, paralela a la verdad. Todo pensamiento, por muy artificial y complejo que sea, es, en la medida que está inmediatamente presente, una mera sensación sin partes y, en consecuencia, en sí mismo, sin ninguna igualdad respecto a cualquier otro, sino incomparable con cualquier otro o absolutamente *sui generis*¹¹. Todo lo que es totalmente incomparable con cualquier otra cosa es totalmente inexplicable, porque la explicación consiste en someter las cosas a leyes generales o a clases naturales. Por ello todo pensamiento, en la medida que es una sensación de un tipo peculiar, es simplemente un hecho último, inexplicable. Sin embargo, esto no entra en conflicto con mi postulado de que a ningún hecho debe permitírsele presentarse como inexplicable; porque, por un lado, nunca podemos pensar, «Esto se me presenta», puesto que, antes de que tengamos tiempo de hacer la reflexión, la sensación ha pasado, y, por otro lado, una vez que ha pasado, nunca podemos recuperar la cualidad de la sensación tal como era *en y para sí misma*, ni saber cómo era *en sí misma*, ni siquiera descubrir la existencia de esta cualidad excepto con un corolario de nuestra teoría general de nosotros mismos y, entonces, no en su idiosincrasia, sino solamente como algo presente. Pero, como algo presente, las sensaciones son todas parecidas y no requieren explicación, puesto que solo contienen aquello que es universal. Por lo que nada que podamos predicar verdaderamente de las sensaciones queda sin explicación, salvo únicamente algo que no podemos conocer reflexivamente. Por lo que no caemos en la contradicción de hacer lo Mediato¹² in-mediabile. Finalmente, ningún pensamiento efectivo presente (que es una mera sensación) tiene significado alguno, ningún valor intelectual; porque este no reside en lo que efectivamente se piensa, sino en lo que pueda estar conectado con este pensamiento en la representación de pensamientos subsiguientes; por lo que el significado de un pensamiento es algo completamente virtual. Se puede objetar que, si ningún pensamiento tiene significado alguno, todo el pensamiento carece de significado. Pero esta es una falacia igual a la de decir que, si en

¹¹ Observen que digo *en sí mismo*. No estoy tan extraviado como para negar que mi sensación de rojo hoy es como mi sensación de rojo ayer. Solamente digo que la igualdad solo puede *consistir* en la fuerza fisiológica detrás de la conciencia, que me hace decir, reconozco esta sensación como la misma que la anterior, y, por ello, no consiste en una comunidad de sensación. [Nota de Peirce]

¹² Mayúscula de Peirce.

ninguno de los espacios sucesivos que un cuerpo ocupa hay lugar para el movimiento, no hay lugar para el movimiento en la totalidad. En ningún instante de mi estado mental hay cognición o representación, sino que la hay en la relación de mis estados mentales en diferentes instantes¹³. En resumen, lo Inmediato (y, por lo tanto, en sí mismo no susceptible de mediación – lo Inanalizable, lo Inexplicable, lo Ininteligible) recorre nuestras vidas como un flujo continuo; es la suma total de la conciencia, cuya mediación, que es su continuidad, acaece merced a una fuerza real efectiva detrás de la conciencia.

Así, tenemos tres elementos en el pensamiento: primero, la función representativa que lo hace una *representación*; segundo, la pura aplicación denotativa, o conexión real, que lleva a un pensamiento en *relación* con otro; y tercero, la cualidad material, o cómo se siente, que da al pensamiento su *cualidad*¹⁴.

Que una sensación no es necesariamente una intuición, ni una primera impresión de los sentidos, es muy evidente en el caso del sentido de lo bello; y se ha mostrado anteriormente, en el caso del sonido¹⁵. Cuando la sensación de lo bello está determinada por cogniciones previas, siempre aparece como un predicado; es decir, pensamos que algo es bello. Siempre que una sensación aparece así, a consecuencia de otras, la inducción muestra que esas otras son más o menos complicadas. De esta manera, la sensación de un tipo particular de sonido aparece a consecuencia de que las impresiones sobre los varios nervios del oído se combinan de una forma particular, y se siguen unas a otras con una cierta rapidez. La sensación del color depende de las impresiones sobre el ojo que se siguen unas a otras de una manera regular, y con una cierta rapidez. La sensación de lo bello aparece sobre una multiplicidad de otras impresiones. Y esto se encontrará que se sostiene bien en todos los casos. En segundo lugar, todas estas sensaciones son en sí mismas simples, o lo son más que las sensaciones que las originan. En consecuencia, una sensación es un predicado simple que se adopta en lugar de un predicado complejo; en otras palabras, cumple la función de una hipótesis. Pero el principio general de que toda cosa a la que pertenece una sensación particular, tiene una

¹³ En consecuencia, al igual que decimos que un cuerpo está en movimiento, y no que el movimiento está en un cuerpo, deberíamos decir que estamos en el pensamiento y no que los pensamientos están en nosotros. [Nota de Peirce].

¹⁴ Sobre la cualidad, la relación y la representación, ver los *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, vol. 7, p. 293.» [Nota de Peirce]. Véase, especialmente, W2: 52-56. Hemos incluido el referido artículo, «Sobre una nueva lista de categorías», en el capítulo 4 de este *Tratado de Lógica*.

¹⁵ «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano» (§3), W2: 197.

particular serie complicada de predicados, no está determinado por la razón (como hemos visto), sino que es de una naturaleza arbitraria. Por lo tanto, la clase de inferencias hipotéticas a las que se parece la manifestación de la sensación, es la del razonamiento que va de la definición a lo definido, en el que la premisa mayor es de una naturaleza arbitraria. Solo en este modo de razonamiento, esta premisa está determinada por las convenciones del lenguaje, y expresa la ocasión en que una palabra debe usarse; y en la formación de una sensación, está determinada por la constitución de nuestra naturaleza, y expresa las ocasiones en que la sensación, o un signo mental natural, se manifiesta. Por lo tanto, la sensación, en la medida que representa algo, está determinada, de acuerdo con una ley lógica, por cogniciones previas; es decir, estas cogniciones determinan que haya una sensación. Pero en la medida que la sensación es un mero sentimiento de un tipo particular, solo está determinada por un poder inexplicable, oculto, y, en este caso, no es una representación sino solo la cualidad material de una representación. Porque, al igual que en el razonamiento de la definición a lo definido es indiferente para el lógico cómo sonará la palabra definida, o cuántas letras contendrá, lo mismo en el caso de esta palabra constituyente, no está determinado por una ley interna cómo se sentirá en sí misma. En consecuencia, un sentimiento como tal, es meramente la *cualidad material* de un signo mental.

Pero no hay sentimiento que no sea también una representación, un predicado de algo determinado lógicamente por los sentimientos que lo preceden. Porque si hay alguno de estos sentimientos que no sean predicados, estos son las emociones. Ahora bien, toda emoción tiene un sujeto. Si un hombre está enfadado, él se está diciendo a sí mismo que esto o aquello es indignante. Si está disfrutando, está diciéndose «esto está delicioso». Si está asombrado, él se está diciendo «esto es extraño». En resumen, siempre que un hombre siente, está pensando en *algo*. Incluso aquellas pasiones que no tienen un objeto definido – como la melancolía – solo llegan a la conciencia al pensar los *objetos del pensamiento*. Aquello que nos hace considerar a las emociones más como impresiones de la personalidad que otras cogniciones, es que las hemos encontrado más dependientes de nuestra situación accidental del momento que otras cogniciones; pero esto solo es decir que son cogniciones demasiado limitadas para ser útiles. Las emociones, como muestra una mínima observación, aparecen cuando nuestra atención se ve atraída con fuerza por circunstancias complejas e inconcebibles. El miedo aparece cuando no podemos predecir nuestro destino; la alegría, en el caso de

ciertas sensaciones indescriptibles y peculiarmente complejas. Si hay algunas indicaciones de que algo grande para mi interés, y que he anticipado que ocurriría, puede que no ocurra; y si, tras sopesar las probabilidades, e inventar salvaguardas, y esforzarme por obtener información adicional, me encuentro incapaz de llegar a ninguna conclusión fija en referencia al futuro, en lugar de esa inferencia hipotética intelectual que anhelo, aparece el sentimiento de *ansiedad*. Cuando ocurre algo con lo que no contaba, me *asombro*. Cuando me esfuerzo por convencerme de lo que nunca podré hacer, un placer en el futuro, *espero*. «No te entiendo», es la frase de un hombre enfadado. Lo indescriptible, lo inefable, lo incomprensible, por lo común excitan emociones; sin embargo, no hay nada tan refrescante como una explicación científica. Por lo tanto, una emoción es siempre un predicado simple que se ve sustituido, merced a una operación de la mente, por un predicado muy complicado. Ahora bien, si consideramos que un predicado muy complejo exige una explicación por medio de una hipótesis, que esa hipótesis debe ser un predicado más simple que sustituya al complejo; y que cuando tenemos una emoción, una hipótesis, hablando con rigor, es apenas posible – la analogía entre los roles que representan la emoción y la hipótesis es muy notable. Es verdad que hay esta diferencia entre una emoción y una hipótesis intelectual, que tenemos razón al decir en el caso de la última que, aplíquese a lo que se aplique el predicado hipotético simple, de eso mismo el predicado complejo es verdadero; mientras que, en el caso de una emoción esta es una proposición de la que no puede darse razón alguna, salvo que está determinada meramente por nuestra constitución emocional. Pero esto se corresponde precisamente con la diferencia entre hipótesis y razonamiento de la definición a lo definido, y, así, parecería que la emoción no es más que sensación. Sin embargo, parece haber una diferencia entre la emoción y la sensación, y la expondré como sigue:

Hay alguna razón para pensar que, correspondiéndose con cada sentimiento dentro de nosotros, ocurre algún movimiento en nuestros cuerpos. Esta propiedad del pensamiento-signo, ya que no tiene ninguna dependencia racional del significado del signo, puede compararse con lo que he llamado la cualidad material del signo; pero difiere de esta última en la medida que no es esencialmente necesario que debiera sentirse para que hubiera cualquier pensamiento-signo. En el caso de una sensación, la multitud de impresiones que la preceden y la determinan no son del mismo tipo, el movimiento corporal que le corresponde viene de cualquier gran plexo o del cerebro, y

probablemente por esta razón la sensación no produce ninguna gran conmoción en el organismo corporal; y la sensación misma no es un pensamiento que tenga una gran influencia sobre la corriente del pensamiento excepto en virtud de la información que pueda ofrecer. Una emoción, por otro lado, llega mucho más tarde en el desarrollo del pensamiento – quiero decir, más tarde que el primer comienzo de la cognición de su objeto – y los pensamientos que la determinan ya tienen movimientos que les corresponden en el cerebro, o en el plexo principal; en consecuencia, produce grandes movimientos en el cuerpo e, independientemente de su valor representativo, afecta con fuerza a la corriente del pensamiento. Los movimientos animales a los que aludo son, en primer lugar, y obviamente, el sonrojo, el retroceso, la mirada fija, la sonrisa, el fruncir el ceño, el berrinche, la risa, el llanto, el sollozo, la agitación, el titubeo, el temblor, quedarse petrificado, suspirar, oliscar, encogerse de hombros, gemir, descorazonarse, trepidar, la dilatación cardíaca, etc. A estos se les podría añadir, quizás, en segundo lugar, otras acciones más complicadas que, no obstante, surgen de un impulso directo y no de la deliberación.

Aquello que distingue tanto a las sensaciones mismas, como a las emociones, del sentimiento de un pensamiento, es que en el caso de las dos primeras la cualidad material se hace prominente, porque el pensamiento no tiene ninguna relación de razón con los pensamientos que lo determinan, lo que sí ocurre en el último caso y se resta de la atención prestada al mero sentimiento. Por no haber ninguna relación de razón para los pensamientos determinantes, quiero decir que no hay nada en el contenido del pensamiento que explique por qué aparecería solo en la ocasión de estos pensamientos determinantes. Si hay una relación de razón tal, si el pensamiento está esencialmente limitado en su aplicación a estos objetos, entonces el pensamiento incluye a un pensamiento distinto de él mismo; en otras palabras, entonces, es un pensamiento complejo. Un pensamiento incomplejo puede, por lo tanto, no ser nada más que una sensación o una emoción, desposeído de carácter racional. Esto es muy diferente de la doctrina ordinaria, según la cual las concepciones más elevadas y metafísicas son absolutamente simples. Se me preguntará cómo una concepción tal de un *ser* se puede analizar, o si podré definir algún día *uno*, *dos* y *tres*, sin un dialelismo. Ahora bien, debo admitir de entrada que ninguna de estas concepciones puede separarse en otras dos más elevadas que ella misma; y en ese sentido, en consecuencia, admito totalmente que ciertas nociones metafísicas y eminentemente intelectuales son absolutamente simples.

Pero, a pesar de que estos conceptos no pueden definirse por el género y la diferencia, hay otra manera en que pueden definirse. Toda determinación es por negación; podemos, primero, reconocer cualquier carácter solamente al comparar un objeto que lo posee con un objeto que no lo posee. Una concepción, en consecuencia, que fuera lo suficientemente universal en todo respecto sería irreconocible e imposible. No obtenemos la concepción de *ser*, en el sentido implicado en la cópula, observando que todas las cosas que podemos pensar tienen algo en común, porque no hay tal cosa que se observe. Llegamos a ello reflexionando sobre los signos –palabras o pensamientos–; observamos que predicados diferentes pueden adjuntarse al mismo sujeto, y que cada uno de ellos hace que alguna concepción sea aplicable al sujeto; entonces imaginamos que un sujeto tiene algo verdadero de ella meramente porque un predicado (no importa cuál) se adjunta a él - y a eso lo llamamos *ser*. La concepción de *ser* es, en consecuencia, una concepción acerca de un signo –un pensamiento, o una palabra–; y puesto que no es aplicable a todo signo, no es primariamente universal, aunque lo sea en aplicación mediata a las cosas. *Ser*, en consecuencia, puede definirse, por ejemplo, como aquello que es común a los objetos incluidos en cualquier clase, y a los objetos no incluidos en la misma clase. Sin embargo, no es nada nuevo decir que las concepciones metafísicas son primariamente, y en el fondo, pensamientos acerca de palabras, o pensamientos acerca de pensamientos; esta es la doctrina tanto de Aristóteles (cuyas categorías son partes del discurso) como de Kant (cuyas categorías son los caracteres de diferentes tipos de proposiciones).

La sensación y la capacidad de abstracción o atención pueden considerarse, en un sentido, como los constituyentes únicos de todo pensamiento. Habiendo considerado la primera, intentemos ahora algún análisis de la segunda. Por la capacidad de atención, se pone el énfasis en uno de los elementos objetivos de la conciencia. Este énfasis no es, en consecuencia, un objeto de la conciencia inmediata; y, en este respecto, difiere totalmente de una sensación. En consecuencia, puesto que el énfasis, no obstante, consiste en algún efecto sobre la conciencia y, por ello, solo puede existir en la medida que afecta a nuestro conocimiento; y puesto que un acto no puede suponerse que determina a lo que le precede en el tiempo, este acto solo puede consistir en la capacidad que la cognición enfatizada tiene de producir un efecto en la memoria o, de otra forma, de influir sobre el pensamiento subsiguiente. Esto lo confirma el hecho de que la atención es una cuestión de cantidad continua; ya que la cantidad continua, en la

medida que lo sabemos, se reduce en el último análisis al tiempo. En consecuencia, encontramos que la atención, en verdad, produce un efecto muy grande en el pensamiento subsiguiente. En primer lugar, afecta poderosamente a la memoria, al recordarse un pensamiento durante más tiempo cuanta más atención se le preste originalmente. En segundo lugar, a mayor atención, mayor proximidad de la conexión y mayor exactitud en la secuencia lógica del pensamiento. En tercer lugar, en virtud de la atención puede recuperarse un pensamiento que se había olvidado. De estos hechos, inferimos que la atención es la capacidad por la que el pensamiento de un momento se conecta y se relaciona con el pensamiento de otro momento; o, aplicando la concepción del pensamiento como signo, que es la *aplicación demostrativa pura* de un pensamiento-signo.

La atención se despierta cuando el mismo fenómeno se presenta repetidamente en ocasiones diferentes, o el mismo predicado en diferentes sujetos. Vemos que *A* tiene un cierto carácter, que *B* tiene el mismo, que *C* tiene el mismo, y esto estimula nuestra atención, por lo que decimos, «*Estos* tienen este carácter». Por lo que la atención es un acto de inducción; pero es una inducción que no aumenta nuestro conocimiento, porque nuestro *estos* no cubre nada más que las instancias experimentadas. Es, resumidamente, un argumento por enumeración.

La atención produce efectos en el sistema nervioso. Estos efectos son hábitos, o asociaciones nerviosas. Un hábito surge cuando, habiendo tenido la sensación de realizar un cierto acto, *m*, en varias ocasiones *a*, *b*, *c*, llegamos a reproducirlo en cada suceso del acontecimiento general, *l*, del que *a*, *b* y *c* son casos especiales. Es decir, que por la cognición de que

Todo caso de *a*, *b*, o *c*, es un caso de *m*,

Se determina la cognición de que

Todo caso de *l* es un caso de *m*.

Por lo que la formación de un hábito es una inducción y está, en consecuencia, conectada necesariamente con la atención o la abstracción. Los actos voluntarios son el resultado de las sensaciones producidas por los hábitos, al igual que los actos instintivos son el resultado de nuestra naturaleza original.

Así hemos visto que todo tipo de modificación de la conciencia – Atención, Sensación y Entendimiento – es una inferencia. Pero se puede objetar que la inferencia

solo trata con términos generales, y que una imagen, o representación absolutamente singular, no puede, en consecuencia, ser inferida.

Singular e individual son términos equívocos. Un singular puede significar aquello que solo puede estar en un lugar y en un momento. En este sentido no se opone al general. *El Sol* es un singular en este sentido, sin embargo, como se explica en todo buen tratado de lógica, es un término general. Puedo tener una concepción muy general de Hermolaus Barbarus¹⁶, sin embargo, a pesar de ello, lo concibo como que solo puede estar en un lugar a la vez. Cuando se dice que una imagen es singular, se significa que está absolutamente determinada en todos los aspectos. Todo carácter posible, o su negación, debe ser verdadero de esta imagen. En palabras del más eminente expositor de esta doctrina, «la imagen de un hombre debe ser bien de un blanco, o un negro o un moreno; derecho o torcido, alto o bajo, o de tamaño medio». Debe ser de un hombre con la boca abierta o cerrada, cuyo color es precisamente de un tono tal y cual, y cuya figura tiene exactamente tales y cuales proporciones. Ningún enunciado de Locke¹⁷ ha sido tan reconocido por todos los amigos de las imágenes como su negación de que la *idea* de un triángulo debe ser bien de uno obtuso, bien de uno recto, o bien de uno agudo. De hecho, la imagen de un triángulo debe serlo de uno de estos, cada uno de cuyos ángulos tiene un cierto número de grados, minutos y segundos.

Siendo esto así, es aparente que ningún hombre tiene una imagen *verdadera* del camino a su oficina, ni de ninguna otra cosa real. En verdad, no tiene, para nada, ninguna imagen de ello a menos que pueda no solo reconocerlo, sino imaginárselo (verdadera o falsamente) en todos sus infinitos detalles. Siendo este el caso, resulta muy dudoso decir si tenemos, alguna vez, una cosa tal como una imagen en nuestra imaginación. Por favor, lector, mire un libro rojo vivo, u otro objeto vivamente coloreado, y, luego, cierre los ojos y diga si *ve* ese color, viva o pálidamente – si, en verdad, hay algo parecido a la visión ahí. Hume y los otros seguidores de Berkeley mantienen que no hay diferencia entre la visión y la memoria del libro rojo excepto en «sus diferentes grados de intensidad y vivacidad». «Los colores que la memoria emplea»¹⁹, dice Hume, «son pálidos y planos comparados con aquellos que visten a

¹⁶ Humanista italiano del renacimiento, conocido por sus comentarios a Aristóteles y sus habilidades diplomáticas.

¹⁷ *Human Understanding*, pp. 82-83 [vol. 3. b. 4, cap. 7, §9]. Hume, David. *An Enquiry Concerning Human Understanding*, en el vol. 2 de *Essays and Treatises on Several Subjects*. London: Printed for T. Cadell et al., 1788.

¹⁹ *Enquiry*, p. 29. *Ob. cit.*

nuestras percepciones originales». Si este fuera un correcto enunciado de la diferencia, recordaríamos el libro como menos rojo de lo que es; mientras que, en verdad, recordamos el color con mucha precisión durante unos momentos (compruebe esto lector, por favor), aunque no vemos nada parecido. No nos llevamos absolutamente nada del color salvo *la conciencia de que podríamos reconocerlo*. Como prueba adicional de esto, le pediré al lector que intente un pequeño experimento. Que evoque, si puede, la imagen de un caballo –no de uno que haya visto alguna vez sino de uno imaginario- y antes de seguir leyendo permitamos que por la contemplación²⁰ fije la imagen en su memoria... ¿Ha hecho el lector lo que se le pedía? porque denuncio que no es juego limpio el seguir leyendo sin haberlo hecho-. Ahora bien, el lector puede decir, en general, de qué color era aquel caballo, fuera gris, bayo o negro. Pero, probablemente, no pueda decir *con precisión* de qué tono era. No puede afirmar esto con tanta exactitud como podría hacerlo justo después de haber *visto* a un caballo tal. Pero, ¿por qué, si tenía una imagen en su mente que no tenía más el color general que el tono particular, este último se ha desvanecido tan instantáneamente de su memoria mientras que el anterior permanece todavía? Puede responderse que nosotros siempre olvidamos los detalles antes que los caracteres más generales; pero el que esta respuesta es insuficiente se muestra, creo, con la extrema desproporción entre el intervalo de tiempo en que se recuerda el tono exacto de algo que ha sido mirado en comparación con aquel olvido instantáneo del tono exacto de la cosa imaginada, y con la ligeramente

²⁰ Ninguna persona cuya lengua nativa sea el inglés necesita ser informada de que la contemplación es esencialmente (1) prolongada (2) voluntaria y (3) una acción, y de que nunca se usa en lugar de aquello que se presenta a la mente en este acto. Un extranjero puede convencerse de esto con un estudio apropiado de los escritores ingleses. Así, Locke (*Ensayo concerniente al entendimiento humano*, Libro II, cap. 19, §1) dice, «Si ello (una idea) se mantiene ahí (a la vista) durante un buen rato bajo una consideración atenta, esto es *Contemplación*»; y, de nuevo (*Ibid.*, Libro II, cap. 10, §1), «Mantener la *Idea*, que se ha presentado a ella (la mente) durante algún tiempo, de hecho, a la vista, que se llama *Contemplación*». Este término, por lo tanto, no es adecuado para traducir *Anschauung*; porque este último no implica un acto que sea necesariamente prolongado ni voluntario, y con mayor habitualidad denota una presentación mental, a veces una facultad, con menos frecuencia la recepción de una impresión en la mente y rara vez, si acaso, una acción. A la traducción de *Anschauung* por intuición, no existe, al menos, una objeción tan insuperable. Etimológicamente las dos palabras se corresponden con precisión. El significado filosófico original de intuición era una cognición de la multitud presente en ese carácter; y hoy en día se utiliza comúnmente, como dice un escritor moderno (Mansel, *Prolegomena*, p.9n), «para incluir todos los productos de las facultades perceptivas (externas o internas) e imaginativas; todo acto de conciencia, resumiendo, del que el objeto inmediato es un *individuo*, cosa, acto o estado mental, que sea presentado bajo las condiciones de una existencia distinta en el espacio y el tiempo». Finalmente, tenemos la autoridad del propio ejemplo de Kant al traducir su *Anschauung* por *Intuitus* (*De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, *Werke I*: 301-41); y, en verdad, este es el uso común de los alemanes que escriben en latín. Además, *Intuitiv* reemplaza frecuentemente a *anschauend* o *anschaulich*. Si esto es una mala interpretación de Kant, es una que comparten él y prácticamente todos sus compatriotas. [Nota de Peirce].

superior vivacidad en la memoria de la cosa vista en comparación con la memoria de la cosa imaginada.

Los nominalistas, sospecho, confunden, como si fuera lo mismo, pensar un triángulo sin pensar que es o bien equilátero, o bien isósceles o bien escaleno, y pensar un triángulo sin pensar si es equilátero, isósceles o escaleno.

Es importante recordar que no tenemos capacidad intuitiva para distinguir entre un modo subjetivo de cognición y otro; y, por ello, a menudo pensamos que algo se nos presenta como un cuadro, cuando está realmente construido por el entendimiento a partir de unos escasos datos. Este es el caso de los sueños, como se muestra con la frecuente imposibilidad de dar un recuento inteligible de alguno sin añadir algo que sentimos que no estaba en el propio sueño. Muchos sueños, con los que la memoria despierta hace historias elaboradas y consistentes, deben, probablemente, haber sido, en verdad, meras mezclas de estos sentimientos de la capacidad de reconocer esto y lo otro a lo que acabo de aludir.

Iré tan lejos, ahora, como para decir que no tenemos imágenes ni siquiera en la percepción real. Será suficiente demostrar esto en el caso de la visión; puesto que si no se ve ningún cuadro cuando miramos un objeto, no podrá pretenderse que el oído, el tacto, y los otros sentidos, son superiores a la visión en este respecto. Que el cuadro no está pintado en los nervios de la retina es algo absolutamente cierto, si, como los fisiólogos nos informan, estos nervios son puntas de aguja dirigidas hacia la luz y a distancias considerablemente mayores que el *minimum visibile*. Lo mismo se muestra con nuestra incapacidad para percibir que hay un gran punto ciego próximo al centro de la retina. Si tenemos un cuadro ante nosotros cuando vemos, entonces, es un cuadro construido por la mente sugerido por las sensaciones previas. Suponiendo que estas sensaciones son signos, el entendimiento al razonar a partir de ellos podría alcanzar todo el conocimiento de las cosas externas que derivemos de la visión, mientras que las sensaciones son totalmente inadecuadas para formar una imagen o representación absolutamente determinada. Si tenemos una imagen o un cuadro tal, debemos tener en nuestras mentes una representación de una superficie que es solo una parte de todas las superficies que vemos, y debemos ver que cada parte, no importa lo pequeña que sea, tiene tal y tal color. Si miramos una superficie moteada desde una cierta distancia, parece como si no viéramos que esté moteada o no; pero si tenemos una imagen ante nosotros, nos debe aparecer bien como moteada, o bien como no moteada. De nuevo, el

ojo entrenado llega a distinguir mínimas diferencias de color; sin embargo, si solo vemos imágenes absolutamente determinadas, debemos, tanto antes como después de que nuestros ojos estén entrenados, ver particularmente cada color como de un tono particular. Por ello, suponer que tenemos una imagen ante nosotros cuando vemos, no es solo una hipótesis que no explica nada, sino que es una hipótesis que, de hecho, produce dificultades que requieren nuevas hipótesis para poder despejarlas.

Una de estas dificultades surge del hecho de que los detalles se distinguen con menos facilidad, y se olvidan antes, que las circunstancias generales. En base a esta teoría, las características generales existen en los detalles: los detalles son, de hecho, el cuadro completo. Parece, entonces, muy extraño que eso que existe solo secundariamente en el cuadro produzca más impresión que el propio cuadro. Es verdad que en un cuadro antiguo los detalles no son fácilmente desvelados; pero esto es porque sabemos que el oscurecimiento es el resultado del tiempo, y no es una parte del propio cuadro. No hay dificultad en desvelar los detalles del cuadro como se ve en el presente; la única dificultad es la de adivinar cómo solía ser. Pero si tenemos un cuadro en la retina, los detalles más pequeños están ahí tanto como, e incluso más que, el esbozo general y su significancia. Sin embargo, aquello que, realmente, debe verse es extremadamente difícil de reconocer; mientras que aquello que solo es abstraído de lo que se ve es muy obvio.

Pero el argumento concluyente contra que tengamos cualesquiera imágenes, o representaciones absolutamente determinadas, en la percepción, es que, en ese caso, tenemos los materiales en cada una de estas representaciones para una cantidad infinita de cognición consciente, de la que, sin embargo, nunca llegamos a ser conscientes. Ahora bien, no tiene significado decir que tenemos algo en nuestras mentes que no tiene nunca el más mínimo efecto sobre aquello que somos conscientes de conocer. Lo más que se puede decir es que, cuando vemos, podemos obtener una cantidad, muy grande y quizás indefinida, de conocimiento de las cualidades visibles de los objetos.

Además, que las percepciones no son absolutamente determinadas ni singulares es obvio por el hecho de que cada sentido es un mecanismo de abstracción. La visión por sí misma solo nos informa de los colores y las formas. Nadie puede pretender que las imágenes de la visión estén determinadas respecto al gusto. En consecuencia, son tan generales que no son dulces ni no-dulces, amargas ni no-amargas, sabrosas ni insípidas.

La siguiente cuestión es si tenemos cualesquiera cogniciones generales excepto en los juicios. En la percepción, donde conocemos una cosa como existente, es claro que hay un juicio de que la cosa existe, ya que un mero concepto general de una cosa no es en ningún caso un concepto de ella como existente. Sin embargo, se ha dicho habitualmente que podemos invocar cualquier concepto sin hacer ningún juicio; pero parece que, en este caso, nosotros solo suponemos arbitrariamente que tenemos una experiencia. Concebir el número 7, supongo, es como decir, que yo arbitrariamente hago la hipótesis o el juicio de que hay ciertos puntos ante mis ojos, y juzgo que son siete. Esta parece ser la opinión más simple y racional acerca del asunto, y puedo añadir que es la que ha sido adoptada por los mejores lógicos. Si este es el caso, lo que lleva el nombre de asociación de imágenes es, en realidad, una asociación de juicios. Se dice que la asociación de ideas procede de acuerdo con tres principios – los de semejanza, contigüidad y causalidad. Pero sería igualmente verdadero decir que los signos denotan lo que denotan en base a los tres principios de semejanza, contigüidad y causalidad. No puede cuestionarse que algo no *sea* un signo de todo lo que esté asociado con él por semejanza, contigüidad o causalidad: ni puede haber ninguna duda de que cualquier signo evoca a la cosa significada. Por lo tanto, la asociación de ideas consiste en que un juicio ocasiona otro juicio, del cual es el signo. Ahora bien, esto no es ni más ni menos que la inferencia.

Todo aquello por lo que nos tomamos el más mínimo interés produce en nosotros su propia emoción particular, no importa lo leve que sea. Esta emoción es un signo y un predicado de aquello. Ahora bien, cuando algo que se parece a aquello se nos presenta, una emoción semejante se manifiesta; por ello, nosotros inferimos inmediatamente que la última es como la primera. Un lógico formal de la vieja escuela puede decir que ningún término puede entrar en la conclusión que no haya estado contenido en las premisas y que, en consecuencia, la sugerencia de algo nuevo debe ser esencialmente diferente de la inferencia. Sin embargo, respondo a esto que la regla de la lógica se aplica solo a aquellos argumentos que técnicamente se denominan completos. Podemos razonar y razonamos

Elías era un hombre,
... Él era mortal.

Y este argumento es exactamente tan válido como el silogismo completo, aunque lo es solamente porque la premisa mayor del último resulta ser verdadera. Si pasar del juicio «Elías era un hombre» al juicio «Elías era mortal», sin decirse, de hecho, a uno mismo

que «Todos los hombres son mortales», no es inferencia, entonces el término *inferencia* se utiliza en un sentido tan restringido que las inferencias difícilmente ocurrirán fuera de los libros de lógica.

Lo que aquí se ha dicho de la asociación por semejanza es verdadero de toda asociación. Toda asociación es por signos. Todo tiene sus cualidades subjetivas o emocionales, que se atribuyen bien absoluta, bien relativamente, o por imputación convencional, a cualquier cosa que sea un signo de ello. Y así razonamos,

El signo es tal y tal;
. . El signo es esa cosa.

Sin embargo, esta conclusión recibe una modificación, debido a otras consideraciones, para llegar a ser

El signo es casi (es representativo de) esa cosa.

Llegamos, ahora, a la consideración del último de los cuatro principios cuyas consecuencias vamos a investigar; propiamente, que lo absolutamente incognoscible es absolutamente inconcebible. Muchas personas competentes deben, hace tiempo, haberse convencido de que, en base a los principios cartesianos, las mismas realidades de las cosas no pueden conocerse de ninguna manera. De ahí la aparición del idealismo, que es esencialmente anti-cartesiano, en todas sus direcciones, sea entre los empiristas (Berkeley, Hume), o sea entre los gnoseólogos (Hegel, Fichte). El principio que ahora se trae a discusión es directamente idealista; ya que, dado que el significado de una palabra es la concepción que conlleva, lo absolutamente incognoscible no tiene significado porque ninguna concepción se adjunta a ello. En consecuencia, es una palabra sin significado; y, consiguientemente, todo lo que se signifique por cualquier término como *lo real* es cognoscible en algún grado, por lo que es de la naturaleza de una cognición, en el sentido objetivo del término.

En un momento cualquiera estamos en posesión de cierta información, esto es, de cogniciones que han sido derivadas lógicamente por la inducción y la hipótesis a partir de cogniciones previas que son menos generales, menos distintas, y de las que tenemos una conciencia menos vivaz. Estas, a su vez, han sido derivadas a partir de otras aún menos generales, menos distintas, y menos vivaces; y así continuamente hasta regresar a la primera ideal²¹, que es totalmente singular y está totalmente fuera de la conciencia. Esta primera ideal es la particular cosa-en-sí-misma. No existe *como tal*. Esto es, no hay

²¹ Por ideal quiero decir el límite que lo posible no puede alcanzar. [Nota de Peirce].

ninguna cosa que sea en-sí-misma en el sentido de no ser relativa a la mente, aunque las cosas que son relativas a la mente indudablemente son, aparte de esa relación. Las cogniciones que nos llegan de esta manera, por esta serie infinita de inducciones e hipótesis (que, aunque infinitas *a parte ante logice*, no obstante, son como un proceso continuo con un principio *en el tiempo*) son de dos tipos, el verdadero y el no verdadero, o cogniciones cuyos objetos son *reales* y aquellas cuyos objetos son *irreales*. ¿Y qué significamos por lo real? Es una concepción que debemos haber tenido primero cuando descubrimos que había un irreal, una ilusión; esto es, cuando nos corregimos a nosotros mismos por primera vez. Ahora bien, la distinción por la que solo este hecho lógicamente apelaba, era entre un *ens* relativo a determinaciones internas privadas, a las negaciones pertenecientes a la idiosincrasia, y un *ens* tal que se sostendría a la larga. Lo real, entonces, es aquello en lo que, más pronto o más tarde, la información y el razonamiento resultarán finalmente y que, en consecuencia, es independiente de mis caprichos o los tuyos. Por esto, el origen mismo de la concepción de realidad muestra que esta concepción implica esencialmente la noción de una COMUNIDAD²², sin límites definidos, y capaz de un aumento indefinido del conocimiento. Y así, aquellas dos series de cogniciones – la real y la irreal – consisten de aquellas que, en un tiempo suficientemente futuro, la comunidad siempre continuará reafirmando; y de aquellas que, bajo las mismas condiciones, serán negadas para siempre. Ahora bien, una proposición cuya falsedad nunca pueda ser descubierta, y cuyo error, en consecuencia, es absolutamente incognoscible, no contiene, de acuerdo con nuestro principio, ningún error. Consiguientemente, aquello que se piensa en estas cogniciones es lo real, como realmente es. No hay nada, entonces, que nos evite conocer las cosas externas como realmente son, y es muy probable que las conozcamos de esta manera en innumerables casos, aunque nunca podemos estar absolutamente seguros de hacerlo así en ningún caso especial.

Sin embargo, se sigue que, puesto que ninguna cognición nuestra está absolutamente determinada, los generales deben tener una existencia real. Ahora bien, este realismo escolástico se presenta habitualmente como una creencia en las ficciones metafísicas. Pero, de hecho, un realista simplemente es alguien que no conoce ninguna otra realidad recóndita que aquella que está representada en las representaciones verdaderas. Puesto que, en consecuencia, la palabra ‘hombre’ es verdadera de algo,

²² Mayúsculas de Peirce, que indican la importancia que confiere a este término.

aquello que ‘hombre’ significa es real. El nominalista debe admitir que hombre es verdaderamente aplicable a algo; pero está convencido de que por debajo de esto hay una cosa en sí misma, una realidad incognoscible. Suya es la ficción metafísica. Los nominalistas modernos son, en su mayoría, hombres superficiales, que no saben, como lo supieron los más concienzudos Roscellinus y Ockham, que una realidad que no tiene ninguna representación, no tiene ninguna relación ni cualidad. El gran argumento a favor del nominalismo es que no hay ningún hombre a menos que haya algún hombre particular. Sin embargo, eso no afecta al realismo de Escoto; porque, aunque no haya ningún hombre de quien pueda negarse toda determinación adicional, sí hay un hombre, abstracción hecha de toda determinación adicional. Hay una diferencia real entre hombre no relativo a lo que las otras determinaciones puedan ser, y hombre con esta o aquella serie particular de determinaciones, aunque, indudablemente, esta diferencia es solo relativa a la mente y no *in re*. Esta es la posición de Escoto²³. La gran objeción de Ockham es, no puede haber ninguna distinción real que no sea *in re*, en la cosa-en-sí-misma; pero esto es una petición de principio, puesto que está basada únicamente en la noción de que la realidad es algo independiente de la relación representativa.²⁴

Siendo esta la naturaleza de la realidad en general, ¿en qué consiste la realidad de la mente? Hemos visto que el contenido de la conciencia, la completa manifestación fenoménica de la mente, es un signo que resulta de la inferencia. En consecuencia, en base a nuestro principio de que lo absolutamente incognoscible no existe, de forma que la manifestación fenoménica de una sustancia es la sustancia, debemos concluir que la mente es un signo que evoluciona según las leyes de la inferencia. ¿Qué distingue a un hombre de una palabra? Hay una distinción sin duda. Las cualidades materiales, las fuerzas que constituyen la aplicación denotativa pura, y el significado del signo humano, son todos en exceso complicados en comparación con los de la palabra. Pero estas diferencias son solo relativas. ¿Cuál otra hay? Puede decirse que el hombre es consciente, mientras que una palabra no lo es. Pero conciencia es un término muy vago. Puede significar aquella emoción que acompaña a la reflexión de que tenemos vida

²³ «Eadem natura est, quae in existentia per gradum singularitatis est determinata, et intellectu, hoc est ut habet relationem ad intellectum ut cognitum ad cognoscens, est indeterminate». — *Quaestiones Subtilissimae*, lib. 7, qu. 18. [Nota de Peirce]. Duns Escoto. *Questiones subtilissimae Scoti in metaphysicam Aristotelis*. Venecia, 1497. Trad.: «Es la misma naturaleza que, en la existencia, está determinada por el grado de singularidad y que, en el intelecto, es decir, teniendo con el intelecto la relación de conocido con conocedor, está indeterminada».

²⁴ Véase su argumento en *Summa logicae*, parte 1, cap. 16. [Nota de Peirce]. Guillermo de Ockham. *Summa logicae*. Paris: Johannes Higman, 1488.

animal. Esta es una conciencia que está oscurecida cuando la vida animal decae en la vejez, o el sueño, pero que no está oscurecida cuando la vida espiritual decae; que está más viva cuanto mejor *animal* es el hombre, pero que no lo está cuanto mejor *hombre* es él. Nosotros no atribuimos esta sensación a las palabras, porque tenemos razón para creer que es dependiente de la posesión de un cuerpo animal. Pero esta conciencia, siendo una mera sensación, solo es una parte de la *cualidad material* del hombre-signo. De nuevo, conciencia a veces se usa para significar el *yo pienso*, o unidad en el pensamiento; pero esta unidad no es más que consistencia, o su reconocimiento. La consistencia pertenece a todo signo, en la medida que es un signo; y, en consecuencia, todo signo, puesto que primariamente significa que es un signo, significa su propia consistencia. El hombre-signo adquiere información, y llega a significar más de lo que significaba antes. Pero lo mismo hacen las palabras. ¿No significa hoy más la electricidad que en los tiempos de Franklin? El hombre hace la palabra, y la palabra no significa nada que el hombre no le haya hecho significar, y eso solamente para algún hombre. Pero, puesto que el hombre solamente puede pensar por medio de palabras u otros signos externos, estos pueden darse la vuelta y decir: «Tú no significas nada que no te hayamos enseñado y, entonces, solamente en la medida que te dirijas a alguna palabra como el interpretante de tu pensamiento». De hecho, en consecuencia, los hombres y las palabras se educan recíprocamente los unos a las otras; cada incremento de la información de un hombre implica, y está implicado por, un incremento correspondiente de la información de una palabra.

Sin ánimo de fatigar al lector llevando este paralelismo demasiado lejos, es suficiente decir que no hay ningún elemento, sea el que sea, de la conciencia del hombre que no tenga algo que se corresponda con ella en la palabra; y la razón es obvia. Es que la palabra o signo que el hombre usa *es* el hombre mismo. Ya que, al igual que el hecho de que todo pensamiento es un signo, tomado en conjunción con el hecho de que la vida es un tren de pensamiento, demuestra que el hombre es un signo; que todo pensamiento es un signo *externo*, demuestra que el hombre es un signo externo. Es decir, el hombre y el signo externo son idénticos, en el mismo sentido que las palabras *homo* y *hombre* son idénticas. En consecuencia, mi lenguaje es la suma total de mi persona; porque el hombre es el pensamiento.

Es difícil para el hombre entender esto, porque insiste en identificarse con su voluntad, su control sobre el organismo animal, con su fuerza bruta. Ahora bien, el

organismo no es más que un instrumento del pensamiento. Pero la identidad de un hombre consiste en la *consistencia* de lo que hace con lo que piensa, y la consistencia es el carácter intelectual de una cosa; esto es, su expresar algo.

Finalmente, puesto que lo que cualquier cosa realmente es, es aquello que pueda llegar finalmente a conocerse que está en el estado ideal de información completa, por lo que la realidad depende de la decisión última de la comunidad; igualmente el pensamiento es lo que es solamente en virtud de dirigirse a un pensamiento futuro que es, en su valor, como un pensamiento idéntico a este, aunque más evolucionado. De esta manera, la existencia del pensamiento ahora, depende de lo que sea de aquí en adelante; por lo que solamente tiene una existencia potencial, dependiente del pensamiento futuro de la comunidad.

El hombre individual, puesto que su existencia separada se manifiesta solamente por la ignorancia y el error, en la medida que es algo aparte de sus semejantes, y de lo que él y ellos lleguen a ser, no es más que una negación. Este es el hombre,

el orgulloso hombre,
Que más ignora lo que más cierto tiene,
Su esencia reflexiva.²⁵

5.3 La lógica como estudio de los signos²⁶

Un signo es algo que está en lugar de otra cosa para una mente. Para su existencia como tal son requisito tres cosas.

En primer lugar, debe tener caracteres que nos permitan distinguirlo de otros objetos.

²⁵ William Shakespeare, *Medida por medida*, Acto 2, escena 2, 114-123 (versión inglesa), pone estas palabras en boca de Isabella. La estrofa completa es: «Pero, el hombre. El orgulloso hombre/ investido de una poca y breve autoridad/ Que más ignora lo que más cierto tiene/ - Su esencia reflexiva-/ Como un simio enojado...». La acepción *reflexiva* de *glassy* está recogida en varios diccionarios históricos ingleses referidos a la terminología de Shakespeare, con el sentido de *especular* (como un espejo). Esta me parece la traducción más indicada en el contexto del pensamiento que desarrolla Peirce aquí, aunque no podemos obviar la connotación de frágil y quebradiza que, también, tiene este adjetivo (y los espejos) en el inglés de Shakespeare. Por lo que las alternativas: *incorpórea*, *cristalina*, *de vidrio* o *translúcida*; habituales en las traducciones al castellano de este texto, no nos parecen las más indicadas aquí. Por otro lado, en el párrafo que precede a esta cita hay una clara apelación a la ignorancia del ser humano individual y al sentido colectivo del pensamiento humano. En el sentido general de esta obra, cuyo título podría traducirse por *Donde las dan, las toman*, resuena aquella frase de los evangelios: *la medida que empleáis con los otros será la que se emplee con vosotros*.

²⁶ Se corresponde con WMS221, W3: 82-84, titulado por Peirce: «Cap. 7. De la lógica como un estudio de los signos»; fechado el 14 de marzo de 1873. El título está en concordancia con WMS220, el índice que hizo Peirce de los capítulos 7 al 17 de su proyecto de libro sobre lógica de 1873.

En segundo lugar, debe estar afectado de alguna manera por el objeto que significa o, al menos, algo de él debe variar como consecuencia de una causación real con alguna variación de su objeto. Uno de los ejemplos más simples de esto es una veleta, que está directamente movida por la fuerza del viento. Una fotografía está causada por una luz radiante del objeto que representa. En el caso de un cuadro ejecutado a mano la causación es menos directa pero, no obstante, existe. La relación de una declaración histórica con su objeto es la de estar causado por él. Si se hace una promesa, esto es un signo de la promesa hecha solo en la medida que ella misma causará la existencia de su ser, a menos que la consideremos como una profecía que está causada por ese estado mental que causará que la cosa profetizada sea realizada. Por esto, la causación puede ser o del objeto al signo, o del signo al objeto, o de alguna tercera cosa a ambos; pero alguna causación debe haber.

La tercera condición de la existencia de un signo es que se dirigirá él mismo a una mente. No es bastante que esté en relación a su objeto sino que es necesario que tenga una relación tal hacia su objeto como para llevar a la mente a una cierta relación con ese objeto, propiamente, aquella de conocerlo. En otras palabras, no debe solo estar en relación con su objeto sino que la mente debe considerarlo como que tiene esa relación. Puede dirigirse a la mente directamente o por medio de una traducción a otros signos. De alguna forma debe ser capaz de interpretación. Hemos visto que los pensamientos mismos tienen significancia intelectual solo en la medida que se demuestran ellos mismos a otros pensamientos. Por lo que los pensamientos son ellos mismos signos que están en lugar de otros objetos del pensamiento. Y, puesto que, por otro lado, no hay signo alguno del que la mente no pueda hacer uso en el razonamiento, se sigue que la ciencia del pensamiento, en su significancia intelectual, es una, y la misma que la ciencia de las leyes de los signos. Ahora bien, hay muchas verdades generales respecto a los signos que, necesariamente, se reputan buenas para cualesquiera de ellos; estando implicadas en la naturaleza esencial de los mismos. El origen de estos principios es, indudablemente, la naturaleza de la mente. Ahora bien, estos están implicados en todo lo que es verdad de la mente como se implica en nuestra capacidad de razonar y, en consecuencia, puede decirse que se dan por supuestos implícitamente en todos los seres humanos, esto es, porque son deducibles a partir de aquello en lo que todo el mundo está de acuerdo, y debe estar de acuerdo antes de que podamos iniciar cualquier discusión de una manera racional que, de esta forma, sea extraída del dominio especial

de la psicología y convertida en propiedad común de la ciencia. Estos principios pueden resultar de un estudio de la mente y del pensamiento, pero también puede llegarse a ellos por la simple consideración de cualesquiera signos que queramos. Ahora bien, el último modo de estudiarlos es el más fácil, porque el examen de los signos externos es una de las investigaciones más simples que podemos adoptar, y menos susceptible de error, mientras que el estudio de la mente es una de las más difíciles y dudosas. Procederemos, en consecuencia, en lo que resta de esta parte de la obra a comparar signos, y a generalizar nuestros resultados, guiándonos al hacerlo por una cierta sensación de la necesidad de que esto o aquello debe ser verdad, al igual que se siente en las matemáticas, el origen de cuya necesidad es claramente, al menos en este caso, que los principios están implicados en el postulado, que la mente está constituida de una manera tal como para investigar.

El tema del álgebra en su significación más general es exhibir la manera de rastrear las consecuencias de suponer que ciertos signos están sujetos a ciertas leyes. Y, en consecuencia, debe ser considerada como una parte de la lógica. Los símbolos algebraicos han sido utilizados por todos los lógicos desde los tiempos de Aristóteles, y probablemente antes. Recientemente, ciertos lógicos con algún renombre popular, pero que representan menos que ninguna otra escuela la lógica de la ciencia moderna, han objetado que el álgebra es, exclusivamente, la ciencia de la cantidad y, en consecuencia, es enteramente inaplicable a la lógica. Este argumento no es tan débil por lo que estoy asombrado de que estos autores lo utilicen, pero está abierto a tres objeciones: en primer lugar, el álgebra no es exclusivamente una ciencia de la cantidad, como sabe todo matemático; en segundo lugar, estos mismos escritores sostienen que la lógica es una ciencia de la cantidad; y, en tercer lugar, ellos mismos hacen un uso muy copioso de los símbolos algebraicos en la lógica²⁷.

²⁷ Véase, en este *Tratado de Lógica*, el capítulo 9, sobre la lógica de las matemáticas, y el capítulo 10, sobre la lógica de los relativos, para poder apreciar el alcance de estas afirmaciones de Peirce acerca del álgebra para una lógica considerada como estudio de los signos.

Capítulo 6. La naturaleza de la inferencia

6.1 La inferencia¹

1 No tenemos capacidad de introspección, sino que todo conocimiento del mundo interno se deriva por razonamiento hipotético a partir de nuestro conocimiento de los hechos externos.

2 No tenemos capacidad de intuición, sino que toda cognición está lógicamente determinada por cogniciones previas.

3 No tenemos capacidad de pensar sin signos.

4 No tenemos concepción de lo absolutamente incognoscible.²

Al aceptar la primera proposición, debemos poner a un lado todos los prejuicios derivados de una filosofía que basa nuestro conocimiento del mundo externo en nuestra auto-conciencia. No podemos admitir ningún enunciado concerniente a lo que pasa dentro de nosotros excepto como una hipótesis necesaria para explicar aquello que tiene lugar en lo que, comúnmente, llamamos el mundo externo. Además, cuando hemos asumido, sobre estos fundamentos, una facultad o modo de acción de la mente, no podemos, claro está, adoptar ninguna otra hipótesis con el propósito de explicar cualquier hecho que puede ser explicado por nuestra primera suposición. Sino que debemos llevar esta última hasta donde llegue. En otras palabras, debemos, en la medida que podamos hacerlo sin hipótesis adicionales, reducir todas las clases de acción mental a un tipo general.

La clase de modificaciones de la conciencia con las que debemos comenzar nuestra investigación deben ser aquellas cuya existencia es indubitable, y cuyas leyes sean mejor conocidas, y, en consecuencia (puesto que este conocimiento viene del exterior), que más se aproximen a los hechos externos, es decir, debe ser alguna clase de cognición. Aquí podemos admitir hipotéticamente la segunda proposición, según la

¹ Tomado del significativo artículo «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» publicado en el *Journal of Speculative Philosophy* en 1868; WP27, W2: 213-223. Debido a su relevancia para un capítulo sobre la inferencia de aquella época, hemos incluido aquí la traducción desde la página 213 hasta el primer párrafo de la página 223 según la Edición de *Writings 2* (desde la página 223 hasta el final ha sido ya incluido en el capítulo sobre los signos). El artículo completo fue traducido al español y publicado por el Profesor José Vericat en su selección de textos de Peirce titulada *El hombre, un signo*, Ob. cit.: 90-99, donde ocupa un lugar prominente; a esta parte del ensayo el profesor Vericat la tituló *La acción mental*. He optado, de nuevo, por hacer una traducción propia que tanto me ayuda en la comprensión de los textos de Peirce.

² Estas son las cuatro negaciones que resultaban de la crítica de ciertas facultades humanas que había expuesto en el primero de los artículos de esta serie, «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano» (1868).

cual no hay absolutamente ninguna primera cognición de objeto alguno, sino que la cognición proviene de un proceso continuo. Debemos comenzar, entonces, con un *proceso* de cognición, y con aquel proceso cuyas leyes se entiendan mejor y más se aproximen a los hechos externos. Este no es ningún otro que el proceso de inferencia válida, que procede de su premisa, *A*, a su conclusión, *B*, solo si, de hecho, una proposición tal que *B* es siempre, o habitualmente, verdadera cuando una proposición tal que *A* es verdadera. Es una consecuencia, entonces, de los dos primeros principios cuyos resultados debemos indagar, que debemos, en la medida que podamos, sin ninguna otra suposición aparte de que la mente razona, reducir toda la acción mental a la fórmula del razonamiento válido.

¿Pero pasa, de hecho, la mente por el proceso silogístico? Es ciertamente muy dudoso que una conclusión –como algo que existe independientemente en la mente, como una imagen – de repente desplace a dos premisas que están en la mente de una manera similar. Pero es un hecho constante de la experiencia, que si a un hombre se le hace creer en las premisas, en el sentido de que actuará a partir de ellas y de que dirá que son verdaderas, bajo unas condiciones favorables estará, también, dispuesto a actuar a partir de la conclusión y a decir que aquella es verdadera. En consecuencia, algo equivalente al proceso silogístico tiene lugar dentro del organismo.

Una inferencia válida es o bien *completa* o bien *incompleta*. Una inferencia incompleta es aquella cuya validez depende de alguna cuestión de hecho que no está contenida en las premisas. Este hecho implicado puede haber sido enunciado como una premisa, y su relación con la conclusión es la misma se afirme explícitamente o no, puesto que, al menos virtualmente, se toma por asumido, por lo que todo argumento incompleto válido es virtualmente completo. Los argumentos completos se dividen en *simples* y *complejos*. Un argumento complejo es aquel que, a partir de tres o más premisas, concluye lo que pudiera haber sido concluido por medio de algunos pasos sucesivos del razonamiento, cada uno de los cuales es simple. Por ello, una inferencia compleja llega a lo mismo, al final, que una sucesión de inferencias simples.

Un argumento, completo, simple y válido, o silogismo, es o bien *apodíctico* o bien *probable*. Un silogismo deductivo o apodíctico es aquel cuya validez depende, incondicionalmente, de la relación del hecho inferido con los hechos afirmados en las premisas. Un silogismo cuya validez no dependiera meramente de sus premisas, sino de la existencia de algún otro conocimiento, sería imposible; porque o bien este otro

conocimiento sería afirmado, en cuyo caso sería una parte de las premisas, o bien sería implícitamente asumido, en cuyo caso la inferencia sería incompleta. Pero un silogismo cuya validez depende, parcialmente, de la *in-existencia* de algún otro conocimiento, es un silogismo *probable*.

Unos pocos ejemplos dejarán esto claro. Los argumentos siguientes son apodícticos o deductivos:

1 Ninguna serie de días de los que el primero y el último son días diferentes de la semana excede en uno a un múltiplo de siete días; ahora bien, los días primero y último de cualquier año bisiesto son días diferentes de la semana y, en consecuencia, ningún año bisiesto consiste de un número de días mayor en uno que un múltiplo de siete.

2 Entre las vocales no hay ninguna letra doble; pero una de las letras dobles (*w*)³ está compuesta de dos vocales: por lo tanto, una letra compuesta de dos vocales no es necesariamente una vocal ella misma.

En estos dos casos, es claro que en la medida que las premisas son verdaderas, sean como sean otros hechos, la conclusión es verdadera. Por otro lado, supongamos que razonamos como sigue: «Un cierto hombre tenía el cólera asiático. Estaba desmayado, lívido, totalmente frío y sin un pulso perceptible. Se le realizó una sangría copiosa. Durante el proceso recobró la conciencia, y a la mañana siguiente se encontraba lo suficientemente mejorado como para levantarse. En consecuencia, la sangría tiende a curar el cólera.» Esta es una aceptable inferencia probable, siempre que las premisas representen todo nuestro conocimiento del asunto. Pero si supiéramos, por ejemplo, que la recuperación del cólera puede ser repentina, y que el médico que había informado de este caso hubiera conocido otras cien pruebas del remedio sin comunicar los resultados, entonces, la inferencia perdería toda su validez.

La ausencia de conocimiento que es esencial para la validez de cualquier argumento probable se relaciona con alguna cuestión que está determinada por el propio argumento. Esta cuestión, al igual que toda otra, es si ciertos objetos tienen ciertos caracteres o no. Por lo tanto, la ausencia de conocimiento es o bien, si, además de los objetos que, de acuerdo con las premisas, poseen ciertos caracteres, cualesquiera otros objetos los poseen; o bien, si, además de los caracteres que, de acuerdo con las premisas, pertenecen a ciertos objetos, cualesquiera otros caracteres no necesariamente

³ En inglés la letra *w* se lee como doble *u*, no como *v* doble en castellano.

implicados en estos pertenecen a los mismos objetos. En el primer caso, el razonamiento procede como si todos los objetos que tienen ciertos caracteres fueran conocidos, y esto es la *inducción*; en el segundo caso, la inferencia procede como si todos los caracteres requeridos para la determinación de un cierto objeto o clase fueran conocidos, y esto es la *hipótesis*. Esta distinción, también, puede aclararse más con algunos ejemplos.

Supongamos que contamos el número de sucesos de las diferentes letras en un determinado libro inglés, al que podemos llamar *A*. Por supuesto que toda nueva letra que añadamos a nuestra cuenta alterará el número relativo de sucesos de las diferentes letras; pero a medida que procedemos con nuestra cuenta, este cambio será cada vez menor. Supongamos que encontramos que, a medida que incrementamos el número de letras contadas, el número relativo de las ‘e’ se aproxima a casi un $^{111}/_4$ por ciento del total, el de las ‘t’ a un $^{81}/_2$ por ciento, el de las ‘s’ a un $^{71}/_2$ por ciento, etcétera. Supongamos que repetimos las mismas observaciones con media docena de otros escritos ingleses (que podemos designar como *B, C, D, E, F, G*) con los mismos resultados. Entonces, podemos inferir que en todo escrito inglés de una cierta extensión, las diferentes letras se dan, prácticamente, con esas frecuencias relativas.

Ahora bien, este argumento depende para su validez de nuestro desconocimiento de la proporción de letras en cualquier escrito inglés aparte de *A, B, C, D, E, F* y *G*. Porque si la conocemos respecto a *H*, y no es aproximadamente la misma que en las otras, nuestra conclusión queda invalidada de golpe; si es la misma, entonces la inferencia legítima es a partir de *A, B, C, D, E, F, G* y *H*, y no solo a partir de las primeras siete. Esto, en consecuencia, es una *inducción*.

Supongamos, a continuación, que se nos presenta un fragmento de escritura cifrada, sin la clave. Supongamos que encontramos que contiene algo menos de 26 caracteres, uno de los cuales aparece en aproximadamente un $^{111}/_4$ por ciento de todas las veces, otro un $^{81}/_2$ por ciento, otro un 8 por ciento, y otro un $^{71}/_2$ por ciento. Supongamos que cuando sustituimos estos por *e, t, a* y *s* respectivamente, podemos ver cómo algunas letras individuales pueden sustituirse por cada uno de los otros caracteres de forma que tenga sentido en inglés, siempre que, sin embargo, permitamos que la escritura sea incorrecta en algunos casos. Si el escrito tiene una extensión considerable, podemos inferir con una gran probabilidad que este es el significado de la cifra.

La validez de este argumento depende de que no haya ningún otro carácter conocido del escrito cifrado que tuviera algún peso en el asunto; porque si lo hubiera – si conocemos, por ejemplo, si hay o no otra solución del mismo – debe permitírsele a esto su efecto en apoyar o debilitar la conclusión. Esto, entonces, es la *hipótesis*.

Todo razonamiento válido es o deductivo, o inductivo, o hipotético; o, si no, combina dos o más de estos caracteres. La deducción recibe un tratamiento suficiente en la mayoría de los libros de texto; pero será necesario decir algunas palabras acerca de la inducción y la hipótesis para hacer más inteligible lo que sigue.

La inducción puede definirse como un argumento que procede sobre el supuesto de que todos los miembros de una clase o de un agregado tienen los caracteres que son comunes a todos aquellos miembros de esta clase respecto a los cuales se conoce, tengan o no tengan estos caracteres; o, en otras palabras, el que asume que es verdadero de toda una colección lo que es verdadero de un número de casos tomados de ella al azar. A este puede denominársele un argumento estadístico. A la larga, debe dar, por lo general, conclusiones bastante correctas a partir de premisas verdaderas. Si tenemos un saco de alubias, parte de ellas blancas y parte de ellas negras, al contar las proporciones relativas de los dos colores en varios puñados diferentes, podemos, más o menos, aproximarnos a las proporciones relativas de todo el saco, puesto que un número suficiente de puñados constituiría el total de alubias en el saco. La característica central y clave para la inducción es, que al tomar la conclusión así alcanzada como premisa mayor de un silogismo, y como premisa menor la proposición que enuncia que tales y cuales objetos se toman de la clase en cuestión, la otra premisa de la inducción se seguirá deductivamente a partir de ellas. Por ello, en el ejemplo anterior concluimos que todos los libros en inglés tienen aproximadamente un $11\frac{1}{4}$ por ciento de ‘e’ entre sus letras. A partir de esto como premisa mayor, junto con la proposición que *A, B, C, D, E, F* y *G* son libros en inglés, se sigue deductivamente que *A, B, C, D, E, F* y *G* tienen aproximadamente un $11\frac{1}{4}$ por ciento de ‘e’ entre sus letras. En conformidad con esto, Aristóteles definió la inducción como la inferencia de la premisa mayor de un silogismo a partir de su premisa menor y la conclusión. La función de una inducción es la de sustituir una serie de muchos sujetos, por uno único que los abarca y un número

indefinido de otros. Por ello es una especie de *reducción de la multiplicidad a la unidad*.⁴

La hipótesis puede definirse como un argumento que procede sobre el supuesto de que un carácter del que se conoce que necesariamente implica un cierto número de otros, puede, probablemente, predicarse de cualquier objeto que tiene todos los caracteres de los que se conoce que este carácter implica. Al igual que la inducción puede considerarse como la inferencia de la premisa mayor de un silogismo, la hipótesis puede considerarse como la inferencia de la premisa menor, a partir de las otras dos proposiciones. Por ello, el ejemplo tomado anteriormente consiste de dos de estas inferencias de las premisas menores de los siguientes silogismos:

1 Todo escrito inglés de alguna extensión en el que tales y cuales caracteres denotan *e*, *t*, *a* y *s*, tienen aproximadamente un $11\frac{1}{4}$ por ciento del primer tipo de marcas, un $8\frac{1}{2}$ del segundo, un 8 del tercero y un $7\frac{1}{2}$ del cuarto;

Este escrito secreto es un escrito inglés de alguna extensión, en el que tales y cuales caracteres denotan *e*, *t*, *a* y *s*, respectivamente:

. . Este escrito secreto tiene aproximadamente un $11\frac{1}{4}$ por ciento de sus caracteres del primer tipo, un $8\frac{1}{2}$ del segundo, un 8 del tercero y un $7\frac{1}{2}$ del cuarto.

2 Un pasaje escrito con un alfabeto tal tiene sentido cuando tales y cuales letras se sustituyen repetidamente por tales y cuales caracteres.

Este escrito secreto está escrito con un alfabeto tal.

. . Este escrito secreto tiene sentido cuando se hacen tales y cuales sustituciones.

La función de la hipótesis es la de sustituir una gran serie de predicados que no forman ninguna unidad en sí mismos, por uno único (o por un pequeño número de ellos) que los implica a todos, junto con (quizás) un número indefinido de otros. Es, en consecuencia, también, una reducción de la multiplicidad a la unidad.⁵ Todo silogismo deductivo puede ser puesto en la forma

⁴ Clara alusión al tema de las categorías.

⁵ Varias personas versadas en lógica han objetado que he aplicado totalmente mal el término *hipótesis* aquí, y que lo que yo designo así es un argumento a partir de la *analogía*. Es respuesta suficiente decir que Descartes aceptó como ilustración adecuada de la hipótesis el ejemplo de la cifra (Regla 10, *Oeuvres choisies*: Paris, 1865, p. 334), también lo hizo Leibniz (*Nouveaux Essais*, lib. 4, cap. 12, párrafo 13, Ed. Erdman, p. 383 b, y (como he sabido por D. Stewart: *Works*, vol. 3, pp. 305 y sig.), también, Gravesande, Boscovich, Hartley y G. L. Le Sage. El término *hipótesis* ha sido usado con los siguientes sentidos: -1. Para el tema o la proposición que forma el sujeto de un discurso. 2. Para un supuesto. Aristóteles divide las *tesis* o proposiciones adoptadas, sin dar razón, en definiciones e hipótesis. Estas últimas son proposiciones que enuncian la existencia de algo. Así, el geómetra dice, «Hágase un triángulo». 3. Para

Si *A*, entonces *B*;

Pero *A*: . . . *B*.

una condición en un sentido general. Se dice de nosotros que buscamos otras cosas que la felicidad, ἔξ ὑποθέσεως, condicionalmente. La mejor república es la idealmente perfecta, la segunda la mejor sobre la tierra, la tercera la mejor, ἔξ ὑποθέσεως, dadas las circunstancias. La libertad es la ὑποθέσεως, o la condición de la democracia. 4. Para el antecedente de la proposición hipotética. 5. Para una cuestión oratoria que asume los hechos. 6. En la *Synopsis* de Psellus, para la referencia de un sujeto a las cosas que denota. 7. Por lo común, en los tiempos modernos, para la conclusión de un argumento de consecuente y consecuente a antecedente. Este es mi uso del término. 8. Para una conclusión tal cuando es demasiado débil para ser una teoría aceptada dentro del cuerpo de la ciencia.

Aporto algunas autoridades para apoyar el séptimo uso:

Chauvin: «Hypothesis est propositio, quae assumitur ad probandam aliam veritatem incognitam. Requiritur multi, ut haec hypothesis vera esse cognoscatur, etiam antequam appareat, an alia ex eâ deduci possint. Verum aiunt alii, hoc unum desiderari, ut hypothesis pro vera admittatur, quod nempe ex hac talia deducitur, quae respondent phaenomenis, et satisfaciunt omnibus difficultatibus, quae hac parte in re, et in iis quae de ea apparent, occurrebant.» *Lexicon Rationale*, Primera edición.

Newton: «Hactenus phaenomena coelorum et maris nostril per vim gravitates exposui, sed causam gravitates nondum assignavi... Rationem vero harum gravitates proprietatum ex phaenominis nondum potui deducere, et hypothesis non fingo. Quicquid enim ex phaenomenis non deducitur, *hypothesis* vocanda est... In hac Philosophiâ Propositiones deducuntur ex phaenomenis, et redduntur generals per inductionem.» *Principia. Ad fin.*

Sir Wm. Hamilton: «Las hipótesis, esto es, las proposiciones que se asumen, con probabilidad, para explicar o demostrar algo otro que no puede ni explicarse ni demostrarse de ninguna otra manera.» *Lectures on Logic* (Am. Ed.), p. 188.

«Se da más enfáticamente el nombre de hipótesis a los supuestos provisionales, que sirven para explicar los fenómenos en la medida que son observados, pero que solo se afirman como verdaderos, si son finalmente confirmados por una inducción completa.» *Ibid* p. 364.

«Cuando se presenta un fenómeno que no puede ser explicado por ningún principio que nos aporte la experiencia, nos sentimos descontentos e incómodos; y de ahí nace el afán por descubrir alguna causa que pueda, al menos provisionalmente, dar cuenta del fenómeno excepcional; y esta causa es finalmente reconocida como válida y verdadera si, por medio de ella, el fenómeno dado se encuentra que llega a una explicación completa y perfecta. Al juicio en que se refiere un fenómeno a una causa así de problemática, se le denomina *Hipótesis*.» *Ibid*. pp. 449- 450. Véase, también, *Lectures on Metaphysics*, p. 117.

J. S. Mill: «Una hipótesis es cualquier supuesto que hagamos (bien sin una evidencia de hecho, bien con una evidencia manifiestamente insuficiente), para afanarnos por deducir a partir de ella conclusiones de acuerdo con hechos que se conoce que son reales; bajo la idea de que si las conclusiones a que conduce la hipótesis son verdades conocidas, la hipótesis misma o bien debe ser verdadera o bien, al menos, es muy probable que lo sea.» *Logic* (6ª Edición), vol. 2, p. 8.

Kant: «Si todas las consecuencias de una cognición son verdaderas, la cognición misma es verdadera... Es permisible, en consecuencia, concluir del consecuente a una razón, pero sin poder determinar esta razón. A partir de los complejos de todos los consecuentes es cómo solo podemos concluir la verdad de una determinada razón.... La dificultad con este modo *positivo* y *directo* de inferencia (*modus ponens*) es que la totalidad de los consecuentes no pueden ser reconocidos apodícticamente y que, en consecuencia, nos vemos conducidos por este modo de inferencia solamente a una cognición probable e *hipotéticamente* verdadera (*Hypotheses*).» –*Logik* de Jäsche, *Werke*, Ed. Rosenkranz & Schubert, vol. 3, p.221.

«Una hipótesis es el juicio de la verdad de una razón por motivo de la suficiencia de los consecuentes.» *Ibid*. p.262.

Herbart: «Podemos hacer hipótesis de las que deducir consecuentes y, luego, ver si los últimos concuerdan con la experiencia. A estas suposiciones se les denomina hipótesis.» *Einleitung; Werke*, vol. 1, p. 53.

Beneke: «Inferencias afirmativas de consecuente a antecedente, o hipótesis.» *System der Logik*, vol. 2, p.103.

No habría mucha dificultad en multiplicar estas citas. [Nota de Peirce]. Hemos incluido algunos comentarios adicionales y las traducciones de las citas de Chauvin y Newton en una nota adicional al final de este capítulo

Y como la premisa menor de esta forma aparece como el antecedente o la razón de una proposición hipotética, a la inferencia hipotética puede denominársele razonamiento del consecuente al antecedente.

El argumento a partir de la analogía, al que un popular escritor de lógica denomina razonamiento de particulares a particulares, deriva su validez de combinar los caracteres de la inducción y la hipótesis, siendo analizable bien como deducción bien como inducción, o bien como deducción e hipótesis.

Sin embargo, aunque la inferencia es, así, de tres especies esencialmente diferentes, también pertenece a un género. Hemos visto que ninguna conclusión puede derivarse legítimamente a la que no hubiera podido llegarse por medio de sucesiones de argumentos que tuvieran dos premisas cada uno, y que no implicaran ningún hecho no afirmado.

Cualquiera de estas dos premisas es una proposición que afirma que ciertos objetos tienen ciertos caracteres. Todo término de una proposición así está en lugar de o bien ciertos objetos, o bien ciertos caracteres. La conclusión puede considerarse como una proposición que sustituye a cualquiera de las premisas, justificándose la sustitución por el hecho afirmado en la otra premisa. La conclusión, en consecuencia, se deriva de cualquiera de las premisas al sustituir o bien el sujeto de la premisa por uno nuevo, o bien el predicado de la premisa por uno nuevo, o bien al sustituir ambos. Ahora bien, la sustitución de un término por otro solo puede justificarse en la medida que el término sustituido representa solo lo que se representa en el término que se reemplaza. Si, en consecuencia, la conclusión se denota por la fórmula,

$$S \text{ es } P;$$

y se deriva esta conclusión, por un cambio de sujeto, de una premisa que puede, de esta forma, expresarse con la fórmula,

$$M \text{ es } P,$$

entonces, la otra premisa debe afirmar que todo lo que se representa por S se representa por M , o que

$$\text{Todo } S \text{ es un } M;$$

mientras que, si la conclusión, $S \text{ es } P$, se deriva de cualquiera de las dos premisas por un cambio de predicado, esa premisa debe escribirse

$$S \text{ es } M;$$

y la otra premisa debe afirmar que cualesquiera caracteres estén implicados en P están implicados en M , o que

Todo lo que es M es P .

En cualquiera de los dos casos, en consecuencia, el silogismo puede expresarse con la fórmula,

S es M ; M es P :
... S es P .

Finalmente, si la conclusión difiere de cualquiera de las dos premisas, tanto en el sujeto como en el predicado, la forma del enunciado de la conclusión y la premisa puede alterarse de una forma tal que tendrán un término común. Esto siempre puede hacerse, puesto que si P es la premisa y C es la conclusión, pueden enunciarse así:

El estado de cosas representado en P es real,

y

El estado de cosas representado en C es real.

En este caso la otra premisa debe, de alguna forma, afirmar virtualmente que todo estado de cosas como se representa en C es el estado de cosas representado en P .

Todo el razonamiento válido, en consecuencia, es de una forma general; y al aspirar a reducir toda la acción mental a las formulas de la inferencia válida, aspiramos a reducirla a un único tipo.

Un obstáculo aparente para la reducción de toda la acción mental al tipo de las inferencias válidas es la existencia del razonamiento falaz. Todo argumento implica la verdad de un principio general del procedimiento inferencial (bien implicando algún asunto de hecho concerniente al sujeto del argumento, bien implicando meramente una máxima relacionada con un sistema de signos), según el cual es un argumento válido. Si este principio es falso, el argumento es una falacia; sin embargo, ni un argumento válido a partir de premisas falsas, ni una inducción ni una hipótesis excesivamente débiles, pero no completamente ilegítimas, no importa cuánto se sobreestimen su fuerzas ni cuán falsas sean sus conclusiones, es una falacia.

Ahora bien, las palabras, tomadas como aparecen, si tienen la forma de un argumento, implican, por ello, cualquier hecho que pueda ser necesario para hacer concluyente el argumento; de manera que para el lógico formal, que trata solo con el significado de las palabras según los principios apropiados de interpretación, y no con la

intención del hablante que pueda adivinarse por otras indicaciones, las únicas falacias serían aquellas que fueran simplemente absurdas o contradictorias, bien porque sus conclusiones sean absolutamente inconsistentes con sus premisas, bien porque conecten las proposiciones con una especie de conjunción ilativa, con la cual no pueden bajo ninguna circunstancia estar válidamente conectadas.

Pero para el psicólogo un argumento solamente es válido si las premisas de las que se deriva la conclusión mental fueran suficientes, si fueran verdaderas, para justificarlo, bien por sí mismas, bien con la ayuda de otras proposiciones que hayan sido sostenidas como verdaderas previamente. Sin embargo, es fácil demostrar que todas las inferencias hechas por el ser humano, que no son válidas en este sentido, pertenecen a cuatro clases, propiamente: 1. Aquellas cuyas premisas son falsas; 2. Aquellas que tienen alguna fuerza, aunque solo muy poca; 3. Aquellas que resultan de la confusión de una proposición con otra; 4. Aquellas que resultan de la aprehensión indistinta, de la aplicación errónea o de la falsedad de una regla de inferencia. Puesto que, si un ser humano fuera a cometer una falacia, que no fuera de ninguna de estas clases, extraería, a partir de premisas verdaderas y concebidas con perfecta distinción, y evitando extraviarse a causa de algún prejuicio o de algún otro juicio que sirviera como una regla de inferencia, una conclusión que no tuviera realmente ni la más mínima relevancia. Si esto pudiera pasar, la consideración reposada y la cautela tendrían poco uso en el pensamiento, puesto que la cautela solo sirve para asegurarnos de que tomamos en cuenta todos los hechos, y para hacer distintos aquellos que tomamos en cuenta; ni puede la serenidad hacer nada más que capacitarnos para ser cautos y, también, para prevenirnos de que no nos afecte la pasión al inferir como verdadero aquello que deseamos fuera verdadero, o que nos tememos sea verdadero, o al seguir alguna otra regla de inferencia errónea. Sin embargo, la experiencia nos muestra que la consideración serena y cauta de las mismas premisas concebidas distintamente (incluidos los prejuicios) garantizará el pronunciamiento del mismo juicio por todos los seres humanos. Ahora bien, si una falacia pertenece a la primera de aquellas cuatro clases y sus premisas son falsas, se puede suponer que el procedimiento de la mente desde estas premisas hasta la conclusión es o bien correcto, o bien yerra de alguna de las otras tres maneras; porque no puede suponerse que la mera falsedad de las premisas afectase al procedimiento de la razón cuando esa falsedad no es conocida por la razón. Si la falacia pertenece a la segunda clase y tiene alguna fuerza, no importa la poca que

sea, es un argumento probable legítimo, y pertenece al tipo de la inferencia válida. Si es de la tercera clase y resulta de la confusión de una proposición con otra, esta confusión se debe a la semejanza entre las dos proposiciones; es decir, la persona que razona, al ver que una proposición tiene alguno de los caracteres que pertenecen a la otra, concluye que tiene todos los caracteres esenciales de la otra, y que es equivalente a aquella. Ahora bien, esta es una inferencia hipotética que, aunque pueda ser débil, y aunque su conclusión resulte que es falsa, pertenece al tipo de las inferencias válidas; y, en consecuencia, como el *nodus* de la falacia reside en esta confusión, el procedimiento de la mente en estas falacias de la tercera clase es conforme con la fórmula de la inferencia válida. Si la falacia pertenece a la cuarta clase, o bien resulta de aplicar erróneamente, o de entender mal, una regla de inferencia, y así es una falacia por confusión, o bien resulta de adoptar una regla de inferencia errónea. En este último caso, esta regla se adopta de hecho como premisa y, en consecuencia, la conclusión falsa se debe meramente a la falsedad de una premisa. En consecuencia, en toda falacia posible para la mente del ser humano, el procedimiento de la mente es conforme con la fórmula de la inferencia válida.

6.2 Cómo se dirigen las cualidades generales de las cogniciones a otras cogniciones [o inferencia] ⁶

Hemos visto que una inferencia es el proceso por el que una creencia determina a otra. Pero una creencia es ella misma un hábito de la mente en virtud del cual una idea da lugar a otra. Cuando digo que sé francés, no quiero decir que en la medida en que lo conozco tenga yo en mi mente todas las palabras que lo componen, ni siquiera una sola de ellas. Sino sólo que cuando pienso en un objeto, se me ocurrirá la palabra francesa para este y que, cuando una palabra francesa se presente a mi atención, pensaré en el objeto que significa. Lo que es verdadero del conocimiento es igualmente verdadero de la creencia, ya que la verdad o falsedad de la cognición no altera su carácter respecto a esto. Yo estoy convencido de que el ácido prúsico es veneno, y siempre lo he estado. Esto no significa que siempre haya tenido la idea del ácido prúsico en mi mente, sino sólo que en la ocasión adecuada, al pensar en beberlo, por ejemplo, la idea de veneno y todas las otras ideas que esa idea acarree, surgirían en mi mente. Por lo que hay tres

⁶ Se corresponde con WMS217, *W3*: 75-77, titulado por Peirce simplemente, «Capítulo 5», en concordancia con el índice que encontramos en WMS181, y fechado el 10 de marzo de 1873. En este manuscrito habla tanto de la inferencia, en términos muy generales, como de los signos. También se corresponde con el apartado 6 de *La lógica de 1873*, al que los compiladores dieron el título de «CREENCIA» (*CP* 7.354-357). El texto de Peirce es continuo, sin párrafos separados.

elementos del conocimiento: los pensamientos, la conexión habitual entre los pensamientos y los procesos que establecen una conexión habitual entre los pensamientos. Ya hemos visto que una idea no puede estar instantáneamente presente, que la conciencia ocupa tiempo y que no tenemos conciencia en un instante. Así que en ningún momento tenemos un pensamiento. Pero ahora aparece, además, que en referencia a una creencia no sólo no podemos tenerla en un instante, sino que no puede estar presente en la mente en ningún período de tiempo. No consiste en nada que esté presente a la mente, sino en una conexión habitual entre las cosas que están sucesivamente presentes. Es decir, consiste en ideas que se siguen unas de otras de acuerdo con una regla general; pero no en el mero pensar en esta regla general, ni en la mera sucesión de las ideas unas de otras, ni en ambas cosas juntas. En consecuencia, un pensamiento debe ser un signo de una creencia; pero nunca es una creencia él mismo. Lo mismo es obviamente verdadero respecto a una inferencia; e incluso una idea simple tiene valor intelectual para nosotros no por lo que en sí misma es sino porque está en lugar de algún objeto con el cual se relaciona. Ahora bien, una cosa que está en lugar de otra es una representación o un signo. Por lo que resulta que toda especie de conocimiento actual tiene la naturaleza de un signo. Se encontrará muy ventajoso considerar el asunto desde este punto de vista, porque muchas propiedades generales de los signos pueden descubrirse gracias a un conjunto de palabras y cosas semejantes, que estén libres de los embrollos que nos dejan perplejos en el estudio directo del pensamiento. Examinemos algunos de los caracteres de los signos en general. Un signo, en primer lugar, debe tener algunas cualidades en sí mismo que sirvan para distinguirlo, una palabra debe tener un sonido peculiar diferente del sonido de otra palabra; pero no importa qué sonido sea, en la medida en que sea algo distinguible. En segundo lugar, un signo debe tener una conexión física real con la cosa que significa de forma que esté afectado por esa cosa. Una veleta, que es un signo de la dirección del viento, debe realmente girar con el viento. Esta palabra en esta conexión es una palabra indirecta; pero, a menos que haya una forma u otra de conectar las palabras con las cosas que significan y de asegurar su correspondencia con ellas, estas no tendrán valor como signos de esas cosas. Todo lo que tenga estos dos caracteres es adecuado para convertirse en signo. Es, al menos, un síntoma, pero no es realmente un signo a menos que se use como tal; es decir, a menos que se interprete para el pensamiento y se dirija

él mismo a alguna mente. Puesto que el pensamiento es él mismo un signo, podemos expresar esto al decir que el signo debe ser interpretado como otro signo⁷. Veamos, sin embargo, si esto es verdadero del pensamiento mismo, que deba dirigirse él mismo a algún otro pensamiento. Hay algunos casos en los que no es difícil ver que este debe ser el caso. Yo no tengo la creencia de que el ácido prúsico es venenoso a menos que, cuando la ocasión particular se presente, sea llevado a la creencia adicional de que ese ácido particular es venenoso; y a menos que sea llevado adicionalmente a la creencia de que es una cosa que debe evitarse beber. Porque todas estas cosas son necesarias para que yo actúe en base a mi creencia. Una creencia en base a la cual no se actúe, deja de ser una creencia. Puede ser que, finalmente, llegue a una creencia que sea, directamente, un motivo para la acción sin la intervención de una creencia más especial. En este caso, ¿cómo se dirige la creencia misma a un signo? Cuando se dice que una persona actúa en base a una creencia determinada, el significado es que sus acciones tienen una determinada consistencia.; es decir, que poseen una determinada unidad intelectual. Pero esto implica que son interpretadas a la luz del pensamiento. Por lo que, incluso, si una creencia es un motivo directo para la acción, aún así es una creencia sólo porque esa acción es interpretable de nuevo. Y, de esta manera, el carácter intelectual de las creencias es dependiente, al menos, de la capacidad de una traducción interminable de signo en signo. Una inferencia se traduce ella misma directamente en una creencia. Un pensamiento que no sea capaz de afectar a la creencia de manera alguna, obviamente no tiene significado ni valor intelectual en absoluto. Si afecta a la creencia, entonces se traduce de un signo en otro al interpretarse la creencia misma. Y, en consecuencia, este carácter de los signos, que deben ser capaces de interpretación en todos los sentidos, pertenece a todos los tipos de conocimiento. Y, consiguientemente, ningún conocimiento es tal o tiene significado intelectual por lo que es en sí mismo, sino sólo por lo que es en sus efectos sobre otros pensamientos. Y la existencia de un

⁷ En *LI873* aparece aquí una nota 16 a pie de página con una referencia cruzada a *CP* Cf. 5.253. Pertenece al artículo «Cuestiones acerca de ciertas facultades atribuidas al ser humano» (1868), concretamente, el cuarto párrafo de la respuesta a la Cuestión 5, *Si podemos pensar sin signos*: «A partir de la proposición de que todo pensamiento es un signo, se sigue que todo pensamiento debe dirigirse él mismo a otro, que debe determinar a algún otro, puesto que esa es la esencia del signo. Esta, después de todo, no es más que otra forma del familiar axioma de que en la intuición, es decir, en el presente inmediato, no hay ningún pensamiento o que todo sobre lo que se reflexiona tiene pasado. *Hinc loquor inde est*. Que, puesto que (si hay) cualquier pensamiento, debe haber habido un pensamiento (anterior), tiene su análogo en el hecho de que, puesto que (ha habido) cualquier tiempo pasado, ha debido haber una serie infinita de tiempos (anteriores). En consecuencia, decir que el pensamiento no puede ocurrir en un instante, sino que requiere un tiempo, no es más que otra forma de decir que todo pensamiento debe ser interpretado en otro, o que todo el pensamiento es en signos.» Véase el capítulo sobre los signos en este *Tratado de Lógica*, donde se incluye todo el contenido relevante de este artículo para este tema.

conocimiento no es algo actual, sino que consiste en el hecho de que bajo determinadas circunstancias algún otro conocimiento surgirá.

Nota 5 (ampliación):

- [Varias...] No existe publicada ninguna objeción en tal sentido, pero algunas personas como Chauncey Wright y F. E. Abbot podrían haber puesto objeciones al argumento de Peirce tras la presentación de «Una clasificación de los argumentos» ante la Academia Americana de Artes y Ciencias.
- [D. Stewart...] Este es el segundo volumen de *Los elementos...de la mente humana* de Stewart, donde (pp. 305-16), adicionalmente a los cuatro autores mencionados, también, comenta a Bacon, Fontenelle, D'Alembert, Reid y Prevost.
- [Aristóteles...] *Analítica posterior*, 1.2.72a15.
- [Synopsis de Psellus] Peirce no sabía que esta era una traducción de la *Summulae* de Petrus Hispanus, hecha por George Scholarios (1400-1464).
- [Chauvin] «Una hipótesis es una proposición que se asume para someter a prueba la verdad de aquello de lo que aún no se sabe que sea verdad. Muchos exigen que, para que una hipótesis se identifique como verdadera, no importa lo verdadera que parezca con anterioridad, otras cosas deben ser deducibles a partir de ella. Sin embargo, otros dicen que, para que una hipótesis sea verdadera, se requiere esta única cosa; propiamente, que tales cosas deben de ser deducibles a partir de ella como las que corresponden con los fenómenos y que satisfacen todas las dificultades que se encuentren, por un lado, en la cosa misma y, por otro, en las que surjan a partir de ella.»
- Del «General Scholium» de Newton [*Principia*, 2:201-2]: «He explicado, hasta ahora, los fenómenos de los cielos y del mar por medio de la fuerza de la gravedad, pero aún no he determinado la causa de la gravedad... No he podido deducir, aún, a partir de los fenómenos la razón de estas propiedades de la gravedad, y yo no me invento hipótesis. Todo aquello que no pueda deducirse a partir de los fenómenos debería llamarse hipótesis... En esta filosofía, las proposiciones se deducen a partir de los fenómenos y se hacen generales por medio de la inducción.»
- [Jäsche] Gottlieb Benjamin Jäsche (1762-1842), filósofo y teólogo alemán quien, según la recomendación de Kant, editó la *Logik* de este último, en 1800.
- [Einleitung] Abreviación que hace Peirce del *Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie* de Herbart.

Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple

7.1 De la cópula¹

Toda idea ocupa tiempo. En el momento en que una idea es pensada puede pensarse otra. En este caso la segunda se piensa como un caso especial de la primera. A esto se le llama la *subsunción* de la segunda en la primera.

Todo juicio expresa una relación de ideas y, consecuentemente, implica una comparación de ellas, y un pensarlas juntas. Todo pensar de ideas juntas es un proceso de subsunción. Consecuentemente, toda proposición o expresión de un juicio puede ser puesta en la forma «A es un caso de B». Por esto cuando decimos «todo hombre es un animal», decimos que hombre está incluido en animal como un caso especial. Utilizaré el símbolo $\neg<$ para declarar que el objeto del término escrito delante de él está incluido en el objeto del término escrito detrás de él. De esta forma «hombre $\neg<$ mortal» significará «el hombre es mortal» y « $\neg\sqrt{} \neg< \sqrt{}$ » significará que la negación de una raíz cuadrada es una raíz cuadrada de la misma magnitud. Al símbolo $\neg<$ o ‘es’, su equivalente en palabras, los lógicos lo denominan la cópula. Al término que precede a la cópula se le llama el *sujeto* de la proposición y al que le sigue el *predicado*. Del segundo se dice que se predica del primero.

El estudiante de lógica necesita hacerse experto en poner las proposiciones en la forma canónica a $\neg<$ b. Los siguientes son algunos ejemplos típicos.

«El alma no es mortal» = «Alma $\neg<$ inmortal».

«Los peces nadan» = «Pez $\neg<$ cosa que nada».

«Los gatos matan ratones» = «Gato $\neg<$ matador de ratones».

«Todo hombre se ama a sí mismo» = «Hombre $\neg<$ auto-amante».

«Si llueve está nublado» = «Lo que existe solo si llueve $\neg<$ lo que existe solo si está nublado».

«Algunos hombre son negros» = «Todo lo que existe $\neg<$ lo que existe solo en el estado de cosas en que los hombres negros existen».

¹ WMS229, W3: 90-92, fechado, sin precisión, en la primavera de 1873. Titulado por Peirce «Cap. VIII. De la cópula». Pertenece al proyecto original del libro sobre lógica de 1872-73.

Todas las propiedades de la cópula pueden resumirse en tres proposiciones, que son estas:

Primera, cualquier cosa es ella misma, o a es a . A este se le denomina el *principio de identidad*.

Segunda, Si a es b entonces todo lo que es a es b . A este se le denomina el *dictum de omni*. Esto es tanto como decir que podemos razonar así:

$$\begin{array}{l} a \prec b \\ x \prec a \\ \text{Ergo} \quad x \prec b \end{array}$$

Esta forma de argumento se denomina *Barbara*.

La destreza de reducir los argumentos a esta forma es indispensable para el lógico. Ejemplos para la práctica se dan en el apéndice².

Estas dos propiedades pertenecen a varias otras relaciones además de las expresadas por la cópula. La única cosa que distingue a esta de aquellas es la propiedad tercera. Si a y b tienen los mismos predicados (en proposiciones verdaderas) entonces no hay diferencia entre a y b en la medida que los objetos que nombran están implicados. Denominaré a este principio la *singularidad de lo mismo*.

Si las primeras dos propiedades pertenecen a cualquier relación, de tal modo que cualquier cosa a la que se aplica la relación está en relación con ella misma, y lo que está en esa relación con alguna otra cosa, que, [a su vez]³, está en esa relación con una tercera, está en la misma relación con la tercera, la denomino una relación de *contener*.

Un ejemplo de esta relación es *ser tan pequeño como*. Porque todo es tan pequeño como ello mismo, y si a es tan pequeño como b y b tan pequeño como c entonces a es tan pequeño como c .

Otra relación como esta es la contraria de la expresada por la copula o aquella que b tiene con a si $a \prec b$.

Otra más es el seguirse una proposición a partir de otra. Puesto que es verdadero universalmente que «Si A entonces A » y que, también, podemos razonar

² No hemos encontrado el *apéndice* al que se refiere aquí. De todas formas, varios ejemplos de la reducción de argumentos se dan en «Sobre una clasificación natural de los argumentos», en el epígrafe 3 de este mismo capítulo.

³ Añadido aclaratorio del traductor.

Si A entonces B
 Si X entonces A
Ergo Si X entonces B

Ahora bien, podemos, si queremos, expresar cualquier relación como esta por un signo similar a la cópula, - digamos por el signo \rightarrow con tildes como \rightarrow' , \rightarrow'' , etc. - y, entonces, solo con que hagamos que la propiedad tercera de la cópula sea consistente al ignorar todas las diferencias entre los objetos excepto aquellas que subsisten entre a y b si $a \rightarrow' x$ es verdadera mientras que $b \rightarrow' x$ no es verdadera, entonces tendremos una doctrina concerniente a estas relaciones que necesariamente irá justo paralela a la doctrina lógica concerniente a la cópula.

La lógica puede ser considerada como la ciencia de la identidad. Si permitimos que $a \rightarrow' b$ signifique que a es tan pequeño como b , e ignoramos todas las diferencias entre los objetos excepto aquellas que consisten en que uno es tan pequeño como algo que otro no es tan pequeño como, tendremos una ciencia paralela de la igualdad, que es la *matemática* o la lógica de la cantidad. Si permitimos que $a \rightarrow'' b$ signifique todo b es a , e ignoramos todas las diferencias entre los términos excepto en la medida que hay algo de lo que uno puede ser predicado de lo que el otro no puede ser predicado, tendremos una ciencia de la identidad de las cualidades, que no es más que la lógica bajo otro aspecto. Si permitimos que $a \rightarrow''' b$ denote que b es una consecuencia de a , e ignoramos todas las diferencias entre las expresiones excepto en la medida que llevan a consecuencias diferentes, tenemos la lógica de los condicionales.

Es claro que si hay dos conjuntos de objetos que se corresponden de cualquier forma cada uno con cada otro singularmente, entonces para toda relación entre los objetos del primer conjunto debe haber una relación correspondiente entre los objetos del segundo conjunto. Y para toda proposición que concierna a objetos del primer conjunto expresada por una cuasi-cópula \rightarrow' debe haber una proposición correspondiente que concierna a objetos del segundo conjunto o bien con la misma o bien con alguna otra cuasi-cópula \rightarrow'' .

La consideración adicional de este tema debe ser pospuesta hasta después de que hayamos considerado las relaciones en general⁴.

⁴ Véase el capítulo 10 sobre los términos relativos.

Este es el lugar para mencionar un cierto término que nunca se nos sugeriría excepto por el estudio de las relaciones de los términos. Se llama *Ens* y lo denoto con el símbolo 1. Se define por la proposición que todo lo que es *Ens*, o $x \prec 1$, todo lo que x puede nombrar.

7.2 La cópula y el silogismo simple⁵

Hemos visto que todo pensamiento es en signos o, al menos, es equivalente a lo que sería la significación de un signo. Ahora bien, para que un objeto pueda cumplir con la función de signo es esencial que sea pensado ser tal como siendo este pensamiento él mismo un signo. Debe haber un signo que significa que una cosa es el signo de otra. A un signo que hace esto se le llama una proposición, al pensamiento correspondiente un juicio. En la proposición, entonces, hay referencia a dos signos uno de los cuales se representa como que está en lugar de todo lo que el otro esté en lugar de. Para dar a una lengua la posibilidad de expresar proposiciones es necesario que haya algún símbolo que signifique que una palabra dispuesta en una cierta relación con él – digamos, por ejemplo, siguiéndola en orden – denota todo lo que denote la otra palabra que esté dispuesta en alguna otra relación con ella – digamos, por ejemplo, precediéndola. Como esto es necesario en toda lengua, igualmente es necesario en el pensamiento que es equivalente a una lengua. A este símbolo que es el alma de una proposición se le llama la cópula. Ilustrémoslo, tomemos la proposición «el hombre es mortal». La palabra ‘hombre’ está ella misma en lugar de alguna de esas criaturas, pero si no se le añade nada queda indeterminado cuál sea aquella por la que está en su lugar. La palabra ‘mortal’ está ella misma en lugar de algo que muere, mientras que queda indeterminado en lugar de qué cosa de ese tipo está. Ahora bien, si decimos «el hombre es mortal» implicamos que, no importa en lugar de cuál miembro del género homo está, es un individuo al que es también propio que denote la palabra mortal – ese es el polo de la indicación de la proposición. Toda proposición de cualquier tipo puede expresarse con la forma general *A* es *B*. Aquí a la *A* se la denomina en lógica el sujeto de la proposición, a la *B* el predicado. Si el verbo no es el verbo sustantivo, entonces la forma común en inglés ‘está amando’ en lugar de ‘ama’ sugiere la manera en que la

⁵ WMS232, *W3*: 95-98; fechado, sin precisión, en la primavera de 1873. Titulado por Peirce, «Cap. X. La cópula y el silogismo simple», en concordancia con el índice de WMS220. También pertenece al proyecto original del libro sobre lógica de 1872-73. Parece un desarrollo de WMS229.

proposición puede ser volcada en esta forma. «Toda mujer ama a su hijo». Aquí ‘mujer’ ocupa el lugar de *A* y «la que ama a su propio hijo» toma el lugar de *B*. Si la proposición es negativa como ‘ninguna mujer odia a su hijo’ entonces ‘mujer’ ocupa el lugar de *A* y «la que no odia a su hijo» ocupa el lugar de *B*. Si la proposición está limitada en el tiempo, entonces la limitación se conecta o al sujeto o al predicado según la naturaleza de la limitación. Por lo que si decimos «todo hombre ha nacido y morirá» el sujeto es ‘hombre’ y el predicado es «aquel que ha nacido y que morirá». Si decimos «En los tiempos de Alfredo pocos curas en Inglaterra podían leer el salterio», el sujeto es «uno de una cierta mayoría de curas en Inglaterra en los tiempos de Alfredo», el predicado es «una persona incapaz de leer el salterio». Por lo que la cópula no debe entenderse como algo que implica o bien el pasado o bien el presente o bien el futuro sino como algo que simplemente significa que aquello que el sujeto denota también lo denota el predicado. Algunos lógicos han sostenido que proposiciones hipotéticas tales como «Si hay relámpagos, también hay truenos» no son capaces de ser reducidas a la forma estándar que hemos dado, y a la que esos lógicos denominan la forma de las proposiciones categóricas, sino que conciben que las proposiciones hipotéticas pertenecen a una especie distinta. Puede admitirse, ciertamente, que las hipotéticas implican una concepción que no está, por lo general, contenida en ninguna de las dos proposiciones, [esto es]⁶, la dependencia de una cosa respecto de otra, pero no hay nada que pueda prevenir que una proposición categórica contenga la misma idea y es cierto que el significado completo de la hipotética pueda ser expresado con una proposición categórica. Por lo que «Si hay relámpagos, habrá truenos el mismo día»; esto es lo mismo que decir «todo día en que hay relámpagos, hay truenos» y que, en general, decir que «Si *M* ocurre, entonces *N* ocurre» es lo mismo que decir «todo lo que existe solo si *M* ocurre existe solo si *N* ocurre» o, para usar una forma de expresión que es aparentemente menos intrincada porque está menos analizada, la proposición anterior es equivalente a decir que «todo estado de cosas en que *M* ocurre es un estado de cosas en que *N* ocurre».

La cópula expresa una cierta relación entre los dos términos que forman el sujeto y el predicado de la proposición. Hemos definido esta relación en términos de las propiedades de los signos pero para los propósitos de la lógica formal es más útil definirla en referencia a sus propiedades formales. Distinguimos tres: La primera es que

⁶ Añadido aclaratorio del traductor.

cualquier cosa está en esta relación consigo misma – Por lo que ‘hombre es hombre’, etcétera. Para cualquier término, todo lo que es adecuado denotar con todo lo que el mismo denota. A este le denominaré el carácter equivalente (equiparante)⁷ de la cópula. La segunda propiedad formal de la cópula es que si cualquier término A está en esta relación con un segundo término B , que está él mismo en la misma relación con un tercer término C , entonces el primer término A está en esta relación con el tercer término. Si A es B y B es C , entonces A es C . Porque si C denota todo lo que se denota por B , y B denota todo lo que se denota por A , entonces C denota todo lo que se denota por A . A este se le denomina el carácter transitivo de la cópula. La tercera propiedad formal de la cópula es que si dos términos se encuentran recíprocamente en esta relación el uno con el otro, entonces no hay distinción entre las cosas que significan. Si A es B y B es A , entonces no hay más distinción que extraer entre A y B . De estos tres caracteres de la cópula, el segundo, o carácter transitivo, es el más interesante desde el punto de vista de la lógica formal. Se sigue inmediatamente de esto que razonar bien es concluir de las premisas A es B y B es C la conclusión que A es C . A este tipo de razonamiento se le denomina silogismo simple y, en la medida que el carácter transitivo de la cópula es el único por cuya virtud una proposición depende de otras, se sigue que todo razonamiento debe depender de este principio y que, en consecuencia, todo razonamiento puede reducirse a la forma de un silogismo, no importa cómo de grandes puedan ser las diferencias entre un tipo de razonamiento y otro y no importa qué otros principios puedan implicar algunas inferencias. La relación expresada por la cópula no es, de ninguna manera, la única relación transitiva. Otros ejemplos son *ser mayor que* o *menos que* y es claro que el silogismo es igualmente válido para cualquier tipo de relación transitiva sea la que sea, de forma que es el mismo tipo de razonamiento decir que « A es mayor que B », « B es mayor que C », por lo tanto « A es mayor que C »; como decir que A es B , B es C , por lo tanto A es C . Esto fue señalado por primera vez por el señor De Morgan.

⁷ En el manuscrito aparece ‘equivalent’.

7.3 Sobre la clasificación natural de los argumentos⁸

PARTE I

§1. *Las partes esenciales de un argumento*

En esta disertación, el término ‘argumento’ denotará a un cuerpo de premisas consideradas como tales. El término ‘premisa’ referirá exclusivamente a algo que se sostiene (sea en algún tipo de forma de expresión permanente y comunicable, o solo en algún signo imaginado), y no a algo solo contenido *virtualmente* en lo que se dice o se piensa, y, también, exclusivamente a aquella parte de lo que se sostiene que es (o se supone que es) relevante a la conclusión.

Toda inferencia implica el juicio de que, si *tales* proposiciones como lo son las premisas son verdaderas, entonces una proposición relacionada con ellas, como lo es la conclusión, debe ser, o es muy probable que sea, verdadera. Al principio que implica este juicio, respecto a un género del argumento, se le denomina el *principio rector* del argumento.

Un argumento *válido* es aquel cuyo principio rector es verdadero.

Para que un argumento determine la verdad necesaria o probable de su conclusión, tanto las premisas como el principio rector deben ser verdaderos.

§2. *Relaciones entre las premisas y el principio rector*

El principio rector contiene, por definición, todo lo que se considera requisito, aparte de las premisas, para determinar la verdad necesaria o probable de la conclusión. Y como no contiene en sí mismo la subsunción de algo bajo él, cada premisa debe, de hecho, ser equivalente a una subsunción bajo el principio rector.

El principio rector no puede contener nada irrelevante o superfluo.

Ningún hecho, no superfluo, puede omitirse de las premisas sin ser, por lo tanto, añadido al principio rector, y nada puede eliminarse del principio rector excepto al ser expresado en las premisas. La materia puede ser, de esta forma, transferida de las premisas al principio rector, y *viceversa*.

No hay argumento sin premisas, ni tampoco hay ninguno sin un principio rector.

⁸ WP31, W2: 23-48; presentado el 9 de abril de 1867, pertenece a *The American Academy Series*. En el mismo recoge Peirce toda la doctrina respecto al silogismo que sustenta su lógica posterior: deducción, inducción e hipótesis. Los términos ‘argumento’ y ‘silogismo’ son, aquí, sinónimos. Debe relacionarse con los capítulos dedicados a la inferencia y a la probabilidad.

Puede mostrarse que hay argumentos en los que ninguna parte de su principio rector puede ser transferido a las premisas, y que todo argumento puede ser reducido a un argumento tal añadiendo a sus premisas. Puesto que, sean denotadas por P las premisas de cualquier argumento, la conclusión por C y el principio rector por L . Entonces, si la totalidad del principio rector se expresa como una premisa, el argumento resultará ser

$$L \text{ y } P$$

$$\therefore C.$$

Pero este nuevo argumento debe, también, tener su principio rector, que puede ser denotado por L' . Ahora bien, como L y P (suponiéndolos verdaderos) contienen todo lo que es requisito para determinar la verdad necesaria o probable de C , contienen L' . Por esto, L' debe estar contenido en el principio rector, esté expresado en las premisas o no. De ahí que todo argumento tiene, como porción de su principio rector, un cierto principio que no puede ser eliminado de su principio rector. A tal principio puede denominársele un *principio lógico*.

A un argumento cuyo principio rector no contiene nada que pueda ser eliminado se le denomina *completo*, por oposición a argumento *incompleto*, *retórico* o *entimemático*⁹.

⁹ Ninguno de estos términos es totalmente satisfactorio. El entimema se define habitualmente como un silogismo con una premisa suprimida. Esto parece determinar la misma esfera que la definición que he dado; pero la doctrina de una premisa suprimida es objetable. El sentido de una premisa de la que se dice que está suprimida está o sugerido de alguna manera, o no lo está. Si lo está, la premisa no está suprimida en ningún sentido que concierna al lógico; si no lo está, deja de ser una premisa totalmente. Esto es lo que signífico con la distinción. El que está convencido de que Sócrates es mortal porque es un hombre (esta última convicción no siendo solamente la causa de la primera, sino también sentida como tal) se dice necesariamente a sí mismo que todos los argumentos *tales* son válidos. Este género de argumento es o clara u oscuramente reconocido. En el primer caso, el juicio asciende a otra premisa, porque la proposición, por ejemplo, «Todo juicio que vaya de humanidad a mortalidad es válido», solamente dice, con otras palabras, que todo hombre es mortal. Pero si el juicio asciende meramente a esto, que el argumento en cuestión pertenece a algún género, todos los que estén bajo el cual son válidos, entonces, en un sentido, contiene y, en otro, no contiene una premisa. Lo hace en este sentido, que por un acto de atención puede mostrarse que una proposición tal ha sido virtualmente implicada en él; no lo hace en este sentido, que la persona que hace el juicio no entendió *efectivamente* que esta premisa estaba contenida en él. Esto lo expreso diciendo que esta proposición está contenida en el principio conductor, pero no está *sostenida*. Esta manera de enunciar el asunto nos libera instantáneamente de todas las perplejidades psicológicas; y, al mismo tiempo, no perdemos nada, puesto que todo lo que sabemos del pensamiento no es más que un reflejo de lo que sabemos de su expresión. Estos argumentos vagos son justamente los únicos que convienen al discurso oratorio o popular, y no son apropiados para ningún otro; y este hecho justifica la apelación *argumento retórico*. También hay autoridad para el uso del término. ‘completo’ e ‘incompleto’ son adjetivos que he preferido a ‘perfecto’ e ‘imperfecto’, puesto que confunden cuando se aplican al argumento, aunque estos últimos son mejores cuando el silogismo es el nombre que se limita. [Nota de Peirce].

Puesto que nunca puede ser requisito que un hecho enunciado debiera, también, estar implicado para justificar una conclusión, todo *principio lógico* considerado como una proposición se encontrará que está totalmente vacío. Considerado como regulador del procedimiento de inferencia, es determinado; pero considerado como expresión de verdad, no es nada. Es por esta razón que este método de investigar la lógica que opera sobre las formas silogísticas es preferible a aquel otro, que muy a menudo se confunde con él, que asume la tarea de enunciar los principios lógicos.

§3. *Descomposición de los argumentos*

Puesto que un enunciado no es un argumento por sí mismo, ningún hecho que se concluya puede ser enunciado en ninguna de las premisas. De ahí que no sea un argumento decir Todo *A* es *B*; *ergo* Algún *A* es *B*.

Si un hecho tiene una relación tal con otro que, si el primero es verdadero, el segundo es necesaria o probablemente verdadero, esta relación constituye un hecho determinado; y, en consecuencia, puesto que el principio rector de un argumento completo no implica cuestiones de hecho, todo argumento completo tiene, al menos, dos premisas.

Toda conclusión puede ser considerada como un enunciado sustituido por cualquiera de sus premisas, estando la sustitución justificada por las otras premisas. Nada es relevante para las otras premisas, excepto lo que es requisito para justificar esta sustitución. En consecuencia, o bien estas otras premisas darán por ellas mismas una conclusión que, tomada como una premisa junto con la primera premisa, justifica la conclusión final; o bien alguna parte de ellas, tomada con la primera premisa, dará una conclusión que, tomada como una premisa junto con todas las otras, justificará de nuevo la conclusión final. En cualquiera de los casos, se sigue que todo argumento con más de dos premisas puede resolverse en una serie de argumentos con dos premisas cada uno. Esto justifica la distinción entre argumentos *simples* y *complejos*.

§4. *De un tipo general de argumentos silogísticos*

Un argumento válido, completo y simple será designado como un argumento *silogístico*.

Toda proposición puede, al menos de una manera, ser puesta en la forma,

$$S \text{ es } P;$$

Cuyo sentido es, que los objetos a los que se aplica S o el *sujeto total* tienen las características atribuidas a todo objeto al que se aplica P o el *predicado total*.

Todo término tiene dos potencias o significaciones, según sea sujeto o predicado. La primera, que aquí será denominada su *amplitud*, incluye a los objetos a los que se aplica; mientras que la segunda, que aquí será denominada su *profundidad*, incluye a los caracteres que se atribuyen a todos y cada uno de los objetos a los que puede aplicarse. Esta amplitud y esta profundidad no deben confundirse con la extensión y la comprensión lógicas, como suelen adoptarse estos términos.

Toda sustitución de una proposición por otras debe consistir en la sustitución de término por término. Una sustitución tal solamente puede justificarse en la medida que el primer término representa lo que está representado por el segundo. De ahí que las únicas sustituciones posibles son:

1ª. La sustitución por un término que realiza la función de un sujeto de otro cuya amplitud está incluida en la del primero; y

2ª. La sustitución por un término que realiza la función de un predicado de otro cuya profundidad está incluida en la del primero.

Si, en consecuencia, en cualquiera de las premisas aparece un término como sujeto que no aparece en la conclusión como sujeto, entonces la otra premisa debe declarar que la amplitud de ese término incluye la amplitud del término que le sustituye en la conclusión. Pero esto es declarar que todo objeto del último término tiene todo carácter del anterior. El término eliminado, en consecuencia, si no realiza la función de predicado en una premisa, lo hace en la otra. Pero si el término eliminado realiza la función de predicado en una premisa, la otra premisa debe declarar que su profundidad incluye a la del término al que sustituye en la conclusión. Ahora bien, esto es declarar que todo carácter del último término pertenece a todo objeto del anterior. Por lo que, en la otra premisa, debe realizar la función de un sujeto. Por lo que la formula general de todo argumento debe ser

M es P

S es M

. . S es P

que debe ser entendido en este sentido, que los términos de todo argumento silogístico realizan las funciones de sujeto y predicado como se indica aquí, pero no que el argumento pueda ser expresado gramaticalmente de esta manera.

PARTE II

§1. *De las formas apagógicas*

Si C es verdadero cuando P lo es, entonces P es falso cuando C lo es. Por lo que siempre es posible sustituir por cualquier premisa la negación de la conclusión, siempre que la negación de esa premisa sea sustituida, al mismo tiempo, por la conclusión¹⁰. Por lo que correspondientes a todo argumento silogístico con la forma general,

S es M ; M es P ;

S es P .

Hay otros dos:

Es falso que S es P ; M es P ;

S es M ; es falso que S es P ;

Es falso que S es M .

Es falso que M es P .

§2. *De la contradicción*

Las formas apagógicas hacen necesario considerar de qué manera las proposiciones se niegan unas a otras.

Si se pone una proposición en la forma general,

S es P ,

su contradictoria tiene, primero, como sujeto, en lugar de S , ‘la S que ahora se significa’¹¹ o ‘algún S ’; y tiene, segundo, como predicado, en lugar de P , aquello que difiere de P o ‘no P ’.

De estas relaciones de los contradictorios, de las necesidades de la lógica de los argumentos relacionados apagógicamente surge, en consecuencia, la necesidad de las dos divisiones de las proposiciones en afirmativas y negativas, por un lado, y en universales y particulares, por otro. El contradictorio de una proposición universal es particular, y el contradictorio de una proposición afirmativa es negativo. La

¹⁰ A esta operación se le denominará la *contraposición* de la premisa y la conclusión. [Nota de Peirce].

¹¹ Estando, por lo general, indeterminado lo que se signifique con S . [Nota de Peirce].

contradicción es una relación recíproca y, en consecuencia, el contradictorio de una proposición particular es universal, y el contradictorio de una proposición negativa es afirmativo. La fórmula general no puede aplicarse a la contradicción de las proposiciones particulares y negativas, aunque las distinciones entre afirmativo y negativo fueran absolutas y no meramente relativas; pero, de hecho, no-no- P es lo mismo que P . Y, si se dijera que «lo que ahora se significa de la parte de S que se significó en otro momento, es P », puesto que la parte de S que se significó en otro momento queda por determinar del modo que la proposición que se hizo en otro momento pueda determinarla, esto solo puede ser verdadero si Todo S es P . En consecuencia, si una persona dice «Algún S no es P », y otra responde, «alguno de ese mismo S es P », esta segunda persona, puesto que permite al S de la primera persona, que no ha sido definido, que continúe indefinido, efectivamente dice que Todo S es P .

Si los contradictorios difieren en otros aspectos que en estos bien conocidos es una pregunta abierta.

§3. *De Barbara*

Puesto que algún S significa «la parte que ahora se significa de S », una proposición particular es equivalente a una proposición universal con otro sujeto; y de la misma manera una proposición negativa es equivalente a una proposición afirmativa con otro predicado.

La forma,

$$S \text{ es } P,$$

en consecuencia, así como representa a las proposiciones en general, representa particularmente a las proposiciones universales afirmativas; y por ello la forma general del silogismo

$$M \text{ es } P; S \text{ es } M;$$

$$S \text{ es } P,$$

representa, especialmente, a los silogismos del modo *Barbara*.

§4. *De la primera figura*

Puesto que, en la forma general, S puede ser cualquier sujeto y P cualquier predicado, es posible modificar *Barbara* al hacer negativas la premisa mayor y la

conclusión, o al hacer particulares la premisa menor y la conclusión, o de estas dos maneras a la vez. De esta forma obtenemos todos los modos de la primera figura.

También es posible tener argumentos tales como estos:

Algún M es P ,

S tiene todos los caracteres comunes de esa parte de M (sea cual sea esa parte y, en consecuencia, de todos y cada uno de los M),

. . S es P ,

y

Todo no- M es P ,

S no es M ,

. . S es P ;

pero como la teoría del argumento apagógico no nos ha obligado a tener en cuenta estas peculiares modificaciones del sujeto y del predicado, se debe considerar que estos argumentos pertenecen a *Barbara*. En este sentido la premisa mayor debe ser siempre universal, y la menor afirmativa.

A las tres proposiciones que están relacionadas unas con otras como premisa mayor, premisa menor y conclusión de un silogismo de la primera figura se les denominará respectivamente *Regla*, *Caso* y *Resultado*.

§5. La Segunda y la Tercera Figuras

Escribamos la primera figura de esta manera:

Fig. 1

$$\begin{array}{l} \text{Todo } M \text{ no es } P \\ \text{Algún } S \text{ es } M \\ \text{Algún } S \text{ no es } P \end{array}$$

Entonces sus dos modificaciones apagógicas son la segunda y la tercera figuras.

Fig. 2

$$\begin{array}{l} \text{Todo } M \text{ no es } P \\ \text{Todo } S \text{ es } P \\ \text{Todo } S \text{ no es } M \end{array}$$

Fig. 3

$$\begin{array}{l} \text{Todo } S \text{ no es } P \\ \text{Algún } S \text{ es } M \\ \text{Algún } M \text{ no es } P \end{array}$$

Es costumbre enumerar seis modos de la tercera figura en vez de cuatro, y los modos *Darapti* y *Felapton* aparecen omitidos. Pero una proposición particular es aseverada (efectiva y no solo virtualmente) con la proposición universal que, de otra manera, no difiere de ella; y, en consecuencia *Darapti* está incluido tanto en *Disamis* como en *Datisi*, y *Felapton* tanto en *Bocardo* como en *Ferison* (De Morgan).

La segunda figura, a partir de la afirmación de la regla y la negación del resultado, infiere la negación del caso; la tercera figura, a partir de la negación del resultado y la afirmación del caso, infiere la negación de la regla. Por ello escribimos los modos como sigue, al permitir las inferencias únicamente en las líneas rectas:

Fig. 1

Afirmación de la Regla,	A	E		
Afirmación del Caso;	A	I		
Afirmación del Resultado.	E	A	O	I

Fig. 2

Afirmación de la Regla,	A			E
Negación del Resultado;	O	I	E	A
Negación del Caso.	O			E

Fig. 3

Negación del Resultado,	I	O	A	E
Afirmación del Caso;	A	I		
Negación de la Regla.	O	I		

La simetría del sistema de modos de las tres figuras también se muestra en la siguiente tabla.

En la parte superior ponemos la proposición que afirma o niega la regla; en la lateral la proposición que afirma o niega el caso; encontramos en el cuerpo de la tabla la proposición que afirma o niega el resultado. En el cuerpo de la tabla, las proposiciones que están en bastardilla pertenecen a la primera figura, las que están en negrita a la segunda y las que están en cursiva a la tercera:

	I	A	E	O
E		☞	☞	
A	☞	A	E	☞
I	☞	I	O	☞
O		☞	☞	

Si, como negación del resultado en la segunda y tercera figuras, ponemos la forma «Todo N es N », tenemos-

Fig. 2

Ningún M es N

Todo N es N

. . Ningún N es M .

Fig. 3

Cualquier N es N

Algún N es M

. . Algún M es N .

Estas son las fórmulas de las dos conversiones simples. Ninguna de ellas puede expresarse silogísticamente excepto en las figuras en que han sido puestas aquí (o en lo que se llama la cuarta figura, que consideraremos más adelante). Si, por la negación del resultado en la segunda figura, ponemos «Ningún no- N es N » (donde ‘no- N ’ no ha sido definido aún)¹² obtenemos

Todo M es N ,

Ningún no- N es N ;

. . Ningún no- N es M .

De la misma manera, si ponemos «Algún N es algún- N » (donde ‘algún- N ’ no ha sido definido)¹³ por la negación del resultado en la tercera figura, tenemos

Algún N es algún- N

Todo N es M

Algún M es algún- N .

Estas son las dos maneras de contraponer el universal afirmativo.

Hay dos reducciones ostensivas de cada modo de las figuras segunda y tercera. Las distinguiré como la reducción corta y la reducción larga. La reducción corta se efectúa al convertir o contraponer la premisa que no es la negación del resultado. La reducción larga se efectúa al trasponer las premisas, contraponer o convertir la negación del

¹² Excepto en la medida que esté condicionado por la otra premisa. [*Nota de Peirce*].

¹³ Excepto en la medida que esté condicionado por la otra premisa. [*Nota de Peirce*].

resultado y contraponer o convertir la conclusión. La alteración así producida en el orden de los términos se muestra en la siguiente figura: -

	<i>Reducción Corta</i>	<i>Reducción Larga</i>
$N \quad M$	$M \quad N$	$M \quad E$
$E \quad M$	$E \quad M$	$N \quad M$
$E \quad N$	$E \quad N$	$N \quad E$
$\Sigma \quad \Pi$	$\Sigma \quad \Pi$	$\Sigma \quad P$
$\Sigma \quad P$	$P \quad \Sigma$	$\Pi \quad \Sigma$
$P \quad \Pi$	$P \quad \Pi$	$\Pi \quad P$

Los nombres conferidos por Shyreswood, o Petrus Hispanus, a los modos indican la posibilidad de la reducción corta en el caso de *Cesare* y *Festino* de la segunda figura, y de *Datisi* y *Ferison* de la tercera; también la posibilidad de la reducción larga de *Camestres* de la segunda figura y de *Disamis* de la tercera.

La reducción corta de *Camestres* y *Baroco* se efectúa al introducir el término ‘no- P ’, y al definirlo como aquello que S es cuando *no* es P . De ahí que sustituimos la segunda premisa («Todo o algún S no es P ») por «Todo o algún S es no- P »; y como la primera premisa, «Todo M es P », da por contraposición «Todo no- P no es M », los modos

Todo	M	es	P ,
Todo o algún	S	no es	P ;
. . Todo o algún	S	no es	M ,

se reducen a

Todo	no- P	es	M ,
Todo o algún	S	es	no- P ;
. . Todo o algún	S	no es	M .

La reducción corta de *Disamis* y *Bocardo* se efectúa al introducir el término ‘algún- S ’, definiéndolo como aquella parte de S que es o no es P cuando algún S es o no es P . Podemos, en consecuencia, sustituir la primera premisa, «Algún S es o no es P », por

«Todo algún- S es o no es P »; mientras que la segunda premisa, «Todo S es M », puede contraponerse en «Algún M es algún- S »: y así las formas

$$\begin{array}{l} \text{Algún } S \text{ es (o no es) } P, \\ \text{Todo } S \text{ es } M; \\ \therefore \text{Algún } M \text{ es (o no es) } P, \end{array}$$

Se reducen a las siguientes:

$$\begin{array}{l} \text{Todo } \text{algún-}S \text{ es (o no es) } P, \\ \text{Algún } M \text{ es algún-}S; \\ \therefore \text{Algún } M \text{ es (o no es) } P. \end{array}$$

Para reducir las formas largas de *Cesare*, *Festino* y *Baroco*, es necesario introducir los términos ‘no- P ’ y ‘algún- S ’. ‘No- P ’ se define como la clase a la que pertenece cualquier M que no es P . De ahí que podamos sustituir la primera premisa de *Cesare* y *Festino* por «Todo M es no- P ». ‘Algún- S ’ se define como la clase de S que es (o no es) P , cuando algún S es (o no es P). De ahí que podamos, primero, sustituir la segunda premisa de *Festino* y *Baroco* por «Todo algún S es (o no es) P »; y entonces, por contraposición o conversión, obtenemos «Todo P (o no- P) no es algún- S ». Entonces, por la trasposición de las premisas, obtenemos de *Cesare*, esto

$$\begin{array}{ll} \text{Ningún } M \text{ es } P & \text{Todo no-}P \text{ no es } S \\ \text{Todo } S \text{ es } P & \text{Todo } M \text{ es no-}P \\ (. \therefore \text{Ningún } S \text{ es } M) & \therefore \text{Todo } M \text{ es no-}S. \end{array}$$

Y a partir de la conclusión de esta forma reducida obtenemos la conclusión de *Cesare* por conversión simple. Por lo que *Festino* y su reducción larga son

$$\begin{array}{ll} \text{Todo } M \text{ no es } P, & \text{Todo no-}P \text{ no es algún-}S, \\ \text{Algún } S \text{ es } P; & \text{Todo } M \text{ es no-}P; \\ (. \therefore \text{Algún } S \text{ no es } M). & \therefore \text{Todo } M \text{ no-es algún-}S. \end{array}$$

y la conclusión de *Festino* se obtiene a partir de la de la forma reducida por una sustitución, que puede hacerse silogísticamente así:

Todo M no es algún- S ,
 Algún S es algún- S ;
 . . Algún S no es M .

Baroco y su reducción larga son

Todo M es P , Todo P no es algún- S ,
 Algún S no es P ; Todo M es P ;
 (. . Algún S no es M). . . Todo M no es algún- S ;

y la conclusión de *Baroco* se obtiene a partir de la conclusión de la reducción de la misma manera que en *Festino*.

Para reducir las formas largas de *Datisi*, *Bocardo* y *Ferison*, debemos definir Algún- S como aquel S que es M cuando algún S es M , y No- P como aquello que algún (o todo) S es cuando no es P . De ahí que podamos sustituir «Algún S es M » por «Todo algún- S es M »; y «Algún (o todo) S no es P » por «Algún (o todo) S es no- P ». «Algún S es no- P » puede convertirse simplemente; y «Todo S es no- P » puede contraponerse de forma que resulte «Algún no- P es algún- S ». Entonces *Datisi* y su reducción larga son

Todo S es P , Todo algún- S es M ,
 Algún S es M ; Algún P es algún- S ;
 (. . Algún M es P). . . Algún P es M .

Y la conclusión de *Datisi* se obtiene por conversión simple de la conclusión de la reducción. *Ferison* y su reducción larga son

Todo S no es P , Todo algún- S es M ,
 Algún S es M ; Algún no- P es algún- S ;
 (. . Algún M no es P). . . Algún no- P es M .

Y a partir de la conclusión de la reducción, puede obtenerse la conclusión de *Ferison* por medio de una sustitución cuya posibilidad se expresa silogísticamente así:

Todo no- P no es P ,
 Algún no- P es M ;
 . . Algún M no es P .

Bocardo y su reducción larga son

Algún S no es P ,	Todo S es M ,
Todo S es M ;	Algún $\text{no-}P$ es S ;
(. . Algún M no es P).	. . Algún $\text{no-}P$ es M .

Y la conclusión de *Bocardo* se obtiene a partir de la de su reducción de la misma manera que la conclusión de *Ferison*.

La reducción ostensiva de las figuras indirectas o apagógicas puede considerarse como su manifestación en la forma general del silogismo,

$$S \text{ es } M; \quad M \text{ es } P;$$

$$\therefore S \text{ es } P.$$

Pero, en este sentido, no es verdaderamente una reducción si las sustituciones que se hacen en el proceso son inferencias. Pero, aunque la posibilidad de la conversión y la contraposición puede expresarse silogísticamente, esto solo puede hacerse tomando como una de las premisas,

$$\text{Todo } N \text{ es } N,$$

$$\text{Todo } \text{no-}N \text{ no es } N,$$

$$\text{o Algún } N \text{ es algún-}N.$$

Ahora bien, estas no son premisas propiamente, porque no expresan ningún hecho; son meramente formas de palabras sin significado. De ahí que, puesto que ningún argumento completo tiene menos de dos premisas, las conversiones y contraposiciones no son inferencias. Las únicas otras sustituciones que se han hecho han sido las de ‘no- P ’ y ‘algún- S ’ por sus definiciones. Estas también pueden ponerse en forma silogística; pero una mera modificación del lenguaje no es una inferencia. De ahí que no se haya empleado ninguna inferencia en la reducción de los argumentos de la segunda y tercera figuras a las formas que se percibe fácilmente que están incluidas en la forma general del silogismo.

Hay, sin embargo, una intención en la que estas sustituciones son inferenciales. Ya que, aunque el paso de sostener como verdadero un hecho expresado en la forma «Ningún A es B » a sostener su contrario no es una inferencia, porque, siendo idénticos estos hechos, la relación entre ellos no es un hecho; sin embargo, el paso de una de estas

formas, tomada meramente como teniendo *algún* significado, pero no este o aquel significado, a otra, puesto que estas formas no son idénticas, y su relación lógica es un hecho, es una inferencia. Esta distinción puede expresarse diciendo que no son inferencias, sino sustituciones que tienen la *forma* de inferencias.

Por ello la reducción de la segunda y tercera figuras, consideradas como meras formas, es inferencial; pero cuando consideramos únicamente lo que se significa con un argumento particular cualquiera en una figura indirecta, la reducción es un mero cambio de palabras.

Las sustituciones que se utilizan en las reducciones ostensivas se muestran en la tabla siguiente, donde

e , denota la conversión simple de E;

i , denota la conversión simple de I;

a_2 , la contraposición de A en E;

a_3 , la contraposición de A en I;

o_2 , la sustitución de «Algún S no es M » por «Todo M no es algún- S »;

o_3 , la sustitución de «Algún M no es P » por «Algún no- P es M »;

e'' , la introducción de 'no- P ' por definición;

i'' , la introducción de 'algún- S ' por definición.

Reducción de la segunda figura

Nombre del modo	Reducción corta	Reducción larga
<i>Cesare</i>	e	$e'' a_2 e$
<i>Camestres</i>	$a_2 e''$	$e e$
<i>Festino</i>	e	$e'' i'' a_2 o_2$
<i>Baroco</i>	$a_2 e''$	$i'' e o_2$

Reducción de la tercera figura

Nombre del modo	Reducción corta	Reducción larga
<i>Disamis</i>	$a_3 i''$	$i i$
<i>Datisi</i>	i	$i'' a_3 i$
<i>Bocardo</i>	$a_3 i''$	$e'' i o_3$
<i>Ferison</i>	i	$i'' e'' a_3 o_3$

Con la excepción de las sustituciones i'' y e'' , que se considerarán más adelante, todas las que se utilizan en la reducción de los modos de una u otra figura oblicua tienen la forma de las inferencias en la misma figura.

La así llamada *reductio per impossibile* es la repetición o la inversión de la contraposición de proposiciones por la cual se han obtenido las figuras indirectas. Ahora bien, la contradicción surge de una diferencia tanto en cantidad como en calidad; pero debe observarse que, en la contraposición que da la segunda figura, un cambio de la *cantidad* solamente, de las proposiciones contrapuestas, es suficiente. Esto muestra que las dos contraposiciones son de tipos esencialmente diferentes, y que la reducción *per impossibile* de la segunda y tercera figuras respectivamente implica las siguientes inferencias formales¹⁴.

Fig. 2

El resultado se sigue del caso;

. . El negativo del caso se sigue del negativo del resultado.

Fig. 3

El resultado se sigue de la regla;

. . Que la regla cambie en cantidad se sigue de que el resultado cambie en cantidad.

Pero estas inferencias también pueden expresarse como sigue:

Fig. 2

Cualquier (S) que es M es $P_{no P}$,

. . Cualquiera (S) que es $no P_P$ no es M .

Fig. 3

Todo $S_{algún S}$ es cualquier (P o $no-P$) que es M

. . Algún M es cualquier (P o $no-P$) que es $algún S_S$.

Ahora bien, las limitaciones entre paréntesis no afectan a la naturaleza esencial de las inferencias; y omitiéndolas tenemos,

¹⁴ Una inferencia formal es una sustitución que tiene la forma de una inferencia. [Nota de Peirce].

Fig. 2

Todo M es P ; $no P$;
 . . Todo $no P$ no es M .

Fig. 3

Todo S $algún S$ es M ;
 . . Algún M es $algún S$.

Ya hemos visto que el primero de estos tiene la forma de la segunda figura, y el segundo la forma de la tercera figura del silogismo.

De esto aparece que ningún silogismo de una figura indirecta puede ser reducido a la primera figura sin una sustitución que tiene la forma de la misma figura a partir de la cual se reduce el silogismo. En otras palabras, los silogismos indirectos son de una forma esencialmente diferente de la de la primera figura, aunque en un sentido más general aparecen bajo esa forma.

§6. Los modos teofrásticos

Ahora es necesario considerar los cinco modos de Teofrasto, *Baralippton*, *Celantes*, *Dabitis*, *Fapesmo*, *Frisesomorum*. Baralippton está incluido en *Dabitis* y *Fapesmo* en *Frisesomorum*, de la misma manera que *Darapti* está incluido en *Disamis* y *Datisi*, y *Felapton* en *Bocardo* y *Ferison*. De esta forma los modos teofrásticos se reducen a tres:

Ningún X es Y , Ningún X es Y , Algún Y es Z ,
 Todo Z es X ; Algún Y es Z ; Todo Z es X ;
 . . Cualquier Y no es Z . . . Algún Z no es X . . . Algún X es Y .

Supongamos que tenemos, 1º, una regla; 2º, un caso bajo esa regla, que es él mismo una regla; y, 3º, un caso bajo esta segunda regla, que entra en conflicto con la primera regla. Entonces, será fácil demostrar que estas tres proposiciones deben ser de la forma,

1. Ningún X es Y .
2. Todo Z es X .
3. Algún Y es Z .

Estas tres proposiciones no pueden ser todas verdaderas a la vez; entonces, si se afirman cualesquiera dos de ellas, la tercera debe negarse, que es lo que se hace en los tres modos teofrásticos.

Estos modos se resuelven unos en los otros por la contraposición de las proposiciones y, en consecuencia, deberían ser considerados como pertenecientes a figuras diferentes.

Pueden ser reducidos ostensivamente a la primera figura aristotélica de dos maneras; así,

	<i>Reducción corta</i>	<i>Reducción larga</i>
B A	B A	B Γ
Γ B	Γ B	A B
A Γ	Γ A	A Γ

Los versos de Shyreswood muestran cómo se deben reducir *Celantes* y *Dabitis* de la manera corta, y *Frisesomorum* de la larga. *Celantes* y su reducción larga son como sigue:

Todo X no es Y ,	Todo no- X no es Z ,
Todo Z es X ;	Todo Y es no- Z ;
\therefore Todo Y no es Z .	\therefore Todo Y no es Z .

«Todo X no es Y », resulta, por conversión, «Todo Y no es X ». Se introduce, entonces, el término ‘no- X ’, definiéndolo como aquello que Y es cuando no es X . Entonces, « Z es X » resulta «Todo no- X no es Z »; y, al haber traspuesto las premisas, se efectúa la reducción.

Dabitis y su reducción larga son como sigue: -

Todo Z es X ,	Todo algún- Z es Y ,
Algún Y es Z ;	Algún X es algún- Z ;
\therefore Algún X es Y .	\therefore Algún X es Y .

«Algún X es Z » resulta, por conversión, «Algún Z es Y ». Entonces se introduce el término ‘algún- Z ’, definiéndolo como aquel Z que es Y si «algún Z es Y ». Entonces,

«Todo Z es X » resulta «Algún X es algún- Z », y, trasponiendo la premisa, se efectúa la reducción.

Frisesomorum es,

Algún Y es Z ,

Todo X no es Y ;

. . Algún Z no es X .

Sea algún- Y aquel Y que es Z cuando algún Y es Z ; y, entonces, tenemos,

Algún Y es algún- Y ,

Todo X no es Y ;

. . Algún algún- Y no es X .

Entonces, sea no- X aquello que todo Y es cuando algún Y no es X , y tenemos,

Algún algún- Y es no- X ,

que da por conversión,

Algún no- X es algún- Y ;

Y, así, obtenemos la reducción,

Todo algún- Y es Z ,

Algún no- X es algún- Y ;

. . Algún no- X es Z .

A partir de la conclusión de esta reducción, se justifica la conclusión de *Frisesomorum* como sigue:

Algún no- X es Z ,

Todo X no es no- X ;

. . Algún Z no es X .

Otro modo de efectuar la reducción corta de *Frisesomorum* es esta: Sea no- Y aquello que todo X es cuando ningún X es Y , y tenemos

Algún Y es Z ,

Todo no- Y no es Y ;

. . Algún Z no es no- Y .

Sea algún- Z el Z que no es no- Y cuando algún Z es no- Y , y tenemos,

Todo algún- Z no es no- Y ,

y por conversión,

Todo no- Y no es algún- Z .

Así obtenemos como forma reducida,

Todo no- Y no es algún- Z ,

Todo X es no- Y ;

. . Todo X es algún- Z .

A partir de la conclusión de esta reducción, obtenemos las de *Frisesomorum* de esta manera:

Algún algún- Z es Z ,

Todo X no es algún- Z ;

. . Algún Z no es X .

En cualquiera de las dos reducciones de *Celantes*, si obviamos la sustitución de los términos por sus definiciones, todas las sustituciones son de la segunda figura silogística. Esto por sí mismo muestra que *Celantes* pertenece a esa figura, y esto lo confirma el hecho de que da como conclusión la negación de un caso. De la misma manera, la reducción de *Dabitis* implica solamente sustituciones en la tercera figura, y da como conclusión la negación de una regla. *Frisesomorum* da como conclusión una proposición que es, a la vez, la negación de una regla y la negación de un caso: su reducción larga implica una conversión en la segunda figura y otra en la tercera, y su reducción corta implica conversiones en el propio *Frisesomorum*. En consecuencia, pertenece a una figura que reúne los caracteres de la segunda y la tercera, y a la que puede denominarse, en el silogismo teofrástico, la segunda-tercera figura.

Hay, entonces, dos tipos de silogismo, el aristotélico y el teofrástico. En el aristotélico aparecen la primera, la segunda y la tercera figuras, cada una con cuatro

modos. En el teofrástico aparecen la segunda, la tercera y la segunda-tercera figuras, cada una con un modo. La primera figura es la fundamental o típica, y *Barbara* es su modo típico. Hay una fuerte analogía entre las figuras del silogismo y las cuatro formas de la proposición. A es la forma fundamental de la proposición, al igual que la primera figura es la forma fundamental del silogismo. La segunda y la tercera figuras se derivan a partir de la primera por la contraposición de proposiciones, y E e I se derivan a partir de A por la contraposición de los términos; de esta manera:

Todo *S* es *P*.

Todo no-*P* no es *S*.

Algún-*P* es algún-*S*.

O combina las modificaciones de E e I, al igual que la segunda-tercera figura combina la segunda y la tercera. En la segunda-tercera figura, solamente puede concluirse O, en la tercera solo I y O, en la segunda solo E y O, en la primera A o E o I u O. De esta forma, A es la primera figura de la proposición, E la segunda, I la tercera y O la segunda-tercera¹⁵.

§7. *Los silogismos matemáticos*

Un tipo de argumento muy común en las matemáticas puede ejemplificarse como sigue:

Toda parte es menor que aquello de lo que es una parte,

Boston es una parte del Universo;

. . . Boston es menor que el Universo.

Esto puede reducirse a forma silogística de esta manera:

Toda relación de una parte con un todo es una relación de menor a mayor,

La relación de Boston con el Universo es una relación de una parte con un todo;

. . . La relación de Boston con el Universo es una relación de menor a mayor.

Si la lógica va a dar cuenta de las peculiaridades de estos silogismos, será necesario considerar que algunas proposiciones tienen tres términos, sujeto, predicado y objeto; y estas proposiciones se dividirán en *activas* y *pasivas*. Las variaciones de ellas no tendrán fin.

¹⁵ Las hipotéticas no han sido consideradas más arriba, habiéndose adoptado la bien-conocida opinión que «Si *A*, entonces *B*», significa lo mismo que «Todo estado de cosas en que *A* es verdadero es un estado de cosas en que *B* es (o será) verdadero». [*Nota de Peirce*].

PARTE III

§1. *La inducción y la hipótesis*

En el silogismo,

Todo M es P ,

$\Sigma' S'$ es M ;

. . $\Sigma' S'$ es P ;

donde $\Sigma' S'$ denota la suma de todas las clases que están incluidas en M , si se conoce que la segunda premisa y la conclusión son verdaderas, la primera premisa es, por enumeración, verdadera. De donde tenemos, como una forma de inferencia demostrativa válida,

$\Sigma' S'$ es P ,

$\Sigma' S'$ es M ;

M es P .

A esto se le llama inducción perfecta. Sería mejor llamarle inducción formal.

De una forma parecida, a partir del silogismo,

Todo M es $\Pi' P'$,

Todo S es M ;

. . Todo S es $\Pi' P'$;

donde $\Pi' P'$ denota la conjunción de todos los caracteres de M , si la conclusión y la primera premisa son verdaderas, la segunda premisa es verdadera por definición; por lo que tenemos la forma demostrativa del argumento,

Todo M es $\Pi' P'$,

Todo S es $\Pi' P'$;

. . Todo S es M .

Esto es el razonamiento a partir de la definición o, como puede denominársele, la hipótesis formal.

La mitad de todas las proposiciones posibles son verdaderas, porque toda proposición tiene su contradictorio. Además, para toda proposición particular verdadera hay una proposición universal verdadera, y para toda proposición negativa verdadera hay una proposición afirmativa verdadera. Esto se sigue del hecho de que el universal

afirmativo es el tipo de todas las proposiciones. Es por ello que, de todas las proposiciones posibles en cualquiera de las dos formas,

$$\Sigma' S' \text{ es } M, \text{ y } M \text{ es } \Pi' P',$$

la mitad son verdaderas. En una proposición no verdadera de cualquiera de estas dos formas, alguna proporción finita de las S 's o de las P 's no son verdaderos sujetos o predicados. Es por ello que, de todas las proposiciones de cualquiera de estas dos formas que son en parte verdaderas, alguna proporción finita mayor que la mitad de ellas son totalmente verdaderas. Es por ello que, si en las fórmulas para la inducción formal o la hipótesis indicadas más arriba, sustituimos S' por $\Sigma' S'$ y P' por $\Pi' P'$ obtenemos las fórmulas de la inferencia probable. Este razonamiento no da ninguna probabilidad *determinada* a estos modos de inferencia, sino que es necesario considerar que, no importa como pueda ser de débil la inferencia sintética al principio, si tuviera la mínima tendencia positiva a producir la verdad, se haría continuamente más fuerte, debido al establecimiento de premisas cada vez más seguras.

Las reglas para la inducción y la hipótesis válidas deducibles de esta teoría son las siguientes:-

1. El silogismo explicativo, es decir, el silogismo deductivo una de cuyas premisas es inductiva o hipotéticamente inferida a partir de la otra y de su conclusión, debe ser válido.
2. La conclusión no debe sostenerse como absolutamente verdadera, sino solo hasta que pueda mostrarse que, en el caso de la inducción, S' se tomó de una clase más restringida que M , o, en el caso de la hipótesis, que P' se tomó de una clase más elevada que M .
3. De la regla anterior se sigue como corolario que en el caso de la inducción el sujeto de las premisas debe ser una suma de sujetos, y que en el caso de la hipótesis el predicado de las premisas debe ser una conjunción de predicados.
4. También, que este agregado debe serlo de objetos o cualidades diferentes y no de meros nombres.

5. También, que el único principio sobre los que los sujetos o predicados instanciados pueden ser seleccionados es el de pertenecer a M^{16} .

De ahí que las formulas sean

¹⁶ El positivismo, aparte de su teoría de la historia y de las relaciones entre las ciencias, se distingue de otras doctrinas por la manera en que considera a las hipótesis. Prácticamente todas las personas piensan que las teorías metafísicas no tienen valor alguno, porque los metafísicos difieren muchísimo entre ellos; pero los positivistas dan otra razón, a saber, que estas teorías violan la única condición de todas las hipótesis legítimas. Esta condición es que toda buena hipótesis debe ser tal que sea ciertamente capaz de verificación subsiguiente con el grado de certeza propio a las conclusiones de la rama de la ciencia a la que pertenece. Aquí me parece que hay una confusión entre la probabilidad de una hipótesis en sí misma, y su admisibilidad dentro de cualquiera de los cuerpos de doctrina que han recibido distintos nombres, o han sido admitidos dentro de un esquema de las ciencias, y que solo admiten conclusiones que tienen, de hecho, una probabilidad muy alta. Aquí tengo que tratar con la regla solo en la medida que es un canon general de *legitimidad* de las hipótesis, y no en la medida que determina su *relevancia* para una ciencia particular; y, en consecuencia, consideraré solamente otro de sus enunciados comunes; particularmente, «que ninguna hipótesis es admisible que no pueda ser verificada por observación directa». El positivista considera una hipótesis, no como una inferencia, sino como un instrumento para estimular y dirigir la atención. Pero he mostrado más arriba que ciertas premisas harán más probable una hipótesis, de forma que hay algo como una inferencia hipotética legítima. Se podría replicar que tales conclusiones no son hipótesis, sino inducciones. Puedo demostrar con cien autoridades que el sentido en que he usado 'hipótesis' está apoyado por una buena costumbre. La siguiente es de Kant: «Una hipótesis es el sostener por verdadero el juicio de la verdad de una razón en base a la suficiencia de sus consiguientes». La definición de Mill (*Lógica*, Libro III, cap. XIV, 4) también coincide prácticamente con la mía. Además, una hipótesis es una inferencia en todos los sentidos, porque se adopta por alguna razón, buena o mala, y esa razón, al ser considerada como tal, se considera que confiere a la hipótesis alguna plausibilidad. Los argumentos a los que denomino hipotéticos ciertamente no son inducciones, puesto que la inducción es el razonamiento de los particulares a los generales, y esto no tiene lugar en estos casos. El canon positivista para las hipótesis no es ni suficiente ni necesario. Si se concede que las hipótesis son inferidas, difícilmente se cuestionará que los hechos observados deben seguirse apodóticamente de las hipótesis sin la ayuda de hipótesis subsidiarias, y que los caracteres de lo que es predicado en la hipótesis, y de los que se saca la inferencia, deben ser tomados como ocurren, y no ser seleccionados para hacer un argumento plausible. Que la máxima de los positivistas es superflua o algo peor, se muestra, primero, por el hecho de que no está implicado en la demostración que la inferencia hipotética es válida; y, segundo, por los absurdos que origina cuando se aplica estrictamente a la historia, que es, por completo, hipotética, y absolutamente incapaz de verificación por observación directa. Para este último argumento no conozco sino dos réplicas: primera, que esto lleva la regla más lejos de lo que se pretendía, considerándose que la historia ya ha sido verificada de esa manera; y, segunda, que el positivista no pretende conocer el mundo como existe absolutamente, sino solo el mundo que se le presenta. A la primera réplica, la contrarréplica es que una regla debe ser llevada hasta sus consecuencias lógicas en todos los casos, hasta que pueda mostrarse que algunos de estos casos difieren de los otros en algún aspecto material. A la segunda réplica, la contrarréplica es doble: primera, que yo no significo más con 'es' que el positivista con 'se presenta' en el sentido que lo usa diciendo que solo se conoce lo que 'se presenta', por lo que la réplica es irrelevante; segunda, que los positivistas, como el resto del mundo, rechazan, a veces, el testimonio histórico, y que al hacerlo distinguen hipotéticamente entre lo que es y lo que, en algún otro sentido, se presenta, y, sin embargo, no tienen medios de verificar la distinción por observación directa. Otro error en referencia a la hipótesis es, que la probabilidad antecedente de lo que se testifica no puede afectar a la probabilidad del testimonio de un buen testigo. Esto supone tanto como decir que los argumentos probables no pueden ni apoyarse ni debilitarse unos a otros. El Sr. Venn se aventura incluso a mantener la imposibilidad de un conflicto de probabilidades: La dificultad se elimina instantáneamente al admitir probabilidades indeterminadas. [*Nota de Peirce*].

Inducción

S', S'', S''' , etc. se toman al azar como M s,
 S', S'', S''' , etc. son P ;
∴ Todo M es probablemente P .

Hipótesis

Todo M es, por ejemplo, P', P'', P''' , etc.,
 S es P', P'', P''' , etc.;
∴ S es probablemente M .

§2. *Modos y figuras de la inferencia probable*

Es obvio que el silogismo explicativo de una inducción o de una hipótesis puede ser de cualquier modo y figura.

También parecería que la conclusión de una inducción o de una hipótesis puede ser contrapuesta con una de las premisas.

§3. *Analogía*

La fórmula de la analogía es como sigue:

S', S'' y S''' se toman al azar de una clase tal que sus caracteres al azar son tales como P', P'', P''' .

t es P', P'' y P''' .
 S', S'' y S''' son q .
∴ t es q .

Este argumento es doble. Combina los dos siguientes:

1

S', S'', S''' se toman como que son P', P'', P''' .
 S', S'', S''' son q .
∴ (Por inducción) P', P'', P''' es q .
 t es P', P'', P''' .
∴ (Deductivamente) t es q .

2

S', S'', S''' son, por ejemplo, P', P'', P''' .

t es P', P'', P''' .

. . (Por hipótesis) t tiene los caracteres comunes de S', S'', S''' .

S', S'', S''' son q .

. . (Deductivamente) t es q .

Debido a su carácter doble, la analogía es muy fuerte en un número moderado de instancias solamente.

§4. Relaciones formales de las anteriores formas de argumento

Si tomamos una proposición idéntica como el hecho que debe explicarse por inducción e hipótesis, obtenemos las fórmulas siguientes.

Por inducción

S, S', S'' se toman al azar como que son M .

S, S', S'' tienen los caracteres comunes a S, S', S'' .

. . Todo M tiene los caracteres comunes a S, S', S'' .

Por hipótesis

M es, por ejemplo, P, P', P'' .

Todo lo que es, a la vez, P, P' y P'' es P, P', P'' .

. . Todo lo que es, a la vez, P, P' y P'' es M .

Por medio de la sustitución, así justificada, la inducción y la hipótesis pueden ser reducidas al tipo general del silogismo, de esta forma:

Inducción

S, S', S'' se toman como M ,

S, S', S'' son P ;

. . Todo M es P .

Reducción

S, S', S'' son P ;

Casi todo M tiene los caracteres comunes de S, S', S'' .

. . Casi todo M es P .

Hipótesis

M es, por ejemplo, P', P'', P''' ,

S es P', P'', P''' ;

. . S es M .

Reducción

Todo lo que es, a la vez, P' , P'' , P''' es como M ,

S es P' , P'' , P''' ;

. . S es como M .

En consecuencia, la inducción puede definirse como un argumento que asume que toda una colección, de la que se han tomado al azar un número de instancias, tiene todos los caracteres comunes de esas instancias; la hipótesis, como un argumento que asume que un término, que necesariamente implica un cierto número de caracteres, que se han observado al ocurrir, y no han sido seleccionados, puede ser predicado de cualquier objeto que tiene todos estos caracteres.

Hay un parecido entre la transposición de las proposiciones por la que se derivan las formas de la inferencia probable y la contraposición por la que se derivan las figuras indirectas; en el último caso hay una *negación* o cambio de la cualidad modal; mientras que en el primero hay una reducción de certeza a probabilidad, y de la suma de todos los resultados a la de solamente algunos, o un cambio en la cantidad modal. Por ello la inferencia probable está relacionada con la prueba apagógica, de una forma parecida a como la tercera figura lo está con la segunda. Entre las inferencias probables, es obvio que la hipótesis corresponde a la segunda figura, la inducción a la tercera y la analogía a la segunda-tercera.

Capítulo 8. La amplitud y la profundidad lógicas

8.1 Sobre la comprensión y la extensión lógicas¹

§1. *Que estos conceptos no son tan modernos como ha sido representado.*

El relato histórico que, habitualmente, se da de la comprensión y la extensión es este, «que la distinción, aunque adoptada en términos generales por Aristóteles y explícitamente anunciada con precisión científica por, al menos, uno de sus comentaristas griegos, había escapado a la maravillosa agudeza de los escolásticos y fue totalmente obviada y olvidada hasta la publicación de *La lógica de Port-Royal*»². Ofreceré las consideraciones siguientes para mostrar que esta interpretación de la historia no es exactamente verdadera. En primer lugar, se dice que se adoptó una distinción entre estos atributos, como si hubieran estado confundidos previamente. Ahora bien, no hay la más mínima evidencia de esto. De hecho, un lógico alemán ha considerado, gracias a un sutil equívoco, la extensión como una especie de comprensión, sin embargo, para una mente que comienza a reflexionar, ningunas nociones parecen más improbables que estas. El logro mental ha sido el ponerlas en relación la una con la otra, y el concepto de ellas como factores de significación de un término, y no la separación de ellas. En segundo lugar, se dice correctamente que la doctrina enseñada por los lógicos de Port Royal está sustancialmente contenida en la obra de un comentarista griego. Esa obra no es otra que la *Isagoge* de Porfirio³; y, en consecuencia, sería de lo más sorprendente que la doctrina hubiera sido totalmente obviada por los escolásticos, ya que, fuera su agudeza tan maravillosa como enseñaba Hamilton o no, ellos ciertamente estudiaron el comentario en cuestión con la misma diligencia con que estudiaban la Biblia. De hecho, parecería que el árbol de Porfirio implica a toda la doctrina de la extensión y la comprensión excepto los nombres. Ni tampoco carecían los escolásticos de nombres para estas cantidades. Las *partes*

¹ WP34, W2: 70-86; presentado el 13 de noviembre de 1867. Pertenece a la serie de la *American Academy* que incluye, en este orden, «Sobre una mejora del cálculo lógico de Boole», «Sobre la clasificación natural de los argumentos», «Sobre una nueva lista de categorías», «Sobre la lógica de las matemáticas» y «Sobre la comprensión y la extensión lógicas». El primero de estos ensayos está incluido en el apéndice al capítulo 10, los cuatro últimos han sido incluidos en los capítulos correspondientes de acuerdo con las indicaciones del índice en WMS220.

² Esta es una cita de Baynes (*La lógica de Port-Royal*, 2ª edición, p. xxxiii, quien dice que debe esta información a Sir William Hamilton). [Nota de Peirce]. *The Port-Royal Logic, by Antoine Arnauld y Pierre Nicole*. Traducida al inglés por Thomas Spencer Baynes. Edinburgh: Sutherland and Knox, 1851.

³ Porfirio parece referirse a esa doctrina como antigua. [Nota de Peirce]. Porfirio. *Isagoge. Scholia in Aristotelem*. Editado por Christian August Brandis. Berlin: Georg Reimer, 1836.

subjectives y las *partes essentielles* son frecuentemente contrapuestas; y los conimbricenses mencionan varios otros sinónimos. Se admite que Porfirio enuncia completamente la doctrina; también debe admitirse que el pasaje en cuestión fue completamente tratado y correctamente explicado por los comentadores medievales. Lo más que puede decirse, en consecuencia, es que la doctrina de la extensión y la comprensión no era prominente en la lógica medieval⁴.

Un grado parecido de error histórico se comete en referencia a otra cuestión que será tratada en este escrito, aliada, como mínimo, puesto que lo está muy íntimamente, con el tema de la comprensión y la extensión, en la medida en que, también, está fundada en el concepto de un término como una totalidad compuesta de partes -quiero decir, la distinción de claro y distinto. Hamilton nos dice: «debemos la discriminación a la agudeza del gran Leibniz. Los cartesianos no habían adoptado esta distinción; aunque los autores de la *Lógica de Port-Royal* se aproximaron tanto que bien podemos maravillarnos de cómo no lograron enunciarla explícitamente.» (*Conferencias sobre lógica*; Conferencia IX). Ahora bien, de hecho, todo lo que los lógicos de Port Royal dicen sobre este asunto⁵ está copiado de Descartes⁶, y las variaciones que hacen de sus palabras solo sirven para confundir lo que en él es tolerablemente distinto. Respecto a Leibniz, él mismo declara expresamente que la distinción hecha por Descartes es la

⁴ El autor de *De Generibus et Speciebus* contrapone las totalidades *integral* y *definida*. John de Salisbury refiere la distinción entre intensión y extensión, como algo «quod fere in omnium ore celebre est, aliud scilicet ese quod appellativa *significant*, et aliu ese quod *nominant*. Nominantur singularia, sed universalia significantur.» (*Metalogicus*, lib. 2, cap. 20. Ed. de 1610, p. 111). Trad.: «que es bien conocido por casi todos, propiamente, que lo que los nombres comunes (appellativa) significan y lo que nombran no son idénticos. Nombran cosas particulares, pero su significado es universal.» Vicentius Bellocensis (*Speculum doctrinale*, Lib. III, cap. XI) tiene lo siguiente: «Si vero quaeritur utrum hoc universale ‘homo’ sit in quolibet homine secundum se totum an secundum partem, dicendum est quod secundum se totum, id est secundum quamlibet sui partem diffinitivam... Non autem secundum quamlibet partem subjectivam.» Trad.: «Si, en verdad, se preguntase si este ‘hombre’ universal está en cualquier hombre como un todo o como una parte, la respuesta es como un todo, esto es, según cualquier parte definitoria del mismo... Sin embargo, no según cualquier parte subjetiva». William de Auvergne (En *Geschichte*, Vol. III, p. 77 de Prantl) habla de «totalitatem istam, quae est ex partibus rationis seu diffinitionis, et hae partes sunt genus et differentiae; alio modo partes speciei individua sunt, quoniam ipsam speciem, cum de eis praedicatur, sibi invicem quodammodo partiuntur.» Trad.: «el mismo todo, que consiste de partes de razón o de definición, y esas partes son géneros y diferencias; por otro lado, las partes son los individuos de la especie, porque estos, a su vez, están siempre distribuidos en la especie misma, cuando se predica de ellos». Si nos fuéramos a autores posteriores, los ejemplos no tendrían fin. Véase cualquier comentario en *Physics*, Lib. I. [Nota de Peirce].

⁵ Parte I, cap. ix. [Nota de Peirce]. *Logique de Port-Royal*. Editada por Charles Jourdain. Paris Hachette, 1854.

⁶ *Principia*, Parte I, 45 et seq. [Nota de Peirce]. Descartes, René. *Principia philosophiae*. Amsterdam: Ludovicus Elzevirius, 1650.

misma que la suya propia⁷. No obstante, esta es mucho más clara en Leibniz que en Descartes. Una distinción filosófica emerge gradualmente en la conciencia; no hay ningún momento en la historia antes del cual no se la reconoce en absoluto, y después del cual es perfectamente luminosa. Antes de Descartes la distinción entre confuso y distinto había sido completamente desarrollada, sin embargo la diferencia entre distinción y claridad es uniformemente obviada. Escoto distingue entre concebir confusamente y concebir lo confuso y, puesto que cualquier concepto oscuro necesariamente incluye más que su objeto propio, siempre hay en lo que es concebido oscuramente un concepto de algo confuso; pero los escolásticos no llegaron más allá de esto respecto a la distinción de Descartes y Leibniz.

§2. *De los diferentes términos aplicados a las cantidades de extensión e intensión.*

Extensión y comprensión son los términos empleados por los lógicos de Port Royal. Debido a la influencia de Hamilton, *intensión* se usa frecuentemente ahora en lugar de *comprensión*; pero es proclive a confundirse con *intensidad* y, por lo tanto, es una palabra objetable. Deriva del uso de palabras análogas de Cayetano y otros escritores antiguos. *Cantidad externa e interna* son los términos usados por muchos kantianos tempranos. *Alcance y fuerza* fueron propuestos por De Morgan. *Alcance* en lenguaje ordinario expresa extensión, pero *fuerza* no expresa tanto comprensión como expresa la potencia de crear una representación vívida en la mente de la persona a quien se dirige una palabra o discurso. El señor J. S. Mill ha introducido los útiles términos *denotar* y *connotar*, que han llegado a ser muy familiares. De hecho, ha sido la opinión de los mejores estudiantes de lógica de los siglos catorce, quince y dieciséis que la *connotación* se utilizaba, en aquellos tiempos, exclusivamente para la referencia a un segundo significado, esto es (aproximadamente), para la referencia de un término relativo (tal como *padre, más luminoso que*, etc.) al correlato del objeto que denota primariamente, y nunca se adoptó en el sentido de Mill como referencia de un término a los caracteres esenciales implicados en su definición⁸. El señor Mill, sin embargo, se

⁷ Octava carta a Burnet (Ed. Dutens, vol. 6, p 267). [Nota de Peirce]. Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Opera omnia, nunc primum collecta, in classes distributa, praefationibus et indicibus exornata*. Editada por Ludwig Dutens. Geneve: Apud Fratres de Tournes, 1768.

⁸ Cf. Morin, *Dictionnaire*, Tomo I, p. 685; Chauvin, *Lexicon*, ambas ediciones; Eustachius, *Summa*, Parte I, Tr. I, qu. 6. [Nota de Peirce]. Morin, Frédéric. *Dictionnaire de philosophie et de théologie scolastiques, ou études sur l'enseignement philosophique et théologique au moyen age* (2 vols.). Paris: J. P. Migne, 1856. Chauvin, Etienne. *Lexicon philosophicum*. Leonardie: Franciscus Halma, 1713; y *Lexicon rationale sive thesaurus philosophicus*. Rotterdam: Petrus vander Slaart, 1692. Eustachius a Sancto Paulo. *Summa*

consideró a sí mismo capacitado para negar esto de acuerdo simplemente con su autoridad, sin citar un solo párrafo de ningún escritor de aquel tiempo. Tras explicar el sentido en que el adopta el término *connotar*, dice:

Los escolásticos, con los que estamos en deuda por la mayor parte de nuestro lenguaje lógico, también nos dieron este, y en este mismo sentido. Porque, aunque algunas de su expresiones generales mantienen el uso de la palabra en una acepción más extensiva y vaga que la que adopta el señor [James] Mill, cuando tuvieron que definirla específicamente como un término técnico, y así fijar su significado, con aquella admirable precisión que siempre caracterizó a sus definiciones, explicaron claramente que nada se dice que sea connotado excepto las *formas*, palabra que puede entenderse, por lo general, en sus escritos como sinónima de *atributos*.⁹

Dado que se dice habitualmente que el escolasticismo llegó a su fin con Ockham, esto transmite la idea que *connotar* fue comúnmente utilizada por escritores anteriores. Pero el celebrado Prantl considera que esta es una prueba concluyente de que un pasaje en la *Summa* de Ockham es espurio, que ahí se habla de *connotativo* como un término de uso frecuente¹⁰; y señala respecto a un pasaje de Escoto en el que se encuentra *connotado*, que este concepto se encuentra aquí por vez primera¹¹. Sin embargo, el término aparece en Alejandro de Hales¹², quien hace de *nomen connotans* el equivalente de *appellatio relativa*, y adopta la relación misma como el objeto de *connotare*, hablando de que *creador* connota la relación del creador con la criatura. La *Summa* de Ockham¹³ contiene un capítulo dedicado a la distinción entre nombres absolutos y connotativos. Todo el conjunto merece leerse, pero solo tengo espacio para citar lo siguiente:

Nomen autem connotativum est illud quod significat aliquid primario et aliquid secundario; et tale nomen proprie habet diffinitionem exprimentem quid nominis et frequenter oportet ponere aliquid illius diffinitionis in recto et aliud in obliquo; sicut est de hoc nomine álbum, nam habet diffinitionem exprimentem quid nominis in qua una dictio ponitur in recto et alia in obliquo. Unde si queratur quid significat hoc nomen album, dice quod idem quod illa oratio tota “aliquid

philosophiae quadripartita, de rebus dialecticis, moralibus, physicis, et metaphysicis. Cologne: Lazarus Zetzner, 1620.

⁹ Mill, *System of Logic*, 1:43n [b. 1, cap. 2, §5. [Nota de Peirce]. Mill, John Stuart. *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive: Being a Connected view of the Principles of Evidence, and the Methods of Scientific Investigation* (2 vols.). London: Longmans, Green & Co., 1865.

¹⁰ Prantl, *Geschichte*, Vol. III, p. 364. [Nota de Peirce]. Prantl, Carl. *Geschichte der Logik im Abendlande* (3 vols.). Leipzig: S. Hirzel, 1855-1867.

¹¹ Ibid. p. 134. Escoto también usa el término. Duns Escoto. *Quodlibeta*, cuestión 13, artículo 4. [Nota de Peirce]. *Questiones quodlibetales*. Editado por Thomas Penketh, Venecia, 1477.

¹² *Summa Theologica*, Parte I, cuestión 53. [Nota de Peirce]. Alejandro de Hales. *Summa theologica*. Editado por Bernardinus Klumper. Ad Claras Aquas: Collegium S. Bonaventurae, 1924.

¹³ Ockham, *Summa logicae*. Parte I, cap. X (Ed. de 1488, fol. 6. [Nota de Peirce]. Véase la traducción de Peirce al inglés, vertida al castellano, en la nota siguiente. Guillermo de Ockham. *Summa logicae*. Paris: Johannes Higman, 1488.

infortamum albedine” vel “aliquid habens albedinem” et patet quod una pars orationis istius ponitur in recto et alia in oblique... Huiusmodi autem nomina connotative sunt omnia nomina concreta primo modo dicta, et hoc *quia talia concreta significant unum in recto et aliud in obliquo*, hoc est dictu, in diffinitione exprimente quid nominis debet poni unus rectus significans unam rem et alius obliquus significans aliam rem, sicut patet de ómnibus talibus, iustus, albus, animatus, et sic de aliis. Huiusmodi etiam nomina sunt Omnia nomina relatiua, quia semper in eorum diffinitionibus ponuntur diversa idem diuresis modis vel diuersa significantia, sicut patet de hoc nomine simile ... Mere autem absoluta sunt illa quae non significant aliquid principaliter et aliud vel idem secundario, sed quicquid significatur per tale nomen aequo primo significatur sicut patet de hoc nomine animal.¹⁴

Eckius, en su comentario sobre Petrus Hispanus, tiene algunas extensas puntualizaciones acerca de la significación del término *connotar*, que están de acuerdo, en lo principal, con las que se acaban de citar¹⁵. En consecuencia, la relación histórica que hace el Sr. Mill no puede ser admitida.

Sir William Hamilton ha tomado prestados de ciertos escritores griegos tardíos los términos *amplitud* y *profundidad*, como extensión y comprensión respectivamente¹⁶. Estos términos tienen grandes méritos. Son breves; pueden ir juntos; y son muy familiares. Así, un aprendizaje *amplio* es, en la lengua común, un aprendizaje de

¹⁴ Trad.: «Un nombre connotativo, por otro lado, es el que significa una cosa primariamente y otra secundariamente. Los nombres connotativos poseen lo que, en un sentido estricto, se denomina una definición nominal. En la definición nominal de un término connotativo es, con frecuencia, necesario poner una expresión en el caso nominativo y la otra en uno de los casos oblicuos. Así, si alguien preguntase por la definición nominal de ‘blanco’, la respuesta sería ‘algo informado por la blancura’ o ‘algo que tiene blancura’. Es claro que tenemos, aquí, un término en el caso nominativo y el otro en un caso oblicuo... Todos los nombres concretos que funcionan de la primera manera descrita son términos connotativos, dado que todos los nombres concretos significan algo en el caso nominativo y algo distinto en un caso oblicuo; esto es, en la definición nominal de esos nombres, una expresión que significa una cosa está en el caso nominativo y una expresión que significa otra cosa está en uno de los casos oblicuos. Esto es claro con nombres como los siguientes: ‘justo’, ‘blanco’, ‘animado’, ‘humano’, y con otros nombres parecidos también. De la misma forma, todos los nombres relativos son connotativos, porque en la definición de un nombre relativo, hay diferentes expresiones que significan cosas diferentes o la misma cosa de modos diferentes. El nombre ‘semejante’ es un ejemplo de esto... Lo nombres puramente absolutos son aquellos que no significan algo principalmente y otra cosa (o la misma cosa) secundariamente. Más bien, todo lo significado por un nombre absoluto es significado primariamente. El nombre ‘animal’ es un ejemplo de esto.»

¹⁵ Fol. 23, d.. Ver también la *Expositio in Summulas Petri Hispani* de Tartareto hacia el final. Ed. de 1509, fol. 91, b. [Nota de Peirce]. Eck, Johann. *In summulas extemporaria et succincta sed succosa explanatio*. Augustae Vindelicorum, 1516. Tartaretus, Petrus. *Expositio magistri Petri Tartareti in summulas Petri Hispani*. Lugduni, 1509.

¹⁶ *Logic*, p. 100. [Hamilton, William. *Lectures on Metaphysics and Logic*. Editado por Henry L. Mansel y John Veitch. Boston: Gould and Lincoln, 1859]. En la *Summa Logices* atribuida a Aquino, leemos: «Omnis forma sub se habens multa, idest quod universaliter sumitur, habet quandam *latitudinem*; nam inuenitur in pluribus, et dicitur de pluribus.» (Opusculum 48, cap. 3, fol. 183a). [Nota de Peirce]. Trad.: «Toda forma que tiene muchas cosas bajo ella, esto es, que se adopta universalmente, tiene una cierta *latitude* (amplitud); porque se encuentra en muchos y se predica de muchos.» Thomas Aquinas. *Opuscula Sancti Thome: quibus alias impressis nuper hec addidimus. vz. Summam totius logice. Tractatum celeberrimum de usuris nusquam alias impressum*. Venecia, 1508.

muchas cosas; un aprendizaje *profundo*, mucho conocimiento de algunas cosas. En consecuencia, yo daré preferencia a estos términos. A la extensión también se le denomina *esfera* y *circuito*; y a la comprensión, *materia* y *contenido*.

§3. *De los diferentes sentidos en que los términos extensión y comprensión han sido aceptados.*

Los términos *extensión* y *comprensión*, y sus sinónimos, han sido adoptados en diferentes sentidos por autores diferentes. Esto se debe, en parte, al hecho de que mientras la mayoría de los autores hablan de la extensión y la comprensión de los conceptos solamente, otros aplican estos términos a los conceptos y a los juicios por igual (Rösling), otros a cualquier representación mental (Überweg y muchos autores franceses), otros a la cognición en general (Baumgarten), otros a los términos (Fowler, Spalding), otros a los nombres (Shedden), otros a las palabras (McGregor), otros a los significados (Jevons), mientras que un autor habla de la extensión de las *clases* y la *comprensión de los atributos* solamente (De Morgan en su *Syllabus*).

La comprensión es definida por los lógicos de Port Royal como «aquellos atributos que una idea implica en sí misma, y que no pueden ser separados de ella sin destruirla».¹⁷

Se recordará que los lógicos dividen las *marcas* de un término, primero, en necesarias y accidentales, y que, luego, las marcas necesarias se subdividen en las que son estrictamente esenciales, esto es, que están contenidas en la definición, y en las que se llaman propias. Por ello, es una marca esencial de un triángulo el tener tres lados; es una marca propia el que sus tres ángulos sean iguales a dos rectos; y es una marca accidental que de ello trate Euclides.

La definición de los lógicos de Port Royal, en consecuencia, hace que la comprensión incluya todas las marcas necesarias, sean esenciales o propias.

Los lógicos de Port Roy atribuyen la comprensión inmediatamente a cualesquiera ideas. Muchísimos lógicos la atribuyen inmediatamente solo a los conceptos. Ahora bien, un concepto, tal como ellos lo definen, es estrictamente solo la esencia de una idea; deberían, pues, incluir en la comprensión solamente las marcas esenciales de un término. Estos lógicos, sin embargo, prescinden tan completamente del mundo real que

¹⁷ *Lógica de Port Royal*, p. 49 [p. 1, cap. 6] [*Nota de Peirce*]. *Ob. cit.* Donde Peirce pone ‘una idea’, pone ‘ello’ en el original.

es difícil ver por qué estas marcas esenciales no son, al mismo tiempo, todas las marcas del objeto como ellos lo suponen.

Pienso que no puede haber duda alguna de que autores como Gerlach y Sigwart hacen que la comprensión incluya todas las marcas, necesarias o accidentales, que son universalmente predicables del objeto del concepto.

De nuevo, la mayoría de los autores alemanes consideran la comprensión como una suma o bien de conceptos (Drobisch, Bachmann, etc.) o bien de elementos de la intuición (Trendelenburg). Sin embargo, muchos autores ingleses la consideran como la suma de los atributos reales externos (Shedden, Spalding, Devey, De Morgan, Jevons, McGregor, Fowler).

Según la mayoría de los autores, la comprensión consiste en los atributos (necesarios) *pensados* como comunes a los objetos. Shedden la define como consistente en todos los atributos comunes a las cosas denotadas.

De nuevo, la mayoría de los lógicos considera como marcas solamente aquellas que son predicadas virtualmente¹⁸; unos pocos, quizás, solamente aquellas que son pensadas actualmente, y aún menos de ellos incluyen aquellas que son pensadas habitualmente. Aquí y allá se encuentra algún autor que hace que la comprensión incluya todos los atributos verdaderos, sean pensados o no.

También hay una diferencia en el modo de computar las marcas. La mayoría de los autores cuentan todas las marcas distinguibles, mientras que unos pocos consideran las marcas co-extensivas como la misma marca.

En el uso del término *extensión* la falta de una convención definida es aún más señalada. Los lógicos de Port Royal la definen como «aquellos *sujetos* a los que la idea se aplica»¹⁹. Parecería, por lo tanto, que pudiera incluir a las meras ficciones.

Otros limitan el término a las especies *reales* y, al mismo tiempo, lo extienden a los seres singulares. Este es el caso de Watts y, también, de Friedrich Fischer.

Otros son de lo más enfáticos al declarar que lo que significan con ello son *cosas* y no especies, reales o imaginarias. Este es el caso de Bachmann, Esser, y Schulze.

¹⁸ Adopto la admirable distinción de Escoto entre cognición actual, habitual y virtual. [Nota de Peirce].

¹⁹ Véase en la página anterior: «La comprensión es definida por los lógicos de Port Royal como “aquellos atributos que una idea implica en sí misma, y que no pueden ser separados de ella sin destruirla”».

Para otros no incluye ni conceptos ni cosas, sino representaciones singulares. Este es el caso del Kantiano estricto.

La siguiente tabla expone esta diversidad:

La extensión abarca

Representaciones individuales	según Kant, E. Reinhold, etc.
Representaciones	“ Fries, Überweg, etc.
Cosas y especies reales y externas	“ Watts, Shedden, etc.
Objetos individuales reales y externos	“ Bachmann, Devey, etc.
Cosas	“ Schulze, Bowen, etc.
Especies	“ Drobisch, De Morgan , etc.
Objetos (representaciones)	“ Thomson, etc.
Individuos	“ Mahan.
Conceptos	“ Herbart, Vorländer, etc.
Términos generales	“ Spalding.
Conceptos psíquicos	“ Strümpell.
Marcas variables	“ Ritter.

De nuevo, los lógicos difieren respecto a si por extensión significan los conceptos, las especies, las cosas o las representaciones a las que el término se aplica habitualmente en el juicio, o todo a lo que es verdaderamente aplicable. Esta última posición es la que sostienen Herbart, Kiesewetter, etc.; la anterior Duncan, Spalding, Vorländer, Überweg, etc.

Algunos lógicos incluyen, bajo el término extensión, solo las cosas *actuales*, las representaciones, etc. (Bachmann, Fries, Herbart); otros lo extienden a las que son meramente posibles (Esser, Ritter, Gerlach).

Finalmente, unos pocos lógicos hablan de las dos cantidades como numéricas, mientras que la mayoría de los autores las consideran meros agregados de marcas u objetos diversos.

§4. *Negaciones de la proporcionalidad inversa de las dos cantidades y propuestas de una tercera cantidad.*

Hasta hace poco la ley de la proporcionalidad inversa de la extensión y la comprensión se admitía universalmente. Ahora esto se cuestiona sobre varios fundamentos.

Drobisch dice que la comprensión varía aritméticamente. Mientras que la extensión varía geométricamente. Esto es verdadero, en un sentido.

Lotze, tras señalar que el único concepto de un universal que podemos tener es la potencia de imaginar singulares bajo él, insta que la posibilidad de determinar un concepto, de una forma correspondiente con cada particular que incluye, es una marca de ese concepto y que, en consecuencia, los conceptos más estrechos tienen tantas marcas como los más amplios. Pero, respondo, *estas* marcas pertenecen al concepto en su segunda intención, y no son marcas comunes de las cosas a las que se aplica y no son, en consecuencia, parte alguna de la comprensión. De hecho, son las marcas mismas que constituyen la extensión. Nadie negó nunca que la extensión es una marca de un concepto; solo que es una cierta marca de segunda intención.

La objeción de Vorländer es más adecuada al propósito. Esta es que, si a partir de cualquier noción determinada, como la de Napoleón, abstraemos todas las marcas, toda determinación, lo que queda es meramente el concepto *algo*, que no tiene más extensión que el de Napoleón. *Algo* tiene una esfera incierta, significando o bien esta cosa o aquella o la otra, pero no tiene extensión general, puesto que solamente significa una cosa. Por esto, antes de una carrera, podemos decir que algún caballo ganará, significando este, ese o aquel; pero por algún caballo significamos solo a uno y, en consecuencia, no tendrá más extensión que la que tendría un término que indicara definidamente cuál, aunque este último sería más determinado, esto es, tendría más comprensión. No me consta que aquellos que se adhieren a la doctrina de Kant, sin modificarla, hayan logrado responder a esta objeción.

Überweg hace las siguientes puntualizaciones:

A una representación mayor, puesto que de acuerdo con su definición solamente contiene los elementos comunes de contenido de varias representaciones menores, pertenece en comparación con cada una de las menores un contenido más limitado, pero un circuito más amplio. La representación menor, por el contrario, tiene un contenido más rico pero un circuito más estrecho. De ninguna forma, por todo aumento o disminución de un contenido dado aumenta o disminuye el

circuito, ni por todo aumento o disminución de un circuito dado aumenta o disminuye el contenido. Estoy sorprendido de que no se explique más extensamente sobre este punto, cuyo desarrollo es el objeto principal de este escrito.²⁰

De Morgan dice:

De acuerdo con las declaraciones que he visto, «persona que reside en Europa, respirando al norte del Ecuador, viendo salir el Sol antes que los que están en América», sería una noción más intensivamente cuantificada que «persona que reside en Europa»; pero ciertamente no menos *extensiva*, porque los elementos tercero y cuarto de la noción deben pertenecer a aquellas personas a quienes pertenecen los elementos primero y segundo.²¹

El Sr. De Morgan adopta las definiciones de extensión y comprensión dadas por los lógicos de Port Royal. Según esas definiciones, si los elementos tercero y cuarto pertenecen necesariamente a la noción a la que pertenecen el primero y el segundo, son partes de la comprensión de esa segunda noción que está compuesta de los elementos primero y segundo y, en consecuencia, las dos nociones son iguales en comprensión; pero si esto no es el caso, entonces la segunda noción puede ser predicada de sujetos de los que la primera no puede ser predicada, por ejemplo, de «persona que reside en Europa respirando al norte del Ecuador»; porque el hecho de que no exista realmente una persona tal no afectaría a la verdad de la proposición y, en consecuencia, la segunda noción es más extensiva que la primera.

Solamente dos lógicos, de los que me acuerde, el Arzobispo Thomson²² y el Dr. W. D. Wilson²³, mientras que, aparentemente, admiten la ley de Kant, desean establecer una tercera cantidad de los conceptos. Ninguno de estos caballeros ha definido su tercera cantidad, ni ha declarado cuáles sean sus relaciones con las otras dos. Thomson llama a la suya ‘denominación’. Parece ser lo mismo que la extensión considerada de una forma particular. El Dr. Wilson denomina a su nueva cantidad ‘protensión’; tiene algo que ver con el tiempo, y parece ser, por lo general, independiente de las otras dos. De hecho, es claro que en la medida que la ley de Kant se sostiene, y en la medida que las cantidades lógicas solo pueden compararse como mayores o menores y no pueden

²⁰ *Logik*, 2te Aufl., 54. [Nota de Peirce]. Überweg, Friedrich. *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren*. Bonn: Adolph Marcus, 1857.

²¹ *Formal Logic*, p. 234. Su doctrina es diferente en el *Syllabus*. [Nota de Peirce]. De Morgan, Augustus. *Formal Logic: or the Calculus of Inference, Necessary and Probable*. London: Taylor and Walton, 1847.

²² *Laws of Thought*, 4ª Ed., §§52, 80. [Nota de Peirce]. Thomson, William. *An Outline of the Necessary Laws of Thought: A Treatise on Pure and Applied Logic*. London: W. Pickering, 1857.

²³ *Logic*, Parte I, cap. Ii, §5. [Nota de Peirce]. Wilson, W. D. *An Elementary Treatise on Logic*. New York: D. Appleton and Company, 1857.

medirse directamente, y en la medida que los diferentes *tipos* de cantidad no pueden compararse de ninguna manera, una tercera cantidad debe ser directamente proporcional a una o a otra de las cantidades conocidas y, en consecuencia, debe medir la misma cosa o, si no, debe ser independiente de las otras dos, y estar completamente desconectada de ellas.

§5. *Los tres sentidos principales en que ‘Comprensión’ y ‘Extensión’ serán adoptados en este escrito.*

Adoptaré los términos de Hamilton, *amplitud* y *profundidad*, para extensión y comprensión respectivamente, y los emplearé con sentidos diferentes, que distinguiré con adjetivos diferentes.

Por la *amplitud informada* de un término, significaré todas las cosas reales de las que este es predicable, con verdad lógica en su totalidad, en un estado supuesto de información. Con la frase «en su totalidad» quiero indicar que toda la información disponible debe ser tomada en cuenta, y que aquellas cosas de las que no hay razón, en su totalidad, para creer que un término es predicable verdaderamente de ellas, no deben ser computadas como parte de su amplitud.

Si T es un término que es predicable solamente de S' , S'' y S''' , entonces las S' s, las S'' s y las S''' s constituirán la amplitud informada de T . Si, al mismo tiempo, S' y S'' son los sujetos de los que solamente de ellos puede predicarse otro término T' , y si no se conoce que todos los S''' s son o bien S' o bien S'' , entonces se dice de T que tiene una amplitud informada mayor que T' . Si se conoce de los S''' s que no están todos entre los S' s y los S'' s, a este exceso de amplitud puede denominársele *cierto* y, si esto no se sabe, puede denominársele *dudoso*. Si se conoce que existen S''' s, de los que no se conoce que sean S' s o S'' s, se dice de T que tiene una amplitud *actual* mayor que T' ; pero si no se conocen S''' s excepto aquellos que se conoce que son S' s y S'' s (aunque pueda haber otros), se dice de T que tiene una amplitud *potencial* mayor que T' . Si T y T' son conceptos en mentes diferentes, o en estados diferentes de la misma mente, y la mente que concibe T que todo S''' es o bien S'' o bien S' , entonces se dice de T que es más *extensivamente distinto* que T' ²⁴.

²⁴ Para distinguir entre distinción extensiva y comprensiva, ver Escoto, i, dist. 2, qu. 3. [Nota de Peirce]. *Ob. cit.*

Por la profundidad informada de un término, significo todos los caracteres reales (por oposición con los meros nombres) que pueden predicarse de ella²⁵ (con verdad lógica, en su totalidad) en un estado supuesto de información; no contándose ningún carácter dos veces, a sabiendas, en el supuesto estado de información. La profundidad, como la amplitud, puede ser cierta o dudosa, actual o potencial, y hay una distinción comprensiva correspondiente con la distinción extensiva.

La amplitud y la profundidad informadas suponen un estado de información que se encuentra en algún punto entre dos extremos imaginarios. Estos son, primero, el estado en que no se conociera ningún hecho, salvo solamente el significado de los términos; y, segundo, el estado en que la información ascendería a una intuición absoluta de todo lo que hay, de modo que las cosas que conociéramos serían las propias sustancias mismas, y las cualidades que conociéramos serían las propias formas concretas mismas. Esto sugiere otros dos tipos de amplitud y profundidad correspondientes a estos dos estados de información y a los que denominaré, respectivamente, la amplitud y la profundidad *esencial* y *sustancial*.

Por la *profundidad esencial* de un término, entonces, significo las cualidades realmente concebibles que se predicán de él en su definición.

El término definido no será, quizás, aplicable a ningún objeto real de ninguna clase. Sea esta, por ejemplo, la definición del término *T*,

Cualquier *T* es tanto *P'* como *P''* y *P'''*,

entonces, esto resume su significado por completo; y, como puede que no se conozca que haya una cosa tal como *P'*, el significado de *T* no implica que exista. Por otro lado, sabemos que ni *P'*, *P''* ni *P'''* es co-extensivo con la esfera completa de ser. Ya que son cualidades determinadas, y es el propio significado de *ser* que es indeterminado, esto es, es más extensivo que cualquier término determinado. De hecho, *P'*, por ejemplo, es una noción real que no podríamos tener nunca excepto por medio de su contraste con algo distinto. De esto debemos saber que

Todo lo que es no-*P'* es no-*T*,
 Todo lo que es no-*P''* es no-*T*,
 y Todo lo que es no-*P'''* es no-*T*.

²⁵ Esto es, de todas las cosas a las que es aplicable. [*Nota de Peirce*].

Por lo que si definimos la *amplitud esencial* de un término como aquellas cosas reales de las que, según su propio significado, un término es predicable, ‘no-*T*’ tiene una amplitud esencial. Podemos, en consecuencia, dividir todos los términos en dos clases, la esencialmente afirmativa o positiva y la esencialmente negativa; en las que los primeros tienen profundidad esencial, pero no amplitud esencial, y los segundos amplitud esencial, pero no profundidad esencial. Debe señalarse, sin embargo, que esta división no es la misma que una parecida que hace el lenguaje. Por ejemplo, *ser*, según esto, es un término esencialmente negativo, en la medida que significa que puede predicarse de todo lo que quieras y, por esto, tiene una amplitud esencial; mientras que *nada* es un término esencialmente positivo, en la medida que significa aquello de lo que tienes la libertad de predicar lo que quieras y, en consecuencia, tiene una profundidad esencial. Los sujetos esenciales de *ser* no pueden ser enumerados, ni tampoco los predicados esenciales de *nada*.

En la amplitud o la profundidad esenciales, ningunos dos términos pueden ser iguales; porque si este fuera el caso, los dos términos tendrían el mismo significado y, en consecuencia, a efectos lógicos, serían el mismo término. Dos términos pueden tener relaciones desconocidas en estas cantidades, debido a que uno u otro de ellos no está distintamente concebido.

La *amplitud sustancial* es el agregado de sustancias reales de las que solo un término es predicable con verdad absoluta. La *profundidad sustancial* es la forma real concreta que pertenece a todo aquello de lo que un término es predicable con verdad absoluta.

Los términos generales denotan varias cosas. Cada una de estas cosas no tiene, en sí misma, cualidades, sino únicamente una forma concreta que le pertenece solo a sí misma. Este era uno de los puntos que surgieron en la controversia referente a la naturaleza de los universales²⁶. Como dice Sir William Hamilton ni siquiera la humanidad de Leibniz pertenece a Newton, sino una humanidad diferente. Es solo por la abstracción, por una ‘visión’ de conjunto, que puede decirse de dos cosas que tienen caracteres comunes. Por ello, un término general no tiene *profundidad sustancial*. Por otro lado, los términos particulares, mientras que tienen *profundidad sustancial*, en la

²⁶ Véase, por ejemplo, *De Generibus et Speciebus*, p. 548. [Nota de Peirce]. Atribuido al Pseudo-Jocelin. Peirce lo cita aquí por mediación de: John de Salisbury. *Metaphysicus*. Paris: Apud Hadrianum Beys, 1610.

medida que cada una de estas cosas, una u otra de las que son predicadas de ellos, tienen una forma concreta, sin embargo no tienen *amplitud sustancial*, en la medida que no hay un agregado de cosas al que solo son aplicables. Para poner este asunto bajo una luz más clara, debo señalar que yo, de acuerdo con la mayoría de los lógicos, tomo la cópula en el sentido de un signo de atribución y no, como Hamilton, en el sentido de un signo de igualdad en extensión o comprensión. El expone la proposición «el hombre es un animal» de esta manera:

La extensión de hombre *Sujeto*.
 es igual a *Cópula*.
 una parte de, o toda, la extensión de animal *Predicado*.

Y, de esta forma, hace al predicado, particular. Otros lo interpretan así:

Todo hombre *Sujeto*.
 tiene todos los atributos comunes a *Cópula*.
 todo animal *Predicado*.

Es en este último sentido como se considera a la cópula en este escrito. Ahora bien, un particular es, como se ha dicho, un sujeto *alternativo*. Por ello, «Algún *S* es *M*» significa, si *S'*, *S''* y *S'''* son las *Ss* singulares, que «o bien *S'* o si no *S''*, o si no *S'''* tiene todos los atributos que pertenecen a *M*». Un término particular tiene, entonces, profundidad sustancial, porque puede tener un predicado que sea absolutamente concreto, como en la proposición, «Algún hombre es Napoleón». Pero si ponemos el particular dentro del predicado, tenemos una proposición tal como esta: «*M* tiene todos los atributos que pertenecen a *S'*, o si no todos los que pertenecen a *S''*, o si no todos los que pertenecen a *S'''*». Y esto no puede ser nunca verdadero a menos que *M* sea un individuo singular. Ahora bien, una sustancia individual singular es, no diré que un átomo, sino la parte más pequeña de un átomo, esto es, nada en absoluto. Por lo que un particular no puede tener *amplitud sustancial*. Tomemos, ahora, el término universal «*S*». Podemos decir «Cualquier *S* es *M*», pero no si *M* es una cualidad concreta real. No podemos decir, por ejemplo, «Cualquier hombre es Napoleón». Por otro lado, podemos decir «Cualquier *M* es *S*», incluso si *M* es una sustancia real o un agregado de sustancias. De ahí que un término universal no tenga *profundidad sustancial*, pero tenga *amplitud sustancial*. Podemos, en consecuencia, dividir todos los términos en universales sustanciales y en particulares sustanciales.

Dos términos pueden ser iguales en su amplitud y profundidad sustanciales, y diferir en su amplitud y profundidad esenciales. Pero dos términos no pueden tener relaciones de amplitud y profundidad sustanciales que se desconozcan en el estado de información supuesto, porque en ese estado de información todo es conocido.

En la amplitud y profundidad informadas, dos términos pueden ser iguales, y pueden tener relaciones desconocidas. Cualquier término, afirmativo o negativo, universal o particular, puede tener amplitud y profundidad informadas.

§6. *Los conceptos de cualidad, relación y representación, aplicados a este tema.*

En un escrito que presenté a la Academia el pasado mes de mayo, me esmeré en mostrar que los tres conceptos de referencia a un fundamento, referencia a un correlato y referencia a un interpretante²⁷, son aquellos de los que la lógica debe hacer uso principalmente. Introduje, también allí el término ‘símbolo’, para incluir tanto al concepto como a la palabra. La lógica trata de la referencia de los símbolos, en general, a sus objetos. Un símbolo en su referencia a su objeto, tiene una referencia triple:

1º Su referencia directa a su objeto, o a las cosas reales que representa;

2º Su referencia a su fundamento por medio de su objeto, o a los caracteres comunes de esos objetos;

3º Su referencia a su interpretante por medio de su objeto, o a todos los hechos conocidos acerca de su objeto.

A los que, así, son referidos, en la medida que son conocidos, son:

1º La amplitud *informada* del símbolo;

2º La profundidad *informada* del símbolo;

3º La suma de las proposiciones sintéticas en que el símbolo es sujeto o predicado, o la *información* concerniente al símbolo.

Por amplitud y profundidad, sin adjetivos, significaré, de ahora en adelante, la amplitud y la profundidad informadas.

Es claro que la amplitud y la profundidad de un símbolo, en la medida que *no* son esenciales, miden la *información* que le concierne, esto es, las proposiciones sintéticas

²⁷ «Sobre una nueva lista de categorías». Véase el capítulo 4 de este *Tratado de Lógica*.

de las que es sujeto o predicado. Esto se sigue directamente de las definiciones de amplitud, profundidad e información. De esto se sigue:

1° Que, siempre que la información permanezca constante, a mayor amplitud, menor profundidad;

2° Que todo incremento de información se ve acompañado de un incremento en profundidad o en amplitud, independiente de la otra cantidad;

3° Que, cuando no hay información, o bien no hay profundidad o bien no hay amplitud, y a la inversa.

Estas son las relaciones verdaderas y obvias de amplitud y profundidad. Serán sugeridas naturalmente si denominamos a la información el *área*, y escribimos

$$\text{Amplitud} \times \text{Profundidad} = \text{Área}.$$

Si llegamos a saber que *S* es *P*, entonces, como regla general, la profundidad de *S* se aumenta sin disminución alguna de amplitud, y la amplitud de *P* se aumenta sin disminución alguna de profundidad. Cualquiera de estos incrementos puede ser *cierto* o *dudoso*.

Puede ser el caso que alguno, o ninguno, de estos incrementos no tenga lugar. Si *P* es un término negativo, puede que no tenga profundidad y, en consecuencia, no añade nada a la profundidad de *S*. Si *S* es un término particular, puede que no tenga amplitud y, entonces, no añade nada a la amplitud de *P*. Este último caso se da a menudo en la metafísica y, por motivo de que *no-P*, así como *P*, se prediquen de *S*, da lugar a una apariencia de contradicción donde realmente no hay ninguna; porque, como la contradicción consiste en dar a los términos contradictorios alguna amplitud en común, se sigue que, si el sujeto común del que son predicados no tiene amplitud real, solo hay una contradicción verbal y no real. No es realmente contradictorio, por ejemplo, decir que un límite está tanto dentro como fuera de lo que limita. También hay otro caso importante en el que podemos llegar a saber que «*S* es *P*», sin, por ello, añadir a la profundidad de *S* o a la amplitud de *P*. Esto ocurre cuando, en el mismo acto por el que llegamos a saber que *S* es *P*, también llegamos a saber que *P* estaba encubiertamente contenido en la profundidad previa de *S* y que, consiguientemente, *S* era una parte de la amplitud previa de *P*. En este caso, *P* gana en distinción extensiva y *S* en distinción comprensiva.

Estamos ahora en condiciones de examinar la objeción de Vörländer a la proporcionalidad inversa de la extensión y la comprensión. Él requiere que separemos mentalmente a un objeto de todas sus cualidades, pero no, claro está, pensándolo que es sin esas cualidades, esto es, negando esas cualidades tuyas en el pensamiento. ¿Cómo, entonces? Solo suponiéndonos ignorantes acerca de si tiene o no cualidades, esto es, disminuyendo la información supuesta; en cuyo caso, como hemos visto, puede disminuirse la profundidad sin incrementar la amplitud. De la misma manera, podemos suponernos ignorantes acerca de si existe cualquier americano salvo uno, y así disminuir la amplitud sin incrementar la profundidad.

Es solo al confundir un movimiento que está acompañado de un cambio de información con uno que no lo está, que la gente puede confundir la generalización, la inducción y la abstracción. La *generalización* es un incremento de amplitud y una disminución de profundidad, sin cambio de información. La *inducción* es un cierto incremento de amplitud sin cambio de profundidad, por medio de un incremento de la información creída. La *abstracción* es una disminución de profundidad sin cambio alguno de amplitud, por medio de una disminución de la información concebida. La *especificación* se usa normalmente (debo decir que desafortunadamente) como un incremento de profundidad sin cambio alguno de amplitud, por medio de un incremento de la información aseverada. La *suposición* se usa para el mismo proceso cuando solo hay un incremento concebido de información. La *determinación*, para cualquier incremento de profundidad. La *restricción*, para cualquier disminución de amplitud; pero, más particularmente, sin cambio de profundidad, por medio de una disminución supuesta de información. El *descenso*, para una disminución de amplitud y un aumento de profundidad, sin cambio de información.

Consideremos a continuación el efecto de diferentes tipos de razonamiento sobre la amplitud, la profundidad y el área de los dos términos de la conclusión.

En el caso del razonamiento deductivo sería fácil mostrar, si fuera necesario, que solo hay un incremento de la distinción extensiva de la premisa mayor, y de la distinción comprensiva de la menor, sin cambio alguno de información. Por supuesto que, cuando la conclusión es negativa o particular, incluso esto puede no efectuarse.

La inducción requiere más atención. Tomemos el siguiente ejemplo:

S', S'', S''' y S^{iv} han sido tomados al azar de entre los M s;
 S', S'', S''' y S^{iv} son P ;
 . . Cualquier M es P .

Aquí tenemos, habitualmente, un incremento de información. M recibe un incremento de profundidad, P de amplitud. Sin embargo, hay una diferencia entre estos dos incrementos. De hecho, se añade un nuevo predicado a M ; uno que puede, es verdad, haber sido predicado de M encubiertamente con anterioridad; pero que ahora es sacado a la luz efectivamente. Por otro lado, P *aún* no ha sido hallado que se aplique a nada salvo a S', S'', S''' y S^{iv} , sino que solo se aplica a todo lo demás que a partir de ahora pueda encontrarse contenido en M . La inducción misma no hace conocida ninguna cosa así. Ahora tomemos el siguiente ejemplo de hipótesis:

M es, por ejemplo, P', P'', P''' y P^{iv} ;
 S es P', P'', P''' y P^{iv} ;
 . . S es todo lo que M es.

Aquí hay, de nuevo, un incremento de la información, si suponemos que las premisas representan el estado de información anterior a las inferencias. S recibe una adición a su profundidad; pero solo una adición potencial, puesto que no hay nada que muestre que los M s tienen cualesquiera caracteres en común aparte de P', P'', P''' y P^{iv} . M , por otro lado, recibe un incremento efectivo de amplitud en S , aunque, quizás, solo un incremento *dudoso*. Hay, en consecuencia, esta importante diferencia entre la inducción y la hipótesis, que la primera incrementa potencialmente la amplitud de un término, e incrementa efectivamente la profundidad de otro, mientras que la segunda incrementa potencialmente la profundidad de un término, e incrementa efectivamente la amplitud de otro.

Consideremos ahora el razonamiento a partir de la definición a lo definido y, también, el argumento a partir de la enumeración. Una proposición definitoria tiene un significado. No es, en consecuencia, una proposición meramente idéntica, sino que hay una diferencia entre la definición y lo definido. Según la doctrina recibida, esta diferencia consiste enteramente en el hecho de que la definición es distinta, mientras que lo definido es confuso. Pero yo creo que hay otra diferencia. Lo definido implica el carácter de estar designado por una palabra, mientras que la definición, previamente a la formación de la palabra, no lo está. Por ello, lo definido excede a la definición en profundidad, aunque solo *verbalmente*. De la misma forma, cualquier noción no

analizada acarrea una sensación, una palabra constituyente, cuyo análisis no lo hace. Si esto es así, la definición es el predicado y lo definido el sujeto, de la proposición definitoria, y este último no puede ser simplemente invertido. De hecho, la proposición definitoria afirma que todo a lo que se aplica un cierto nombre se supone que tiene tales y cuales caracteres; pero no se sigue estrictamente de esto que todo lo que tenga tales y cuales caracteres sea efectivamente denominado por ese nombre, aunque ciertamente *pueda* denominarse así. De ahí que, en el razonamiento de la definición a lo definido, haya un incremento verbal de profundidad y un incremento efectivo de distinción extensiva (que es análogo a la amplitud). Al ser el incremento de profundidad meramente verbal, no hay posibilidad de error en este procedimiento. No obstante, me parece apropiado considerar mejor este argumento como una modificación especial de la hipótesis que como una deducción, tal como es el razonamiento de lo definido a la definición. Una línea de pensamiento parecido mostraría que, en el argumento a partir de la enumeración, hay un incremento verbal de la amplitud y un incremento efectivo de profundidad o más bien, de distinción comprensiva y que, en consecuencia, es apropiado considerar esto (como han hecho la mayoría de los lógicos) como un tipo de inducción infalible. Estas especies de hipótesis e inducción son, de hecho, meramente hipótesis e inducciones desde las partes esenciales hasta la totalidad esencial; siendo este tipo de razonamiento desde las partes a la totalidad, demostrativo. Por otro lado, el razonamiento desde las partes sustanciales hasta la totalidad sustancial ni siquiera es un argumento probable. Ninguna parte última de la materia llena el espacio, pero no se sigue de esto que ninguna materia llene el espacio.

8.2 Denotación y Connotación²⁹

El objeto denotado por cualquier signo, sea el que sea, es más o menos indeterminado. Esta indeterminación es diferente de la ambigüedad. Un signo es ambiguo si es dudoso a lo que es aplicable y a lo que es inaplicable, pero la indeterminación de la que se habla aquí consiste meramente en su ser aplicable a más de un objeto posible; o, en otras palabras, lo que se quiere decir es que se puede extraer una distinción en el objeto de cualquier signo, sea el que sea, no importa cómo de particular pueda ser. Tomemos el término «Felipe de Macedonia». Podemos distinguir entre «Felipe borracho» y «Felipe sobrio», y así en todo caso. El origen de la generalidad universal de los signos se encuentra en el hecho de que una idea ocupa tiempo. Un

²⁹ WMS223, W3: 84-89, titulado por Peirce «Cap. 9º», fechado el 15 de marzo de 1873.

término individual se define como un determinador *mono modo*, es decir, aquello que respecto a toda cualidad o carácter, implica que su objeto o bien lo tiene o bien no lo tiene. De hecho, no hay términos individuales pero, no obstante, la concepción de un término individual como el de una cantidad infinitesimal en matemáticas, es de la más alta importancia en lógica. Toda proposición expresa una relación entre los objetos de dos términos y puede ser puesta en una forma tal como para significar que todo lo que se denote por un término se denota por otro. Por ejemplo «A ama a B» puede ser puesto en la forma, todo lo que se denote por el término A se denota, también por «Amante de B». La proposición «Todo hombre se ama a sí mismo», puede ser puesta en la forma, todo lo que denote el término hombre se denota por el término «auto-amante». La proposición, «Si hay un relámpago, tronará», puede ser puesta en la forma, todo lo que se denote por el término, «El estado de cosas en que hay un relámpago», también se denota por el término, «El estado de cosas en que truena», o «El estado de cosas que será seguido por el trueno». Esta es la forma en que el lógico considera que se manifiesta toda proposición. El primer término se llama el sujeto de la proposición, el segundo término el predicado de la proposición. El sujeto se escribe primero, y el predicado detrás de él; y entre ellos se sitúa un signo que significa que todo lo que se denote por el sujeto se denota por el predicado. El signo utilizado para este propósito se llama la cópula; la palabra *es*, es la que se adopta habitualmente. He propuesto el siguiente signo \prec para este propósito y ocasionalmente haré uso de él en este libro³⁰. Consideremos ahora, por un momento, las propiedades lógicas de la cópula. La relación que ella declara existir entre todo objeto denotado por el sujeto y los objetos correspondientes denotados por el predicado es esa relación que todo individuo aporta a sí mismo, esto es la identidad. A partir de esta definición de ella, es fácil deducir que siendo *a* y *b* dos términos cualesquiera, decir que *a* es *b* es ni más ni menos que decir que todo lo que es *a* es *b*. Por razones que se explicarán más adelante, denominaré a este principio la equiparancia transitiva de la cópula. Este principio no consiste, enteramente, en las propiedades de la cópula, aunque haya sido, algunas veces, expresa y siempre, creo, tácitamente asumido por los lógicos que consiste en ellas. Es decir, no han dado ninguna forma de razonamiento que no requiera para justificarlas nada más que lo que está contenido en este principio. Este principio obviamente se divide en dos. El primero es, que si *a* es *b* entonces todo lo que es *a* es *b*. A esta la denominaré la propiedad

³⁰ Llamo la atención de los algebristas respecto a la utilidad de este símbolo. De acuerdo con él podemos escribir, por ejemplo, $-\sqrt{} \prec \sqrt{}$. [Nota de Peirce].

transitiva de la cópula. Una forma de enunciarlo se conoce comúnmente como el *dictum de omni*. Es el principio rector del silogismo deductivo porque, según él, si a es b , y cualquier cosa, sea la que sea, como X es a , entonces X es b . La otra parte del principio de la equiparancia transitiva de la cópula es, que si todo lo que es a es b entonces a es b . Algunos lógicos consideran a este como el principio rector de la inducción, porque nos justifica en que razonemos así: los XYZ, etc. son todo lo que es a , XYZ, etc. son b , por lo tanto a es b . Pero otros lógicos han objetado que esto no es propiamente una inducción. Porque en la inducción no podemos decir que XYZ, etc. son los únicos casos de a . Y esta parece una objeción bien fundada. Este principio puede ser puesto de otra manera; porque a partir de la proposición ‘todo lo que es a es b ’, junto con la proposición ‘ c es a ’, podemos por el *dictum de omni* inferir que ‘ c es b ’. Si por c ponemos a tendremos esta forma de inferencia: todo lo que es a es b , a es algo que es a , por lo tanto a es b . Es decir que el *dictum de omni* nos capacita para deducir este principio: que si todo lo que es a es b , entonces a es b , a partir de la proposición a es algo que es a . Por lo que este principio no contiene nada que no esté contenido en el *dictum de omni*, excepto el principio de que a es a . Este principio se conoce comúnmente como el principio de identidad, y a la propiedad que expresa la denominaré la equiparancia de la cópula. Podemos imaginar un término tal que pueda ser predicado por todo otro término. Los lógicos nombran a esto *ens* o ente. Puede representarse convenientemente por el número ‘1’. Cualquier cosa que quieras, real o imaginaria, es *ens* o *ente* en este sentido amplio. También podemos imaginar un término del que se pueda predicar cualquier otro, y como no hay nada de lo que todo pueda ser predicado, porque nada es, a la vez, blanco y negro, este término tiene el nombre de nada, y puede representarse convenientemente con el número ‘0’. Según esto, nos permitimos decir lo que queramos de aquello que no existe y, claramente, no hay falsedad alguna en hacer cualquier aseveración que queramos respecto a ello, puesto que no estamos haciendo ninguna afirmación falsa acerca de nada en absoluto; o, para exponer el tema de otra manera, la fórmula lógica a es b , significa que cualquier a que pueda haber en existencia es b . Ahora bien, claramente, no puede haber falsedad alguna al decir, por ejemplo, que cualquier grifo que pueda existir echa fuego por la boca. No puede haber falsedad en ello porque la afirmación está limitada a los grifos tales que existan, y ningún grifo existe, por lo que no hay ninguna afirmación en ello, en absoluto. Es solo la forma de una afirmación sin la sustancia.

Consideremos un término que está relacionado de tal manera con otros dos como para denotar todo lo que sea denotado por cualquiera de ellos y nada más. Si los otros dos términos son a y b este término puede ser escrito « a o b » o « $a +$,³¹ b ». Las propiedades de tal término disyuntivo son tres: primero, que « a es a o b » o, con símbolos, « $a \rightarrow a +, b$ »; segundo, que « b es a o b », o « $b \rightarrow a +, b$ »; tercero, que «si c es a y c es b , entonces c es a o b » o, con símbolos, « $c \rightarrow a$ y $c \rightarrow b$, entonces $c \rightarrow a +, b$ ». Estas propiedades incluyen todas aquellas que pertenecen a los términos disyuntivos. Sin embargo, se pueden mencionar dos corolarios: « a o b es precisamente equivalente a b o a »; esta es la propiedad conmutativa de la disyunción; « a , o lo que es b o c », con símbolos, « $a +, (b +, c)$ », es lo mismo idénticamente que «lo que es a o b o si no c » o, en símbolos, « $(a +, b) +, c$ ». Esta se denomina la propiedad asociativa de la disyunción. Lo que es o « a o a » es a . Considerando los términos *ente* y *nada*, en referencia a la disyunción, observamos que puesto que *nada* es a , «lo que es o a o *nada* es a »; y puesto que a es *ens*, «lo que es o a o *nada* es *ens*».

Consideremos ahora un término que es tal como para denotar todo lo que se denota por estos dos términos en común y nada más. Si a y b son los otros dos términos podemos denotar a este término por la expresión « a y b » o, en símbolos, a, b . Las propiedades de este término pueden resumirse en tres proposiciones: primera, que lo que es, a la vez, a y b es a ; segundo, que lo que es, a la vez, a y b es b ; y tercero, que si c es a y c es b , entonces c es, a la vez, a y b . Se observará que las propiedades de tal término conjuntivo son precisamente paralelas a las del término disyuntivo, de una forma tal que, a partir de cualquier concepción de una propiedad de un término disyuntivo, podamos obtener una propiedad correspondiente de un término conjuntivo, al sustituir la conjunción por la disyunción y, al mismo tiempo, cambiando todos los predicados en sujetos, y *viceversa*. Por lo que, correspondiéndose con la propiedad de que « a es o a o b », tenemos la propiedad de que «lo que es, a la vez, a y b es a »; correspondiéndose con la propiedad de que « b es o a o b », tenemos la propiedad de que «todo lo que es, a la vez, a y b es b »; y correspondiéndose con la propiedad de que «si a es c y b es c , entonces todo lo que es o a o b es c », tenemos la propiedad de que «si c es a y c es b , entonces c es, a la vez, a y b ». Y los corolarios que pueden deducirse necesariamente de estas tienen una relación similar el uno con el otro al igual que el término «o bien a o bien b » es equivalente al término «o bien b o bien a », de

³¹ ‘+,’ es el signo de la adición lógica en la notación que Peirce adopta de Boole.

forma que el término «a la vez, a y b » es equivalente al término «a la vez, b y a »; y como $(a +, b) +, c$ es equivalente a $a +, (b +, c)$, por ello $(a, b), c$ es equivalente a $a, (b, c)$. Las propiedades relacionadas con cero y nada tienen, incluso, otro tipo de paralelismo, propiamente, que el cambiar sujetos por predicados y disyunciones por conjunciones puede también intercambiar los términos *ente* y *nada*. Por lo que correspondiéndose con la proposición «todo lo que es o bien a o bien *nada* es a », tenemos la proposición « a es, a la vez, a y *ens*», y correspondiéndose con la proposición «todo lo que es o bien a o bien *ens* es *ens*», tenemos la proposición «*nada* es, a la vez, a y *nada*». Finalmente hay ciertos corolarios que pueden ser deducidos a partir de la combinación de las propiedades fundamentales de la disyunción y de la conjunción; estos son: primero, que el siguiente término, el que tiene, a la vez, « a y o bien b o bien c » es el equivalente exacto del siguiente término, el que tiene, a la vez, «o bien a y b o bien a y c »; y correspondiéndose con esto encontramos que el siguiente término, el que es, a la vez, «o bien a o bien b y c » es el equivalente de este término, el que es, a la vez, «o bien a o bien b es o bien a o bien c ».

La mayor parte de lo que comúnmente se conoce por lógica formal es deducible a partir de los principios enunciados en este capítulo y, en consecuencia, merecerá la pena considerar un poco más sus consecuencias. Cualquier término general puede considerarse como separado por disyunciones en un número indefinido de términos individuales. Podemos escribir, por ejemplo, $a \prec A +, B +, C +, D +$, etc., y también podemos concebir un término general separado, de una manera parecida, por conjunciones sucesivas en un número indefinido de términos elementales de los que de cada uno de ellos nada es predicable salvo él mismo. Este es un modo ideal de concebir un término como es construido, porque ningún término individual y ningún término elemental que sea así pueden encontrarse de hecho; más aún, si tales términos elementales pudieran ser encontrados, se requeriría un número infinito de ellos para formar un término general. Podemos vernos, en consecuencia, fácilmente conducidos a falacias al permitirnos considerar el asunto desde este punto de vista, si no estuviéramos en guardia contra el absurdo contenido en la hipótesis. Absurdos parecidos están implicados en la concepción matemática de los infinitesimales pero, como en el caso anterior así en este, hay implicada con la ficción una cierta verdad que no puede exponerse de otra manera de forma tan conveniente para ciertos propósitos. Si dos términos a y b difieren de forma que podemos escribir a es b , pero no b es a , por

ejemplo, podemos decir que cualquier hombre es un animal pero no que todo animal es un hombre, entonces el término del que el otro puede ser predicado se dice que tiene menos amplitud, significando con esto que hay una cantidad menor de términos de los que puede ser predicado, mientras que del otro término se dice que tiene menos profundidad, significando con ello que hay una cantidad menor de términos de los que no puede ser predicado. Es obvio, y no requiere prueba que, de los dos términos, el que tiene la amplitud mayor tiene la profundidad menor y *viceversa*. A estas palabras, amplitud y profundidad, junto con otras que ellas naturalmente sugieren, se las encontrará extremadamente convenientes y están, muchas de ellas, en el uso común. Por eso se dice de un hombre que es profundamente sabio, y que tiene una amplia información. Lo primero implica que sabe mucho sobre ciertos temas; lo segundo, que está familiarizado con muchos temas. Es claro que el conocimiento de un hombre puede ser profundo, pero en un rango estrecho; amplio, pero superficial o poco profundo. Otros términos que recientemente se han incorporado al uso son, *denotar* y *connotar*. Se dice de un término que denota todos aquellos objetos de los que puede ser predicado, y que connota todas aquellas cualidades que puedan ser predicadas de él. No estoy seguro de que la selección de estos términos sea muy afortunada. Fueron usados de una manera diferente en la Edad Media y su uso actual es el resultado de la ignorancia pero pueden ser, quizás, considerados como han sido establecidos. A lo que ahora se le llama denotar se le llamaba nombrar en el siglo XII, y a lo que ahora se le llama connotar se le llamaba entonces significar. Y estos términos podrían usarse ahora sin apartarnos del uso. Es útil considerar la amplitud y la profundidad conocidas de un término en estados diferentes de nuestro conocimiento. En cualquier estado de nuestro conocimiento todo término se conoce predicable de ciertos otros, y que tiene a ciertos otros predicables de él. Y de dos términos, el que tiene todas esas cosas predicables de él que son predicables del otro y de más aún, es él mismo predicable de solo una parte de estos términos de los que el otro es predicable y *viceversa*. El efecto de una adición a nuestro conocimiento es hacer a un término predicable de otro que no lo era así antes en nuestro conocimiento. Y, por esto, aumenta, a la vez, la profundidad conocida del término sujeto, y la amplitud conocida del término predicado, sin disminución alguna de cualquiera de estas dos cualidades por lo que, en el aumento del conocimiento, la amplitud y la profundidad conocidas de los términos están constantemente aumentando, y la suma de las amplitudes y profundidades conocidas de cualquier producto, si les place, medirá el alcance hasta donde la investigación haya sido llevada. Veamos ahora, por un momento,

las diferencias en sus efectos sobre las amplitudes y profundidades conocidas de los términos de las diferentes clases de razonamiento.³²

8.3 Sobre la amplitud y la profundidad lógicas³³

Puesto que la lógica es el estudio de las leyes de los signos en la medida que denotan cosas – aquellas leyes de los signos que determinan cuáles cosas denotan y cuáles no – es necesario en lógica prestar una atención especial a aquellos términos que denotan signos. Tales términos son géneros, especies, etcétera. Nada es un género pero al haber términos tales como hombre y árbol que denotan alguna cosa dejando más o menos indeterminado cuál, de forma que podamos hablar de todo lo que pueda ser denotado por tal término general como un género o una clase. A tales términos se les denomina *términos de segunda intención*. La primera intención es el acto mental por el que se concibe un objeto. La segunda intención es el acto mental por el que se hace a la primera concepción objeto de concepción en referencia a su relación con su objeto. Un término de segunda intención no significa tanto el signo mismo como significa todo lo que se denota por un signo de una cierta descripción. Puesto que los signos difieren en sus caracteres lógicos, podemos definir un objeto por medio de los caracteres lógicos del signo que lo denota y, en ese caso, se señala con un tipo peculiar de generalidad que requiere una atención especial. Dos de los más importantes caracteres de los términos generales son su amplitud y su profundidad lógicas. La amplitud de un término en general es aquello de lo que el término puede ser predicado. La profundidad de un término es aquello que puede predicarse de él. La amplitud, en consecuencia, puede considerarse como una colección de objetos – cosas reales –, aunque también puede considerarse como consistiendo de los términos que pueden ser constituidos en sujeto de una proposición verdadera de la que el término dado es el predicado. La profundidad de un término no puede considerarse como una colección de cosas sino que solo puede considerarse como un complejo de términos o de atributos. El término atributo, carácter, marca o cualidad es un término de segunda intención. Dos cosas son semejantes en un cierto aspecto, es decir que el mismo predicado puede ser aplicado a cualquiera de ellas. Entonces, a la capacidad de tener ese predicado aplicado a una de ellas con verdad se le denomina atributo, esto es, una cosa a la que puede ser aplicado. El atributo es, en

³² Véanse, también, los párrafos correspondientes del epígrafe anterior.

³³ WMS233, W3: 98-102, titulado por Peirce, «Capítulo XI. Sobre la amplitud y la profundidad lógicas»; fechado, sin precisión, en la primavera de 1873.

consecuencia, un término abstracto. Los términos son divisibles en concretos y abstractos. Los concretos son tales como blanco, virtuoso, etcétera; los abstractos tales como blancura, virtud, etcétera. Los términos abstractos no denotan ninguna cosa real sino que denotan cosas ficticias. Que un objeto sea blanco se concibe como que se debe a que está en alguna relación con cierta cosa ficticia, la blancura. De hecho que el objeto sea blanco puede decirse, en un cierto sentido, que es debido a su conexión con el signo o predicado blanco, es decir, debe estar en una relación tal con el nombre blanco que este nombre pueda aplicársele con verdad o, de otra manera, no puede ser blanco. No hay falsedad en esta expresión aunque es más natural expresar el asunto de manera inversa, y decir que el que tenga esa conexión con ese nombre se debe al hecho de que es blanco. Una expresión es tan verdadera como la otra. En el segundo modo de expresarlo, el más natural, la existencia de la cosa se considera el hecho último, pero hemos visto en el capítulo sobre la realidad³⁴ que la información final es el hecho último, esa información final que consiste en aplicar un cierto signo a ciertos objetos en la predicación y, en consecuencia, es perfectamente correcto decir que la cosa sea blanca se debe a, y consiste en, la aplicabilidad de un cierto predicado a una cierta cosa. Un atributo o una cualidad no es precisamente lo mismo que un predicado puesto que, cuando usamos la palabra predicado, tenemos en mente el hecho de que el predicado es algo extrínseco a la cosa, el cual no pertenece a ella como existe sino que pertenece a ella como se la piensa, mientras que un atributo se considera que pertenece a una cosa, se piense lo que se piense. Pero en base a nuestra opinión acerca de la naturaleza de la realidad, esta es una distinción de corta duración porque la existencia no es de esta forma independiente de todo pensamiento y lo que se afirma en el juicio final es lo mismo que lo que existe realmente. Por lo que al considerar la amplitud y la profundidad de los términos es deseable hacer un número de distinciones. Por la *amplitud informada* de un término querré decir todos los objetos reales de los que es predicable con verdad lógica en el estado de información supuesto, puesto que nuestro conocimiento no es nunca absoluto sino que consiste solo de probabilidades, que toda la información a mano debe ser tomada en cuenta y que aquellas cosas de las que no hay, en conjunto, razón para creer que el término es verdaderamente predicable de ellas, no deben ser reconocidas como parte de su amplitud. Si T es un término que es predicable solo de S', S'' y S''', entonces las S's, S''s y S'''s constituirán la amplitud informada de

³⁴ Véase el capítulo 2 de este *Tratado de Lógica*.

T. Si hay un segundo término T' que es predicable solo de S' y S'' y si no se sabe que S''' está completamente incluido en S' y S'', entonces se considera que tiene una mayor amplitud informada que T'. Si se sabe que las S'''s no están todas entre las S's y las S''s el exceso de amplitud es seguro pero si no se sabe si este es el caso o no, es 'dudoso'. Si se sabe que existen ciertas S'''s que no se sabe si son o bien S's o bien S''s, se dice que T tiene una mayor amplitud actual que T' pero si todas las S'''s que se sabe que existen también se sabe que son S's y S''s aunque hay otras S'''s que no son S's ni S''s, entonces se dice que T tiene una mayor amplitud potencial que T'. Si T y T' son concepciones en mentes diferentes o en diferentes estados de la misma mente, entonces T puede tener un dudoso exceso de amplitud en una mente y ningún exceso en absoluto en la otra mente. En ese caso se dice que la concepción es más extensivamente distinta para la segunda mente.

Por profundidad informada de un término quiero decir todos los caracteres reales, en contra-distinción de meros nombres sinónimos, que pueden ser predicados de él con verdad lógica en el estado supuesto de información en que ningún carácter se cuenta dos veces a sabiendas. La profundidad, como la amplitud, será ciertamente dudosa y hay una distinción comprehensiva correspondiéndose con la distinción extensiva. La amplitud y la profundidad informadas suponen un estado de información que se encuentra en algún lugar entre dos extremos imaginarios. Estos son, primero, el estado de conocimiento en el que ningún hecho sería conocido salvo solamente los significados de los términos y, segundo, el estado de información en que todo hecho sería conocido. Esto sugiere otros dos tipos de amplitud y profundidad correspondientes con los dos estados de información esenciales a los que denominaré, en consecuencia, la amplitud y la profundidad sustanciales y esenciales. La profundidad esencial de un término a la que, a veces, se denomina su esencia consiste en las cualidades realmente concebibles que se predicán de él en su definición. Esta es una de las más importantes características de la lógica. Supongamos que la definición del término T sea esta: «En T están, a la vez, P', P'' y P'''». Esto resume todo el significado de T. Puede que no se sepa que no hay tal cosa como P' y, en consecuencia, el significado de T no implica su existencia. Por otro lado, debemos saber que P', P'' y P''' no son, ninguno de ellos, co-extensivos con la concepción completa de ser puesto que conocemos las cualidades de las cosas solo por comparación con sus opuestos, por lo que debemos saber que hay algo que no es P' y que esto no es T, que hay algo que no es P'' y que esto no es T y que hay algo que no es P''' y que esto no es T. Por consiguiente, si definimos la amplitud esencial de un término como «aquellas cosas reales de las que, según todos sus significados, un término es predicable», entonces 'no T' tiene una amplitud esencial, que es como decir que su significado mismo implica que hay cosas de las que es predicable. Por lo que T es un término que tiene profundidad esencial pero no amplitud esencial – 'no T' es un término que tiene amplitud esencial pero no profundidad esencial; y todos los términos pueden ser divididos en dos clases: *la positiva esencial y la negativa esencial*; teniendo,

la primera, profundidad esencial pero no amplitud esencial y, la segunda, amplitud esencial pero no profundidad esencial. Hay algunos términos que son afirmativos en su forma pero que, según esta definición, son esencialmente negativos y viceversa. Como ejemplos de esto podemos aludir, en particular, a los términos *ser* y *nada* que son, ambos, términos de segunda intención. Puesto que todo término tiene amplitud y la amplitud de un término es mayor que la de otro, podemos concebir un término cuya amplitud incluya a la de todo otro término por lo que es predicable de todo. Esta es la definición del término *ser*. Su definición, en consecuencia, le da amplitud pero no profundidad y, por consiguiente, es esencialmente negativo. También podemos concebir un término cuya profundidad incluya a la de todos los otros términos, por lo que cualquier cosa puede ser predicada de él sin falsedad alguna y esta es la definición del término *nada*. Porque puedes decir lo que quieras de nada y si se entiende claramente que de lo que tú hablas no tiene existencia, no hay falsedad en lo que aseveras porque no has hecho ninguna aseveración de ningún tipo. *Nada*, en consecuencia, es un término que tiene profundidad esencial sin amplitud alguna y es, según nuestra definición, esencialmente afirmativo. Si dos términos tienen la misma amplitud esencial o la misma profundidad esencial la lógica no reconoce distinción entre ellos. Son sinónimos. Pueden diferir retóricamente. Una de estas palabras puede estar asociada en nuestras mentes con ciertas sensaciones con las que la otra no está asociada pero la lógica no tiene nada que ver con esas distinciones. Pero dos términos pueden ser concebidos indistintamente de forma que no se conozca si tienen la misma amplitud y profundidad esenciales o no y, en este caso, debe admitirse la distinción incluso en lógica.

Llegamos, ahora, a *la amplitud y la profundidad sustanciales*. La amplitud sustancial es el agregado de sustancia real de la que un término, y solo él, es predicable con verdad absoluta. La profundidad sustancial es el carácter real como existe en el objeto, el cual pertenece a toda cosa de la que un término es predicable con verdad absoluta³⁵.

³⁵ Aquí se interrumpe el manuscrito, que parecía ser una revisión del texto del primer epígrafe de este capítulo. Véase la última parte de aquel apartado anterior para completar este último epígrafe.

Capítulo 9. El método matemático de razonamiento

9.1 Sobre la lógica de las matemáticas¹

El objeto del presente escrito es mostrar que hay ciertas proposiciones generales a partir de las cuales la lógica de las matemáticas se sigue silogísticamente, y que estas proposiciones pueden tomarse como definiciones de los objetos bajo la consideración del matemático sin implicar ningún supuesto en referencia a la experiencia o a la intuición. El que haya actualmente objetos tales en la experiencia o en la intuición pura no es en sí mismo una parte de las matemáticas.

Dirijamos, primero, nuestra atención al cálculo lógico de Boole. He mostrado a la Academia en una comunicación anterior que este cálculo implica ocho operaciones: Adición lógica, adición aritmética, multiplicación lógica, multiplicación aritmética y los procesos inversos a estos.

Definiciones

1. *Identidad.* $a = b$ expresa los dos hechos de que cualquier a es b y cualquier b es a .
2. *Adición lógica.* $a + b$ denota a un miembro de la clase que contiene en ella a todos los as y a todos los bs y nada más.
3. *Multiplicación lógica.* a, b denota solamente a todo lo que es tanto a como b .
4. *Cero* denota *nada*, o la clase sin extensión, con lo que significamos que si a es cualquier miembro de cualquier clase, $a + 0$ es a .
5. *La unidad*, denota *ser*, o la clase sin contenido, con lo que significamos que si a es un miembro de cualquier clase, a es $a, 1$.
6. *Adición aritmética.* $a + b$, si $a, b = 0$ es lo mismo que $a + b$, pero si a y b son clases que tienen cualquier extensión en común, no es una clase.
7. *Multiplicación aritmética.* ab representa un suceso cuando a y b son sucesos, solo si estos sucesos son independientes uno de otro, en cuyo caso $ab = a, b$. Que los sucesos

¹ WP33, W2: 59-69, presentado el 10 de septiembre de 1867. Pertenece a la serie de la *American Academy* que incluye, en este orden: «Sobre una mejora del cálculo lógico de Boole»; «Sobre la clasificación natural de los argumentos» (capítulo 7); «Sobre una nueva lista de categorías» (capítulo 4); «Sobre la lógica de las matemáticas» (este capítulo 9); y «Sobre la comprensión y la extensión lógicas» (capítulo 8). Peirce dijo, en 1904, que «el curioso contraste entre todas las operaciones de la aritmética cuando se contemplan multitudinaria y ordinalmente... merece mostrarse», pero también que este era, «con diferencia, el peor escrito que había publicado», y que, ahora, «me resulta completamente ininteligible».

sean independientes significa que es posible tomar dos series de términos, A_1, A_2, A_3 , etc. y B_1, B_2, B_3 , etc., de forma que las siguientes condiciones sean satisfechas. (Aquí x denota a cualquier individuo o clase, no a nada; A_m, A_n, B_m, B_n , a cualesquiera miembros de las dos series de términos, y $\Sigma A, \Sigma B, \Sigma(A,B)$ a las sumas lógicas de algunos de los A_n s, los B_n s y los (A_n, B_n) s respectivamente.)

Condición 1. Ningún A_m es A_n

Condición 2. Ningún B_m es B_n

Condición 3. $x = (A, B)$

Condición 4. $a = A$

Condición 5. $b = B$

Condición 6. Algún A_m es B_n

De estas definiciones se siguen silogísticamente una serie de teoremas; las demostraciones de la mayoría de ellos se omiten debido a su facilidad y carencia de interés.

Teoremas

I

Si $a = b$, entonces $b = a$.

II

Si $a = b$, y $b = c$, entonces $a = c$.

III

Si $a +, b = c$, entonces $b +, a = c$.

IV

Si $a +, b = m$ y $b +, c = n$ y $a +, n = x$, entonces $m +, c = x$.

Corolario.- Estos dos últimos teoremas también son válidos para la adición aritmética.

V

Si $a + b = c$ y $a' + b = c$, entonces $a = a'$, o sino no hay nada no b .

Este teorema no es válido para la adición lógica. Pero de la definición 6 se sigue que

Ningún a es b (suponiendo que hay algún a)

Ningún a' es b (suponiendo que hay algún a')

ninguna de estas proposiciones estaría implicada en la formula correspondiente de la adición lógica. Ahora de las definiciones 2 y 6,

Cualquier a es c

. . Cualquier a es c no b

Pero, de nuevo, de las definiciones 2 y 6 tenemos

Cualquier c no b es a' (si hay algún no b)

. . Cualquier a es a' (si hay algún no b)

Y de una manera semejante se podría mostrar que cualquier a' es a (bajo el mismo supuesto). De ahí que, por la definición 1,

$a = a'$ si hay algo no b .

Escolio.- En aritmética esta proposición está limitada por el supuesto de que b es finito. El supuesto aquí, aunque semejante a este, no es exactamente el mismo.

VI

Si $a, b = c$, entonces $b, a = c$.

VII

Si $a, b = m$ y $b, c = n$ y $a, n = x$, entonces $m, c = x$.

VIII

Si $m, n = b$ y $a +, m = u$ y $a +, n = v$ y $a +, b = x$, entonces $u, v = x$.²

IX

Si $m +, n = b$ y $a, m = u$ y $a, n = v$ y $a, b = x$, entonces $u +, v = x$.

La prueba de este teorema puede darse como ejemplo de las pruebas de los demás.

Se necesita, entonces (por la definición 3) demostrar tres proposiciones, a saber

1ª. Que cualquier u es x .

2ª. Que cualquier v es x .

3ª. Que cualquier x no u es v .

² Esta es la prueba lógica, no la aritmética.

Primera proposición

Puesto que $u = a, m$ por la definición 3

Cualquier u es m

y, puesto que $m +, n = b$, por la definición 2

Cualquier m es b ,

de donde Cualquier u es b

Pero, puesto que $u = a, m$ por la definición 3

Cualquier u es a ,

de donde Cualquier u es, a la vez, a y b ,

Pero, puesto que $a, b = x$, por la definición 3

Todo lo que es tanto a como b es x

de donde Cualquier u es x

Segunda proposición

Se demuestra como la primera

Tercera proposición

Puesto que $a, m = u$ por la definición 3,

Todo lo que es tanto a como m es u .

o Todo lo que no es u no es, a la vez, a y m .

o Todo lo que no es u es o bien no a o bien no m .

o Todo lo que no es u y es a es no m .

Pero, puesto que $a, b = x$ por la definición 3

Cualquier x es a ,

de donde Cualquier x no u no es u y es a ,

de donde Cualquier x no u es no m .

Pero, puesto que $a, b = x$ por la definición 3

Cualquier x es b ,

de donde Cualquier x no u es b ,

Cualquier x no u es b no m .

Pero, puesto que $m +, n = b$ por la definición 2

Cualquier b no m es n ,

de donde Cualquier x no u es n ,

y, en consecuencia Cualquier x no u es tanto a como n .

Pero, puesto que $a, n = v$ por la definición 3

Todo lo que es tanto a como n es v ,

de donde Cualquier x no u es v .

Corolario 1.- Esta proposición se extiende fácilmente a la adición aritmética.

Corolario 2.- Las proposiciones inversas producidas al trasponer las dos últimas identidades de los teoremas VIII y IX también son verdaderas.

Corolario 3.- Los teoremas VI, VII y IX son válidos también para la multiplicación aritmética. Esto es suficientemente evidente en el caso del teorema VI, porque por la definición 7 tenemos una premisa adicional, a saber, que a y b son independientes, y una conclusión adicional que es la misma que esa premisa.

Para mostrar la extensión de los otros teoremas, comenzaré con el siguiente lema. Si a y b son independientes, entonces correspondiéndose con toda pareja de individuos, uno de los cuales es tanto a como b , solamente hay una pareja de individuos uno de los cuales es a y el otro b ; e, inversamente, si las parejas de individuos se corresponden de esta manera, a y b son independientes. Dado que suponemos a y b independientes, entonces, por la definición 7, condición 3, toda clase (A_m, B_n) es un individuo. Si entonces A_a denota a cualquier A_m que es a , y B_b a cualquier B_m que es b , por la condición 6 (A_a, B_n) y (A_m, B_b) existen ambas, y por las condiciones 4 y 5 el primero es cualquier individuo a y el segundo cualquier individuo b . Pero dada esta pareja de individuos, tanto los de la pareja (A_a, B_b) como los de la pareja (A_m, B_n) existen por la condición 6. Pero un individuo de esta pareja es tanto a como b . Por esto, las parejas se corresponden, como se ha enunciado arriba. A continuación, supongamos que a y b son cualesquiera dos clases. Que la serie de A_m s sean a y no- a ; y que la serie de B_m s sean todos individuos separados. Entonces, las primeras cinco condiciones siempre pueden

ser satisfechas. Supongamos, entonces, que solo la sexta no puede ser satisfecha. Entonces A_p y B_q pueden ser tomados de forma tal que (A_p, B_q) sea nada. Puesto que tanto A_p como B_q se supone que existen, debe haber dos individuos (A_p, B_n) y (A_m, B_q) que existen. Pero no hay una pareja correspondiente (A_m, B_n) y (A_p, B_q) . Por esto, ningún caso en que la condición sexta no pueda ser satisfecha simultáneamente con las primeras cinco, es un caso en que las parejas se correspondan correctamente; o, en otras palabras, todo caso en que las parejas se corresponden correctamente es un caso en que la condición sexta puede ser satisfecha, siempre que las cinco primeras puedan ser satisfechas. Pero las cinco primeras siempre pueden ser satisfechas. Por ello, si las parejas se corresponden como se ha enunciado, las clases son independientes.

Para mostrar que el Teorema VII puede ser extendido a la multiplicación aritmética, tenemos que demostrar que si a y b , b y c , y a y (b, c) son independientes, entonces (a, b) y c son independientes. Pongamos que s denote a cualquier individuo. Correspondiente a todo s con (a, b, c) hay un a y (b, c) . Por ello, correspondiente a todo s con s y con (a, b, c) (que es un caso particular de esa pareja), hay un s con a y con (b, c) . Pero para todo s con (b, c) hay un b con c ; de ello, correspondiente a todo a con s y con (b, c) , hay un a con b y con c . Por ello, para todo s con s y con (a, b, c) hay un a con b y con c . Para todo a con b hay un s con (a, b) ; por ello, para todo a con b y con c , hay un s con (a, b) y c . Por ello, para todo s con s y con (a, b, c) hay un s con (a, b) y con c . De ello, para todo s con (a, b, c) hay un (a, b) con c . Lo inverso puede demostrarse de la misma forma. Por ello, etc...

El Teorema IX es válido con cualquier tipo de adición aritmética que lo sea con la multiplicación. Puesto que tenemos la premisa adicional «Ningún m es n »; entonces, puesto que «cualquier u es m » y «cualquier v es n », «ningún u es v », es la conclusión adicional.

El Corolario 2, en la medida que se relaciona con el Teorema IX, es válido para la multiplicación y la adición aritméticas. Puesto que, dado que ningún m es n , toda pareja, uno de cuyos individuos es a y o bien m o bien n , es o bien una pareja, en la que uno de los individuos es a y m , o bien una pareja, en la que uno de los individuos es a y n , y no es ambas a la vez. Por ello, puesto que para toda pareja en la que uno de los individuos es a y m , hay una pareja en la que uno de los individuos es a y el otro m , y puesto que para cada pareja en la que uno de los individuos es a , n hay una pareja en la que uno de los individuos es a y el otro n ; para toda pareja en la que uno de los individuos es a y o

bien m o bien n ; hay o bien una pareja en la que uno de los individuos es a y el otro m , o bien una pareja en la que uno de los individuos es a y el otro n , y no ambas a la vez; o, en otras palabras, hay una pareja en la que uno de los individuos es a y el otro o bien m o bien n .

[Podría haber sido mejor, quizás, haber dado esta complicada demostración en su forma silogística completa. Pero ya que mi objetivo principal es meramente mostrar que los diversos teoremas pueden demostrarse así, y dado que puede haber poca duda de que si esto es verdadero de los que refieren a la adición aritmética, también es verdadero de los que se refieren a la multiplicación aritmética, he concebido la demostración anterior (que es bastante apodíctica) como suficiente. El lector debería tener cuidado de no confundir una demostración que necesita ella misma ser experimentada con una que necesita experiencia del objeto de la demostración]³.

X

Si $ab = c$ y $a' b = c$, entonces $a = a'$, o no b existe.

Este no es válido para la multiplicación lógica, pero sí lo es para la multiplicación aritmética.

Porque si a no es idéntico a a' , puede dividirse así

$$a = a, a' + a, a^{-}$$

Si a^{-} denota no a' . Entonces

$$a, b = (a, a'), b + (a, a'), b$$

y por la definición de independencia el último término no desaparece a menos que $(a, a') = 0$, o todo a es a' ; pero, dado que $a, b = a', b = (a, a'), b + (a, a'), b$, este término no desaparece y, en consecuencia, solamente a es a' , y de una forma semejante podría mostrarse que solamente a' es a .

XI

$$1 +, a = 1.$$

Este no es verdadero de la adición aritmética, ya que por la definición 7,

$$1x, 1 = x1$$

por el Teorema IX

³ Los corchetes aparecen en la edición de *W2*.

$$x, (1 + a) = x(1 + a) = x1 + xa = x + xa$$

De donde $xa = 0$, mientras que ni x ni a es cero, lo cual, como directamente se presenta, es imposible.

XII

$$0, a = 0$$

Demostración.- Puesto que la instancia $0, a = x$. Entonces, por la definición 3

x pertenece a la clase *cero*.

. . por la definición 4 $x = 0$.

Corolario 1.- El mismo razonamiento se aplica a la multiplicación aritmética.

Corolario 2.- Del Teorema X y del corolario anterior se sigue que si $ab = 0$, o bien

$$a = 0, \text{ o bien } b = 0.$$

XIII

$$a, a = a$$

XIV

$$a +, a = a.$$

Este no es válido para las operaciones aritméticas.

Escolio General.- Este concluye con los teoremas que se refieren a las operaciones directas. Dado que las operaciones inversas no tienen un peculiar interés lógico, son omitidas aquí.

Para prevenir una comprensión incorrecta, señalaré que yo no pretendo demostrar los principios mismos de la lógica. De hecho, como he mostrado en un escrito anterior⁴, estos principios considerados como verdades especulativas son absolutamente vacíos e indistinguibles. Pero lo que se ha demostrado son las *máximas* del procedimiento lógico, dado un determinado sistema de signos.

⁴ «Sobre una mejora del cálculo lógico de Boole». Véase el apéndice al capítulo 10.

Las definiciones, que se han dado anteriormente, de los procesos que he denominado aritméticos claramente dejan sin interpretar las funciones de estas operaciones en muchos casos. Por lo que si escribimos

$$a + b = b + a$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$bc = cb$$

$$(ab)c = a(bc)$$

$$a(m + n) = am + an$$

tenemos una serie de identidades cuya verdad o falsedad es por completo indeterminable. En consecuencia, para *definir completamente esas operaciones*, diremos que todas las proposiciones, ecuaciones e identidades que quedan, en el caso general, indeterminadas, por las definiciones anteriores, respecto a la verdad, serán verdaderas, siempre que así lo sean en todos los casos interpretables.

Sobre la Aritmética

La *igualdad* es una relación de la que la identidad es una especie.

Si fuéramos a dejar la igualdad sin definirla más extensamente, entonces, por el último escolio, todas las reglas formales de la aritmética se seguirían de esto. Y esto completa el plan central de este escrito, en lo que a la aritmética se refiere.

Sin embargo, puede estar bien considerar el asunto un poco más. Imaginemos, entonces, un caso particular del cálculo de Boole, en que las letras no son ya términos de primera intención, sino términos de segunda intención, y eso de un tipo especial. Género, especie, diferencia, propiedad y accidente son los términos bien conocidos de la segunda intención. Estos se refieren particularmente a la *comprensión* de las intenciones primeras; esto es, se refieren a diferentes formas de predicación. El género y la especie, sin embargo, tienen, al menos, una referencia secundaria a la *extensión* de las intenciones primeras. Ahora hagamos que las letras, en la aplicación particular del cálculo de Boole que se supone ahora, sean términos de segunda intención que refieren exclusivamente a la extensión de las intenciones primeras. Descartemos las diferencias de los caracteres de las cosas y los sucesos, y signifiquemos con las letras solamente las diferencias de las clases como más amplias o más estrechas. En otras palabras, la única comprensión lógica que tendrán las letras consideradas como términos es la mayor o

menor divisibilidad de las clases. De esta forma, n , en otro caso del cálculo de Boole, puede, por ejemplo, denotar a «los Estados de Nueva Inglaterra»; pero en el caso que ahora se supone, obviados todos los caracteres que hacen a estos Estados lo que son, únicamente significaría lo que pertenezca esencialmente a una clase, que tiene las mismas relaciones con las clases por encima y por debajo que tiene la clase de los Estados de Nueva Inglaterra, esto es, un conjunto de *seis*⁵.

En este caso, el signo de identidad recibirá un significado especial. Porque, si m denota a lo que pertenece esencialmente a una clase del rango de «las caras de un cubo», entonces $m = n$ no implicará que todo Estado de Nueva Inglaterra es la cara de un cubo, ni la inversa, sino que todo lo que pertenece esencialmente a una clase del rango numérico de «los Estados de Nueva Inglaterra» pertenece esencialmente a una clase del rango de «las caras de un cubo», y a la inversa. A la *identidad* de este particular tipo puede denominársele *igualdad*, y denotarse con el signo $=$ ⁶. Además, puesto que el rango numérico de una *suma lógica* depende de la identidad o diversidad (en la intención primera) de las partes integrantes, y puesto que el rango numérico de un *producto lógico* depende de la identidad o diversidad (en la intención primera) de las partes de los factores, la adición y la multiplicación lógicas no pueden tener lugar en este sistema. La adición y la multiplicación aritméticas, sin embargo, no serán destruidas. $ab = c$ implicará que todo lo que pertenece esencialmente, a la vez, a una clase de rango a y a otra clase independiente de rango b pertenece esencialmente a una clase de rango c , y a la inversa. $a + b = c$ implica que todo lo que pertenece esencialmente a una clase que es la suma lógica de dos clases mutuamente excluyentes de rangos a y b , pertenece esencialmente a una clase de rango c , y a la inversa. Es claro que de estas definiciones se siguen los mismos teoremas que los dados anteriormente. El *cero* y la *unidad* denotarán, como antes, a las clases que no tienen ni extensión ni intención respectivamente; solo que la intención de la que se habla aquí es, claro está, la intención que solamente pertenece a las letras del sistema que se considera ahora, esto es, este o aquel grado de divisibilidad; y, en consecuencia, la *unidad* será aquello que

⁵ Maine, Massachusetts, New Hampshire, Vermont, Rhode Island y Connecticut. Situados en el territorio que colonizaron los primeros *peregrinos* en América del Norte.

⁶ De esta forma, bajo un punto de vista, la *identidad* es una especie de *igualdad* y, bajo otro, lo inverso es el caso. Esto es porque el *ser* de la cópula puede considerarse, por un lado (con De Morgan), como una descripción especial de una *relación transitiva no convertible*, mientras que, por otro lado, toda relación puede considerarse como una determinación especial de *ser*. Si un hegeliano estuviera dispuesto a ver que aquí hay contradicción, un análisis preciso del asunto le mostrará que solo es una contradicción verbal. [Nota de Peirce].

pertenece esencialmente a una clase de cualquier rango independiente de su divisibilidad. Solamente estas dos clases son comunes a los dos sistemas, porque solamente las primeras intenciones de estas determinan, y son determinadas por, a las segundas intenciones. Finalmente, las leyes del cálculo de Boole, en su forma ordinaria, son idénticas con las de este otro en la medida en que este último es aplicable al *cero* y a la *unidad*, porque toda clase, en su primera intención, o no tiene extensión alguna (esto es, no es nada), o bien pertenece esencialmente al rango al que toda clase pertenece, sea divisible o no.

Estas consideraciones, junto con las avanzadas en la página 55 (§12)⁷ de este volumen, espero que pongan las relaciones de la lógica y la aritmética bajo una luz de alguna manera más clara que hasta ahora.

⁷ «Sobre una mejora del cálculo lógico de Boole» (1867): «(12.) $0 =, x -, x = x - x$, entonces, *cero* denota la clase que no va más allá de cualquier clase, eso es *nada* o la no-entidad». [Nota del editor].

Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos

10.1 De los términos relativos¹

Hay algunos razonamientos que para analizarlos es necesario considerar una proposición no en la forma simple a es b , sino en la forma a es b para un c . Por ejemplo, «Todo hombre está en deuda con una mujer». Esto nos lleva al tema de los términos relativos. Un término relativo es uno que no nombra nada tomado por sí mismo sino solo en conjunción con otro término, su correlato. Así son «padre de _____», «amante de _____», «idéntico a _____», etc. Podemos expresarlos con letras individuales y escribir sus correlatos directamente tras ellos de forma que lw^2 puede denotar «amante de una mujer». Al estudiar las relaciones, haremos bien en comenzar con las de los términos individuales. Es verdad que no hay términos individuales, hablando estrictamente, pero, no obstante, es de lo más útil en lógica considerar cuáles serían sus propiedades si existiesen. Podemos utilizar las mayúsculas A , B , C , etc. para los términos individuales. La peculiaridad de estos términos es que si $A \prec B$ entonces $B \prec A$.

Todo término individual tendrá una relación especial con todo otro. Escribamos $(A : B)$ para el término relativo que significa la relación que A y solo A tiene con B y solo B . entonces tendremos $(A : B) B \prec A$. Sin embargo, $(A : B) C$ y $(A : B) A$ serán expresiones absurdas que no nombrarán nada.

Observamos que estos relativos individuales serán de dos tipos; aquellos del tipo $(A : A)$ que significan la relación de algún término individual consigo mismo, y aquellos del tipo $(A : B)$ que significan la relación de algún término individual con algún otro.

Puesto que $(B : C) C$ nombra al término individual B y a nada más, podemos sustituir esta expresión por B en todo lugar en que el último ocurre. Entonces $(A : B)B \prec A$ llegará a ser $(A : B) (B : C) C \prec A$. Pero $(A : C) C \prec A$.

¹ WMS230; *W3*: 93-95, fechado, sin precisión, en la primavera de 1873; titulado por Peirce, «Capítulo IX. De los términos relativos.» Para una correcta comprensión de este tema debe leerse la «Descripción de una notación de la lógica de los relativos resultante de una ampliación de las concepciones del Cálculo Lógico de Boole» (1870), *WP52*; *W2*: 359-429, que está incluido en el apéndice a este capítulo. Este WMS reproduce las páginas 1, 2, 3 y 5 de R388, omite la 4 porque está plagada de tachaduras, y la 6 y la 7 porque se refieren más a la cópula y al silogismo que a los relativos; también omite la última, la 8, que, sin embargo, muestra unos interesantes gráficos descriptivos de algunos relativos y que incluimos aquí, al final del texto.

² En inglés, amante es *lover* (l), y mujer es *woman* (w).

Al comparar estas dos expresiones nos vemos naturalmente llevados a considerar $(A : B) (B : C)$ que no ha recibido significación todavía como la equivalente de $(A : C)$. Sobre el mismo principio, $(A : B) (D : C)$, al no ser las letras de en medio las mismas, sería un absurdo y no sería equivalente a ningún relativo.

Pasemos ahora a la consideración de los términos relativos generales, adoptando, primero, aquellos que son indeterminados entre un número finito de casos individuales. Estos son simplemente tan imposibles como los términos individuales mismos. Supongamos que l denota o bien $(A : B)$, $(A : C)$, o bien $(C : D)$. Y que m^3 denota o bien B , o bien C , o bien D . Entonces lm^4 será uno de estos nueve términos individuales

$$\begin{array}{ccc} (A : B) B & (A : C) B & (C : D) B \\ (A : B) C & (A : C) C & (C : D) C \\ (A : B) D & (A : C) D & (C : D) D \end{array}$$

Algunas de estas expresiones son absurdas. Las restantes son

$$\begin{array}{ccc} (A : B) B, \text{ esto es, } A & \text{_____} & \text{_____} \\ \text{_____} & (A : C) C, \text{ esto es, } A & \text{_____} \\ \text{_____} & \text{_____} & (C : D) D, \text{ esto es, } C \end{array}$$

Por lo tanto lm denota o bien A o bien C . Y, en general, es evidente que xy será indeterminado entre todos los casos que resultan de tomar todo caso de x y todo caso de y . Esto vale incluso aunque el número de términos individuales sea innumerable. Si, por lo tanto, $x_1 \prec x$ e $y_1 \prec y$, entonces $x_1 y_1 \prec xy$; y, recíprocamente, si $z \prec xy$ debe haber algún caso x_1 de x y algún caso y_1 de y tal que $x_1 y_1 \prec z$. Por ejemplo, si ser un amante es ser un sirviente, y si ser un negro es ser un hombre, entonces todo amante de un negro es un sirviente de un hombre. Y si todo jockey es un comprador de un animal entonces debe haber algún tipo de comprador, y algún tipo de animal tal que todo tal comprador de tal animal es un jockey.

Cualquier expresión de la forma xyz puede considerarse como resultante de xy seguido de z , o de yz precedido de x ; puesto que hemos visto que esto es verdad en los casos individuales y, en consecuencia, es verdad den todo caso especial que xyz denote.

³ Hombre, en inglés, *man* (m).

⁴ Amante de un hombre, en inglés, *lover of a man* (lm).

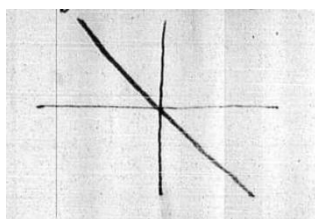
Si hay un número finito de relativos individuales entre los que un relativo general es indeterminado, pueden mostrarse de una manera ordenada en una tabla como esta:

E	E : B	E : C	E : D	
D	D : A			D : E
C	C : B			
B		B : C		
A	A : B			
	A	B	C	D
				E

Si no hay un número finito de casos individuales las casillas de la tabla deben hacerse infinitamente pequeñas y la tabla deviene una superficie continua y las partes oscurecidas de ella pueden mostrar la naturaleza del relativo. Por ejemplo, representemos de esta forma el relativo «idéntico a». Esta es la relación que cada individuo tiene consigo mismo y nada más.

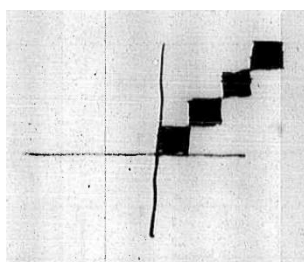
GRÁFICOS RELATIVOS⁵

Si queremos representar la relación matrimonial, podemos imaginarnos a todos los hombres casados distribuidos a un lado y a todas las mujeres casadas al otro lado de un centro, y la siguiente figura (la línea gruesa) representará el relativo



⁵ R388, pág. 8. Hemos añadido estos gráficos ilustrativos que se encuentra en una de las páginas de uno de los manuscritos, según el catálogo de Robin, respecto a este tema de 1873, y que en la edición de *Writings 3* aparecen en la sección de notas editoriales (W3: 512) porque los editores consideran que «puede que no pertenezca aquí».

Un relativo, como compatriotas, será



10.2 Las formulas de agregación y composición de los términos relativos⁶

Un término relativo dual, tal como ‘amante’, ‘benefactor’, ‘sirviente’, es un nombre común que significa a un par de objetos. De los dos miembros del par, uno determinado es, generalmente, el primero y, el otro, el segundo; de forma que si se invierte el orden no se considera que el par siga siendo el mismo.

Sean A, B, C, D, etc. todos los objetos individuales del universo; entonces, todos los pares individuales pueden ser dispuestos en un bloque como este:

A : A	A : B	A : C	A : D	etc.
B : A	B : B	B : C	B : D	etc.
C : A	C : B	C : C	C : D	etc.
D : A	D : B	D : C	D : D	etc.
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.

Un relativo general puede concebirse como un agregado lógico de este número de relativos individuales. Si l denota ‘amante’, entonces podemos escribir

$$l = \sum_i \sum_j (l)_{ij} (I:J)$$

donde $(l)_{ij}$ es un coeficiente numérico, cuyo valor es 1 en el caso de que I sea un amante de J , y 0 en el caso opuesto, y donde los sumatorios se toman por todos los individuos del universo.

⁶ *Estudios en Lógica, Nota B*. WP268d; W4: 453-466, publicado por Peirce en 1883 con textos de algunos de los alumnos de sus cursos de lógica impartidos en la Universidad Johns Hopkins de 1879 a 1882. Este texto, en particular, fue redactado por el propio Peirce. Para entender el alcance de su lógica de los relativos debe consultarse su trabajo cimerio: «Descripción de una notación de la lógica de los relativos resultante de una ampliación de las concepciones del Cálculo Lógico de Boole» (1870); que está incluido en el apéndice a este capítulo.

Todo término relativo tiene un negativo (al igual que cualquier otro término) que puede representarse trazando una línea recta sobre el signo del relativo mismo. El negativo de un relativo incluye a todo par que este excluye, y *viceversa*. Todo relativo tiene, también, un *inverso*, que se produce al invertir el orden de los miembros del par. Por ello, el inverso de ‘amante’ es ‘amado’. El inverso puede representarse trazando una línea curva sobre el signo del relativo, así: l^{\sim} . Se define por la ecuación

$$(l^{\sim})_{ij} = (l)_{ji}.$$

Las siguientes fórmulas son obvias, pero importantes:

$$l^{\equiv} = l \quad l^{\sim\sim} = l \quad l^{\sim\sim\sim} = l^{\sim}$$

$$(l \prec b) = (b^{\sim} \prec l) \quad (l \prec b) = (l^{\sim} \prec b^{\sim}).$$

Los términos relativos pueden agregarse y componerse como los otros. Utilizando + como signo de la agregación lógica, y la coma como signo de la composición lógica (llamándose aquí multiplicación no-relativa o interna a la multiplicación de Boole), tenemos las definiciones

$$(l + b)_{ij} = (l)_{ij} + (b)_{ij}$$

Sin embargo, la primera de estas ecuaciones debe entenderse de una forma peculiar: propiamente, el + en el Segundo miembro no es estrictamente la adición, sino una operación por la cual

$$0 + 0 = 0 \quad 0 + 1 = 1 + 0 = 1 + 1 = 1.$$

En vez de $(l)_{ij} + (b)_{ij}$, podríamos escribir con más exactitud

$$0^{0(l)_{ij} + (b)_{ij}}.$$

Las principales fórmulas de la agregación y la composición son

Si $l \prec s$ y $b \prec s$, entonces $l + b \prec s$.

Si $s \prec l$ y $s \prec b$, entonces $s \prec l, b$.

Si $l + b \prec s$, entonces $l \prec s$ y $b \prec s$.

Si $s \prec l, b$, entonces $s \prec l$ y $s \prec b$.

$$(l + b), s \prec l, s + b, s.$$

$$(l + s), (b + s) \prec l, b + s.$$

No es necesario dar las fórmulas subsidiarias, al ser las mismas que en la lógica no-relativa.

Ahora llegamos a la combinación de relativos. Denotamos a dos de estos con símbolos especiales; propiamente, escribimos

$l b$ por amante de un benefactor,

y

$l \dagger b$ por amante de todo, excepto benefactores.

A la primera se le llama combinación particular, porque implica la *existencia* de algo que es *amado por* su relato y a un *benefactor* de su correlato. De la segunda combinación se dice que es *universal*, porque implica la *inexistencia* de algo excepto aquello que es o bien amado por su relato o bien un benefactor de su correlato. A la combinación $l b$ se le llama producto relativo, a $l \dagger b$ suma relativa. De l y de b se dice que no están distribuidas en ambas, porque si $l \prec s$, entonces $l b \prec s b$ y $l \dagger b \prec s \dagger b$; y si $b \prec s$, entonces $l b \prec l s$ y $l \dagger b \prec l \dagger s$.

Las dos combinaciones se definen por las ecuaciones

$$(l b)_{ij} = \Sigma (l)_{ix} (b)_{xj}$$

$$(l \dagger b)_{ij} = \Pi_x \{(l)_{ix} + (b)_{xj}\}.$$

El signo de adición en la última fórmula tiene la misma significación que en la ecuación que define la multiplicación no-relativa.

La adición y la multiplicación relativas están sujetas a la ley asociativa. Esto es,

$$l \dagger (b + s) = (l + b) \dagger s,$$

$$l (b s) = (l b) s.$$

Estas dos fórmulas se utilizan tan constantemente que apenas puede hacerse algo sin ellas

$$l (b \dagger s) \prec l b \dagger s,$$

$$(l \dagger b) s \prec l \dagger b s.$$

La primera asevera que todo lo que es amante de un objeto que es benefactor de todo excepto de un sirviente, está para todo excepto los sirvientes en la relación de amante de un benefactor. La segunda asevera que todo lo que está para cualquier sirviente en la

relación de amante de todo excepto sus benefactores, es un amante de todo excepto de benefactores de sirvientes. Las siguientes fórmulas son triviales y obvias:

$$l s + b s \prec (l + b)s$$

$$l, b \dagger s \prec (l \dagger s), (b \dagger s).$$

No obvias e importantes, sin embargo, son estas:

$$(l + b)s \prec l s + b s$$

$$(l \dagger s), (b \dagger s) \prec l, b \dagger s.$$

$$(l, b)s = \Pi_p \{l(s, p) + b(s, p^-)\}$$

$$l(b, s) = \Pi_p \{(l, p)b + (l, p^-)s\}$$

$$(l + b) \dagger s = \Sigma_p \{[l \dagger (s + p)], [b \dagger (s + p^-)]\}$$

$$l \dagger (b + s) = \Sigma_p \{[l + p] \dagger b, [(l + p^-) \dagger s]\}$$

Los sumatorios y multiplicadores denotados por Σ y Π deben tomarse no-relativamente, y todos los términos relativos deben ser sustituidos sucesivamente por p . Los negativos de las combinaciones siguen estas reglas:

$$\begin{array}{ll} \overline{l + b} = \bar{l}, \bar{b} & \overline{l, b} = \bar{l} + \bar{b} \\ \overline{l \dagger b} = \bar{l} \bar{b} & \overline{lb} = \bar{l} \dagger \bar{b}. \end{array}$$

Los inversos de las combinaciones son como sigue:

$$\begin{array}{ll} \widetilde{l + b} = \check{l} + \check{b} & \widetilde{l, b} = \check{l}, \check{b} \\ \widetilde{l \dagger b} = \check{b} \dagger \check{l} & \widetilde{lb} = \check{b} \check{l}. \end{array}$$

Los relativos duales individuales son de dos tipos,

$$A : A \quad \text{y} \quad A : B$$

Los relativos que no contienen ningún par de un objeto consigo mismo se llaman *alio-relativos* en oposición a *auto-relativos*. Los negativos de los alio-relativos emparejan a cada objeto consigo mismo. Los relativos que no contienen ningún par de ningún objeto con nada salvo él mismo se llaman *concurrentes* en oposición a *oponentes*. Los negativos de los concurrentes emparejan a todo objeto con todo otro.

No hay sino un relativo que empareja a todo objeto consigo mismo y con todo otro. Este es el agregado de todos los pares, y se denota con ∞ . Se traduce al lenguaje ordinario como «coexistente con». Su negativo es 0. No hay sino un relativo que empareja a todo objeto consigo mismo y no con ningún otro. Este es

$$(A : A) + (B : B) + (C : C) + \text{etc.};$$

Se denota con 1 y, en lenguaje ordinario, con es «idéntico con ____». Su negativo, denotado con n, es «otro que _____», o «no».

No importa qué término relativo pueda ser x , tenemos

$$0 \prec x \qquad x \prec \infty.$$

Por lo que, obviamente

$$x + 0 = x \qquad x, \infty = x$$

$$x + \infty = \infty \qquad x, 0 = 0.$$

Estas últimas fórmulas se sostienen para las operaciones relativas; de esta forma,

$$x \dagger \infty = \infty \qquad x 0 = 0.$$

$$\infty \dagger x = \infty \qquad 0 x = 0.$$

Las fórmulas

$$x + 0 = x \qquad x, \infty = x$$

también se sostienen si sustituimos las operaciones relativas y, también, 1 por ∞ y n por 0; de esta forma,

$$x + n = x \qquad x 1 = x.$$

$$n \dagger x = x \qquad 1 x = x.$$

Tenemos también

$$l + l^- = \infty \qquad l, l^- = 0.$$

A estas les corresponden parcialmente el siguiente par de fórmulas muy importantes: -

$$1 \prec l \dagger \check{l} \qquad l \check{l} \prec n.$$

La lógica de relativos es multiforme; se caracteriza por innumerables inferencias inmediatas, y por varias conclusiones distintas a partir del mismo conjunto de premisas.

Un ejemplo del primer carácter lo proporciona la $F_{l \vee}$ que se sigue de $F_{l \vee'}$ del Sr. Mitchell⁷. Como una instancia del segundo, tomemos las premisas,

Todo hombre es amante de un animal;

y

Toda mujer es amante de un no-animal.

A partir de estas podemos inferir por igual que

Todo hombre es amante de algo que está para cada mujer en la relación de no ser la única cosa amada por ella,

y que

Toda mujer es amante de algo que está para cada hombre en la relación de no ser la única cosa amada por él.

El efecto de estas peculiaridades es que este álgebra no puede ser sometida a reglas duras y rápidas como las del cálculo de Boole; y todo lo que puede hacerse en este lugar es dar una idea general de la forma de trabajar con él. El estudiante debe, al comienzo, desengañarse de la noción de que los instrumentos principales del algebra son las operaciones inversas. El algebra general apenas conoce cualesquiera operaciones inversas. Cuando una operación inversa es idéntica a una operación directa con una cantidad inversa (como la sustracción es la adición del negativo, y como la división es la multiplicación por el recíproco), es útil; si no es, casi siempre, inútil. En el algebra ordinario, hablamos del ‘valor principal’ del logaritmo, etc., la cual es una operación directa sustituida por una operación inversa indefinidamente ambigua. La eliminación y la transposición en este algebra, sin embargo, no depende realmente de formulas totalmente análogas a la

$$x + (-x) = 0 \quad x \times 1/x = 1,$$

del algebra aritmética. Estas fórmulas son

$$\begin{array}{ll} l, \bar{l} = 0 & l\bar{l} \prec n \\ l + \bar{l} = \infty & 1 \prec l \dagger \bar{l}. \end{array}$$

⁷ O. H. Mitchell, alumno de Peirce en la Universidad Johns Hopkins. Su ensayo «On a New Algebra of Logic» («Sobre un nuevo álgebra de la lógica») está incluido en la publicación de *Studies in Logic*. *Studies in Logic*. Editado por miembros de la Universidad Johns Hopkins y por Charles S. Peirce. Boston: Little Brown, and Company, 1883. Edición facsímil de Forgotten Books, 2012, pp. 72-106.

Por ejemplo, para eliminar s de las dos proposiciones

$$1 \prec l s^{-} \quad 1 \prec s^{\sim} b$$

las multiplicamos relativamente en un orden tal que llevamos las dos s s juntas y, luego, aplicamos la segunda de las fórmulas anteriores, de esta forma:

$$1 \prec l s^{-} s^{\sim} b \prec l n b$$

Este ejemplo muestra el uso de las fórmulas de asociación para juntar letras. Otras fórmulas de gran importancia para este propósito son

$$(b \dagger l) s \prec b \dagger l s \quad b(l \dagger s) \prec b l \dagger s.$$

Las formulas de distribución son también útiles para este propósito.

Cuando la letra que se debe eliminar ha sido reemplazada de esta manera por uno de los cuatro relativos, $- 0, \infty, 1, n$ – el relativo que reemplaza puede, a menudo, eliminarse por medio de una de las fórmulas

$$\begin{aligned} l + 0 &= l & l, \infty &= l \\ l \dagger n &= n \dagger l = l & l 1 &= 1 l = l. \end{aligned}$$

Cuando solo tenemos que tratar con proposiciones universales, se encontrará conveniente trasponer todo del sujeto al predicado para, de esta manera, hacer al sujeto 1. Así, si tenemos dado $l \prec b$, podemos añadir relativamente l^{\sim} a ambos lados; por lo que tenemos

$$1 \prec l \dagger l^{\sim} \prec b \dagger l^{\sim}.$$

Toda proposición estará, entonces, en una de las formas

$$1 \prec b \dagger l \quad 1 \prec b l.$$

Con una proposición de la forma $1 \prec b \dagger l$, estamos autorizados (1) a trasponer los términos, y (2) a invertirlos. Así, las siguientes formas son equivalentes:

$$\begin{aligned} 1 \prec b \dagger l \\ 1 \prec l \dagger b \quad 1 \prec b^{\sim} \dagger l^{\sim} \\ 1 \prec l^{\sim} \dagger b^{\sim}. \end{aligned}$$

Con una proposición de la forma $1 \prec b l$, solamente estamos autorizados a invertir el predicado, dando $1 \prec l^{\sim} b^{\sim}$.

Con tres términos, hay cuatro formas de proposiciones universales, propiamente: -

$$1 \rightarrow l \dagger b \dagger s \quad 1 \rightarrow l(b \dagger s) \quad 1 \rightarrow l b \dagger s \quad 1 \rightarrow l b s.$$

De estas, la tercera es una inferencia inmediata de la segunda.

Como ilustración, podemos desarrollar los silogismos cuyas premisas son las proposiciones de primer orden referidas en la «Nota A»⁸. Sean a y c términos de clase, y sea β un grupo de caracteres. Sea p el relativo «poseer como un carácter». Los términos no-relativos deben tratarse como relativos, considerándose a , por ejemplo, como « a coexistente con» y a^\sim como «coexistente con a , que es _____». Entonces, las seis formas de proposiciones afirmativas de primer orden son

$$\begin{aligned} 1 \rightarrow a^\sim \dagger p \dagger \beta \\ 1 \rightarrow a^\sim (p \dagger \beta) \quad 1 \rightarrow (a^\sim \dagger p)\beta \\ 1 \rightarrow a^\sim p \dagger \beta \quad 1 \rightarrow a^\sim \dagger p\beta \\ 1 \rightarrow a^\sim p\beta. \end{aligned}$$

Los varios tipos de silogismo son como sigue:

$$1. \quad \text{Premisas: } 1 \rightarrow a^\sim \dagger p \dagger \beta \quad 1 \rightarrow c^\sim \dagger p \dagger \beta.$$

Invertir una de las premisas y multiplicar,

$$1 \rightarrow (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \rightarrow \check{a} \dagger p \dagger \beta \check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c \rightarrow \check{a} \dagger p \dagger n \dagger \check{p} \dagger c \rightarrow \check{a} \dagger p \dagger \check{p} \dagger c.$$

El tratamiento sería el mismo si una o las dos premisas fueran negativas; esto es, contuviera p^- en vez de p .

$$2. \quad \text{Premisas: } 1 \rightarrow a^\sim \dagger p \dagger \beta \quad 1 \rightarrow c^\sim (p \dagger \beta^-).$$

Tenemos

$$1 \rightarrow (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p})c \rightarrow (\check{a} \dagger p \dagger \check{p})c.$$

⁸ W4: 452; «Nota A» de *Studies in Logic* (1883), «Sobre un universo de marcas limitado»: «hay proposiciones cuyo sujeto es una clase de cosas, mientras que el predicado es un grupo de marcas. De estas proposiciones hay 12 especies, distintas unas de otras en el sentido de que cualquier hecho que pueda ser expresado por cualquier proposición de una de estas especies no puede expresarse por ninguna proposición de otra especie. Los siguientes son ejemplos de seis de las 12 especies: - 1. Todo objeto de la clase S posee todo carácter del grupo π . 2. Algún objeto de la clase S posee todos los caracteres del grupo π . 3. Todo carácter del grupo π es poseído por algún objeto de la clase S . 4. Algún carácter del grupo π es poseído por todos los objetos de la clase S . 5. Todo objeto de la clase S posee algún carácter del grupo π . 6. Algún objeto de la clase S posee algún carácter del grupo π . Las restantes seis especies de proposiciones son como estas, excepto porque hablan de objetos a los que *les faltan* caracteres en vez de *poseerlos*».

Lo mismo con los negativos.

$$3. \quad \text{Premisas: } 1 \neg a^{\sim}(p \dagger \beta) \quad 1 \neg c^{\sim}(p \dagger \beta^{-}).$$

$$1 \neg \check{a}(p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p})c \neg \check{a}(p \dagger \check{p})c.$$

Lo mismo con los negativos.

$$4. \quad \text{Premisas: } 1 \neg a^{\sim} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \neg (c^{\sim} \dagger p)\beta^{-}.$$

$$1 \neg (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \neg (\check{a} \dagger p \dagger \beta \check{\beta})(\check{p} \dagger c) \neg (\check{a} \dagger p)(\check{p} \dagger c).$$

Si una de las premisas, pongamos la primera, fuera negativa, obtendríamos una conclusión parecida,

$$1 \neg (a^{\sim} \dagger p^{-})(p^{\sim} \dagger c);$$

pero de esto, de nuevo, p podría eliminarse, dando

$$1 \neg (a^{\sim} \dagger c), \quad \text{o} \quad a^{-} \neg c.$$

$$5. \quad \text{Premisas: } 1 \neg a^{\sim}(p \dagger \beta) \quad 1 \neg (c^{\sim} \dagger p)\beta^{-}.$$

$$1 \neg \check{a}(p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \neg \check{a}p(\check{p} \dagger c).$$

Si cualquiera de las dos premisas fuera negativa, p podría eliminarse, dando $1 \neg a^{\sim}c$, o algún a es c .

$$6. \quad \text{Premisas: } 1 \neg (a^{\sim} \dagger p)\beta \quad 1 \neg (c^{\sim} \dagger p)\beta^{-}.$$

$$1 \neg (\check{a} \dagger p)\beta(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \neg (\check{a} \dagger p)n(\check{p} \dagger c).$$

$$7. \quad \text{Premisas: } 1 \neg a^{\sim} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \neg c^{\sim}p \dagger \beta^{-}.$$

$$1 \neg (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p}c) \neg \check{a} \dagger p \dagger \check{p}c.$$

$$8. \quad \text{Premisas: } 1 \neg a^{\sim}(p \dagger \beta) \quad 1 \neg c^{\sim}p \dagger b^{-}.$$

$$1 \neg \check{a}(p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p}c) \neg \check{a}(p \dagger \check{p}c).$$

$$9. \quad \text{Premisas: } 1 \neg (a^{\sim} \dagger p)\beta \quad 1 \neg c^{\sim}p \dagger \beta^{-}.$$

$$1 \neg (\check{a} \dagger p)\beta(\check{\beta} \dagger \check{p}c) \neg (\check{a} \dagger p)\check{p}c.$$

Si una premisa es negativa, tenemos la conclusión adicional $1 \neg a^{\sim}c$.

$$10. \quad \text{Premisas: } 1 \neg a^{\sim}p \dagger \beta \quad 1 \neg c^{\sim}p \dagger \beta^{-}.$$

$$1 \prec (\check{a}p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p}c) \prec \check{a}p \dagger \check{p}c.$$

$$11. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec a \check{\dagger} p \dagger \beta \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p) \check{p} \dagger c.$$

También podríamos concluir

$$1 \prec a \check{\dagger} p \dagger n p \check{\dagger} c;$$

Pero esta conclusión es una inferencia inmediata de la otra, porque

$$(a \check{\dagger} p) p \check{\dagger} c \prec (a \check{\dagger} p) (1 \dagger n) p \check{\dagger} c \prec (a \check{\dagger} p) 1 \dagger n p \check{\dagger} c \prec a \check{\dagger} p \dagger n p \check{\dagger} c.$$

Si una premisa es negativa, tenemos la conclusión adicional $1 \prec a \check{\dagger} c$.

$$12. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec a \check{\dagger} (p \dagger \beta) \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec \check{a}(p \dagger \beta)(\check{\beta} \check{p} \dagger c) \prec \check{a}(p \check{\dagger} c).$$

Si una premisa es negativa, tenemos la inferencia adicional $1 \prec a \check{\dagger} c$.

$$13. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec (a \check{\dagger} p) \beta \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p) \beta (\check{\beta} \check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p) (n \check{p} \dagger c).$$

$$14. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec a \check{p} \dagger \beta \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec (\check{a} p \dagger \beta)(\check{\beta} \check{p} \dagger c) \prec \check{a} p \check{\dagger} c.$$

Si una premisa es negativa, tenemos la inferencia espuria adicional $1 \prec a \check{\dagger} n \dagger c$.

$$15. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec a \check{\dagger} p \beta \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \beta)(\check{\beta} \check{p} \dagger c) \prec \check{a} \dagger p (n \check{p} \dagger c).$$

También podemos inferir $1 \prec (a \check{\dagger} p n) p \check{\dagger} c$.

$$16. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec a \check{\dagger} p \dagger \beta \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta) \check{\beta} \check{p} c \prec (\check{a} \dagger p) \check{p} c.$$

Si una premisa es negativa podemos inferir adicionalmente $1 \prec a \check{\dagger} c$.

$$17. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \prec a \check{\dagger} (p \dagger \beta) \quad 1 \prec c \check{\dagger} p \beta^-.$$

$$1 \prec \check{a}(p \dagger \beta) \check{\beta} \check{p} c \prec \check{a} p \check{\dagger} c.$$

Si una premisa es negativa, tenemos la conclusión espuria adicional $1 \rightarrow a \checkmark n \ c$.

$$18. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \rightarrow (a \checkmark \dagger p) \beta \quad 1 \rightarrow c \checkmark p \beta^-.$$

$$1 \rightarrow (\check{a} \dagger p) \check{\beta} \check{\beta} \check{p} c \rightarrow (\check{a} \dagger p) n \check{p} c.$$

$$19. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \rightarrow a \checkmark p \dagger \beta \quad 1 \rightarrow c \checkmark p \beta^-.$$

$$1 \rightarrow (\check{a} p \dagger \beta) \check{\beta} \check{p} c \rightarrow \check{a} p \check{p} c.$$

Si una premisa es negativa, concluimos adicionalmente $1 \rightarrow a \checkmark n \ c$.

$$20. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \rightarrow a \checkmark \dagger p \beta \quad 1 \rightarrow c \checkmark p \beta^-.$$

$$1 \rightarrow (\check{a} \dagger p \beta) \check{\beta} \check{p} c \rightarrow (\check{a} \dagger p n) \check{p} c.$$

$$21. \quad \text{Premisas:} \quad 1 \rightarrow a \checkmark p \beta \quad 1 \rightarrow c \checkmark p \beta^-.$$

$$1 \rightarrow \check{a} p \beta \check{\beta} \check{p} c \rightarrow \check{a} p n \check{p} c.$$

Cuando nos enfrentamos con proposiciones particulares, tenemos la proposición $\infty \rightarrow 0$, o «algo existe», dado que toda proposición particular implica esto. Entonces toda proposición puede ponerse en una u otra de las cuatro formas

$$\infty \rightarrow 0 \dagger l \dagger 0$$

$$\infty \rightarrow (0 \dagger l) \infty$$

$$\infty \rightarrow 0 \dagger l \infty$$

$$\infty \rightarrow \infty l \infty.$$

Cada una de estas proposiciones se sigue inmediatamente de la anterior a ella. Las expresiones *envueltas* que forman los predicados tienen la notable propiedad de que cada una es o bien 0 o bien ∞ . Este hecho da una libertad extraordinaria en el uso de las fórmulas. En particular, puesto que si cualquier cosa que no sea 0 se incluye bajo esta expresión, se incluye todo el universo, será totalmente innecesario escribir la $\infty \rightarrow$ que da comienzo a toda proposición.

Supongamos que f y g son relativos generales significando relaciones de cosas con tiempos. Entonces, las seis formas de proposiciones bidimensionales del Dr. Mitchell aparecen así:

$$F_{11} = 0 \dagger f \dagger 0$$

$$F_{1v} = 0 \dagger f \infty$$

$$F_{u1} = \infty f \dagger 0$$

$$F_{1v'} = (0 \dagger f) \infty$$

$$F_{u'1} = \infty (f \dagger 0)$$

$$F_{uv} = \infty f \infty$$

Es obvio que $l \dagger 0 \prec l$, porque

$$l \dagger 0 \prec l \dagger n \prec l.$$

Si, entonces, tenemos $0 \dagger f \dagger 0$ como una premisa, y la otra contiene g , podemos sustituir g por el producto (f, g) .

$$g \prec g, \infty \prec g, (0 \dagger f \dagger 0) \prec g, f.$$

De las dos premisas

$$\infty (f \dagger 0) \quad \text{y} \quad 0 \dagger g \infty,$$

Por la aplicación de las fórmulas

$$ls, (b \dagger s^-) \prec (l, b)s$$

$$sl, (s^- \dagger b) \prec s(l, b),$$

tenemos

$$\{\infty (f \dagger 0)\}, (0 \dagger g \infty) \prec \infty \{(f \dagger 0), g \infty\} \prec \infty (f, g) \infty.$$

Estas fórmulas dan la primera columna de la regla del Dr. Mitchell en la página 90⁹.

También pueden aplicarse las siguientes fórmulas:

⁹ De «Sobre un nuevo álgebra de la lógica», *Ob. cit.* p. 90, de O. H. Mitchell, en *Studies in Logic*: «La conclusión a partir del *producto* de dos premisas es el *producto* de sus predicados afectados por sufijos que son los *productos* (en *extensión*) de los sufijos de las premisas. Así, $F_{\alpha\beta} G_{\lambda\mu} \prec (FG)_{\alpha\lambda, \beta\mu}$. Cuando *todos* los sufijos son 1, la relación entre el *producto* de las premisas y la conclusión es la igualdad; si no es \prec , esto es, la implicación. Así $F_{11}G_{11} = (FG)_{11}$, $F_{u1}G_{11} \prec (FG)_{u1}$, etc.» En el párrafo primero de este ensayo se expone una regla general de inferencia a partir de un conjunto de premisas, que es idéntica a esta: «Tomemos el producto lógico de las premisas y borremos los términos que haya que eliminar».

1. $(0 \dagger f \dagger 0), (0 \dagger g \dagger 0) = 0 \dagger (f, g) \dagger 0.$
2. $(0 \dagger f) \infty (0 \dagger \check{g} \dagger 0) \prec (0 \dagger f)(\check{g} \dagger 0).$
3. $(0 \dagger f) \infty \infty (\check{g} \dagger 0) = (0 \dagger f)(\check{g} \dagger 0) + (0 \dagger f)n(\check{g} \dagger 0).$
4. $(0 \dagger f) \infty (0 \dagger \check{g}) \infty \prec (0 \dagger f)\check{g} \infty.$
5. $(0 \dagger f \dagger 0)(0 \dagger \check{g} \infty) = 0 \dagger (\check{g}f, f) \dagger 0.$
6. $(0 \dagger f) \infty (0 \dagger \check{g} \infty) = (0 \dagger \check{g}f, f) \infty.$
7. $(0 \dagger f) \infty, (0 \dagger g \infty) = (0 \dagger f, g \infty) \infty.$
8. $(0 \dagger f \infty)(0 \dagger g \infty) = 0 \dagger (f\check{g}, \check{g}f) \infty.$
9. $(0 \dagger f \infty), (0 \dagger g \infty) = 0 \dagger f \infty, g \infty.$
10. $(0 \dagger f \dagger 0) \infty \check{g} \infty = 0 \dagger (f\check{g}f, f) \dagger 0.$
11. $(0 \dagger f) \infty \infty \check{g} \infty = (0 \dagger f)\check{g} \infty + (0 \dagger f)n\check{g} \infty.$
12. $(0 \dagger f \infty) \infty \check{g} \infty = (0 \dagger f\check{g} \infty) + (0 \dagger f)n\check{g} \infty).$
13. $\infty f \infty \infty \check{g} \infty = \infty f\check{g} \infty + \infty fn\check{g} \infty.$

Cuando las operaciones relativas y no-relativas suceden juntas, las reglas del cálculo se hacen bastante complicadas. En estos casos, así como en aquellos que involucran relaciones *plurales* (sustentadas entre tres o más objetos), es, a menudo, ventajoso recurrir a los coeficientes numéricos mencionados en la primera página de este epígrafe. Cualquier proposición, sea la que sea, es equivalente a decir que algún complejo de agregados¹⁰ y productos con tales coeficientes numéricos es mayor que cero. Así,

$$\Sigma_i \Sigma_j l_{ij} > 0$$

significa que algo es un amante de algo; y

$$\Pi_i \Sigma_j l_{ij} > 0$$

significa que todo es un amante de algo. Sin embargo, omitiremos naturalmente, al escribir las desigualdades, el > 0 que las termina todas; y las dos proposiciones anteriores aparecerán como

$$\Sigma_i \Sigma_j l_{ij} \quad \text{y} \quad \Pi_i \Sigma_j l_{ij}.$$

Los siguientes son otros ejemplos:-

$$\Pi_i \Sigma_j (l)_{ij} (b)_{ij}$$

significa que todo es, a la vez, un amante y un benefactor de algo.

$$\Pi_i \Sigma_j (l)_{ij} (b)_{ji}$$

significa que todo es un amante y un benefactor de sí mismo.

$$\Sigma_i \Sigma_k \Pi_j (l_{ij} + b_{jk})$$

significa que hay algo que está para algo en la relación de amar todo excepto a los benefactores de él mismo.

¹⁰ Las sumas que encontramos en las primeras dos páginas de este epígrafe. [Nota del editor].

Si α denota al relativo triple «acusador de _____ ante _____», y ϵ al relativo triple «justificador de _____ ante _____». Entonces,

$$\Sigma_i \Pi_j \Sigma_k (\alpha)_{ijk} (\epsilon)_{jki}$$

significa que puede encontrarse un individuo tal que tomando cualquier individuo, j , siempre será posible seleccionar a un tercer individuo, k , de manera que i sea un acusador de k ante j , y j un justificador de i ante k .

Si π denota a «el que prefiere a _____ de _____». Entonces,

$$\Pi_i \Sigma_j \Sigma_k (\alpha)_{ijk} (\epsilon_{jki} + \pi_{kij})$$

significa que, habiendo tomado a cualquier individuo, i , siempre es posible seleccionar dos, j y k , de manera que i sea un acusador de k ante j , y, también, sea o bien justificado por j ante k o bien es algo para lo que j sea preferido por k .

Cuando tenemos un número de premisas expresadas de esta manera, la conclusión se deduce diligentemente con el uso de las siguientes reglas simples. En primer lugar, tenemos

$$\Sigma_i \Pi_j \neg < \Pi_j \Sigma_i .$$

En segundo lugar, tenemos las fórmulas

$$\{ \Pi_i \varphi(i) \} \{ \Sigma_j \psi(j) \} = \Pi_i \{ \varphi(i) . \psi(i) \} .$$

$$\{ \Pi_i \varphi(i) \} \{ \Pi_j \psi(j) \} \neg < \Sigma_i \{ \varphi(i) . \psi(i) \} .$$

En tercer lugar, puesto que los coeficientes numéricos son todos o bien *cero* o bien la *unidad*, se les puede aplicar el cálculo de Boole.

El siguiente es uno de los ejemplos posibles más simple. Se requiere eliminar *sirviente* a partir de estas dos premisas:

Primera premisa. Hay alguien que acusa a todos ante todos, a menos que este último sea amado por alguna persona que sea sirviente de todos los no acusados ante él.

Segunda premisa. Hay dos personas, la primera de las cuales justifica a todos ante todos, a menos que el no-justificado sea beneficiado por el segundo, sin que la persona ante la que no es justificado sea un sirviente de este mismo.

Estas premisas pueden escribirse así:

$$\begin{aligned} & \Sigma_h \Pi_i \Sigma_j \Pi_k (\alpha_{hik} + s_{jk} l_{ji}). \\ & \Sigma_u \Sigma_v \Pi_x \Pi_y (\epsilon_{uyx} + s_{yv}^- b_{vx}). \end{aligned}$$

La segunda da la inferencia inmediata,

$$\Pi_x \Sigma_u \Pi_y \Sigma_v (\epsilon_{uyx} + s_{yv}^- b_{vx}).$$

Combinando esta con la primera, tenemos

$$\Sigma_x \Sigma_u \Sigma_y \Sigma_v (\epsilon_{uyx} + s_{yv}^- b_{vx}) (\alpha_{xuv} + s_{yv} l_{yu}).$$

Finalmente, aplicando el cálculo de Boole, deducimos la conclusión deseada

$$\Sigma_x \Sigma_u \Sigma_y \Sigma_v (\epsilon_{uyx} \alpha_{xuv} + \epsilon_{uyx} l_{yu} + \alpha_{xuv} b_{vx}).$$

La interpretación de esta es que o bien hay alguien justificado por una persona ante la cual él acusa a alguien, o bien alguien justifica a alguien ante su amante (el del justificador), o bien alguien acusa a su propio benefactor.

El procedimiento puede, a menudo, abreviarse con el uso de operaciones intermedias entre Π y Σ . De esta manera, podemos usar Π' , Π'' , etc. para significar los productos para todos los individuos excepto uno, excepto dos, etc. Así,

$$\Pi'_i, \Pi''_j (l_{ij} + b_{ji})$$

significará que toda persona excepto una es un amante de todos excepto de sus benefactores y, como máximo, de dos de sus no-benefactores. De la misma manera, Σ' , Σ'' , etc. denotará las sumas de todos los productos de dos, de todos los productos de tres, etc. Así,

$$\Sigma''_i (l_{ii})$$

significará que hay, al menos, tres cosas en el universo que son amantes de sí mismas. Es claro que si $m < n$, tenemos

$$\begin{aligned} \Pi^m & \prec \Pi^n & \Sigma^n & \prec \Sigma^m. \\ (\Pi^m_i \phi i) (\Sigma^n_j \psi j) & \prec \Sigma^{n-m}_i (\phi i \cdot \psi i) \\ (\Pi^m_i \phi i) (\Pi^n_j \psi j) & \prec \Pi^{m+n}_i (\phi i \cdot \psi i).^{11} \end{aligned}$$

¹¹ El texto concluye con un breve alegato en el que Peirce descalifica la crítica que le hace el Sr. Schlötel a su «Álgebra de la lógica», y que, al no ser relevante para el tema de los relativos, no hemos incluido.

10.3 Los términos conjugativos¹²

El tratamiento de los términos conjugativos presenta una dificultad considerable, y sin duda el uso de recursos algebraicos lo facilitaría en gran medida. Sin embargo, he estudiado solo un poco esta parte de mi notación.

Un término relativo no puede de ninguna manera reducirse a ninguna combinación de términos absolutos, ni puede ningún término conjugativo reducirse a ninguna combinación de relativos simples; pero un conjugativo que tenga más de dos correlatos siempre puede reducirse a una combinación de conjugativos de dos correlatos. De esta manera, por «ganador de _____, de _____, para _____», siempre podemos sustituir u , o «ganador de la ventaja _____ para _____», donde el primer correlato es él mismo otro conjugativo v , o «la ventaja de ganar _____ de _____». Entonces podemos escribir,

$$w = uv.$$

Es evidente que, de esta forma, todos los conjugativos pueden expresarse como productos de los conjugativos de dos correlatos.

La interpretación de combinaciones como b^{am} (a^m), etc., no es muy fácil. Cuando el conjugativo y su primer correlato pueden tomarse juntos y separados del segundo correlato, como en $(ba)^m$ y $(ba)^m$, y $(b^a)^m$ y $(b^a)^m$, no hay perplejidad, porque en esos casos (ba) o (b^a) es un relativo simple. En consecuencia, solo tenemos que llamar al traidor a un enemigo, un ‘traidor enemigo’, cuando tenemos

$(ba)^m$ = traidor enemigo de un hombre = traidor de un hombre a un enemigo de él,

$(ba)^m$ = traidor enemigo de todo hombre = traidor de todo hombre a un enemigo de él.

Y solo tenemos que llamar al traidor a todo enemigo, un ‘traidor ilimitado’, para obtener

$(b^a)^m$ = traidor ilimitado de un hombre = traidor de un hombre a todo enemigo de él,

$(b^a)^m$ = traidor ilimitado de todo hombre = traidor de todo hombre a todo enemigo de él.

Los dos términos ba^m y b^{aexpm} no se interpretan tan fácilmente. Imaginemos que a está dividido en relativos infinitesimales A_i , A_u , A_m , etc., cada uno de los cuales es relativo

¹² W2: 425-428. Antepenúltima parte de una «Descripción para una notación de la lógica de relativos resultante de una ampliación del cálculo lógico de Boole» (1870), incluida en su totalidad en el apéndice a este capítulo.

solamente a un individuo que es m. Entonces, puesto que todas las potencias de A_i , A_u , A_m , etc, mayores que la primera, desaparecen, y puesto que el número de esos términos debe ser $[m]$, tenemos,

$$a^m = (A_i +, A_u +, A_m +, \text{etc.})^m = (A_i m), (A_u m), (A_m m), \text{etc.}$$

o si M' , M'' , M''' , etc., son los ms individuales,

$$a^m = (A, M'), (A,, M''), (A,,, M'''), \text{etc.}$$

De esto es evidente que ba^m es un traidor a un A_i de M' , a un $A,,$ de M'' , a un $A,,,$ de M''' , etc., en resumen de todos los hombres a algún enemigo de todos ellos. Para interpretar $b^{a\text{expm}}$ solamente tenemos que tomar su negación. Esto, por (124)¹³, es $(1 - b)a^m$, o un no-traidor de todos los hombres a algún enemigo de ellos. De ahí, $b^{a\text{expm}}$, o aquello que *no* es esto, es un traidor de algún hombre a cada enemigo de todos los hombres. Para interpretar $b(a m)$, podemos introducir la forma $(1 - b)^{(1 - a)\text{expm}}$. Esto es, «no-traidor de un hombre a todos los no-enemigos de todos los hombres». Ahora bien, un no-traidor de algún X a todo Y, es lo mismo que un traidor de todos los Xs a nada salvo lo que no es Y; y la negación de «no-enemigo de todos los hombres», es «enemigo de un hombre». De esta manera, $b(am)$, es «traidor de todos los hombres a nada salvo un enemigo de un hombre». Para interpretar bam podemos ponerlo en la forma $(1 - b)^{(1 - a)m}$, que es, «no-traidor de un hombre a todo no-enemigo de él». Esta es una suma lógica de términos, cada uno de los cuales es «no-traidor de un hombre individual M a todo no-enemigo de M». La suma de ellos, en consecuencia, que es bam , es «traidor de algún hombre a nada salvo un enemigo de él». De la misma manera es obvio que bam es «traidor de nada salvo un hombre a nada salvo un enemigo de él». Tenemos $b^a m = b(1 - a)^{(1 - m)}$, o «traidor de todo no-hombre a un no-enemigo de todo no-hombre». Esto es lo mismo que «aquello que está ante algo que es solamente un enemigo de un hombre en la relación de traidor de nada salvo hombres a aquello que no lo es». La interpretación de $b^a m$ es, obviamente, «traidor de nada salvo un hombre a un enemigo de él». Es igualmente claro que $b^a m$ es «traidor de ningún hombre a nada salvo un enemigo de él», y que $b^a m$ es «traidor de nada salvo un hombre a todo enemigo de él». Al poner $b^a m$ en la forma $b^{(1 - a)(1 - m)}$, encontramos que denota «traidor de algo además de un hombre a todas las cosas que son enemigas de nada salvo de los

¹³ De «Descripción para una notación de la lógica de los relativos...», 124: $ls = 1 - (1 - l)s$.

hombres». Cuando un término absoluto se pone en lugar de a , las interpretaciones se obtienen de la misma manera, con una mayor facilidad.

El signo de una operación es claramente un término conjugativo. De esta manera, nuestra multiplicación conmutativa puede denotarse con el conjugativo

$$I, .$$

Ya que tenemos,

$$I, sw = I, l, sw.$$

Puesto que los conjugativos pueden reducirse todos a conjugativos de dos correlatos, pueden expresarse con un signo operativo (para el que puede usarse una letra hebrea) colocado entre los símbolos de los dos correlatos. Habría, a menudo, una ventaja al hacer esto, debido a lo intrincado de la notación habitual de los conjugativos. Si estos signos operativos resultaran concordar en sus propiedades con cualquiera de los signos del álgebra, podrían utilizarse algunas modificaciones de los signos algebraicos en lugar de las letras hebreas. Por ejemplo, si r fuera tal que

$$r x r y z = r_{13} r x y z,$$

entonces, si substituyéramos r por el signo operativo \daleth tenemos

$$x \daleth (y \daleth z) = (x \daleth y) \daleth z,$$

que es la expresión del principio asociativo. Por lo tanto, si

$$rxy = ryx$$

podemos escribir,

$$x \daleth y = y \daleth x$$

que es el principio conmutativo. Si estas dos ecuaciones se sostuvieran con cualquier conjugativo, podríamos expresarlo convenientemente con el signo modificado $+$. Por ejemplo, consideremos el conjugativo «lo que se denota con un término que o bien denota _____ o si no _____». Para este, se sostienen obviamente los principios anteriores, y podemos denotarlo naturalmente con $+$. Entonces, si p denota Protestantismo, r Catolicismo y f aquello que es falso,

$$p + r -< f$$

significa o bien todo el protestantismo o bien todo el catolicismo es falso. Con esta forma es claro que se pueden expresar todas las proposiciones hipotéticas. Además, si suponemos a cualquier término como ‘hombre’ (m) separado en sus individuos, M’, M”, M””, etc., entonces,

$$M' \text{ ‘+’ } M'' \text{ ‘+’ } M''' \text{ ‘+’ } \text{etc.},$$

significa ‘algún hombre’. Esto puede escribirse naturalmente

$$\text{‘m’}$$

y esto nos da una forma mejorada de escribir una proposición particular; puesto que

$$\text{‘x’} \text{ —< } y$$

parece una forma más simple de escribir ‘Algún X es Y’ que

$$0^{x,y} = 0.$$

10.4 El inverso¹⁴

Si separamos *amante* en sus relativos elementales, tomamos el recíproco de cada uno, esto es, lo cambiamos de

$$A:B \quad \text{a} \quad B:A,$$

y sumamos estos recíprocos, obtenemos el relativo *amado por*. No hay una operación como esta en la aritmética ordinaria, pero si suponemos una ciencia de la cantidad discreta en forma de cuaternidad (una ciencia de intervalos iguales en el espacio), la suma de los recíprocos de las unidades de esta cuaternidad será la cuaternidad-conjugativa. Por esta razón, expreso el término conjugativo «aquello que está relacionado en la forma que ‘para _____ es _____, para este último’», con *K*. Las ecuaciones fundamentales de las que dependen las propiedades de este término

$$(169.) \quad K K = I.$$

$$(170.) \quad \text{Si } x < y^z \quad \text{entonces} \quad z \text{ —< } (K y)^x,$$

$$\text{o} \quad l(x, yz) = l(z, K yx).$$

Tenemos, también,

¹⁴ W2: 429. Penúltima parte de una «Descripción para una notación de la lógica de relativos resultante de una ampliación del cálculo lógico de Boole» (1870).

$$(171.) \quad K \Sigma = \Sigma K,$$

$$(172.) \quad K \Pi = \Pi K,$$

donde Π denota el producto en el orden inverso. Se encontrarán otras ecuaciones en la tabla del Sr. De Morgan, dada anteriormente.

10.5 Conclusión¹⁵

Si se pregunta, ¿cuáles son los principios axiomáticos de esta rama de la lógica, no deducibles a partir de otros? Respondo que, sea cual sea el rango asignado a las leyes de contradicción y de *tercio excluso*, este pertenece por igual a las interpretaciones de todas las ecuaciones generales dadas bajo el encabezamiento «Aplicación de los signos algebraicos a la lógica», junto con aquellas relacionadas con la involución inversa y los principios expresados con las ecuaciones (95), (96), (122), (142), (156), (25), (26), (14), (15), (169), (170)¹⁶.

Pero estos axiomas son meros sustitutos de las relaciones lógicas universales y, hasta donde estas pueden ser definidas, podemos prescindir de todos los axiomas. Los principios fundamentales de la lógica formal no son, propiamente, axiomas sino definiciones y divisiones; y los únicos *hechos* que contiene se refieren a la identidad entre los conceptos resultantes de aquellos procesos y determinados conceptos conocidos.

¹⁵ W2: 429. Última parte de una «Descripción para una notación de la lógica de relativos resultante de una ampliación del cálculo lógico de Boole» (1870).

¹⁶ Las dos últimas ecuaciones se encuentran en el epígrafe anterior. Véanse las restantes en «Descripción para una notación de la lógica de relativos» en el apéndice a este capítulo.

Capítulo 11. Las probabilidades

11.1 Una teoría de la inferencia probable¹

I

El siguiente es un ejemplo del tipo más sencillo de inferencia probable:

Un dos por ciento de las personas heridas en el hígado sobreviven;

Esta persona ha sido herida en el hígado;

En consecuencia, hay dos probabilidades de cien de que sobreviva.

Comparemos esto con el más sencillo de los silogismos, pongamos, el siguiente:

Toda persona muere;

Enoch fue una persona;

Por lo tanto, Enoch debe haber muerto.

Este último argumento consiste en la aplicación de una regla general a un caso particular. El anterior aplica a un caso particular una regla que no es absolutamente universal, sino que está sujeta a una proporción conocida de excepciones. Ambos pueden ser denominados, de forma parecida, deducciones, porque ofrecen una información acerca del curso, uniforme o habitual, de las cosas encaminadas a la solución de cuestiones especiales; y el argumento probable puede aproximarse indefinidamente a la demostración a medida que la proporción nombrada en la primera premisa se aproxima a la unidad o al cero.

Planteemos las formulas generales de los dos tipos de inferencia a la manera de la lógica formal.

FORMA I

El silogismo singular en Barbara

Todo M es un P ;

S es un M ;

Por lo tanto, S es un P .

¹ De *Studies in Logic* (Estudios en Lógica). Universidad Johns Hopkins, 1883. WP268b; W4: 409-450.

FORMA II

La deducción probable simple.

La proporción p de los M s son P s;

S es un M ;

Se sigue, con probabilidad p , que S es un P .

Debe observarse que la proporción p no necesita ser especificada con exactitud. Podemos razonar a partir de la premisa que no más del dos por ciento de las personas heridas en el hígado sobreviven, o a partir de «no menos de una cierta proporción de los M s son P s», o a partir de «ni una proporción muy pequeña ni una muy grande, etc.» En resumen, p está sujeta a todo tipo de indeterminación; simplemente excluye algunas proporciones y admite la posibilidad del resto.

La analogía entre el silogismo y lo que aquí se llama la deducción probable es ciertamente genuina e importante; sin embargo, cómo sean de amplias las diferencias entre los dos modos de inferencia, se verá a raíz de las siguientes consideraciones:

1. La lógica de la probabilidad está relacionada con la silogística ordinaria como la rama cuantitativa de la misma ciencia lo está con la cualitativa. El silogismo necesario solo reconoce la inclusión o la no-inclusión de una clase dentro de la otra; pero la inferencia probable da cuenta de la proporción de una clase que está incluida en una segunda. Es como la distinción entre la geometría proyectiva, que se pregunta si los puntos coinciden o no, y la geometría métrica, que determina la distancia que hay entre ellos.

2. Para la existencia del silogismo ordinario, todo lo que se requiere es que podamos decir, en algún sentido, que un término está contenido en otro, o que un objeto está respecto a un segundo en una de estas relaciones: ‘mejor que’, ‘equivalente a’, etc., a las que se denomina *transitivas* porque si A está en una relación tal respecto a B , y B está en la misma relación respecto a C , entonces A está en esa relación con C . El universo puede que sea todo tan fluido y variable que nada conserve su identidad individual, y que no sea concebible ningún tipo de medida; y, sin embargo, una porción puede seguir contenida en una segunda, ella misma contenida en una tercera, de forma que un silogismo sería posible. Pero la inferencia probable no podría hacerse en un universo tal, porque ninguna significación se vincularía a las palabras *proporción cuantitativa*. Para que haya inferencia probable debe haber posibilidad de contar; y, en

consecuencia, deben existir unidades, que conservan su identidad y se agrupan de varias maneras.

3. Una distinción fundamental entre los dos tipos de inferencia es que en el razonamiento demostrativo la conclusión se sigue de la existencia de los hechos objetivos planteados en las premisas; mientras que en el razonamiento probable estos hechos en sí mismos ni siquiera hacen probable la conclusión, sin embargo se debe tener en cuenta varias circunstancias subjetivas, la manera en que se han obtenido las premisas, que no haya consideraciones que sirvan de contrapeso, etc.; en resumen, la honradez y la buena fe son esenciales para la buena lógica en el razonamiento probable.

Cuando la regla parcial de que la proporción p de las M s son P s se aplica para mostrar que, con probabilidad p , S es un P , es requisito, no meramente que S debería ser un M , sino también que debería ser un caso extraído *al azar* de entre los M s. De esta manera, habiendo cuatro ases en una baraja seleccionada de 32 cartas, la probabilidad de que cualquier carta dada y no observada sea un as es de un octavo; pero esto solamente en el supuesto de que la carta haya sido extraída al azar de la baraja completa. Si, por ejemplo, se hubiera extraído de las cartas descartadas por los jugadores al piquet o al euchre, la probabilidad sería totalmente diferente. El caso debe ser extraído al azar. Esta es una máxima de la conducta. La volición del razonador (usando el mecanismo que quiera) tiene que escoger S de forma que sea un M ; pero debería abstenerse de cualquier preferencia adicional, y no permitir a su voluntad actuar de ninguna manera que pudiera tender a componer qué M particular se tome, sino que debería dejar eso a la operación del azar. Querer y desear, al igual que otras operaciones de la mente, son *generales* y están imperfectamente determinadas. Yo deseo un caballo, algún tipo determinado de caballo quizás, pero no, habitualmente, alguno individual. Quiero actuar de una manera de la que tengo un concepto general; pero en la medida en que mi acción se conforma a esa descripción general, a mí no me importa cómo esta sea determinada adicionalmente. Ahora bien, al escoger el caso S , la intención general (incluyendo todo el plan de acción) sería la de escoger un M , pero más allá de esto no debería haber preferencia; y el acto de elección sería tal que si fuera repetido un número suficiente de veces con la misma intención, el resultado sería que, entre la totalidad de las selecciones, los diferentes tipos de M s ocurrirían con las mismas frecuencias relativas como en las experiencias en que la volición no interviene para nada. En los casos en que se encuentre difícil dominar la voluntad con un esfuerzo directo, puede

recurrirse a los aparatos de los juegos de azar, - el bombo de la lotería, la ruleta, las cartas o los dados. Sin embargo, habitualmente, al hacer una deducción probable simple, tomamos el caso en que ocurre que estamos interesados en ese momento. En tal caso, es nuestro interés el que cumple con la función de un aparato de selección al azar; y no se necesita desear nada mejor, en la medida que tenemos razón para estimar la premisa «la proporción p de los M s son P s» igualmente verdadera respecto a esa parte de los M s que solamente ellos, probablemente, despertarán nuestro interés en algún momento.

Tampoco es indiferente la manera en que la otra premisa ha sido obtenida. Si extraemos de una baraja seleccionada una carta al azar, la probabilidad de que sea un as es un octavo, si no tenemos ningún otro conocimiento de ello. Pero después de haber visto la carta, ya no podemos razonar de esa manera. Que deba llegarse a la conclusión por adelantado de cualquier otro conocimiento sobre el asunto es una regla que, sea lo elemental que sea, se encontrará que es de gran importancia en el resultado.

4. De forma parecida, las conclusiones de los dos modos de inferencia difieren. Una es necesaria; la otra solo es probable. Locke, en el *Ensayo concerniente al entendimiento humano*, apunta al análisis correcto de la naturaleza de la probabilidad. Tras señalar que el matemático conoce positivamente que la suma de los tres ángulos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos porque comprende la prueba geométrica, continúa:

pero otra persona que nunca se molestó en observar la demostración, escuchando al matemático, una persona de crédito, al afirmar que los tres ángulos de un triángulo son iguales a dos rectos; *asiente* con ello; esto es, lo recibe como verdadero. En cuyo caso, el fundamento de su asentimiento es la probabilidad de la cosa, siendo la demostración tal que, en su mayor parte, lleva aparejada la verdad; la persona de cuyo testimonio la recibe, no estando habituada a decir nada contrario a, o más allá de, su conocimiento, especialmente en asuntos de este tipo.²

Aquellos que conocen a Locke están acostumbrados a buscar un significado mayor en sus palabras del que aparece a primera vista. Hay una alusión en este pasaje al hecho de que un argumento probable se considera siempre que pertenece a un *género* de argumentos. Esto, de hecho, es verdad de cualquier tipo de argumento. Puesto que la convicción expresada por la conclusión está determinada o causada por la convicción

² *Ensayo concerniente al entendimiento humano*, libro 4, capítulo 15. [Nota de Peirce]. Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding; with Thoughts on the Conduct of the Understanding*. London: Printed for C. Bathurst et al., 1795.

expresada por las premisas. En consecuencia, hay alguna regla general según la cual la una sucede a la otra. Pero, además, el razonador es consciente de que hay una regla tal, ya que de otra manera no sabría que está razonando, y no podría ejercer control ni atención alguna; y a tal operación involuntaria no se le aplica, muy apropiadamente, el nombre de razonamiento. En todos los casos, entonces, somos conscientes de que nuestra inferencia pertenece a una clase general de las formas lógicas, aunque no seamos necesariamente capaces de describir esta clase general. La diferencia entre el razonamiento necesario y el probable es que en el primer caso concebimos que tales hechos como los que son expresados por las premisas no son nunca, en el rango completo de la posibilidad, verdaderos, sin que otro hecho, relacionado con ellos como nuestra conclusión lo está con las premisas, sea igualmente verdadero; mientras que en el segundo caso meramente concebimos que, al razonar como lo hacemos, estamos siguiendo una máxima general que, habitualmente, nos llevará a la verdad.

En la medida en que hay excepciones a la regla de que toda persona herida en el hígado muere, no se sigue necesariamente que, porque una persona dada sea herida en el hígado, no pueda sobrevivir. Sin embargo, sabemos que si fuéramos a razonar de esa manera, estaríamos siguiendo un modo de inferencia que no haría más que conducirnos al error, a la larga, una de cada cincuenta veces; y esto es lo que queremos decir cuando decimos que la probabilidad de que la persona sobreviva es de uno entre cincuenta. Decir, entonces, que una proposición tiene la probabilidad p significa que inferir su verdad sería seguir un argumento tal que llevaría una verdad aparejada en la proporción de la frecuencia p .

Es claramente útil que tengamos un sentimiento más fuerte de confianza en un tipo de inferencia que nos conducirá, más a menudo, a la verdad que en una inferencia que, menos a menudo, se muestre acertada; y tal sensación tenemos. La celebrada ley de Fechner³ es que, en la medida que la fuerza que actúa sobre un órgano de los sentidos se incrementa en una progresión geométrica, la intensidad de la sensación se incrementa en una progresión aritmética. En este caso, las probabilidades (esto es, la proporción de los casos a favor de una conclusión respecto a los casos en contra) ocupan el lugar de la causa ocasional, mientras que la sensación misma es el sentimiento de confianza. Cuando dos argumentos tienden a la misma conclusión, nuestra confianza en el segundo

³ La fórmula matemática de la relación entre los estímulos físicos y la sensación, también conocida como la ley de Weber-Fechner. [*Nota de los editores de W4*].

es igual a la suma de lo que los dos argumentos producirían por separado; las *probabilidades* son el producto de las *probabilidades* a favor de los dos argumentos por separado. Cuando el valor de las *probabilidades* se reduce a la unidad, nuestra confianza es ninguna; cuando las *probabilidades* son menores que la unidad, tenemos más o menos confianza en la negación de la conclusión.

II

El principio de la deducción probable todavía se aplica cuando S , en vez de ser un M singular, es un grupo de M s de número n . El razonamiento, entonces, toma la siguiente forma:

FORMA III

Deducción probable compleja

Entre todos los conjuntos de n M s, la proporción q consiste cada una de m P s y de $n-m$ no- P s;
Los S, S', S'' , etc. forman un conjunto de n objetos extraídos al azar de entre los M s:
Por lo tanto, la probabilidad de que entre los S, S', S'' , etc. hay m P s y $n-m$ no- P s es q .

Al decir que S, S', S'' , etc. forman un conjunto extraído al azar, queremos decir aquí que no solo son individuos diferentes extraídos al azar, sino que también han sido extraídos de una manera tal que las cualidades que pueden pertenecer a uno no tienen ninguna influencia sobre la selección de cualquier otro. En otras palabras, las extracciones individuales son independientes, y el conjunto en su totalidad es tomado al azar de entre todos los conjuntos posibles de n M s. Estrictamente, esto supone que el mismo individuo puede ser extraído varias veces en el mismo conjunto, aunque si el número de M s es grande comparado con n , no hay ninguna diferencia apreciable si este es el caso o no.

La siguiente fórmula expresa la proporción, entre todos los conjuntos de n M s, de aquellos que consisten de m P s y de $n-m$ no- P s. La letra r denota la proporción de P s entre los M s, y el signo de admiración se utiliza para expresar el producto continuado de todos los números integrales del 1 al número tras el cual se sitúa. De esta forma, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, etc. La fórmula es

$$q = n! \times \frac{r^m}{m!} \times \frac{(1-r)^{n-m}}{(n-m)!}$$

Como ejemplo, asumamos la proporción $r = 2/3$ y el número de M s en un conjunto $n = 15$. Entonces los valores de la probabilidad q para números diferentes, m , de P s son

fracciones que tienen por denominador común 14.348.907, y por numeradores como sigue:

m	Numerador de q .	m	Numerador de q .
0	1	8	1667360
1	30	9	2562560
2	420	10	3075072
3	3640	11	2795520
4	21840	12	1863680
5	96096	13	860160
6	320320	14	122880
7	823680	15	32768

Un poquito de matemáticas bastará para mostrar que, estando fijados r y n , q siempre alcanza su valor máximo con aquel valor de m que es el siguiente menos que $(n + 1)r^4$, y que q es muy pequeño a menos que m tenga prácticamente este valor.

Sobre estos hechos se basa otra forma de inferencia a la que doy el nombre de deducción estadística. Su fórmula general es como sigue:

FORMA IV

Deducción estadística

La proporción r de los Ms son Ps ;

S' , S'' , S''' , etc. son un conjunto *numeroso*, tomados al azar de entre los Ms :

Por ello, *probable y aproximadamente*, la proporción r de los Ss son Ps .

Como ejemplo, tomemos esto:

Un poco más de la mitad de todos los nacimientos humanos son varones;

Por ello, probablemente un poco más de la mitad de todos los nacimientos en Nueva York durante un año cualquiera son varones.

Ya no tenemos que tratar con una mera inferencia probable, sino con una *inferencia probable aproximada*. Este concepto es de alguna manera complicado, significando que la probabilidad es mayor según sean de mayor amplitud los límites de aproximación, conforme a la expresión matemática para los valores de q .

⁴ En el caso en que $(n + 1)$ es un número entero, q tiene el mismo valor para $m = (n + 1)r$ y para $m = (n + 1)r - 1$. [Nota de Peirce].

Esta conclusión no tiene ningún significado a menos que haya más de una instancia; y apenas tiene significado alguno a menos que las instancias sean de alguna forma numerosas. Cuando este es el caso, hay una forma más conveniente de obtener (no exactamente, pero muy aproximada para todo propósito práctico) o bien un único valor de q o la suma de valores sucesivos desde $m = m_1$ hasta $m = m_2$ inclusive. La regla es, primero, calcular dos cantidades a las que se puede denominar convenientemente t_1 y t_2 según estas fórmulas:

$$t_1 = m_1 - (n + 1) r / \sqrt{2 n r (1 - r)}$$

$$t_2 = 1 + m_2 - (n + 1) r / \sqrt{2 n r (1 - r)}$$

donde $m_2 > m_1$. Una de las dos, o las dos, cantidades t_1 y t_2 pueden ser negativas. A continuación, con cada una de estas cantidades introduzcamos la siguiente tabla, y saquemos $\frac{1}{2} \Theta t_1$ y $\frac{1}{2} \Theta t_2$, y asignemos a cada una el mismo signo que el de la t de la que ha derivado. Entonces: $\Sigma q = \frac{1}{2} \Theta t_2 - \frac{1}{2} \Theta t_1$

Tabla de $\Theta t = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^t e^{-t^2} dt.$

t	Θt	t	Θt	t	Θt
0.0	0.000	1.0	0.843	2.0	0.99532
0.1	0.112	1.1	0.880	2.1	0.99702
0.2	0.223	1.2	0.910	2.2	0.99814
0.3	0.329	1.3	0.934	2.3	0.99886
0.4	0.428	1.4	0.952	2.4	0.99931
0.5	0.520	1.5	0.966	2.5	0.99959
0.6	0.604	1.6	0.976	2.6	0.99976
0.7	0.678	1.7	0.984	2.7	0.99987
0.8	0.742	1.8	0.989	2.8	0.99992
0.9	0.797	1.9	0.993	2.9	0.99996
1.0	0.843	2.0	0.995	3.0	0.99998

t	Θ
4	0.999999989
5	0.9999999999984
6	0.9999999999999982
7	0.999999999999999958

En cálculos aproximados podemos tomar Θt igual a t para t menor de 0.7, e igual a la *unidad* para cualquier valor por encima de $t = 1.4$.

III

El principio de la deducción estadística es que estas dos proporciones - a saber, la de los Ps entre los Ms , y la de los Ps entre los Ss - son probable y aproximadamente iguales. Si, entonces, este principio justifica que infiramos el valor de la segunda proporción a partir del valor conocido de la primera, igualmente justifica que infiramos el valor de la primera a partir del de la segunda, si la primera es desconocida pero la segunda ha sido observada. De esta manera obtenemos la forma de inferencia siguiente:

FORMA V

Inducción

S', S'', S''' , etc., forman un conjunto numeroso tomado al azar de entre los Ms ;

S', S'', S''' , etc. se encuentra que son - la proporción p de ellos - Ps :

Por lo tanto, probable y aproximadamente la misma proporción, p , de los Ms son Ps .

Los siguientes son ejemplos. De un saco de café se extrae un puñado, y se encuentra que nueve de diez granos son perfectos; de donde se infiere que unos nueve decimos de todos los granos del saco son probablemente perfectos. El censo de los Estados Unidos de 1870 muestra que de los niños blancos nativos menores de un año, había 478.774 varones y 463.320 féminas; mientras que de los niños de color de la misma edad, había 75.985 varones y 76.637 féminas. Inferimos que, por lo general, hay una proporción mayor de nacimientos de féminas entre la gente de color que entre los blancos.

Cuando la proporción p es la *unidad* o *cero*, la inferencia es una inducción ordinaria; y me permito extender el término inducción a toda inferencia de este tipo, sea cual sea el valor de p . Esto es, de hecho, inferir a partir de una muestra el lote completo muestreado. Estas dos formas de inferencia, la deducción estadística y la inducción, dependen claramente del mismo principio de igualdad de las proporciones, por lo que su

validez es la misma. Sin embargo, la naturaleza de la probabilidad es muy diferente en los dos casos. En la deducción estadística, sabemos que entre la colección completa de M s la proporción de P s es p ; decimos, entonces, que los S s extraídos al azar de los M s son probablemente P s en la misma proporción, y aunque pueda ocurrir que no sea así, sin embargo, en cualquier caso, al continuar lo suficientemente con la extracción, nuestra predicción de la proporción será justificada finalmente. Por otro lado, en la inducción decimos que siendo la proporción de P s de la muestra p , probablemente haya aproximadamente la misma proporción en todo el lote; o, al menos, si ocurre que no es así, entonces, al continuar con la extracción la inferencia no estará *justificada* como en el caso anterior, sino que estará *modificada* para devenir así verdadera. La deducción, entonces, es probable en el sentido de que aunque su conclusión pueda ser falsada en un caso particular, sin embargo conclusiones parecidas (con la misma proporción p) se demostrarían, por lo general, aproximadamente verdaderas; mientras que la inducción es probable en el sentido de que aunque pueda ocurrir que dé una conclusión falsa, sin embargo en la mayoría de los casos en que se siguiera el mismo precepto de inferencia, se induciría (con el valor correcto de p) una inferencia diferente y aproximadamente verdadera.

IV

Antes de seguir adelante con el estudio de la Forma V, deseo unirla con otra forma extremadamente análoga.

A menudo hablamos de que una cosa es muy semejante a otra y, de esta manera, aplicamos una cantidad vaga a la semejanza. Incluso si las cualidades no están sujetas a una numeración exacta, podemos concebirlas como aproximadamente medibles. Podemos, entonces, medir la semejanza con una escala de números desde el cero a la unidad. Decir que S tiene una semejanza-1 con un P significará que tiene todos los caracteres de un P y, en consecuencia, es un P . Decir que tiene una semejanza -0 implicará una desemejanza total. Podremos, entonces, razonar como sigue:

FORMA II (*bis*)

La deducción probable simple en profundidad

Todo M tiene la marca simple P ;

Los S s tienen una semejanza- r con los M s:

Por lo tanto, la probabilidad de que todo S es P es r .

Sería difícil, quizás imposible, aducir un ejemplo de este tipo de inferencia, por la razón de que las *marcas simples* no nos son conocidas. Podemos, sin embargo, ilustrar la deducción probable compleja en profundidad (cuya forma general no merece la pena presentar) como sigue: «He olvidado si, en las iglesias ritualistas, se toca una campanilla cuando se alza la sagrada forma o no. Sabiendo, sin embargo, que estos servicios se asemejan de una forma decidida con los de la misa católica, pienso que no es improbable que la campanilla se utilice en las iglesias ritualistas, al igual que en las católicas».

También tendremos lo siguiente:

FORMA IV (*bis*)

La deducción estadística en profundidad

Todo M tiene, por ejemplo, las numerosas marcas P', P'', P''' , etc.

S tiene una semejanza- r con los M s:

Por lo tanto, probable y aproximadamente, S tiene la proporción r de las marcas P', P'', P''' , etc.

Por ejemplo, sabemos que los franceses y los italianos son muy semejantes en sus ideas, caracteres, temperamentos, talentos, costumbres, instituciones, etc., a la vez que también difieren muy significativamente en todos estos aspectos. Supongamos, entonces, que conozco a un muchacho que va a hacer un corto viaje por Francia e Italia; puedo predecir con confianza que entre los aspectos realmente numerosos, aunque relativamente pocos, en que podrá comparar a los dos pueblos, se encontrará aproximadamente el mismo grado de semejanza.

Pero estos modos de inferencia son claramente deductivos. Cuando $r = 1$, se reducen a *Barbara*⁵. Correspondiente a la inducción, tenemos el modo de inferencia siguiente:

⁵ Cuando $r = 0$, esta última forma resulta: « M tiene todas las marcas P ; S no tiene marca de M ; Por lo tanto, S no tiene ninguna de las marcas de P .» Cuando el universo de marcas es ilimitado (véase la nota [Nota A «On a Limited Universe of Marks»] («Sobre un universo limitado de marcas») / *Studies in Logic*, *Ob. cit.*, pp. 182-186], la única manera en que dos términos pueden no tener una marca común es al llenar juntos el universo de cosas; y, en consecuencia, esta forma resulta, entonces: « M es P ; Todo no- S es M : Por lo tanto, todo no- S es P .» Este es uno de los silogismos de De Morgan [*Formal Logic*, cap. 8]. Al poner $r = 0$ en la Forma II (*bis*) debe señalarse que, puesto que P es simple en profundidad, decir que S no es P es decir que no tiene marca de P . [Nota de Peirce]. De Morgan, Augustus. *Formal Logic: or the Calculus of Inference, Necessary and Probable*. London: Taylor and Walton, 1847. La Nota A de Peirce está incluida en el apéndice correspondiente a este capítulo.

FORMA V (*bis*)

*Hipótesis*⁶

M tiene, por ejemplo, las numerosas marcas P' , P'' , P''' , etc.

S tiene la proporción r de las marcas P' , P'' , P''' , etc.;

Por lo tanto, probable y aproximadamente, S tiene una semejanza- r con M .

De esta manera, sabemos que los antiguos constructores-de-montículos⁷ de América del Norte presentan, en todos aquellos aspectos en que hemos podido hacer la comparación, un grado limitado de semejanza con los Indios Pueblo. La inferencia es, entonces, que en todos los aspectos hay aproximadamente el mismo grado de semejanza entre estos pueblos.

Si se me permite el sentido extendido que he dado a la palabra ‘inducción’, este argumento es simplemente una inducción respecto a cualidades en vez de respecto a cosas. De hecho, P' , P'' , P''' , etc. constituyen una muestra al azar de los caracteres de M , habiéndose encontrado que la proporción r de ellos pertenecen a S . Este tipo de argumento, sin embargo, como de hecho ocurre, difiere muchísimo de la inducción, debido a la imposibilidad de contar cualidades simplemente como se cuentan las cosas individuales. Los caracteres tienen que ser sopesados más que contados. Por esto, el antimonio es gris-azulado: eso es un carácter. El bismuto es un tipo de gris-rosado; es claramente diferente en color del antimonio y, sin embargo, no tan diferente como lo son el oro, la plata, el cobre y el estaño.

Llamo *inferencia hipotética* a esta inducción de caracteres o, brevemente, *hipótesis*. Quizás no sea esta una designación muy acertada, sin embargo es difícil encontrar una mejor. El término ‘hipótesis’ tiene muchos significados distintos y bien establecidos. Entre estos está el de «una proposición de la que se está convencido porque sus consecuencias están de acuerdo con la experiencia». Este es el sentido en que Newton utilizaba la palabra cuando decía, *Hypotheses non fingo*⁸. Él quería decir que estaba meramente dando una fórmula general para los movimientos de los cuerpos celestes, pero que no se proponía remontarse a las causas de la aceleración que estos exhiben.

⁶ Véase, en el comentario a este capítulo, la rectificación que Peirce hace de lo expuesto en este epígrafe en la *Solicitud a la institución Carnegie* en 1902 (L75). Ese texto está considerado como el mejor índice del pensamiento de Peirce.

⁷ Antiguos habitantes de Norteamérica (3.400 AC – 1.500 DC).

⁸ «Yo no me invento hipótesis». Newton, «Escolio general» de los *Principia* (2:201-2). [Nota de Peirce]. Newton, Isaac. *Philosophiae Naturalis principia mathematica* (2 vols.). Editado por Thomas Le Seur y Franciscus Jacquier. Glasgow: T. T. & J. Tegg, 1833.

Las inferencias de Kepler⁹, por otro lado, eran hipótesis en este sentido; en que él indagó en las misceláneas consecuencias del supuesto de que Marte se movía en una elipse, cuyo foco era el Sol, y mostró que tanto las longitudes como las latitudes resultantes de esta teoría estaban de acuerdo con la observación. Estos dos componentes del movimiento fueron observados; el tercero, el de aproximación o regresión respecto a la Tierra, fue supuesto. Ahora bien, si en *La Forma V (bis)* ponemos $r = 1$, la inferencia es la extracción de una hipótesis en este sentido. Me tomo la libertad de extender el uso de la palabra al permitir que r tenga cualquier valor del cero a la unidad. El término no es ciertamente todo lo que se podría desear; porque la palabra hipótesis, como se utiliza ordinariamente, lleva aparejada una sugerencia de incertidumbre, y de algo que reemplazar, que no pertenece para nada al uso que yo hago de ella. Pero debemos usar el lenguaje existente lo mejor que podamos, contrapesando las razones a favor y en contra de cualquier modo de expresión, ya que ninguno es perfecto; al menos el término no es tan completamente engañoso como lo sería ‘analogía’, y con una explicación apropiada, espero, será entendido.

V

Los siguientes ejemplos ilustrarán la distinción entre la deducción estadística, la inducción y la hipótesis. Si deseara pedir una fuente de tipos expresamente para imprimir este libro, sabiendo, como sé, que en toda la escritura en inglés la letra *e* aparece más a menudo que cualquier otra letra, yo querría más *es* en mi fuente que cualesquiera otras letras. Porque lo que es verdad de todos los otros escritos en inglés, sin duda lo será de este. Esta es una deducción estadística. Pero, luego, las palabras que se utilizan en los escritos lógicos son algo peculiares y se hace mucho uso de las letras individuales. Podría, entonces, contar el número de casos de las diferentes letras en una docena de páginas del manuscrito y, de ahí, concluir las cantidades relativas de los diferentes tipos requeridos en la fuente. Eso sería una inferencia inductiva. Si, ahora, fuera a pedir la fuente y si, pasados unos días, recibiera una caja que contuviera un gran número de paquetitos de papel de tamaños muy diferentes, induciría, naturalmente, que esta era la fuente de tipos que había pedido; y esto sería la inferencia hipotética. Otro ejemplo, si cae en nuestras manos un mensaje cifrado y se encuentra que está escrito con veintiséis caracteres, uno de los cuales aparece mucho más frecuentemente que

⁹ Kepler, *De Motibus*. [Nota de Peirce]. Kepler, Johann. *Astronomia Nova AITIOΛΟΓΗΤΟΣ, seu Physica Coelestis, tradita commentariis de Motibus Stellae Martis*. Heidelberg: G. Voegelinus, 1609.

cualquiera de los otros, nos lleva a suponer instantáneamente que cada carácter representa una letra, y que el que aparece con tanta frecuencia está en lugar de la *e*. Esto también es una inferencia hipotética.

Nos vemos, así, conducidos a dividir todo el razonamiento probable en deductivo y ampliativo y, además, a dividir el razonamiento ampliativo en inducción e hipótesis. En el razonamiento deductivo, aunque la proporción predicha puede no ser la correcta en un número limitado de extracciones, sin embargo será verificada aproximadamente con un número mayor. En el razonamiento ampliativo la proporción puede no ser la correcta, porque la inferencia se base en nada más que en un número limitado de casos; pero, al aumentar la muestra la proporción cambiará hasta que llegue a ser aproximadamente la correcta. En la inducción, los casos extraídos al azar son cosas numerables; en la hipótesis son caracteres, que no son aptos de una numeración estricta, sino que tienen que ser estimados de otra manera.

Esta clasificación de la inferencia probable está conectada con una preferencia por la cópula de inclusión, frente a las utilizadas por la Srta. Ladd¹⁰ y el Sr. Mitchell¹¹. De Morgan¹² estableció ocho formas de proposiciones simples; y desde un punto de vista puramente formal ninguna de ellas tiene derecho a ser considerada más fundamental que cualquiera de las otras. Pero la lógica formal no deber ser puramente formal en exceso; debe representar un hecho de la psicología o, si no lo hace, está en peligro de degenerar en recreación matemática. La proposición categórica «Todo hombre es mortal», no es más que una modificación de la proposición hipotética, «Si humanidad, entonces mortalidad»; y, puesto que el primer concepto del que surge la lógica es que una proposición se sigue de otra, sostengo que «Si *A*, entonces *B*» debería ser adoptada como la forma típica del juicio. El tiempo fluye; y, con el tiempo, a partir de un estado de convicción (representado por las premisas de un argumento) se despliega otro (representado por su conclusión). La lógica surge de esta circunstancia, sin la cual no

¹⁰ Christine Ladd-Franklin, «On the Algebra of Logic» («Sobre el álgebra de la lógica»), publicado en *Studies in Logic*, pp. 17-71. La Srta. Ladd fue alumna de Peirce en los cursos de lógica que impartió en la Johns Hopkins.

¹¹ No habló aquí del Sr. Jevons, porque mi objeción a la cópula de identidad es de un tipo algo diferente. [Nota de Peirce]. O. H. Mitchell, «On a New algebra of Logic» («Sobre un nuevo álgebra de la lógica»), publicado en *Studies in Logic, Ob. cit.*, pp. 72-106. El Sr. Mitchell fue, también, alumno de Peirce en los cursos de lógica que impartió en la Johns Hopkins. William Stanley Jevons es un ilustre pensador y lógico inglés de la primera mitad del siglo XIX.

¹² De Morgan, «Sobre la estructura del silogismo». [Nota de Peirce]. De Morgan, Augustus. *Syllabus of a Proposed System of Logic*. London: Walton and Maberly, 1860.

podríamos aprender nada ni corregir ninguna opinión. Decir que una inferencia es correcta es decir que si las premisas son verdaderas la conclusión también es verdadera; o que todo estado posible de cosas en que las premisas debieran ser verdaderas estaría incluido entre los posibles estados de cosas en que la conclusión sería verdadera. Nos vemos, así, conducidos a la cópula de inclusión. Pero la característica principal de la relación de inclusión es que es transitiva, esto es, que lo que está incluido en algo que está incluido en cualquier otra cosa, esto mismo está incluido en esa cosa; o, que si *A* es *B* y *B* es *C*, entonces *A* es *C*. Obtenemos, de esta manera, *Bárbara* como el tipo primitivo de inferencia. Ahora bien, en *Bárbara* tenemos una *Regla*, un *Caso* de la *Regla* y la inferencia del *Resultado* de esa regla en ese caso. Por ejemplo:

Regla. Todos los seres humanos son mortales.

Caso. Enoch fue un ser humano.

Resultado. Enoch fue mortal

El conocimiento de una regla no es necesariamente consciente, sino que es de la naturaleza de un hábito, adquirido o congénito. El conocimiento de un caso es de la naturaleza general de una sensación; es decir, es algo que se presenta a la conciencia presente. El conocimiento de un resultado es de la naturaleza de una decisión para actuar de una forma particular en una ocasión dada¹³. De hecho, un silogismo en *Barbara* tiene lugar cuando irritamos la pata de una rana decapitada. La conexión entre el nervio aferente y el eferente, sea cual sea, constituye un hábito nervioso, una regla para la acción, que es el análogo fisiológico de la premisa mayor. La alteración del equilibrio ganglionar, debida a la irritación, es la forma fisiológica de aquello que, considerado psicológicamente, es una sensación; y, considerado lógicamente, es el acontecer de un caso. La descarga por el nervio eferente es la forma fisiológica de aquello que, psicológicamente, es una volición, y, lógicamente, la inferencia de un resultado. Cuando pasamos de las más bajas a las más altas formas de inervación, la equivalencia fisiológica escapa a nuestra observación; pero, psicológicamente, aún tenemos, primero, el hábito, que en su forma más alta es el entendimiento, y que corresponde a la premisa mayor de *Bárbara*; segundo, la sensación, o la conciencia presente, correspondiéndose con la premisa menor de *Bárbara*; y tercero, la volición, correspondiéndose con la conclusión del mismo modo del silogismo. Aunque estas

¹³ Véase mi escrito sobre «Cómo aclarar nuestras ideas». *Popular Science Monthly*, enero, 1878. [Nota de Peirce]. Reformulación de la denominada máxima del pragmatismo. Véase Cap. 2.3 de este *Tratado de Lógica*.

analogías, al igual que todas las generalizaciones muy amplias, pueden parecer muy caprichosas a primera vista, sin embargo cuanto más reflexione el lector acerca de ellas, estoy seguro de ello, tanto más parecerán profundamente verdaderas. Dan una significancia al sistema antiguo de la lógica formal que ninguna otra puede compartir tan completamente.

La deducción procede de la regla y el caso al resultado; es la fórmula de la volición. La inducción procede del caso y el resultado a la regla; es la fórmula de la formación de un hábito o concepto general, un proceso que, tanto psicológica como lógicamente, depende de la repetición de instancias o sensaciones. La hipótesis procede de la regla y el resultado al caso; es la fórmula de la adquisición de la sensación secundaria, un proceso por el que una concatenación confusa de predicados se lleva al orden bajo un predicado sintetizador.

Habitualmente, concebimos que la naturaleza está perpetuamente haciendo deducciones en *Barbara*. Esta es nuestra metafísica natural y antropomórfica. Concebimos que hay leyes de la naturaleza, que son sus reglas o premisas mayores. Concebimos que los casos surgen bajo estas leyes; estos casos consisten en la predicación, o el acontecer, de *causas*, que son los términos medios de los silogismos. Y, finalmente, concebimos que el acontecer de estas causas, en virtud de las leyes de la naturaleza, da como resultado los efectos que son las conclusiones de los silogismos. Al concebir la naturaleza de esta manera, concebimos que la ciencia tiene naturalmente tres tareas, 1) el descubrimiento de leyes, que se logra con la inducción; 2) el descubrimiento de causas, que se logra con la inferencia hipotética; y 3) la predicción de efectos, que se logra con la deducción. Me parece extremadamente útil el seleccionar un sistema de lógica que preservase todos estos conceptos naturales.

Puede añadirse, hablando generalmente, que no puede llegarse inductivamente a las conclusiones de la inferencia hipotética, porque sus verdades no son susceptibles de una observación directa en los casos singulares. Ni tampoco puede llegarse, con la inferencia hipotética, a las conclusiones de las inducciones, debido a sus generalidades. Por ejemplo, cualquier hecho histórico, como que Napoleón Bonaparte vivió en algún tiempo, es una hipótesis; estamos convencidos del hecho por sus efectos – quiero decir que puede observarse la tradición actual, las historias, los monumentos, etc. Pero ninguna mera generalización de hechos observados puede enseñarnos jamás que Napoleón vivió. También inferimos inductivamente que toda partícula de materia

gravita hacia toda otra. La hipótesis puede llevarnos a este resultado para cualquier par dado de partículas, pero jamás podrá mostrarnos que la ley sea universal.

VI¹⁴

Llegamos ahora a la consideración de las Reglas que tienen que seguirse para hacer inducciones e hipótesis fuertes. Estas reglas pueden ser todas reducidas a una regla única; propiamente, que la deducción estadística de la que la inducción o la hipótesis es su inversión, debe ser válida y fuerte.

Hemos visto que las inducciones y las hipótesis son inferencias, a partir de la conclusión y una premisa del silogismo estadístico, de la otra premisa. En el caso de la hipótesis, a este silogismo se le llama la *explicación*. De ahí que en uno de los ejemplos que se han utilizado antes, suponemos que el criptograma es un texto, en inglés, cifrado porque, como decimos, esto *explica* los fenómenos observados de que hay unas dos docenas de caracteres, que uno de ellos aparece con más frecuencia que el resto, especialmente al final de las palabras, etc. La explicación es,

Los escritos, en inglés, cifrados tienen ciertas peculiaridades;

Este es un simple escrito, en inglés, cifrado;

Por lo tanto, este escrito tiene necesariamente esas peculiaridades.

Esta explicación está presente a la mente del razonador, también; tanto es así que decimos, comúnmente, que la hipótesis se adopta *en virtud de* la explicación. De la inducción no decimos, en el lenguaje ordinario, que explica los fenómenos; sin embargo, la deducción estadística, de la que es su inversión, adopta, de una manera general, la misma parte que la explicación en la hipótesis. De un tonel de manzanas, que estoy pensando comprar, extraigo tres o cuatro como muestra. Si encuentro la muestra algo pocha no me pregunto, en el lenguaje ordinario «¿Por qué pasa esto?» sino «¿Cómo ha pasado esto?» Y me respondo que, probablemente, es porque la mayoría de las manzanas del tonel están en malas condiciones. La distinción entre el «¿Por qué?» de la hipótesis con el «¿Cómo?» de la inducción no es muy grande; ambas piden un silogismo estadístico, del que el hecho observado será la conclusión, las condiciones conocidas de la observación, una premisa, y la inferencia inductiva o hipotética, la otra.

¹⁴ Este primer párrafo se encuentra mal reproducido y duplicado en la edición facsimil de *Studies in Logic* hecha por Forgotten Books en 2012 a partir de la edición original de Little Brown and Company, Boston, en 1883. Afortunadamente, la versión en *W4* es muy aceptable.

A este silogismo estadístico se le puede denominar convenientemente silogismo explicativo.

Para que una inducción o una hipótesis tenga validez alguna, es requisito que el silogismo explicativo sea una deducción estadística válida. Su conclusión no debe meramente seguirse de las premisas, sino que debe seguirse de ellas de acuerdo con el principio de probabilidad. La inversión del silogismo *ordinario* no da lugar a una inducción ni a una hipótesis. El silogismo estadístico de la Forma IV es invertible, porque avanza sobre el principio de una *igualdad* aproximada entre la proporción de *Ps* en la clase completa y la proporción en una muestra bien-extraída, y porque la igualdad es una relación convertible. Pero el silogismo ordinario se basa en la propiedad de la relación de continente y contenido, y esa no es una relación convertible. Hay, sin embargo, una manera en que el silogismo ordinario puede ser convertido; propiamente, la conclusión y cualquiera de las otras dos premisas pueden ser intercambiadas al negar cada una de ellas. Esta es la forma en que las figuras indirectas, o apagógicas¹⁵, del silogismo se derivan a partir de la primera figura, y en que el *modus tollens* se deriva a partir del *modus ponens*. Estos esquemas lo muestran:

Primera figura

Regla. Todo *M* es *P*;

Caso. *S* es *M*;

Resultado. *S* es *P*.

Segunda figura.

Regla. Todo *M* es *P*;

Negación del resultado. *S* no es *P*:

Negación del caso. *S* no es *M*.

Tercera figura.

Negación del resultado. *S* no es *P*;

Caso. *S* es *M*:

Negación de la regla. Algún *M* no es *P*.

¹⁵ De ἀπαγωγή εἰς τὸν ἄδύνατον, el nombre que daba Aristóteles a las figuras que los escolásticos, luego, denominaron *reductio ad absurdum*. [Nota de Peirce].

Modus Ponens.

Regla. Si A es verdadero, C es verdadero;

Caso. En cierto caso A es verdadero:

Resultado. . . En ese caso C es verdadero.

Modus Tollens

Regla. Si A es verdadero, C es verdadero;

Negación del resultado. En un cierto caso C no es verdadero:

Negación del caso. . . En ese caso A no es verdadero.

Modus Innominatus.

Caso. En un cierto caso A es verdadero;

Negación del resultado. En ese caso C no es verdadero:

Negación de la regla. . . Si A es verdadero, C no es necesariamente verdadero.

Ahora supongamos que nos preguntamos cuál sería el resultado de invertir, de esta manera, apagógicamente una deducción estadística. Tomemos, por ejemplo, la Forma IV:

Los Ss son una muestra numerosa tomada al azar de los Ms ;

La proporción r de los Ms son Ps :

Por lo tanto, probable y aproximadamente la proporción r de los Ss son Ps .

La proporción r , como ya hemos notado, no está necesariamente definida a la perfección; puede que solo se conozca que tiene un cierto máximo o mínimo; de hecho, puede tener cualquier tipo de indeterminación. De todos los valores posibles entre el 0 y el 1, admite algunos y excluye otros. La negación lógica de la proporción r es ella misma, en consecuencia, una proporción, a la que podemos nombrar ρ ; admite todo valor que excluye r , y excluye todo valor que r admite. Trasponiendo, entonces, la premisa mayor y la conclusión de nuestra deducción estadística y, al mismo tiempo, negando ambas, obtenemos la siguiente forma invertida:

Los Ss son una muestra numerosa tomada al azar de los Ms ;

La proporción ρ de los Ss son Ps :

Por lo tanto, probable y aproximadamente la proporción ρ de los Ms son Ps ¹⁶.

¹⁶ La conclusión de la deducción estadística es considerada aquí como «la proporción r de los Ss que son Ps », y las palabras «probable y aproximadamente» como indicadoras de la modalidad con que se extrae y

Pero esta coincide con la fórmula de la inducción. De nuevo, invirtamos apagógicamente la deducción estadística de la Forma IV (*bis*). Esta forma es:

Todo M tiene, por ejemplo, las numerosas marcas P', P'', P''' , etc.

S tiene una semejanza- r con los Ms :

Por lo tanto, probable y aproximadamente, S tiene la proporción r de las marcas P', P'', P''' , etc.

Trasponiendo la premisa menor y la conclusión, negando ambas a la vez, obtenemos la forma invertida,

Todo M tiene, por ejemplo, las numerosas marcas P', P'', P''' , etc.

S tiene la proporción ρ de las marcas P', P'', P''' , etc.:

Por lo tanto, probable y aproximadamente, S tiene una semejanza- ρ con la clase de los Ms .

Esta coincide con la fórmula de la hipótesis. Así vemos que la inducción y la hipótesis no son más que las inversiones apagógicas de las deducciones estadísticas. Según esto, cuando se toma r como 1, por lo que ρ es 'menor que 1', cuando se toma r como 0, por lo que ρ es 'mayor que 1', la inducción degenera en un silogismo de la tercera figura y la hipótesis en un silogismo de la segunda. En estos casos especiales no hay mucha diferencia esencial entre el modo de razonar en las formas directa y apagógica. Pero, en general, mientras que la probabilidad de las dos formas sea precisamente la misma, en el sentido de que para cualquier proporción fija de los Ps entre los Ms (o de las marcas de Ss entre las marcas de Ms) la probabilidad de algún tipo de error dado en el valor que se concluye es precisamente el mismo en las formas directa e indirecta, sin embargo, hay una diferencia notable, que una multiplicación de las instancias, en un caso, *confirmaría* y, en el otro, *modificaría* el valor que se concluye de la proporción.

Nos vemos, así, conducidos a otra forma, para nuestra regla, de la validez de la inferencia ampliativa; propiamente, que en vez de decir que el silogismo *explicativo* debe ser una buena deducción probable, podemos decir que el silogismo del que la

se sostiene por verdadera esta conclusión. Sería igualmente verdadero considerar el «probable y aproximadamente» como formando parte de los contenidos de la conclusión; solo desde ese punto de vista la inferencia deja de ser probable, y se hace rígidamente necesaria, y su inversión apagógica es también una inferencia necesaria que no presenta ningún interés particular. [Nota de Peirce].

inducción o la hipótesis es la modificación apagógica (en el lenguaje tradicional de la lógica, la *reducción*) debe ser válido.

Las inferencias probables, aunque sean válidas, todavía pueden diferir en su fuerza. Una deducción probable tiene un mayor o menor error probable en la proporción que se concluye. Cuando r es un número definido el error probable también es definido; pero, como regla general, solo podemos asignar valores máximos y mínimos del error probable. El error probable es, de hecho,

$$0,477 \sqrt{\frac{2r(1-r)}{n}}$$

donde n es el número de instancias independientes. La misma fórmula da el error probable de una inducción o de una hipótesis; solo que, en estos casos, al ser r totalmente indeterminada, el valor mínimo es *cero*, y el máximo se obtiene al poner $r = \frac{1}{2}$.

VII

Aunque la regla que se ha dado más arriba contiene realmente todas las condiciones con las que necesitan conformarse las inducciones y las hipótesis, sin embargo, en tanto en cuanto hay muchas cuestiones delicadas respecto a la aplicación de la misma y, particularmente, puesto que tiene una naturaleza tal que una violación de la misma, si no es demasiado grande, puede no destruir absolutamente la virtud del razonamiento, aún precisa de un estudio de alguna manera más detallado de sus requisitos respecto a cada una de las premisas del argumento.

La primera premisa de una inferencia científica es que ciertas cosas (en el caso de la inducción) o ciertos caracteres (en el caso de la hipótesis) constituyen una *muestra* escogida imparcialmente de la clase de cosas o de la serie de caracteres de los que ha sido extraída.

La regla requiere que la muestra sea extraída al azar e independientemente del lote completo muestreado. Es decir, la muestra debe ser tomada según un precepto o método que, aplicado una y otra vez indefinidamente, resultará, a la larga, en la extracción de cualquier conjunto individual de instancias tan a menudo como cualquier otro conjunto del mismo número.

La necesidad de esta regla es obvia; la dificultad es saber cómo vamos a llevarla a cabo. El método habitual es el de repasar mentalmente el lote de objetos o caracteres que se va a muestrear, abstrayendo nuestra atención de sus peculiaridades, y quedándonos con este o con aquel por motivos totalmente desconectados de esas peculiaridades. Pero esta abstención de una determinación adicional de nuestra elección exige, a menudo, un esfuerzo de la voluntad que va más allá de nuestras fuerzas; y, en ese caso, podemos recurrir a un artificio mecánico. Podemos, por ejemplo, numerar todos los objetos del lote y, luego, extraer los números por medio de una ruleta, u otro instrumento parecido. Incluso podemos ir tan lejos como para decir que este método es el tipo de toda extracción al azar; porque, cuando abstraemos nuestra atención de las peculiaridades de los objetos, los psicólogos nos dicen que lo que hacemos es sustituir las imágenes de los sentidos por ciertos signos mentales, y cuando procedemos a una elección arbitraria y al azar entre estos objetos abstractos estamos gobernados por determinaciones fortuitas del sistema nervioso que, en este caso, cumple con el propósito de la ruleta.

La extracción de objetos al azar es un acto que exige honradez; y, a menudo, es bastante difícil estar seguro de que hemos tratado honradamente con nosotros mismos en este asunto, y aún más difícil estar satisfechos con la honradez de otro. Por lo tanto, se ha llegado a preferir un método de muestreo en la argumentación; propiamente, retirar de la clase que se va a muestrear todos los objetos de los que tenemos un conocimiento suficiente. Muestrear es, sin embargo, un arte real que bien merece un estudio extenso por sí mismo: ampliar esto aquí nos alejaría de nuestro propósito principal.

Mejor preguntémonos cuál será el efecto sobre la inferencia inductiva de una imperfección en el carácter estrictamente azaroso del muestreo. Supongamos que, en vez de utilizar un precepto tal de selección que cualquier M individual sería escogido, a la larga, tan a menudo como cualquier otro; utilizamos un precepto que diera preferencia a una cierta mitad de los M s, de forma que fueran extraídos con el doble de frecuencia que los demás. Si fuéramos a extraer una muestra numerosa de acuerdo con este precepto, y si llegáramos a encontrar que la proporción ρ de la muestra consistía de P s, la inferencia que nos veríamos autorizados a hacer con regularidad sería, que entre todos los M s, contando a los de la mitad preferida cada uno dos veces, la proporción ρ serían P s. Pero, dando por hecha esta inferencia inductiva regular, a partir de ella

podemos deducir por la aritmética la conclusión adicional que, contando los *Ms* uno por uno, la proporción de *Ps* entre ellos (siendo ρ mayor que $2/3$) debe encontrarse entre $3/4 \rho + 1/4$ y $3/2 \rho - 1/2$. Por esto, si más de dos tercios de las instancias extraídas utilizando el precepto falso se encontrara que eran *Ps*, estaríamos autorizados a concluir que más de la mitad de todos los *Ms* eran *Ps*. De esta manera, sin permitir distraernos con una discusión matemática, podemos fácilmente ver que, en general, una imperfección de ese tipo en el carácter azaroso del muestreo únicamente debilitará la conclusión inductiva, y hará menos determinada la proporción que se concluye, pero no destruirá necesariamente la fuerza del argumento por completo. En particular, cuando ρ se aproxime hacia el 1 o el 0, el efecto del muestreo imperfecto será muy leve.

Tampoco debemos perder de vista la tendencia constante del proceso inductivo a corregirse a sí mismo. Esto es propio de su esencia y en ello radica su prodigio. La probabilidad de su conclusión consiste únicamente en el hecho de que, si el valor verdadero de la proporción que se busca no se ha alcanzado, una extensión del proceso inductivo llevará a una aproximación mayor. Por ello, incluso aunque se puedan albergar dudas acerca de si una selección de instancias lo es al azar, sin embargo una selección diferente, hecha con un método diferente, probablemente variará respecto a la normal de una manera diferente, y si las proporciones derivadas de estas selecciones diferentes son aproximadamente iguales, se puede suponer que están cerca de la verdad. Esta consideración hace extremadamente ventajoso en todo razonamiento ampliativo reforzar un método de investigación con otro¹⁷. Aun así no debemos permitirnos confiar tanto en esta virtud de la inducción como para relajar nuestros esfuerzos en la dirección de hacer de nuestras extracciones de instancias lo más azarosas e independientes que podamos. Porque si inferimos una proporción a partir de un número de inducciones

¹⁷ Esta es la que yo concibo que es toda la verdad que hay en las doctrinas de Bacon y Mill respecto a los diferentes métodos de investigación experimental. La proposición principal de la doctrina de Bacon y Mill es que, para demostrar que todos los *Ms* son *Ps*, no solo deberíamos tomar instancias al azar de los *Ms* y examinarlas para ver que son *Ps*, sino que, también, deberíamos tomar instancias de los no-*Ps* y examinarlos para ver que son no-*Ms*. Esta es una manera excelente de reforzar una inducción con otra, cuando es aplicable; pero es por completo inaplicable cuando r tiene cualquier otro valor distinto del 1 o el 0. Porque, en general, no hay conexión entre la proporción de *Ms* que son *Ps* y la proporción de no-*Ps* que son no-*Ms*. Una muy pequeña proporción de terneros pueden ser monstruosidades y, sin embargo, una proporción muy grande de monstruosidades pueden ser terneros. [*Nota de Peirce*]. Véase Francis Bacon, *Novum Organum*, XI-XII; y J. S. Mill, *System of Logic*, libro 3, cap. 8, §4). . [*Nota de los editores*]. Bacon, Francis. *Novum Organum; or, True Suggestions for the Interpretation of Nature*. Traducido por Andrew Johnson. London: Bell and Daldy, 1859. Mill, John Stuart. *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive: Being a Connected view of the Principles of Evidence, and the Methods of Scientific Investigation* (2 vols.). London: Longmans, Green & Co., 1865.

diferentes, la magnitud de su error probable dependerá muchísimo más de la peor inducción que utilicemos que de la mejor.

Hasta ahora hemos supuesto que, aunque la selección de instancias no sea exactamente regular, sin embargo el precepto seguido es tal que toda unidad del lote será extraída eventualmente. Pero muy a menudo es impracticable extraer así nuestras instancias, por la razón de que una parte del lote que se muestrea es absolutamente inaccesible a nuestras facultades de observación. Si queremos saber si será rentable abrir una mina, muestreemos la mena; pero en avance de nuestras operaciones mineras, solo podemos obtener la mena que está próxima a la superficie. Entonces, la simple inducción carece de valor, y se debe recurrir a otro método. Supongamos que deseamos hacer una inducción respecto a una serie de acontecimientos que se extienden desde el pasado distante hasta el futuro distante; solo aquellos acontecimientos de la serie que ocurren dentro del período de tiempo en el que se extiende la historia disponible pueden ser tomados como instancias. Dentro de ese período podemos encontrar que los acontecimientos de la clase en cuestión presentan algún carácter uniforme, sin embargo, ¿cómo sabemos que esta uniformidad no se estableció súbitamente un poco antes de que la historia comenzase, o que no se interrumpirá súbitamente un poco después de que termine? Ahora bien, si la uniformidad observada consiste (1) en una mera semejanza entre todos los fenómenos, o (2) en que consistan de una mezcla desordenada de dos tipos en una cierta proporción constante, o (3) en que el carácter de los acontecimientos sea una función matemática del tiempo en que ocurren, - en cualquiera de estos casos podemos utilizar una apagoge a partir de la siguiente deducción probable:

Dentro del período de tiempo M ; ocurre un cierto acontecimiento P ;

S es un período de tiempo tomado al azar de M , y más de la mitad de largo:

Por lo tanto, probablemente el acontecimiento P ocurrirá dentro del tiempo S .

Invirtiendo esta deducción, tenemos la siguiente inferencia ampliativa:

S es un período de tiempo tomado al azar de M , y más de la mitad de largo;

El acontecimiento P no ocurre en el tiempo S :

Por lo tanto, probablemente el acontecimiento P no ocurre en el período M .

La probabilidad de la conclusión consiste en esto, que aquí seguimos un precepto de inferencia, el cual, si es aplicado muy a menudo, nos conducirá correctamente en más de la mitad de las ocasiones. Un razonamiento análogo se aplicaría obviamente a

cualquier porción de un continuo unidimensional, que puede ser similar a períodos de tiempo. Este es un tipo de lógica que los físicos aplican a menudo en lo que se llama *extrapolación* de una ley empírica. Comparado con una inducción típica, es obviamente un tipo de inferencia excesivamente débil. Aunque indispensable en prácticamente toda rama de la ciencia, no conduce a ninguna conclusión sólida respecto a lo que está alejado del campo de la percepción directa, a menos que se vea auxiliado de varias maneras a las que tendremos ocasión de referirnos más adelante.

Consideremos ahora otra clase de dificultades respecto a la regla de que las muestras deben extraerse al azar e independientemente. En primer lugar, ¿qué ocurre si el lote a muestrear es infinito en número? ¿En qué sentido puede tomarse una muestra al azar de un lote como ese? Una muestra al azar es aquella que se toma de acuerdo con un método que, a la larga, extraería cualquier objeto tan a menudo como cualquier otro. ¿En qué sentido puede hacerse una extracción tal de una clase infinita? La respuesta no está lejos en la búsqueda. Concibamos un disco de cartón girando en su propio plano en torno a su centro, y equilibrado muy exactamente, de forma que cuando se pone a rotar debería llegar a pararse aproximadamente¹⁸ tanto en cualquier posición única como en cualquier otra; y que un puntero fijo indique una posición en el disco: el número de puntos en la circunferencia es infinito, y al rotar el disco repetidamente el puntero nos permite hacer una selección a partir de este número infinito. Esto meramente significa que, aunque los puntos son innumerables, sin embargo hay un cierto orden entre ellos que nos capacita para recorrerlos, y seleccionarlos, como lo haríamos con una colección muy numerosa. En tal caso, y no en ningún otro, puede muestrearse un lote infinito. Pero sería igualmente verdadero decir que un lote finito puede muestrearse solo con la condición de que puede ser considerado como equivalente a un lote infinito. Porque el muestreo al azar de una clase finita supone la posibilidad de extraer un objeto, de retornarlo, y de continuar este proceso indefinidamente; de forma que lo que realmente se muestrea no es la colección finita de cosas, sino el número ilimitado de extracciones posibles.

Pero, aunque no hay de esta manera ninguna dificultad insuperable en el muestreo de un lote infinito, sin embargo debe recordarse que la conclusión del razonamiento inductivo consiste únicamente en la evaluación aproximada de una *proporción*, de

¹⁸ Digo *aproximadamente*, porque la doctrina de la probabilidad trata únicamente con evaluaciones aproximadas. [Nota de Peirce].

forma que no nos podrá autorizar nunca a concluir que en un lote infinito muestreado no exista ninguna única excepción a una regla. Aunque se encuentre que todos los planetas gravitan los unos hacia los otros, esto no proporciona la más leve razón directa para negar que, entre los innumerables orbes del cielo no pueda haber algunos que no ejerzan esa fuerza. Aunque en ningún punto del espacio en el que hemos estado hasta ahora no hemos encontrado posibilidad alguna de movimiento en una cuarta dimensión, sin embargo esto no tiende a mostrar que (por la inducción simple, al menos) el espacio no tenga absolutamente sino tres dimensiones. Aunque todos los cuerpos que hemos tenido la oportunidad de examinar parecen obedecer la ley de la inercia, esto no demuestra que los átomos y sus partículas están sujetos a la misma ley. Tales conclusiones deben alcanzarse, si se alcanzan en absoluto, de alguna otra manera distinta de la inducción simple. Esto último puede mostrar que, en mi tiempo de vida o en el tuyo, es improbable que se encuentren cosas tan extraordinarias, pero no lo asegura al extender la predicción a un futuro indefinido. Y la experiencia muestra que no es seguro predecir que *nunca* nos encontraremos con tal y tal hecho.

Si las diferentes instancias del lote muestreado fueran extraídas independientemente, como requiere la regla, entonces el hecho de que una instancia haya sido extraída una vez no debe prevenir que sea extraída de nuevo. Es verdad que si los objetos que quedan por escoger son mucho más numerosos que los que se han seleccionado, no supone prácticamente ninguna diferencia si tienen una oportunidad de ser extraídos de nuevo o no, puesto que esa oportunidad es, en cualquier caso, muy pequeña. La probabilidad es por completo un asunto de aproximación, y no, en absoluto, de medida exacta; de forma que cuando la clase muestreada es muy grande, no hay necesidad de considerar si los objetos pueden ser extraídos más de una vez o no. Pero en lo que se conoce como el *razonamiento por analogía*, la clase muestreada es pequeña, y no se extrae ninguna instancia dos veces. Por ejemplo: sabemos que, de los planetas principales, la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno giran en torno a sus ejes, y concluimos que los cuatro restantes, Mercurio, Venus, Urano y Neptuno probablemente hacen lo mismo. Esto es esencialmente diferente de una inferencia a partir de lo que se ha encontrado en las extracciones hechas hasta ahora, de lo que se encontrará en numerosas extracciones indefinidas que se hagan después de ahora. Nuestras premisas aquí son que la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno son una muestra al azar de la clase natural de los planetas principales, una clase que, aunque (en la medida que sabemos) es muy pequeña, sin

embargo *puede* ser muy extensa, incluyendo todo aquello que puede girar en una órbita circular en torno a un gran Sol, es prácticamente esférico, brilla con una luz reflejada, es muy grande, etc. Ahora bien, los ejemplos de planetas principales que podemos examinar giran todos en torno a sus ejes; por lo que suponemos que Mercurio, Venus, Urano y Neptuno, puesto que poseen, hasta ahora, todas las propiedades comunes a la clase natural a la que pertenecen la Tierra, Marte, Júpiter y Saturno, poseen igualmente esta propiedad. Los puntos que deben observarse son, primero, que cualquier clase pequeña de cosas puede considerarse como una mera muestra de una clase grande, actual o posible, que tenga las mismas propiedades y esté sujeta a las mismas condiciones; segundo, que mientras que no conocemos cuáles sean todas esas propiedades y condiciones, conocemos algunas de ellas, y que algunas pueden considerarse como una muestra al azar de todas ellas; tercero, que una selección al azar, sin reemplazo a partir de una clase pequeña, puede considerarse como una selección verdadera de la clase infinita de la que esta clase finita es una selección al azar. La fórmula de la inferencia analógica presenta, en consecuencia, tres premisas, así:

S', S'', S''' son una muestra al azar de alguna clase indefinida X , de cuyos caracteres P', P'', P''' son muestras.

Q es P', P'', P''' .

S', S'', S''' , son R s.

Por lo tanto, Q es un R .

Aquí tenemos, evidentemente, una inducción y una hipótesis seguidas por una deducción; así,

Todo X es, por ejemplo, P', P'', P''' , etc.

S', S'', S''' , etc., son muestras de los X s.

Se encuentra que Q es P', P'', P''' , etc.

S', S'', S''' , etc., se encuentra que son R s.

Por lo tanto, hipotéticamente, Q es un X .

Por lo tanto, inductivamente, todo X es un R .

Por lo tanto, deductivamente, Q es un R ¹⁹.

¹⁹ Puede mostrarse con la teoría de las probabilidades que este es realmente un análisis correcto del razonamiento. Porque la expresión $(p + q)! / p! q! \cdot (\pi + \rho)! / \pi! \rho! \cdot (p + \pi)! (q + \rho)! / (p + \pi + q + \rho)!$ expresa, a la vez, la probabilidad de dos acontecimientos; particularmente, primero, expresa la probabilidad de que de $p + q$ objetos extraídos sin reemplazo de un lote que consiste de $p + \pi$ objetos que tienen el carácter R junto con los $q + \rho$ que no tienen este carácter, el número de los extraídos que tienen este carácter será p ; y, segundo, la misma expresión denota la probabilidad de que si entre los objetos $p + \pi + q + \rho$ extraídos al azar de una clase infinita (sin importar la proporción de R s respecto a no- R s que contiene), ocurre que los $p + \pi$ tienen el carácter R , entonces entre cualquier $p + q$ de ellos, designado al azar, p tendrá el mismo carácter. De esta manera vemos que las probabilidades con referencia a la extracción sin reemplazo de una clase finita son precisamente las mismas que aquellas con referencia a una clase que ha sido extraída al azar de una clase infinita. [Nota de Peirce].

Un argumento a partir de la analogía puede reforzarse con la adición a las premisas de una instancia tras otra, hasta que este pierde su carácter ampliativo con el agotamiento de la clase y deviene una mera deducción del tipo llamado *inducción completa*, en la que, sin embargo, se conserva alguna sombra del carácter inductivo, como implica este nombre.

VIII

Tomemos a cualquier ser humano, al azar, pongamos la reina Isabel. Ahora bien, un poco más de la mitad de todos los seres humanos que han existido hasta ahora han sido varones; pero de ello no se sigue que sea un poco más probable que la reina Isabel no fuera un varón, puesto que sabemos que era una mujer. Ni tampoco, si hubiéramos seleccionado a Julio Cesar, sería solo un poco más probable que él fuera un varón. Es verdad que si fuéramos a seguir extrayendo al azar un número indefinido de instancias de seres humanos, un ligero exceso sobre la mitad serían varones. Pero aquello que constituye la probabilidad de una inferencia es la proporción de conclusiones verdaderas entre todas aquellas que pudieran derivarse *del mismo precepto*. Ahora bien, un precepto de inferencia, siendo una regla que la mente debe seguir, cambia su carácter y deviene diferente cuando el caso que se presenta a la mente es esencialmente diferente. Cuando, conociendo que la proporción r de todos los M s son P s, extraigo una instancia, S , de un M , sin ningún otro conocimiento de si es un P o no, e infiero con probabilidad r que es P , el caso que se presenta a mi mente es muy diferente del que es si tengo otro conocimiento tal. En resumen, no puedo hacer una inferencia probable válida sin tener en cuenta todo el conocimiento que tengo (o, al menos, todo lo que se le ocurra a mi mente) que sea relevante para la cuestión.

Se puede aplicar el mismo principio a la deducción estadística de la Forma IV. Si la premisa mayor, que la proporción r de los M s son P s, se pone la primera, antes de que las instancias de M s sean extraídas, realmente extraemos nuestra inferencia respecto a esas instancias (que la proporción r de ellas serán P s) antes de la extracción y, en consecuencia, antes de que sepamos si son P s o no. Pero si extraemos las instancias de los M s primero, y tras examinarlas decidimos qué seleccionaremos como predicado de nuestra premisa mayor, la inferencia será, por lo general, completamente falaz. En resumen, tenemos la regla de que el término mayor P debe decidirse antes del examen de la muestra; y de la misma manera, en la Forma IV (*bis*) el término menor S debe decidirse antes de la extracción.

La misma regla nos sigue en la lógica de la inducción y de la hipótesis. Si al muestrear una clase cualquiera, digamos los *Ms*, primero decidimos cuál es el carácter *P* para el que nos proponemos muestrear esa clase y, también, cuántas instancias nos proponemos extraer, nuestra inferencia está hecha realmente antes de que estas sean extraídas, que la proporción de *Ps* en la clase completa es probable y aproximadamente la misma que entre las instancias que van a ser extraídas, y lo único que tenemos que hacer es extraerlas y observar la proporción. Pero supongamos que fuéramos a extraer nuestras inferencias sin la predesignación del carácter *P*; entonces puede que encontremos, en todos y cada uno de los casos, algún carácter recóndito en el que todas esas instancias estarían de acuerdo. Que, con el ejercicio de una ingenuidad suficiente, estuviéramos seguros de poder hacer esto, incluso si ningún otro objeto singular de la clase *M* poseyera ese carácter, es materia de demostración. Porque en geometría se puede trazar una curva por cualquier serie de puntos dada, sin pasar por ninguno de otra serie de puntos dada, y esto independientemente del número de las dimensiones. Ahora bien, todas las cualidades de los objetos puede concebirse que resultan de las variaciones de un número de variables continuas; por ello, cualquier lote de objetos posee algún carácter en común, que no posee ningún otro. Es verdad que si el universo de la cualidad es limitado, esto no es completamente verdadero; pero sigue siendo verdad que, a menos que tengamos alguna premisa especial a partir de la cual inferir lo contrario, siempre *puede que sea* posible asignar algún carácter común de las instancias *S'*, *S''*, *S'''*, etc., extraídas al azar de entre los *Ms*, que no pertenezca, por lo general, a los *Ms*. De manera que si el carácter *P* no estuviera pre-designado, la deducción, de la que nuestra inducción es la inversión apagógica, no sería válida; es decir, no podríamos razonar que si los *Ms* no poseyeran, por lo general, el carácter *P*, no sería probable que los *Ss* tuvieran todos ese carácter.

Tomo de un diccionario biográfico²⁰ los primeros cinco nombres de poetas, con su edad de fallecimiento. Son,

Aagard, falleció a los 48.
 Abeille, falleció a los 76.
 Abulola, falleció a los 84.
 Abunowas, falleció a los 48.
 Accords, falleció a los 45.

²⁰ [Wheeler], *A Brief Biographical Dictionary*. De Charles Hole y William A. Wheeler. New York: Hurd & Houghton, 1866.

Estas cinco edades tienen los siguientes caracteres en común:

1. La diferencia de los dos dígitos que componen el número, dividida entre tres, deja un resto de *uno*.
2. El primer dígito elevado a la potencia indicada por el segundo y, luego, dividido entre tres, deja un resto de *uno*.
3. La suma de los factores primos de cada edad, incluyendo *uno* como factor primo, es divisible entre *tres*.

Sin embargo, no hay la más mínima razón para creer que la edad del siguiente poeta poseería estos caracteres.

Aquí tenemos una *conditio sine quâ non* de la inducción válida que ha sido singularmente obviada por los que han tratado de la lógica del tema, y es muy frecuentemente violada por los que hacen inducciones. Un razonador tan logrado como el Dr. Lyon Playfair²¹, por ejemplo, ha escrito un ensayo del que lo siguiente es un resumen. Primero toma los pesos específicos de las tres formas alotrópicas del carbono, como sigue:

Diamante,	3,48
Grafito,	2,29
Carbón de leña,	1,88

Ahora espera encontrar una uniformidad que conecte estas tres instancias; y descubre que siendo el peso atómico del carbono, 12,

Peso específico del diamante, aproximadamente	= 3,46	= $\sqrt[2]{12}$
Peso específico del grafito	= 2,29	= $\sqrt[3]{12}$
Peso específico del carbón de leña	= 1,86	= $\sqrt[4]{12}$

Esto, piensa él, hace probable que los pesos específicos de las formas alotrópicas de otros elementos, si los conociéramos, fueran encontrados iguales a las diferentes raíces de sus pesos atómicos. Pero hasta ahora, no habiéndose pre-designado el carácter en que están de acuerdo las instancias, la inducción solo puede servir para sugerir una pregunta,

²¹ Véase Lyon Playfair, «Note on the Numerical Relations», pp. 2 y 18. No deja de ser irónico que el término compuesto inglés ‘play-fair’ signifique, en español, *juega-limpio*. Playfair, Lyon. «Note on the Numerical Relations between the Specific Gravities of the Diamond, Graphite, and Charcoal Forms of Carbon and its Atomic Weight». *Chemical News* 2 (1880): 1-3, 18.

y no debería crear una convicción de ningún tipo. Para poner a prueba la ley propuesta, él selecciona la instancia de la sílice, que como el carbono existe en condiciones de diamante y de grafito. Encuentra para sus pesos específicos:

Sílice de diamante,	2,47
Sílice de grafito,	2,33 ²²

Ahora bien, el peso atómico de la sílice, siendo 12 el del carbono, solo puede ser tomado como 28. Pero 2,47 no se aproxima a ninguna raíz de 28. Es, sin embargo, aproximadamente la raíz cúbica de 14 ($\sqrt[3]{1/2} \times 28 = 2,41$), mientras que 2,33 es aproximadamente la raíz cuarta de 28 ($\sqrt[4]{28} = 2,30$). El Dr. Playfair reivindica que la sílice es una instancia que satisface su fórmula. Pero, de hecho, esta instancia requiere que la fórmula se modifique; y no estando pre-designada la modificación, la instancia no puede contar. El boro también existe en formas de diamante de grafito; y, en consecuencia, el Dr. Playfair lo adopta como su ejemplo siguiente. Su peso atómico es 10,9, y su peso específico es 2,68; que es la raíz cuadrada de $2/3 \times 10,9$. Parece haber aquí una modificación adicional de la fórmula no pre-designada y, en consecuencia, difícilmente se puede reconocer esta instancia como confirmatoria. Las instancias siguientes que se le ocurrirían a la mente de cualquier químico serían el fósforo y el azufre, que existen en formas alotrópicas conocidas familiarmente. El Dr. Playfair admite que los pesos específicos del fósforo no tienen relaciones con sus pesos atómicos en absoluto análogas a las del carbono. Las diferentes formas de azufre tienen aproximadamente el mismo peso específico, siendo aproximadamente la raíz quinta de su peso atómico, 32. El selenio también tiene dos formas alotrópicas, cuyos pesos específicos son 4,8 y 4,3; uno de ellos sigue la ley, mientras que el otro no. Con el telurio, la ley falla por completo; pero se sostiene con el bromo y el yodo. Así que el número de pesos específicos para los que la ley estaba pre-designada son 8; específicamente, 2 para el fósforo, 1 para el azufre, 2 para el selenio, 1 para el telurio, 1 para el bromo y 1 para el yodo. La ley se sostiene con 4 de ellos, y la inferencia apropiada es que aproximadamente la mitad de los pesos específicos de los metaloides son raíces de alguna proporción simple de sus pesos atómicos.

²² El autor debería haberse dado cuenta de que este número está expuesto a alguna duda, porque el peso específico de esta forma de sílice parece variar mucho. Si un valor diferente hubiera convenido mejor a la teoría, él podría haber sido capaz de encontrar razones para preferir ese otro valor. Pero no quiero implicar que el Dr. Playfair no ha tratado sus hechos con perfecta imparcialidad, con la excepción de la falacia que señalo. [*Nota de Peirce*].

Habiendo determinado así esta proporción, procedemos a inquirir si un acuerdo de la mitad de las ocasiones con la fórmula constituye algún tipo de conexión especial entre el peso específico y el peso atómico de un metaloide. Como prueba de esto, organicemos los elementos por el orden de sus pesos atómicos, y comparemos el peso específico del primero con el peso atómico del último, el del segundo con el peso atómico del penúltimo y así en adelante. Los pesos atómicos son:

Boro,	10,9	Telurio,	128,1
Carbono,	12,0	Yodo,	126,9
Sílice,	28,0	Bromo,	80,0
Fósforo,	31,0	Selenio,	79,1
Azufre,	32		

Hay tres pesos específicos dados para el carbono, y dos para la sílice, el fósforo y el selenio. La cuestión, en consecuencia, es si de los 14 pesos específicos hay al menos siete en la relación con los pesos atómicos de Playfair; no del mismo elemento, sino del que va emparejado a él. Ahora bien, tomando la fórmula original de Playfair encontramos

Peso específico	boro	= 2,68	$^5\sqrt{\text{Te}} = 2,64$
3 ^{er} Peso específico	carbono	= 1,88	$^5\sqrt{\text{I}} = 1,84$
2 ^o Peso específico	carbono	= 2,29	$^6\sqrt{\text{I}} = 2,24$
1 ^{er} Peso específico	fósforo	= 1,83	$^7\sqrt{\text{Se}} = 1,87$
2 ^o Peso específico	fósforo	= 2,10	$^6\sqrt{\text{Se}} = 2,07$

o cinco relaciones parecidas sin contar la del azufre consigo mismo. A continuación, con la modificación que introduce Playfair, tenemos

1 ^{er} Peso específico	sílice	= 2,47	$^4\sqrt{1/2} \times \text{Br} = 2,51$
2 ^o Peso específico	sílice	= 2,33	$^6\sqrt{2} \times \text{Br} = 2,33$
Peso específico	yodo	= 4,95	$^2\sqrt{2} \times \text{C} = 4,90$
1 ^{er} Peso específico	carbono	= 3,48	$^3\sqrt{1/3} \times \text{I} = 3,48$

De esta manera parece que no hay ningún acuerdo frecuente en la ley que propone Playfair, salvo el debido al azar²³.

²³ Puesto que las relaciones de las diferentes potencias del peso específico serían completamente diferentes si cualquier otra sustancia excepto el agua fuera asumida como norma, la ley es por adelantado

Otro ejemplo de esta falacia fue la *ley de Bode*²⁴ respecto a las distancias relativas de los planetas, que fue frustrada por el primer descubrimiento de un planeta verdadero tras su enunciación. De hecho, este tipo falso de inducción es extremadamente común en la ciencia y la medicina²⁵. En el caso de la hipótesis, la regla correcta ha sido sostenida a menudo; específicamente, que una hipótesis solo puede ser aceptada sobre la base de haber sido *verificada* por medio de *predicciones* acertadas. El término *pre-designación* utilizado en este capítulo parece ser más exacto, en la medida en que no es para nada un requisito que la proporción ρ se diera por adelantado del examen de las muestras. Sin embargo, puesto que ρ es igual a 1 en todas las hipótesis ordinarias, no puede caber duda de que la regla de predicción, en cuanto a su alcance, coincide con lo que se sostiene aquí.

Tenemos que considerar, ahora, una importante modificación de la regla. Supongamos que, antes de muestrear una clase de objetos, no hemos pre-designado ningún carácter singular sino n caracteres, para los que proponemos examinar las muestras. Esto es equivalente a hacer n inducciones diferentes a partir de las mismas instancias. El error probable en este caso es aquel error cuya probabilidad para una inducción simple es solo de $(1/2)^n$, y la teoría de probabilidades muestra que aumenta muy lentamente con n ; de hecho, para $n = 1000$ es solo unas cinco veces mayor que para $n = 1$, por lo que con solo 25 veces el número de instancias la inferencia sería tan segura para el primer valor de n como para el último; con 100 veces el número de instancias una inducción en la que $n = 10.000.000.000$ sería igualmente segura. Ahora bien, el universo completo de caracteres no contendría nunca un número tal como el último; y lo mismo puede decirse del universo de objetos en el caso de la hipótesis. Por lo que, sin ninguna pre-designación voluntaria, las limitaciones de nuestra imaginación y de nuestra experiencia equivalen a una pre-designación holgada dentro de esos límites; y así vemos que si el número de instancias fuera, de hecho, muy grande, el no poder pre-designar no es una falta importante. De caracteres del todo sorprendentes, o de objetos del todo familiares, el número raramente alcanzará 1.000; y de caracteres

improbable en el más alto grado. Esto hace probable que se cometiera alguna falacia, pero no muestra cuál fuera. [Nota de Peirce].

²⁴ Conocida como la ley de distancias planetarias de Titius-Bode. El descubrimiento de Neptuno refutó esta ley.

²⁵ Los médicos parecen emplear la máxima de que no puedes razonar de *post hoc* a *propter hoc* para significar (muy oscuramente) que no se deben utilizar los casos para demostrar una proposición que únicamente ha sido sugerida por estos casos mismos. [Nota de Peirce].

muy sorprendentes o de objetos muy familiares el número es aún menor. Por lo que si se encuentra que un gran número de muestras de una clase tienen algún carácter muy sorprendente en común, o si se encuentra que un objeto muy familiar posee un gran número de caracteres de otro objeto, no debemos dudar de inferir, en el primer caso, que los mismos caracteres pertenecen a la clase completa o, en el segundo caso, que los dos objetos son prácticamente idénticos; recordando solamente que la inferencia es menos digna de confianza de lo que lo sería si se hubiera hecho una pre-designación deliberada. Este es, sin duda, el significado preciso de la regla que a veces sostenemos, que una hipótesis debiera ser *simple*, tomando aquí simple en el sentido de familiar.

Esta modificación de la regla muestra que, incluso en ausencia de una pre-designación voluntaria, debe asignarse *algún* leve peso a una inducción o a una hipótesis. Y, quizás, cuando el número de instancias no es muy pequeño, sea suficiente tomarse la molestia de someter la inferencia a una prueba normal. Pero nuestra tendencia natural será la de asignar demasiada importancia a tales sugerencias, y evitaremos perder el tiempo al ignorarlas hasta que se presente alguna plausibilidad más fuerte.

IX

En prácticamente todos los casos en que hacemos una inducción o una hipótesis, tenemos algún conocimiento que hace a nuestra conclusión previamente probable o improbable. El efecto de tal conocimiento es muy obvio, y no necesita comentario. Pero lo que, también, ocurre muy a menudo, es que tenemos algún conocimiento, que, aunque no repercuta, él mismo, en la conclusión del argumento científico, sin embargo sirve para rendir más o menos probable nuestra inferencia o, incluso, para alterar los términos de la misma. Supongamos, por ejemplo, que conocemos previamente que todos los *Ms* se asemejan con fuerza unos con otros respecto a caracteres de un determinado orden. Entonces, si encontramos que un número moderado de *Ms* tomados al azar tienen un determinado carácter, *P*, de ese orden, asociaremos un peso mayor a la inducción que el que asociaríamos si no tuviéramos ese conocimiento previo. De esta forma, si encontramos que una determinada muestra de oro tiene un determinado carácter químico - puesto que tenemos razones muy fuertes para creer que todo oro es parecido en sus caracteres químicos, no tendremos dudas al extender la proposición sobre esta muestra al oro en general. O si conocemos que entre determinadas gentes - pongamos, los islandeses - prevalece una extrema uniformidad respecto a todas sus

ideas, entonces, si encontramos que dos o tres individuos tomados al azar de entre ellos tienen todos cualquier superstición particular, estaremos más que dispuestos a inferir que pertenece a toda esta gente por lo que sabemos de su uniformidad. Filodemo²⁶ insistió con fuerza en la influencia de este tipo de uniformidad sobre las conclusiones inductivas, y se pueden extraer algunos conceptos muy exactos respecto a esto de los escritos del Sr. Galton²⁷. De nuevo, supongamos que conocemos un cierto carácter, *P*, que se encuentra de algún modo en cualesquiera clases de una determinada descripción, a las que pertenece, habitualmente, como un carácter universal; entonces, cualquier inducción que vaya en la dirección de mostrar que todos los *Ms* son *P* se verá reforzada en gran medida. De esta manera, es suficiente encontrar que dos o tres individuos tomados al azar de un género de animales tienen tres dedos en cada pie, para probar que esto mismo es verdadero de todo el género; porque conocemos que este es un carácter *genérico*. Por otra parte, tardaremos en inferir que todos los animales de un género tienen el mismo color, porque el color varía en casi todos los géneros. Este tipo de uniformidad²⁸ le pareció a J. S. Mill que tenía una influencia tan determinante sobre las inducciones que lo adoptó como el centro del conjunto de su teoría sobre el tema.

Consideraciones análogas modifican nuestras inferencias hipotéticas. La visión de dos o tres palabras será suficiente para convencerme de que un determinado manuscrito fue escrito por mí, porque conozco que una apariencia determinada les es peculiar. De esta manera, un químico analítico, que desea saber si una solución contiene oro estará completamente satisfecho si da un precipitado de púrpura de casio con clorato de estaño; porque esto demuestra que o bien oro, o bien otra sustancia desconocida hasta ahora, está presente. Estos son ejemplos de pruebas características. De nuevo, podemos conocer de una persona determinada que, cualesquiera opiniones que sostenga, las sigue con rigor inflexible hasta sus últimas conclusiones lógicas; entonces, si encontramos que sus puntos de vista llevan alguna de las marcas de cualquier escuela de pensamiento radical, rápidamente concluiremos que pertenece por completo a esa escuela.

²⁶ La referencia es a Filodemo de Gadara, *Sobre los métodos de inferencia*, donde defendía los métodos empíricos de los epicúreos frente a los de los estoicos. Philodemus Gadara. *Über Induktionsschlüsse nach der Oxforder und Neapolitaner Abschrift*. Editado por Theodor Gomperz, Leipzig: B G. Teubner, 1865.

²⁷ Sir Francis Galton (1822-1911), multidisciplinar científico británico. Peirce se refiere aquí a sus escritos acerca de los métodos estadísticos de investigación de los fenómenos mentales y sus diferencias en los individuos, influidos por Darwin.

²⁸ J. S. Mill, *System of Logic*, libro 3, cap. 3. *Ob. cit.*

Por lo que hay cuatro tipos diferentes de uniformidad y no-uniformidad que pueden influenciar nuestras inferencias ampliativas:

1. Los miembros de una clase pueden presentar una mayor o menor semejanza general respecto a una determinada línea de caracteres.
2. Un carácter puede tener una mayor o menor tendencia a estar presente o ausente en la totalidad de cualesquiera clases de determinados tipos.
3. Un determinado conjunto de caracteres puede estar más o menos íntimamente conectado, de forma que puede estar probablemente o bien presente o bien ausente a la vez en determinado tipo de objetos.
4. Un objeto puede tener más o menos tendencia a poseer la totalidad de determinados conjuntos de caracteres cuando posee cualquiera de ellos.

Una consideración de este tipo puede tener tanta fuerza como para equivaler a una demostración de la conclusión. En este caso, la inferencia es una mera deducción, esto es, la aplicación de una regla general ya establecida. En otros casos, la consideración de uniformidades no destruirá por completo el carácter inductivo o hipotético de la inferencia, sino que únicamente la reforzará o la debilitará con la adición de un nuevo argumento de un tipo deductivo.

X

Así hemos visto cómo, de una manera general, los procesos de las inferencias inductiva e hipotética pueden aportar respuestas a nuestras preguntas, aunque estas puedan referirse a cuestiones más allá de nuestro alcance inmediato. En resumen, se ha esbozado una teoría de la lógica de la verificación. Esta teoría tendrá que encontrarse con las objeciones de dos escuelas de lógica.

La primera de estas explica la inducción por medio de lo que se denomina la doctrina de las probabilidades inversas, de la que lo siguiente es un ejemplo: supongamos que un antiguo habitante de la costa mediterránea, que nunca ha oído hablar de las mareas, se encaminase a la costa del Océano Atlántico, y allí, en un determinado número m de días sucesivos hubiera presenciado la elevación del mar. Entonces, dice Quetelet²⁹, habría

²⁹ Adolphe Quételet (1796-1874), multidisciplinar investigador belga. Más conocido por introducir los métodos estadísticos en las ciencias sociales. En sus *Lettres sur la theorie des probabilités* (p. 18) da un ejemplo parecido de la probabilidad de un futuro suceso de un evento ya observado. Quételet, Adolphe. *Lettres sur la theorie des probabilités appliqué aux sciences morales et politiques*. Bruxelles: H. Hayez, 1846.

estado autorizado a concluir que había una probabilidad igual a $m + 1/m + 2$ de que el mar se elevase al día siguiente³⁰. Poniendo $m = 0$, se ve que esta opinión asume que la probabilidad de un acontecimiento totalmente desconocido es de $1/2$; o que de todas las teorías propuestas para examen la mitad son verdaderas. De hecho, conocemos que, aunque las teorías no se proponen a menos que presenten alguna plausibilidad incontestable, no más de la mitad resultan verdaderas. Pero para aplicar correctamente la doctrina de las probabilidades inversas, es necesario conocer la probabilidad previa del acontecimiento cuya probabilidad está en cuestión. Ahora bien, en la hipótesis, o en la inducción puras, no conocemos nada acerca de la conclusión por adelantado de la inferencia con la que estamos tratando. La mera ignorancia, sin embargo, no puede hacernos avanzar hacia ningún tipo de conocimiento; en consecuencia, es imposible que la teoría de las probabilidades inversas diera correctamente un valor para la probabilidad de una conclusión hipotética o inductiva pura. Porque no puede hacer esto sin asignar a esta conclusión una probabilidad previa; por lo que si esta probabilidad previa representa la mera ignorancia (la cual nunca nos ayuda), no puede hacerlo de ninguna manera.

El principio que, habitualmente, asumen aquellos que buscan reducir el razonamiento inductivo a un problema de probabilidades inversas es que si no se conoce nada acerca de la frecuencia del suceso de un acontecimiento, entonces cualquier frecuencia es tan probable como cualquier otra. Pero Boole³¹ ha mostrado que no hay ninguna razón para preferir este supuesto al que dice que cualquier *constitución del universo* es tan probable como cualquier otra. Supongamos, por ejemplo, que hubiera cuatro ocasiones posibles en las que un acontecimiento pudiera suceder. Entonces, habría 16 *constituciones del universo*, o distribuciones posibles de sucesos y de no-sucesos. Se muestran en la tabla siguiente, donde *Y* está en lugar de un suceso y *N* en el de un no-suceso.

³⁰ Véase Laplace, *Théorie analytique des probabilités*, libro II. Cap. VI. [Nota de Peirce]. También incluye una argumentación acerca de la probabilidad de eventos futuros sobre la base de eventos ya observados. Laplace, Pierre Simon de. *Théorie Analytique des probabilités*. Paris: Courcier, 1820.

³¹ Véase Boole, *Laws of Thought*, pp. 369-375. Acerca del principio de la distribución equitativa del conocimiento y de la ignorancia. [Nota de Peirce]. Boole, George. *An Investigation of the Laws of Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. London: Walton and Maberly, 1854.

<i>4 sucesos.</i>	<i>8 sucesos.</i>	<i>2 sucesos.</i>	<i>1 suceso.</i>	<i>0 sucesos.</i>
YYYY	YYYN	YYNN	YNNN	NNNN
	YYNY	YNYN	NYNN	
	YNY Y	YNNY	NNYN	
	NYYY	NYYN	NNNY	
		NYNY		
		NNYY		

Se verá que las diferentes frecuencias resultan unas de más y otras de menos *constituciones del universo diferentes*, por lo que es algo muy diferente asumir que todas las frecuencias son igualmente probables de lo que es asumir que todas las constituciones del universo son igualmente probables.

Boole dice que un supuesto es tan bueno como el otro. Pero yo iré más allá, y diré que el supuesto de que todas las constituciones del universo son igualmente probables es mucho mejor que el supuesto de que todas las frecuencias son igualmente probables. Porque esta última proposición, aunque pueda aplicarse a cualquier acontecimiento desconocido, no puede aplicarse a todos los acontecimientos desconocidos sin inconsistencia. De esta manera, supongamos que todas las frecuencias del acontecimiento cuyo suceso se representa con *Y* en la tabla superior son igualmente probables. Entonces, consideremos el acontecimiento que consiste en una *Y* seguida de una *Y*, o el de una *N* seguida de una *N*. Las formas posibles de que *este* acontecimiento pueda suceder o no se muestran en la tabla siguiente:

<i>8 sucesos.</i>	<i>2 sucesos.</i>	<i>1 suceso.</i>	<i>0 sucesos.</i>
YYYY	YYYN	Y Y N Y	Y N Y N
NNNN	NNNY	N N Y N	N Y N Y
	-----	-----	
	YYNN	Y N N Y	
	NNYY	N Y Y N	
	-----	-----	
	NYYY	Y N Y Y	
	YNNN	N Y N N	

Se encontrará que asumiendo que las diferentes frecuencias del primer acontecimiento son igualmente probables, las de este nuevo acontecimiento no lo son; la probabilidad de los tres sucesos siendo la mitad de grande, de nuevo, que la de dos o uno. Por otra parte, si todas las constituciones del universo son igualmente probables en un caso, también lo son en el otro; y este último supuesto, respecto a acontecimientos perfectamente desconocidos, no da lugar nunca a ningún tipo de inconsistencia.

Supongamos, entonces, que adoptamos el supuesto de que cualquier constitución del universo es tan probable como cualquier otra; ¿cómo aparecerá, entonces, la inferencia inductiva considerada como un problema de probabilidades? La respuesta es extremadamente fácil³²; específicamente, los sucesos o no-sucesos de un acontecimiento en el pasado no afectan de ninguna manera a la posibilidad de que sucedan en el futuro.

Boole encuentra, con frecuencia, que un problema de probabilidades es indeterminado. Están aquellos para quienes la idea de una probabilidad desconocida parece un absurdo. La probabilidad, dicen, mide el estado de nuestro conocimiento, y la ignorancia se denota con la probabilidad $\frac{1}{2}$. Pero yo entiendo que la expresión «la probabilidad de un acontecimiento» es incompleta. Una probabilidad es una fracción cuyo numerador es la frecuencia de un tipo específico de acontecimiento, mientras que su denominador es la frecuencia de un género que abarca a esa especie. Ahora bien, la expresión en cuestión nombra al numerador de la fracción, pero omite nombrar al denominador. Hay un sentido en el que es verdadero que la probabilidad de un acontecimiento perfectamente desconocido es la mitad; específicamente, la aseveración de su suceso es la respuesta a una posible pregunta que se responde con un ‘sí’ o un ‘no’, y de todas esas preguntas solo la mitad de las respuestas posibles son verdaderas. Pero si se presta atención a los denominadores de las fracciones, se encontrará que de este valor de $\frac{1}{2}$ no se puede hacer ningún uso posible en el cálculo de probabilidades.

La teoría que se ha propuesto aquí no asigna ninguna probabilidad a las conclusiones inductivas o hipotéticas, en el sentido de proponerse decir con qué frecuencia se encontraría *esa conclusión* verdadera. No propone escudriñar todas los universos posibles, ni decir en qué proporción de ellos sucede una uniformidad determinada; tal procedimiento, si fuera posible, sería totalmente vano. La teoría que se presenta aquí únicamente dice con qué frecuencia, en este universo, las formas especiales de la inducción o de la hipótesis nos harían avanzar correctamente. La probabilidad dada por esta teoría es diferente en todos los aspectos – en significado, valor numérico y forma – de la de los que aplicarían a la inferencia ampliativa la doctrina de las probabilidades inversas.

Otros lógicos sostienen que si las premisas inductivas e hipotéticas conducen a la verdad más a menudo que a conclusiones falsas, eso solo porque sucede que el universo

³² Véase Boole, *Laws of Thought*. [Nota de Peirce]. *Ob. cit.*

tiene una constitución determinada. Mill y sus seguidores³³ mantienen que hay una tendencia general en el universo hacia la uniformidad, así como uniformidades especiales como las que hemos considerado. El Abad Gratry³⁴ está convencido de que la tendencia hacia la verdad en la inducción se debe a la intervención milagrosa de Dios Todopoderoso, por la que nos vemos conducidos a hacer aquellas inducciones que sucede que son verdaderas, y que nos previene de hacer aquellas que son falsas. Otros han supuesto que hay una adaptación especial de la mente con el universo, por lo que somos más aptos de hacer teorías verdaderas de lo que lo seríamos de otra manera. Ahora bien, decir que una teoría como alguna de estas es *necesaria* para explicar la validez de la inducción y de la hipótesis, es decir que estos modos de inferencia no son válidos en sí mismos, sino que sus conclusiones devienen probables al ser inferencias deductivas probables a partir de una premisa suprimida (y originalmente desconocida). Pero yo mantengo que se ha mostrado que los modos de inferencia en cuestión son válidos necesariamente, sea cual sea la constitución del universo, en la medida que admita la verdad de las premisas. Sin embargo, estoy dispuesto a conceder, tanto como sea posible, que cuando un ser humano extrae instancias al azar, todo lo que conoce es que *intenta* seguir un precepto determinado; por lo que el proceso de muestreo puede hacerse, por lo general, falaz debido a la existencia de una conexión misteriosa y maligna entre la mente y el universo, como que un objeto posea un carácter *no-percibido* que pueda influir sobre la voluntad en la dirección de escogerlo o de rechazarlo. Esta circunstancia, sin embargo, sería fatal tanto para la inferencia ampliativa como para la deductiva. Supongamos, por ejemplo, que yo fuera a entrar a un gran salón donde la gente estuviera jugando al *rojo y negro* en muchas mesas; y supongamos que yo supiera que el rojo y el negro aparecerían con la misma frecuencia. Entonces, si fuera a hacer un gran número de apuestas mentales conmigo mismo, en esta y en aquella mesa, podría, por deducción estadística, esperar ganar aproximadamente en la mitad de ellas; precisamente como habría esperado, de los resultados de estas muestras, inferir por inducción la proporción probable de la frecuencia de las apariciones del rojo o del negro a la larga, si no lo hubiera sabido. Pero si algún

³³ J. S. Mill, *System of Logic*, libro 2, cap. 3. *Ob. cit.* Entre sus seguidores están Alexander Bain, el psicólogo, y John Venn, el lógico, que defiende a Mill frente a Jevons.

³⁴ Conocido como el abad Gratry (1805-1872), religioso católico francés. Célebre por haberse negado a reconocer la infalibilidad del Papa. Los editores de *W4* puntualizan: «En su *Logique*, Gratry caracteriza a la inducción como el descubrimiento de las leyes eternas impuestas por Dios, pero no afirma que ello implique una intervención milagrosa de Dios». Gratry, [Abbé] Auguste Joseph Alfonse. *Logique*. 4ª ed. 2 vols. Paris: Douniol, 1858.

demonio pudo ver cada carta antes de que se le diera la vuelta y, luego, influirme mentalmente para que apostase por ella o para abstenerme de hacerlo, la proporción observada en los casos en los que hubiera apostado pudiera ser totalmente diferente de la proporción observada en aquellos casos en los que no hubiese apostado. Concedo, entonces, que incluso según mi teoría se tiene que suponer algún hecho para hacer procesos válidos de la inducción y de la hipótesis; específicamente, se supone que las potencias superiores apartan su mano y me dejan solo, y que ninguna uniformidad o adaptación misteriosa interfiere con la acción de la probabilidad. Pero, entonces, este hecho negativo que mi teoría supone representa un papel totalmente diferente de los hechos que los lógicos, de los que he estado hablando, suponen que son requisitos. En la medida que hechos como los que suponen pueden tener algún alcance, sirven como premisas mayores a partir de las cuales se puede deducir el hecho por medio de la inducción o de la hipótesis; mientras que el hecho negativo que yo he supuesto es meramente la negación de cualquier premisa mayor a partir de la cual se podría deducir, por lo general, la falsedad de la conclusión inductiva o hipotética. Ni tampoco es necesario negar, por completo, la existencia de influencias misteriosas adversas para la validez de los procesos inductivos e hipotéticos. En la medida que su influencia no fuera demasiado abrumadora, la prodigiosa naturaleza auto-correctiva de la inferencia ampliativa nos capacitaría, incluso si existieran, para detectarlos y ser indulgentes con ellos.

Aunque el universo no necesita tener ninguna constitución peculiar para hacer válida la inferencia ampliativa, sin embargo merece la pena indagar si tiene o no tiene una constitución tal; porque si la tiene, esa circunstancia debe tener su efecto sobre todas nuestras inferencias. No puede negarse por más tiempo que el intelecto humano está peculiarmente adaptado a la comprensión de las leyes y de los hechos de la naturaleza o, al menos, de algunos de ellos; y el efecto de esta adaptación sobre nuestro razonamiento será considerado brevemente en la sección siguiente. De algún tipo de interferencia milagrosa por parte de las potencias superiores, no sabemos absolutamente nada; y parece, en el estado presente de la ciencia, por completo improbable. Ya me he referido al efecto de un conocimiento de uniformidades especiales sobre las inferencias ampliativas. Que hay una tendencia general hacia la uniformidad en la naturaleza no es meramente una idea sin fundamento, sino que es absolutamente absurda, en cualquier otro sentido salvo en el de que el ser humano está adaptado a su entorno. Porque el

universo de señales está únicamente limitado por la limitación de los intereses y de las facultades de observación humanas. Excepto por esa limitación, todo lote de objetos en el universo tendría (como he mostrado en otro lugar³⁶) algún carácter en común y peculiar a él. En consecuencia, no hay sino una disposición posible de caracteres entre los objetos tal y como existen, y no hay espacio para un grado mayor o menor de uniformidad en la naturaleza. Si la naturaleza nos parece extremadamente uniforme, esto solo es debido a que nuestras facultades están adaptadas a nuestros deseos.

XI

La cuestión que hemos debatido en este ensayo se refiere solo a una pequeña parte de la lógica de la investigación científica. Veamos, ahora, solo superficialmente algunas de las otras partes.

Supongamos que a un ser de alguna parte remota del universo, donde las condiciones de la existencia son inconcebiblemente diferentes de las nuestras, se le presenta con un informe del censo de los Estados Unidos, que es, para nosotros, una mina de inducciones valiosas, tan enorme como para casi dar a ese epíteto un nuevo significado. Quizás comience comparando la proporción de endeudamiento con los fallecimientos debidos a la tisis en los condados cuyos nombres empiezan con las diferentes letras del alfabeto. Es prudente decir que encontraría que la proporción es en todas partes igual y, por ello, su investigación no conduciría a nada. Ya que una inducción carece totalmente de importancia a menos que la proporción de *Ps* entre los *Ms* y entre los no-*Ms* difiera; y una inferencia hipotética carece de importancia a menos que se encuentre que *S* tiene una proporción mayor o menor de los caracteres de *M* que la que tiene de otros caracteres. El extraño a este planeta podría continuar, por algún tiempo, haciendo preguntas inductivas a las que el censo respondería con fidelidad, sin aprender nada salvo que determinadas condiciones eran independientes de otras. Con el tiempo, se le podría ocurrir comparar el régimen pluvial de enero con el analfabetismo³⁷. Lo que encontraría se da en la siguiente tabla³⁸:

³⁶ Véase «El orden de la naturaleza», *W3*: 310; perteneciente a la serie de las *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia*: «Este principio [lógico muy importante] es que cualquier pluralidad o lote de objetos, sean los que sean, tienen algún carácter en común (no importa lo insignificante que sea) que es peculiar a ellos y no es compartido por ninguna otra cosa». Peirce atribuye este principio a De Morgan.

³⁷ Este estudio está basado en una presentación, titulada «On the Coincidences of the Geographical Distribution of Rainfall and Illiteracy», que hizo Pierce ante la Sociedad Filosófica de Washington en 1872, y que fue publicada, de manera algo distinta, bajo el título «Rainfall» en el *Atlantic Almanac* de 1874 (*W3*: 167-72). [*Nota de los editores*].

REGIÓN.	Régimen pluvial en enero.	Analfabetismo.
Costa Atlántica, de	Pulgadas	%
Portland a Washington.	0,92	11
Vermont, Norte y Oeste de Nueva York.	0,78	7
Alto Río Mississippi.	0,52	3
Valle del río Ohio.	0,74	8
Bajo Río Mississippi, río Rojo y Kentucky.	1,08	50
Delta del Mississippi y Costa Norte del Golfo.	1,09	57
Costa Sureste.	0,68	40

Inferiría que en los lugares que son más secos en enero hay, no siempre pero sí generalmente, menos analfabetismo que en los lugares más húmedos. Una comparación detallada entre el mapa del régimen pluvial del invierno del Sr. Schott con el mapa del analfabetismo en el censo general, confirmaría el resultado de que estas dos condiciones tienen una conexión parcial. Este es un muy buen ejemplo de una inducción en que la proporción de *Ps* entre los *Ms* es diferente, pero no muy diferente, de la proporción entre los no-*Ms*. No es satisfactoria; exige una investigación adicional; deseamos reemplazar *M* por una clase diferente, de forma que las dos proporciones tengan una separación mayor. Ahora bien, nosotros, sabiendo lo que sabemos de los efectos del régimen pluvial del invierno sobre la agricultura, sobre la prosperidad, etc., y de las causas del analfabetismo, llegaríamos a esta investigación provistos de un gran número de conceptos apropiados; de forma que podríamos hacer preguntas inteligentes que probablemente aportarían la clave necesaria para este problema. Pero el extraño ser que hemos imaginado solo podría hacer sus investigaciones fortuitamente, y difícilmente podría esperar encontrar algún día la inducción que buscaba.

La naturaleza es un repertorio de hechos mucho más grande y mucho menos ordenado claramente que un informe del censo; y si los seres humanos no hubieran llegado a ella con aptitudes especiales para vaticinar correctamente, podría muy bien dudarse que, en los diez mil o veinte mil años que pueden haber existido, su mente más elevada hubiera adquirido la cantidad de conocimiento que posee en la actualidad el más simple idiota. Pero, de hecho, no meramente el ser humano, sino todos los animales derivan por herencia (presumiblemente por la selección natural) dos clases de ideas que

³⁸ Las diferentes regiones con su régimen pluvial en enero se han tomado del estudio del Sr. Schott [*Tables and Results*, pp. 127-32]. El porcentaje de analfabetismo se ha estimado someramente a partir de los números que se dan en el informe del censo de 1870. [*Nota de Peirce*]. El texto original está ilustrado con sendos mapas.

les adaptan a su entorno. En primer lugar, todos tienen desde el nacimiento algunas nociones, no importa cómo sean de toscas y concretas, de energía, materia, espacio y tiempo; y, en segundo lugar, tienen alguna noción del tipo de objetos que sus semejantes son, y de cómo actuarán en ocasiones dadas. Nuestras ideas mecánicas innatas eran tan aproximadamente correctas que necesitaron solo una pequeña corrección. Arquímedes formuló los principios fundamentales de la estática. Algunos siglos después, Galileo comenzó a entender las leyes de la dinámica, que en nuestros tiempos han sido extensa, quizás completamente, dominadas. Las otras ciencias físicas son el resultado de la investigación basada en predicciones sugeridas por las ideas de la mecánica. Las ciencias morales, en la medida en que puede llamárseles ciencias, se han desarrollado igualmente a partir de nuestras ideas instintivas acerca de la naturaleza humana. El ser humano no ha logrado, hasta hora, ningún conocimiento que no sea, en un sentido amplio, o bien mecánico o bien antropológico en su naturaleza, y se puede razonablemente suponer que nunca lo hará.

Entonces, junto a la bien establecida proposición de que todo el conocimiento está basado en la experiencia, y que la ciencia únicamente avanza gracias a la verificación experimental de las teorías, tenemos que situar esta otra verdad igualmente importante, que todo el conocimiento humano, hasta los más altos vuelos de la ciencia, no es sino la evolución de nuestros instintos animales innatos.

Capítulo 12. Las máximas del razonamiento

12.1 Fundamentos de la validez de las leyes de la lógica¹

Puesto que no podemos concebir las inferencias probables como generalmente inconsistentes, y puesto que ningún supuesto especial servirá para explicar su validez, muchos lógicos han buscado basar esta validez en la de la deducción, y eso de maneras muy variadas. Sin embargo, el único intento de este tipo que merece ser destacado es aquel que busca determinar, con la teoría de probabilidades, la probabilidad de un suceso futuro a partir del hecho de que hayan sido observados un cierto número de sucesos parecidos. Que esto pueda o no hacerse depende del significado asignado a la palabra *probabilidad*. Pero si esta palabra se va a adoptar en un sentido tal que una forma de conclusión que sea probable es válida; dado que la validez de una inferencia (o su correspondencia con los hechos) consiste únicamente en esto, que cuando unas premisas tales son verdaderas, una conclusión tal es, por lo general, verdadera, entonces la probabilidad no puede significar nada salvo la razón de la frecuencia de un suceso específico respecto a uno general que lo rebasa. En este sentido del término, es claro que la probabilidad de una conclusión inductiva no puede *deducirse* a partir de las premisas, porque, a partir de las premisas inductivas

$$S', S'', S''' \text{ son } M,$$

$$S', S'', S''' \text{ son } P,$$

no se sigue nada deductivamente, excepto que cualquier M , que es S' , o S'' , o S''' es P ; o, menos explícitamente, que algún M es P .

Por ello, parece que nos vemos llevados a este punto. Por un lado, ninguna determinación de las cosas, ningún *hecho*, puede resultar en la validez del argumento probable²; ni, por otro lado, este argumento es reducible a aquella forma que es consistente³, no importa cuáles puedan ser los hechos.

No cabe ninguna duda de la importancia de este problema. Según Kant, la cuestión central de la filosofía es *¿Cómo son posibles los juicios sintéticos a priori?* Pero antes de esto viene la cuestión de cómo los juicios sintéticos, en general, son posibles, y, aún

¹ «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica: consecuencias adicionales de cuatro incapacidades.» W P41, W2: 267-272. Publicado, en su tiempo, en el *Journal of Speculative Philosophy* 2 (1869).

² El inductivo.

³ La deductiva.

más generalmente, de cómo el razonamiento sintético es posible en absoluto. Cuando se logre la respuesta al problema general, la del problema particular será más simple. Este es el candado en la puerta de la filosofía.

Toda la inferencia probable, sea inducción o hipótesis⁴, es inferencia de las partes al todo. En consecuencia, es esencialmente lo mismo que la inferencia estadística. Cojo unos pocos puñados de un saco de alubias negras y blancas y, a partir de esta muestra puedo juzgar, aproximadamente, la proporción de negras y blancas en todo el saco. Esto es idéntico a la inducción. Ahora bien, sabemos de qué depende la validez de esta inferencia. Depende del hecho de que, a la larga, cualquiera de las alubias se extraerá con la misma frecuencia que cualquier otra. Puesto que si esto no fuera así, la media de un gran número de resultados de estas pruebas de los contenidos del saco no sería, precisamente, la proporción de los números de los dos colores de las alubias del saco. Ahora bien, podemos dividir la cuestión de la validez de la inducción en dos partes: primera, ¿Por qué de todas las inducciones, las premisas por las que sucede, se sostendría la generalidad? y, segunda, ¿Por qué los seres humanos no están siempre abocados a dar con la pequeña proporción de inducciones inválidas? Ahora bien, la primera de estas cuestiones se responde diligentemente. Puesto que todos los miembros de cualquier clase son los mismos que todos los que sean conocidos; y, puesto que a partir de cualquier parte de aquellos que sean conocidos una inducción es competente para el resto, a la larga cualquier miembro de una clase acaecerá como sujeto de una premisa de una inducción posible con la misma frecuencia que cualquier otro y, en consecuencia, la validez de la inducción depende simplemente del hecho de que las partes construyen y constituyen el todo. Esto, a su vez, depende simplemente de que haya un estado de cosas tal que cualesquiera términos generales sean posibles. Pero se ha mostrado⁵ que ser en absoluto es ser en general. Y, de esta forma, esta parte de la validez de la inducción depende meramente de que haya cualquier realidad.

De esto parece que no podemos decir que la generalidad de las inducciones sean verdaderas, sino solamente que, a la larga, se aproximan a la verdad. Esta es la verdad del enunciado, que la universalidad de una inferencia por inducción es solamente lo análogo de la universalidad verdadera. De ahí que tampoco pueda decirse que sabemos que una conclusión inductiva sea verdadera, no importa lo vagamente que la

⁴ Posteriormente Peirce reconoció que la hipótesis, o abducción, no es del tipo de la inferencia probable. Véase el comentario al capítulo 11.

⁵ «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»; WP27, W2: 329.

enunciemos; solamente sabemos que al aceptar las conclusiones inductivas, a la larga nuestros errores se equilibran unos con otros. De hecho, las compañías de seguros proceden de acuerdo con la inducción; no saben lo que le pasará a este o a aquel asegurado; solamente saben que ellas están seguras a la larga.

La otra cuestión relativa a la validez de la inducción, es por qué los seres humanos no están abocados a llegar siempre a aquellas inducciones que sean engañosas. Hemos visto que la explicación de la parte anterior del problema es que hay algo real. Ahora bien, puesto que si hay algo real, entonces (en base a esta realidad que consiste en el acuerdo último de todos los seres humanos, y en base al hecho de que el razonamiento de las partes al todo es el único razonamiento sintético que poseen los seres humanos) se sigue necesariamente que una sucesión de inferencias de las partes al todo lo suficientemente larga llevará a los seres humanos a su conocimiento, de forma que, en ese caso, no pueden verse abocados, por completo, a ser profundamente desafortunados en sus inducciones. Esta segunda parte del problema es, de hecho, equivalente a preguntar por qué hay algo real, y, así, su solución llevará a la solución de la primera parte un paso más hacia adelante.

La respuesta a esta cuestión puede ponerse en una forma general y abstracta, o en una especialmente detallada. Si los seres humanos no pudieran aprender a partir de la inducción debiera ser porque, como regla general, cuando hubieran hecho una inducción, el orden de las cosas (como aparecen en la experiencia), sufriría, entonces, una revolución. Justo en esto consistiría la irrealidad de un universo así; propiamente, que el orden del universo dependería de cuánto los seres humanos supieran de él. Pero esta regla general podría ser ella misma descubierta por inducción; y así debe ser una ley de este universo. Pero esta segunda ley podría ella misma ser descubierta. Y así en un universo tal no habría nada que tarde o temprano no fuera conocido; y tendría un orden que pudiera descubrirse gracias a un razonamiento lo suficientemente prolongado. Pero esto es contrario a la hipótesis y, en consecuencia, esa hipótesis es absurda. Esta es la respuesta particular. Pero también podemos decir, en general, que si nada real existe, entonces, puesto que toda cuestión supone que algo existe –ya que sustenta su propia urgencia –, supone que solamente las ilusiones existen. Pero la existencia, incluso de una ilusión, es una realidad; porque una ilusión afecta a todos los seres humanos, o no. En el primer caso, es una realidad de acuerdo con nuestra teoría de la realidad; en el segundo, es independiente del estado mental de cualesquiera individuos excepto de

aquellos a quienes sucede que afecta. Por lo que la respuesta a la pregunta, ¿Por qué es real algo?, la pregunta significa, *suponiendo que algo existe*, ¿Por qué es real algo? La respuesta es, que esa existencia misma es la realidad por definición.

Todo lo que se ha dicho aquí, particularmente, de la inducción, se aplica a toda inferencia de las partes al todo y, en consecuencia, a la hipótesis⁶, y, de esta manera, a toda la inferencia probable.

Por ello, yo manifiesto haber mostrado, en primer lugar, que es posible sostener una teoría consistente de la validez de las leyes de la lógica ordinaria.

Pero, ahora, supongamos la teoría idealista de la realidad de la que, en este ensayo, yo he dado por supuesta su falsedad. En ese caso, las inducciones no serían verdaderas a menos que el mundo estuviera constituido de tal manera que todo objeto se presentase en la experiencia con la misma frecuencia que cualquier otro; y además, a menos que estuviéramos constituidos de tal manera que no tuviéramos una tendencia mayor a hacer inducciones falsas que verdaderas. Estos hechos podrían explicarse por la benevolencia del Creador; pero, como ya se ha argumentado, ellos no podrían explicarse, sino que están absolutamente refutados por el hecho de que no puede concebirse ningún estado de cosas en que los argumentos probables no condujeran a la verdad. Esto proporciona un argumento de la mayor importancia a favor de aquella teoría de la realidad y, por ello, de aquellas negaciones de ciertas facultades a partir de las cuales fue deducida, así como del estilo general de filosofar por el que se llegó a aquellas negaciones⁷.

Sobre la base de nuestra teoría de la realidad y de la lógica, puede mostrarse que ninguna inferencia de ningún individuo puede ser concienzudamente lógica sin ciertas determinaciones de su mente, que no conciernen a ninguna inferencia en particular de forma inmediata; porque hemos visto que aquel modo de inferencia que es el único que puede enseñarnos algo, o llevarnos más lejos, en todo caso, de lo que estaba implicado en nuestras premisas; de hecho, no nos da a conocer nada más que lo que conocíamos antes; solamente, sabemos que, al adherirnos con fidelidad a ese modo de inferencia, nos aproximaremos, en conjunto, a la verdad. En resumen, cada uno de nosotros es una compañía de seguros. Pero, ahora, supongamos que una compañía de seguros, entre sus riesgos, tomase uno que excediese a la suma de los otros. Claramente,

⁶ Véase la nota 4 de este capítulo.

⁷ Véase «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades», concretamente, la parte que incluimos al principio del primer epígrafe del capítulo 6 de este *Tratado de Lógica*.

entonces no tendría ninguna seguridad, fuera la que fuese. Ahora bien, ¿No tiene cada ser humano individual tal riesgo? ¿Qué beneficio tendría un ser humano que ganase el mundo entero y perdiese su propia alma?⁸ Si un ser humano tiene un interés personal trascendente, que supera infinitamente al resto, entonces, en base a la teoría de la validez de la inferencia que se acaba de plantear, está desprovisto de toda seguridad, y no puede hacer ninguna inferencia válida, sea la que sea. ¿Qué se sigue? Que la lógica requiere rígidamente, antes de todo, que ningún hecho determinado, nada en particular que pueda pasarle a un ser humano, debiera ser de una consecuencia mayor para él que cualquier otra cosa. Aquel que no sacrifique su propia alma para salvar al mundo entero, es ilógico en todas sus inferencias, colectivamente. De forma que el principio social está intrínsecamente enraizado en la lógica.

Siendo ese el caso, resulta interesante indagar qué ocurre con los seres humanos en realidad. Hay una teoría psicológica que dice que el ser humano es incapaz de actuar sin tener en consideración su propio placer. Esta teoría está basada en un subjetivismo falsamente asumido. No puede basarse sobre nuestros principios de la objetividad del conocimiento y, si son correctos, se reduce a un absurdo. Me parece que la opinión corriente acerca del egoísmo del ser humano se basa, en gran medida, sobre esta falsa teoría. No pienso que los hechos sustenten a la opinión corriente. Los inmensos auto-sacrificios que hacen, a menudo, los seres humanos más decididos, muestran que la determinación es algo muy diferente del egoísmo. El cuidado que los seres humanos tienen por lo que pasará después de que hayan muerto no puede ser egoísta. Final, y principalmente, el uso constante de la palabra ‘nosotros’, cuando hablamos de nuestras posesiones en el Pacífico, de nuestro destino como República; en casos en que no hay intereses personales implicados para nada, muestra concluyentemente que los seres humanos no hacen de sus intereses personales los únicos y, en consecuencia, pueden, al menos, subordinarlos al interés de la comunidad⁹.

Pero solamente la revelación de la posibilidad de este completo auto-sacrificio en el ser humano, y la creencia en su efecto salvífico, servirá para redimir a la facultad

⁸ Conocida cita de los evangelios.

⁹ Peirce desarrolla este mismo tema al final del apartado IV de «The Doctrine of Chances» («La doctrina de las probabilidades»), el tercer artículo de la serie *Illustrations of the Logic of Science*, publicado en el *Popular Science Monthly* en Marzo de 1878, W P120, W3: 285. Cito, a continuación, la ampliación que hace al concepto de comunidad: «Esta comunidad, de nuevo, no debe limitarse, sino que debe extenderse a todas las razas de seres con los que podamos llegar a una relación intelectual mediata o inmediata. Debe alcanzar, no importa cómo de vagamente, más allá de esta época geológica, más allá de cualquier limitación.»

lógica de todos los seres humanos. Puesto que quien reconoce la necesidad lógica de la completa auto-identificación de los intereses propios con los de la comunidad, y su existencia potencial en el ser humano, incluso si no la posee él mismo, percibirá que solamente las inferencias del ser humano que la tenga son lógicas y, de esta forma, ve sus propias inferencias como válidas solo en la medida que fueran aceptadas por aquel ser humano. Pero en la medida que tiene esta creencia, se identifica con ese ser humano. Y esa perfección ideal del conocimiento, por la que hemos visto que la realidad está constituida, debe, de esta manera, pertenecer a una comunidad en que esta identificación sea completa¹⁰.

Esto serviría como fundamento completo de la facultad lógica particular de cada uno, si no fuera porque el supuesto de que el ser humano o la comunidad (que puede ser más amplia que el ser humano) llegará alguna vez a un estado de información mayor que el de alguna información finita definida, no está completamente sustentado por razones. No puede haber ninguna traza de evidencia que muestre que, en algún momento, todos los seres vivos no pudieran ser aniquilados de repente, y que, a partir de entonces, no hubiera en todo el universo ninguna inteligencia, fuera la que fuera. Realmente, este propio supuesto implica él mismo un interés trascendente y supremo y, en consecuencia, por su propia naturaleza no es susceptible de ningún sustento en razones. Esta esperanza infinita, que todos tenemos (porque incluso el ateo traiciona constantemente su tranquila expectativa de que sucederá *lo mejor*)¹¹, es algo tan majestuoso y trascendental, que todo el razonamiento que se refiera a ella es una impertinencia banal. No queremos saber cuál sea el peso de las razones *a favor* y *en contra* – esto es, cuántas sean las probabilidades de acertar que deseáramos recibir en tal vicisitud, a la larga- porque no hay *a la larga* en el caso; la cuestión es única y suprema, y TODO está en juego en ella. Estamos en la condición de un ser humano que lucha entre la vida y la muerte; si no tiene fuerza suficiente, le es completamente indiferente cómo actúe, por lo que el único supuesto sobre el que puede actuar racionalmente es la esperanza del éxito. Por ello, este sentimiento está rígidamente exigido por la lógica. Si su objeto fuera cualquier hecho determinado, cualquier interés privado, podría entrar en conflicto con los resultados del conocimiento y, de esta forma, consigo mismo; pero, cuando su objeto es de una naturaleza tan amplia como pueda resultar ser la comunidad,

¹⁰ Véase «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades». Capítulo 5.1 en esta edición.

¹¹ Fórmula con la que Peirce evidencia la inevitabilidad del ‘optimismo’, como expresión del instinto de supervivencia humano.

es siempre una hipótesis a la que no contradicen los hechos y que está justificada por su indispensabilidad para hacer que cualquier acción sea racional.

12.2 Las máximas del razonamiento¹²

Ante todo, el estudiante debe adquirir una noción perfectamente definida de la verdadera función del razonamiento.

MÁXIMA I. *Donde no hay ninguna duda real no puede haber ninguna investigación real.* Esto parece ser suficientemente obvio y es difícil encontrar cualquier verdad más clara con que ilustrarlo. Sin embargo se olvida a menudo. Por ejemplo, el método cartesiano de filosofar es el de comenzar con un estado de duda filosófica y requiere de nosotros que dejemos a un lado todas nuestras convicciones y comencemos con todo el proceso de inferencia de nuevo. Ahora bien, nunca habría habido ningún cartesiano en el mundo, si se hubiera entendido que esta duda filosófica debe ser una duda genuina y si los estudiantes hubieran tenido cualquier auto-conocimiento apropiado. Es claramente imposible tener una duda natural de que el fuego quema, y que resistiera unos pocos experimentos, a menos que uno sea incapaz de razonar.

MÁXIMA II. *Lo que es cuestionado por personas instruidas, no es cierto.* Si dos hombres piensan diferentemente, uno u otro puede tener razón; y que uno de ellos sea yo no hace ninguna diferencia porque cada uno está en la primera persona para sí mismo. Si una demostración le parece perfectamente concluyente a una persona y no así a otra, puede ser que haya alguna falacia en ella. No obstante, las opiniones de la mayoría de las personas sobre la mayoría de los temas pueden ser ignoradas por completo. El juicio de un niño acerca de los motivos de un amante debería tener tanto peso, frente al de un adulto, como el juicio de una persona inteligente común frente al de una persona que está particularmente capacitada para juzgar sobre el tema gracias a una disposición natural, una formación estricta y una experiencia amplia. La convicción en el derecho a una opinión individual, que es la esencia del protestantismo, se lleva a extremos ridículos en nuestra comunidad. Hace algunos años se inventó un instrumento llamado el cuadrante de Hedgecock¹³, basado en la observación de una vela con la que,

¹² WMS166; W2: 356-358, titulado «Capítulo 2» por Peirce, fechado, sin precisión, invierno 1869-70. Pertenece al esbozo del proyecto de un *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*, título que hemos escogido como más adecuado para este proyecto de libro. Es una versión más resumida de la segunda versión de un capítulo 2 del manuscrito anterior, WMS165, que se encuentra en el apéndice a este capítulo, bajo el título de «Lógica Práctica» y que, a su vez, es diferente de un capítulo 2 anterior del mismo manuscrito con el título «Reglas para la Investigación», que hemos incluido en el Prólogo.

¹³ Thomas Hedgecock, científico británico que tuvo cierta relevancia durante la primera mitad del siglo XIX.

al igual que los cuerpos celestes son observados con un cuadrante común, se pretendía que tanto la latitud como la longitud podían ser determinadas. La mayoría de los periódicos y varios propietarios de barcos pensaron que era un invento valioso; pero los físicos no prestarían oídos a sus razones. La mayoría pensaba que estaban equivocados; pero la realidad práctica les ha justificado.

Por otro lado, es una torpeza por mi parte no dudar de lo que dudan personas tan capaces, como yo mismo, de formarse una conclusión correcta. El que Agassiz¹⁴ no diera peso a la opinión de Darwin y el que Darwin no diera peso a la opinión de Agassiz, mostraría una estrechez de miras más que fatal para la sobria investigación de la verdad. Ninguna proposición auto-evidente es más negligentemente descartada que esta segunda máxima. A menudo escuchamos términos tales como *indudable* aplicados a proposiciones que, de hecho, son dudadas por una gran proporción de expertos; y un lenguaje como este ciertamente delata una gran intemperancia y falta de disciplina en quien lo utiliza.

MÁXIMA III. *El objeto del razonamiento es el de resolver cuestiones.*

Si alguien objeta a esto, que el objeto del razonamiento es más bien el de determinar la verdad que el de hacer las paces entre contendientes, estoy completamente de acuerdo con él. Deseamos determinar la verdad, pero ¿Cuál es la verdad? Esta es una investigación indispensable si definimos la función de la razón de esta manera, sin embargo nos sumergirá, de entrada, en un océano metafísico del que no podemos esperar emerger pronto. Las opiniones sobre este tema son varias; y es, en consecuencia, incierto lo que la verdad sea. No es probable que *nosotros* podamos reconciliar esas opiniones cuando tantos hombres más grandes han fracasado y, en consecuencia, no podamos obtener ninguna respuesta cierta a esta cuestión. Con un método tal, en consecuencia, no podemos adquirir ninguna noción clara y fiable del fin del razonamiento. Evitemos, entonces, esta idea de verdad mientras podamos y mantengámonos en el dominio de esas nociones concretas y cotidianas acerca de las cuales no puede haber ningún misterio ni vaguedad.

Cualquier investigación útil debe conducir a una conclusión definida, puesto que un método de investigación que llevase a diferentes personas a resultados diferentes, sin

¹⁴ Louis Agassiz (1807-1873), biólogo y geólogo suizo. Emigró a EEUU en 1867, donde fue profesor de zoología y geología en la Universidad de Harvard, así como fundador de su Lawrence Scientific School, en la que Peirce se graduó en Química. Con él aprendió las minuciosidades del método clasificatorio del que fue tan adepto. La resistencia de Agassiz a aceptar la teoría de la evolución de las especies de Darwin, a diferencia de Peirce, ensombreció el alcance de su labor científica.

tender a que abrazaran un acuerdo, sería auto-destructivo y no tendría valor alguno. Consiguientemente, el razonamiento correctamente conducido tiende a producir un acuerdo entre las personas; y una vez que la duda ha sido disipada la investigación debe cesar. Nuestra máxima, en consecuencia, define al menos en algún grado el fin del razonamiento; esto es, sirve para excluir una parte de aquellas cosas que son inconsistentes con el verdadero fin. Veremos, ahora, lo que necesita añadirse a esta regla.

Es esta una máxima constantemente ignorada. Algunas personas parecen pensar que el principal uso del poder del razonamiento es su propio ejercicio. Y, por ello, hacen el objeto del proceso el mantenimiento de la disputa en vez de llevarla a su conclusión. La mejor cura para este espíritu de disputa es la constante aplicación práctica de la razón allá donde sus inferencias serán diligentemente puestas a prueba y, especialmente, al estudio de las ciencias naturales. Según mi observación no hay uno de 200 de nuestros graduados que tenga alguna fuerza intelectual que escape a esta enfermedad execrable que, siempre, ha infectado las escuelas. Y, en consecuencia, en mi opinión lo primero que un graduado debería hacer es ponerse bajo el cuidado de un profesor distinguido en la ciencia de la observación.

MÁXIMA IV. *Las cosas no son precisamente como elegimos pensarlas*¹⁵.

¹⁵ Peirce no desarrolla aquí esta máxima. Sin embargo, en una versión anterior, WMS165, de este manuscrito, menos elaborada, la encontramos contextualizada en una crítica que hace al método de fijar la opinión que denominaba, entonces, *divino*, *espiritual* o *celestial*, y que era un aglomerado de los dos primeros métodos que presentó, posteriormente, en «La fijación de la creencia»: el de la obstinación y el de la autoridad (por imposición). Este es el último párrafo de WMS165, que se encuentra completo en el apéndice a este capítulo: «Este método no servirá para los propósitos de los *hijos de este mundo*, puesto que el mundo en el que están interesados estos tiene esta peculiaridad: *que las cosas no son precisamente como elegimos pensarlas*. Consecuentemente, el acuerdo de aquellos cuya creencia está determinada por un esfuerzo directo de la voluntad, no es la unanimidad a la que estas personas aspiran». Véase el comentario a este capítulo para poder apreciar el desarrollo que alcanzaron estas máximas en el pensamiento posterior de Peirce; un pensamiento que está en constante evolución a partir de las bases sentadas en este proyecto de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*.

Epílogo¹

Podría suponerse que la lógica enseñaba que se lograría mucho con la mera reflexión, aunque todo el mundo sabe que lo que se necesita es el experimento, la observación, la comparación, el escrutinio activo de los hechos, y que el mero *pensar* no logrará nada ni siquiera en las matemáticas. La lógica había sido ciertamente definida como *el arte de pensar*, y como *la ciencia de las leyes normativas del pensamiento*. Pero estas no son verdaderas definiciones. *Dialectica*, dice el manual lógico de la Edad Media², *est ars artium et scientia scientiarum, ad omnium aliarum scientiarum methodorum principia viam habens*, y, aunque la lógica de nuestros días debe ser completamente diferente de la de la época de los Plantagenet³, sin embargo esta concepción general de que es *el arte de diseñar métodos de investigación - el método de los métodos -*, es la verdadera y valiosa idea de esta ciencia. La lógica no se encargará de informarle de qué tipo de experimentos debería hacer para determinar mejor la aceleración de la gravedad, o el valor del Ohmio; pero le dirá cómo proceder para diseñar un plan de experimentación.

Es imposible de mantener que la superioridad de la ciencia de los modernos sobre la de los antiguos no se deba a nada más que a una *lógica* mejor. Nadie puede pensar que los griegos eran inferiores a cualquier pueblo moderno en aptitud natural para la ciencia. Podemos conceder que tenían menos oportunidades para la investigación, y puede decirse que la astronomía antigua no podía hacer ningún progreso más allá del sistema Ptolemaico hasta que hubiera pasado el tiempo suficiente para probar la insuficiencia de las tablas de Ptolomeo. Los antiguos no podían tener ninguna ciencia de la dinámica en la medida que no se hubiera presentado ningún problema dinámico importante; no podían tener ninguna teoría del calor sin la máquina de vapor, etc. Por supuesto que estas causas tuvieron su influencia, y claro que no fueron la razón principal de los defectos de la civilización antigua. Diez años de observaciones astronómicas con instrumentos como los que los antiguos podían haber construido habrían bastado para desbancar a la vieja astronomía. Los grandes descubrimientos mecánicos de Galileo se

¹ W P225; *W4*: 378-382. «Conferencia introductoria al estudio de la Lógica», publicada en las Circulares de la Universidad Johns Hopkins 2:19 (noviembre 1882): 11-12. Presentada en Septiembre de 1882.

² *Summulae Logicales*, Petrus Hispanus. Véase la traducción en la nota 4 del Prólogo. Petrus Hispanus. *Summulae Logicales*. Venecia, 1597.

³ Dinastía inglesa que gobernó Inglaterra de 1154 a 1399. A partir de 1276 la obra lógica de Petrus Hispanus tuvo una gran difusión en todas las universidades europeas. Es también la época de los escolásticos, a los que Peirce había estudiado en profundidad.

hicieron sin ningún aparato destacable. Si, en la dirección que fuese, los antiguos hubieran emprendido la investigación con los métodos adecuados, oportunidades para nuevos avances habrían seguido al tren de los anteriores. Sin embargo, lean el tratado lógico de Filodemo; vean cómo argumenta trabajosamente que el razonamiento inductivo no está completamente exento de valor, y verán dónde está el defecto. Cuando un punto tan elemental como ese necesitaba de una argumentación seria, es claro que faltaba casi por completo la concepción del método científico.

Los métodos modernos han creado la ciencia moderna; y este siglo, especialmente los últimos veinticinco años, han hecho más para crear métodos nuevos que cualquier otro período igual anterior. Vivimos en la mismísima edad de los métodos. Incluso las matemáticas y la astronomía se han puesto caras nuevas. La química y la física siguen líneas completamente nuevas. La lingüística, la historia, la mitología, la sociología, la biología, todas están siendo estudiadas de maneras nuevas. La jurisprudencia y el derecho han comenzado a sentir el impulso, y deben, en el futuro, estar cada vez más rápidamente influidas por ello.

Esta es la edad de los métodos; y la universidad que será el exponente de la condición vital de la mente humana, deberá ser la universidad de los métodos.

Ahora bien, les concedo que decir que esta es la época del desarrollo de nuevos métodos de investigación está lejos de decir que es la época de la teoría de los métodos, que es casi decir lo contrario. Desafortunadamente, la práctica, por lo general, precede a la teoría, y es el destino habitual de la humanidad hacer primero las cosas de alguna manera precipitada, y descubrir luego cómo podrían haberse hecho mucho más fácil y perfectamente. Y debe confesarse que nosotros, estudiantes de la ciencia de los métodos modernos, no somos todavía más que una voz que clama en el desierto, y que dice: preparad el camino de este señor de la ciencia que está por venir.

Sin embargo, incluso ahora solo podemos hacer poco más que esto. La teoría de cualquier acto de ninguna manera ayuda a realizarlo, en la medida que lo que deba hacerse tenga una descripción limitada, por lo que puede ser gobernado por la parte inconsciente de nuestro organismo. Para estos propósitos, las reglas de andar por casa o ninguna regla son lo mejor. Vd. no puede jugar al billar con la mecánica analítica ni llevar una tienda con la economía política. Pero cuando hay que abrir nuevos caminos, no es suficiente con una médula espinal; se necesita un cerebro, y ese cerebro como un órgano de la mente, y esa mente perfeccionada por una educación liberal. Y una

educación liberal, en la medida de su relación con el entendimiento, significa *lógica*. Que es indispensable para ella, y ninguna otra cosa lo es.

No necesito que se me diga que la ciencia consiste de especialidades. Sé todo eso, puesto que pertenezco al gremio de la ciencia, he aprendido uno de sus oficios⁴ y estoy saturado de sus nociones actuales. Sin embargo, a mi juicio hay científicos, cuya formación solo ha servido para empequeñecerlos, y no veo que un mero especialista científico esté intelectualmente muy por encima de un artesano. Estoy completamente seguro de que un joven que pase su tiempo exclusivamente en el laboratorio de física o de química o de biología, está en peligro de beneficiarse de su trabajo solo un poco más que si fuera un aprendiz en un taller mecánico.

Los especialistas científicos –osciladores de péndulos⁵ y semejantes- están haciendo un gran y útil trabajo; cada uno un poco, pero todos juntos algo vasto. Sin embargo, las posiciones más elevadas en la ciencia de los próximos años son para aquellos que logren adaptar los métodos de una ciencia para la investigación de otra. En eso ha consistido el mayor progreso de la generación anterior. Darwin adaptó a la biología los métodos de Malthus y de los economistas; Maxwell adaptó los métodos de la doctrina de las probabilidades a la teoría de los gases, y los de la hidrodinámica a la electricidad. Wundt adapta los métodos de la fisiología a la psicología; Galton adapta los métodos de la teoría de los errores, también, a la psicología; Morgan adaptó un método de la biología a la historia; Cournot adaptó el cálculo de las variaciones a la economía política. Los filólogos han adaptado los métodos de los descifradores de mensajes a su ciencia. Los astrónomos han aprendido los métodos de la química; el calor radiante se estudia con un audífono; el temperamento mental se mide con la escala de Vernier.

Ahora bien, aunque un hombre no necesita la teoría de un método para aplicarlo como ya ha sido aplicado, sin embargo, para adaptar a la suya propia el método de otra ciencia con la que esté menos familiarizado, y para modificarlo apropiadamente de forma que se ajuste a su nuevo uso, será del mayor beneficio una familiarización con los principios de los que depende. Para ese tipo de trabajo un hombre necesita ser algo más que un mero especialista; necesita una formación general de su mente y un

⁴ La Química.

⁵ Peirce participó en numerosos experimentos de oscilación de péndulos, en la década de 1870, cuando trabajaba para el Servicio de Costas y Geodésico de los EEUU.

conocimiento tales que le muestren cómo hacer para que sus capacidades sean lo más efectivas en la nueva dirección. Ese conocimiento es la lógica.

En resumen, si mi opinión es la verdadera, un joven quiere una educación física y una educación estética, una educación en las maneras del mundo y una educación moral, y con todas estas la lógica no tiene nada que ver en particular; pero en la medida que quiere una educación intelectual, es precisamente la lógica lo que quiere; y esté en una clase o en otra, su propósito último es el de mejorar su capacidad lógica y su conocimiento de los métodos. A este gran fin debe dirigirse la atención del joven cuando llega por primera vez a la universidad; debería tenerlo constantemente presente durante todo el período de sus estudios; y, finalmente, haría bien en revisar todo su trabajo bajo la luz que una educación en lógica arroja sobre él.

Sería el primero en insistir que la lógica nunca puede aprenderse en los libros de lógica ni en las clases de lógica. El material de la ciencia positiva debe formar su base y su vehículo. Solo relativamente poco puede hacer el profesor de método, aunque fuera maestro en todo el círculo de las ciencias. No obstante, pienso que puedo impartirles algo de utilidad real, y que la teoría del método arrojará mucha luz sobre todos sus otros estudios.

Es corriente la impresión de que el logro en lógica requiere una cabeza matemática. Sin embargo, esto no es verdad. El hábito de mirar las cuestiones de una manera matemática es, debo decirlo, una gran ventaja, y, así, una inclinación por las matemáticas es de un servicio mayor o menor en cualquier ciencia, física o moral. Sin embargo, no es necesario para nada un talento brillante en matemáticas para el estudio de la lógica.

El curso que voy a dar este año comienza con algunos preliminares necesarios sobre la teoría del conocimiento. Ya que es requisito formarse una idea clara, al principio, de aquello en lo que consiste el conocimiento, y considerar, un poco, cuáles son las operaciones de la mente que lo producen. Sin embargo, resumo esta parte del curso todo lo posible, en parte porque será tratada por otros instructores y, en parte, porque deseo enfatizar mi asignatura principal, el método de la ciencia.

A continuación abordo el silogismo, la más baja y la más rudimentaria de todas las formas de razonamiento, sin embargo muy fundamental porque es rudimentaria. Lo trato según el estilo general de De Morgan, con referencias a la vieja doctrina

tradicional. Luego viene el álgebra lógico de Boole, un tema en sí mismo extremadamente fácil, pero muy útil tanto desde un punto de vista teórico como, también, al proporcionar un método para resolver ciertos problemas enrevesados y bastante frecuentes. Desde este tema, me veo llevado naturalmente a la consideración de los términos relativos. La lógica de los relativos, en la medida que se ha investigado, es clara y fácil, y, al mismo tiempo, proporciona la clave para muchas de las dificultades de la lógica, y ya ha servido como instrumento de algunos descubrimientos en matemáticas. Una aplicación fácil de esta rama de la lógica es la doctrina de la amplitud y la profundidad lógicas, o de las relaciones entre objetos y caracteres. Luego introduzco la concepción del número, y, tras mostrar cómo tratar ciertos problemas estadísticos, me meto en la doctrina de las probabilidades. Un método matemático muy simple y elegante para tratar las ecuaciones de las diferencias finitas pone a los estudiantes en posesión de un potente instrumento para la solución de todos los problemas de probabilidad que no acarreen dificultades extrañas a la teoría de la probabilidad misma.

Llegamos, de esta manera, al estudio de aquel tipo de inferencia probable que es realmente distintivo; es decir, la inducción en su sentido más amplio: *el razonamiento científico*. Se desarrolla cuidadosamente la teoría del tema con la ayuda de ejemplos reales de una gran variedad, y se dan las reglas para la realización de las operaciones. Estas reglas no han sido escogidas al azar, ni tampoco son meramente aquellas que recomienda la experiencia; se deducen metódicamente a partir de la teoría general.

Finalmente, es deseable ilustrar una larga concatenación de inferencias científicas. Para este propósito adoptamos la gran obra de Kepler, *De Motibus Stellae Martis*, la más grande pieza de razonamiento inductivo que se haya escrito nunca. Debido a la admirable y excepcional manera en que está escrita esta obra, es posible seguir todo el curso de la investigación de Kepler de principio a fin, y mostrar la aplicación de todas las máximas de la inducción que ya se han expuesto.

Para ilustrar el método del razonamiento sobre un tema de un tipo más metafísico, tomaré, luego, las teorías científicas de la constitución de la materia.

Por último, daré algunas clases para mostrar cuáles son las lecciones que el estudio del procedimiento científico nos enseña en referencia a cuestiones filosóficas, tales como la concepción de la causación y semejantes⁶.

⁶ Véase el «Sílabo para 60 clases de lógica» *W4*: 476-489, que hemos explicitado en la sección correspondiente de Antecedentes y Contexto en esta tesis.

ANTECEDENTES Y CONTEXTO

3. ANTECEDENTES Y CONTEXTO

3.1 PREÁMBULO

Esta tesis está centrada en torno a la década de 1870, utilizando para la ordenación del libro de lógica que Peirce proyectó en ese período los textos publicados al respecto, principalmente, en los volúmenes 2 y 3 de la Edición cronológica de los *Writings of Charles S. Peirce*, que está llevando a cabo el *Peirce Edition Project* en la Universidad de Indiana. Sin embargo, es relevante comenzar citando algunos textos germinales del mismo publicados en el primer volumen de esa edición. Continuar, luego, con algunos textos relacionados de los volúmenes 2 y 3, no incluidos en el *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* ni en sus Apéndices. Y, finalmente, explicitar algunos del volumen 4 que consolidan lo anteriormente expuesto y apuntan hacia su evolución del concepto de lógica, como teoría del razonamiento, en su edad madura. La cual, pasando por los proyectos de las obras denominadas *Cómo razonar* (*Gran Lógica*) y *Lógica detallada*, alcanzará su culminación en el proyecto de *Un Sistema de Lógica, considerada como Semiótica* de sus últimos años.

La propuesta de ordenación de los escritos de lógica de Peirce del período señalado, de acuerdo con las indicaciones que encontramos en los propios textos, se puede extender, temática y cronológicamente, al resto de su obra, aunque ciertamente es a esta ciencia metodológica, *ciencia de las ciencias*, como él la denominaba de acuerdo con la ilustre definición de Pedro Hispano, donde mejor se aplica.

3.2 WRITINGS OF CHARLES S. PEIRCE. VOLUMEN 1 (1857-1866)

En la introducción al volumen 1 de *Writings* (1857-66), el profesor Max H. Fisch recoge un recuerdo frecuente de nuestro autor:

Unas pocas semanas antes de cumplir los doce años, su hermano mayor, James Mills, había adquirido los manuales para su primer año en Harvard. Entre ellos estaba los *Elements of Logic* de Whately. Charles cogió el libro y le preguntó a Jem qué era la lógica, ante la respuesta simple que le dio este, se enfrascó en su lectura durante varios días. Desde entonces, decía a menudo en sus años de madurez, no le había sido posible pensar en nada, incluida la química, su propia carrera, que no fuera como un ejercicio de lógica¹.

La lectura del libro de Whately tuvo una importancia fundamental en su duradero interés por esta ciencia. De hecho, podemos decir, siguiendo a Seibert², que la concepción de la lógica de Peirce se desarrolló en oposición, en algunos puntos, y en

¹ *WI*: xviii.

² Seibert, Charles H. (2004). «Charles Peirce's Reading of Richard Whately's *Elements of Logic*», en *History and Philosophy of Logic*, 26 (February 2005), pp: 1-32.

armonía, en otros, con este popular manual de lógica. En oposición, podemos destacar el rechazo a la reducción de todas las inferencias a la forma de la deducción, y a la posición nominalista de Whately. En armonía, tenemos la concepción anti-psicologista de la lógica y la importancia de los signos para la misma, que funda todo el proyecto lógico de Peirce el cual, sin embargo, al incorporar los modernos conceptos lógicos propuestos por Boole, por De Morgan y, sobre todo, por Hamilton, representa un salto intelectual cualitativo respecto a los *Elementos de la lógica* de Whately.

Habría que añadir, para entender su visión original de esta ciencia en su conjunto, la enorme influencia que, en su formación, ejerció su padre, Benjamin Peirce, ilustre profesor de matemáticas en Harvard. Y, en consecuencia, la oposición y la armonía alternativas en la dialéctica entre la lógica y las matemáticas, que ocupó toda su carrera. Finalmente, debemos destacar la importancia que tuvo su formación en la ciencia de la química a la hora de incorporar los métodos de la ciencia a su concepción de la lógica. De esta forma la lógica acaba resultando en una metodología para todas las ciencias tal que, por ejemplo, los métodos de unas puedan ser aplicados creativamente a otras. Esto fue ilustrado ejemplarmente por Darwin al incorporar las teorías de Malthus sobre la población a su teoría de la evolución de las especies; de lo que Peirce fue un receptor ejemplar gracias a la influencia de su mentor, el investigador Chauncey Wright. Esta metodología cruzada sigue resultando muy fructífera para el desarrollo de las ciencias en estos albores del siglo XXI³.

También es conocida su temprana afición por planificar libros, ya entre sus primeros escritos nos encontramos con un proyecto, bastante elaborado, de un *Tratado de Metafísica*⁴, en el que incluye alguna consideración respecto a la lógica, especialmente la crítica a esa dialéctica que asocia con Descartes y que, luego, fue un tema recurrente en los escritos de la década de 1870. Asimismo, nos encontramos con otro proyecto, en una página, de un *Tratado sobre las principales premisas de la ciencia natural*⁵. Y, especialmente, con un esbozo, en 17 páginas, de un libro, con seis capítulos y nueve apéndices, que titula *Una visión no-psicológica de la lógica a la que se adjuntan algunas aplicaciones de la teoría a la psicología y a otras materias*⁶. Lo cierto es que prácticamente todo el contenido de este primer volumen de la edición de *Writings* habla,

³ Un somero repaso a los últimos premios Nobel de las Ciencias ilustraría esta afirmación.

⁴ WMS70, 1861-62. *WI*: 57-84.

⁵ WMS80, 1864. *WI*: 152.

⁶ WMS109, 1865. *WI*: 305-321.

de una u otra manera, de la lógica y, en particular, de esta como metodología para las ciencias. De una forma destacada en sus primeras conferencias de la Universidad de Harvard en 1865, y del Instituto Lowell en 1866; en alguna de las cuales, también, hace algunas consideraciones muy relevantes respecto a la clasificación de los silogismos de Aristóteles. Asimismo, comienza a muy temprana edad a esbozar sus teorías de las categorías y de los signos que, como parte fundamental de su lógica, desarrollará profusamente durante toda su trayectoria investigadora. También, emprende en 1865 la redacción de su primer *Cuaderno de Lógica* que, plagado de anotaciones de las que desarrollará solo algunas, continuará en libretas sucesivas durante toda su vida y que bien merecería una edición propia.

Peirce tenía una gran admiración por Whewell, el lógico inglés quien, en su *Novum Organum Renovatum* – el título de la segunda parte de su obra principal, en la tercera edición (1858)- , revisaba y ampliaba el *Novum Organum* de Francis Bacon y el propio *Organon* de Aristóteles. El Estagirita basaba su lógica de la ciencia, inductiva y experimental, en 10 categorías; Kant, en 12 abreviadas. Nuestro autor se aprendió de memoria la Analítica Trascendental en *La Crítica de la Razón Pura*, de lo que decía en 1898: «Implícitamente creía más en las dos tablas de las Funciones del Juicio y las Categorías que en las que bajaron del Monte Sinaí⁷». Peirce, siguiendo a estos ilustres autores, comienza su lógica, aplicando la metodología clasificatoria aprendida con el científico Agassiz, con solo tres categorías, que analizaremos más adelante, y que en sus primeros escritos adoptan el nombre de Yo, Ello, Tú, en este orden lógico y no gramatical, y que se corresponden con las dos categorías, kantianas y aristotélicas, de cualidad y relación y con una tercera, propia, que, luego, devendría ‘representación’. De esta forma la palabra, y en particular los pronombres –de los que más tarde afirmó que eran los nombres los que los sustituían y no al revés como se venía considerando – está al principio de su lógica, y se extiende por toda ella en sus desarrollos posteriores del concepto de signo-*índice*.

En la primera de las conferencias de Harvard sobre la lógica de la ciencia de 1865, que no fueron publicadas en su día, comienza exponiendo el siguiente plan para las mismas:

⁷ *WI*: xxiv-xxv. Citado por el Profesor Max H. Fisch en la Introducción a *WI*.

- A. El grado y el carácter de la certeza del razonamiento científico:
 - 1. La concepción de la lógica.
 - 2. Una teoría de la inducción a partir de Aristóteles.
 - 3. El estudio de las teorías modernas de Boole, Apelt, Herschel, Gratry, Whewell y Mill.
 - 4. La teoría de Bacon.
- B. El grado y el carácter de la certeza de los principios científicos primitivos:
 - 1. Presentación completa de la teoría de Kant sobre este tema.
 - 2. Consideración del efecto de las investigaciones modernas en la modificación de esta teoría.⁸

Primero, da un repaso a diversas concepciones anteriores de la lógica, separándolas entre las que atribuyen a la lógica un carácter psicológico o un carácter ‘humano’. Entre estas últimas están la atribuida a Aristóteles, «la lógica es la ciencia de la demostración»⁹, la de Spalding, en la *Encyclopaedia Britannica*, «la teoría de la inferencia»¹⁰, ambas identificando la lógica con la silogística, lo que a Peirce le parece muy limitado. San Agustín, afirma Peirce, la denomina «la ciencia de la verdad»¹¹ y esto, añade, es demasiado amplio. Finalmente, entre las versiones anti-psicologistas puesto que ‘anti-humanas’ no le resultaba un término muy acertado, presenta la curiosa definición de Hobbes, «el raciocinio es computación»¹².

La dura crítica que hace, a continuación, a las versiones psicologistas, particularmente las post-kantianas, pone de manifiesto, ya desde un principio, su voluntad de alejar la fundamentación de la lógica de cualquier carácter psicológico. Enumera las ventajas de esta postura en estos términos:

- 1. Es la más perfecta filosóficamente porque, al igual que la geometría considera la extensión simplemente como un objeto, la lógica no necesita distinguir entre el símbolo y el pensamiento; puesto que todo pensamiento es un símbolo y las leyes de la lógica son verdaderas para todo símbolo.
- 2. Porque provee con los medios más convenientes para desmontar las nociones falsas (o falacias) sobre el tema.
- 3. Porque muestra una manera directa y segura de investigar el tema.¹³

En la primera aproximación que hace a una definición propia de la lógica, coincide con Locke, en que la lógica es la ciencia de las representaciones en general,

⁸ WMS94. *WI*: 162-175.

⁹ Aristóteles, *Analítica Posterior*, 71^b.

¹⁰ Spalding, William. *An Introduction to Logical Science* (reimpresión del artículo «Lógica» de la 8ª ed. de la *Encyclopaedia Britannica*). Edinburg: A. and C. Black, 1857; vol. 13, p. 567.

¹¹ Cita no localizada según los editores de *WI*.

¹² Hobbes, Thomas. *The English Works of Thomas Hobbes of Malmesbury*. 6 vols. Editado por Sir William Molesworth. London: John Bohn, 1839-1841, vol. 1, p. 3 [*Elements of Philosophy*, cap. 1, sec. 2].

¹³ *WI*: 166-67.

sean estas mentales o materiales; y, aunque reconoce que la lógica no se puede aplicar a todos los tipos de representaciones, pasa a criticar algunos párrafos del *Ensayo concerniente al entendimiento humano*¹⁴ respecto a la relación de las palabras con las ideas. Las concepciones naturales de la mente humana, que Locke tilda de ilusiones, son, por el contrario, válidas para Peirce: primero, que las palabras que representan las ideas propias son marcas de ideas en las mentes de los otros hombres con los que se comunican. Segundo, que las palabras están en lugar de la realidad de las cosas. Y, tercero, que las palabras suscitan ideas.

Tras establecer tres clases de representaciones que en estos años, denomina: *copias, signos y símbolos*; afirma que la lógica sería «la ciencia de los símbolos en general y como tales»¹⁵, lo que aún le parece demasiado amplio. Porque, de esta manera, la lógica sería una rama de la Semiótica o una especie de la ciencia general de las representaciones que, dice, podría denominarse ‘Simbolística’. Para precisar su concepción particular del símbolo a este respecto, recurre a su primera concepción de las tres categorías:

Un símbolo en general y como tal tiene tres relaciones. La primera es su relación con la Idea pura o Logos y a esta (por la analogía de los términos gramaticales *yo, ello, tú*) le llamo su relación con la primera persona, porque es la relación con su esencia propia. La segunda es su relación con la Conciencia como siendo pensable, o con cualquier lenguaje como siendo traducible, a la que llamo su relación con la segunda persona, puesto que refiere a su capacidad de apelar a una mente. La tercera es la relación con su objeto, a la que llamo su relación con la tercera persona o *ello*.¹⁶

Peirce considera que la falsedad lógica se produce al violarse el código de las leyes formales respecto a cualquiera de estas tres relaciones, particularmente respecto al objeto, de lo que ofrece diversos ejemplos; por lo que concluye esta primera conferencia definiendo a la lógica como «la ciencia de las condiciones que permiten a los símbolos en general referirse a los objetos»¹⁷, que es en lo que consiste su verdad.

En la segunda conferencia de Harvard¹⁸, tras una breve introducción, presenta la teoría general de la inducción con varios ejemplos respecto al silogismo aristotélico, que considera equivalente a la misma, y que critica por el error común que «hace a los

¹⁴ Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding; with Thoughts on the Conduct of the Understanding*. London: Printed for C. Bathurst et al., 1795; pp. 134-35 y 172-73.

¹⁵ *WI*: 174, primer párrafo.

¹⁶ *WI*: 174, segundo párrafo.

¹⁷ *WI*: 175, segundo párrafo.

¹⁸ *WI*: 175-189.

términos generales compuestos de singulares»¹⁹, y añade una observación fundamental: «el problema de cómo podemos hacer una inducción es uno y el mismo que el problema de cómo podemos hacer cualquier enunciado general, con razón»²⁰. La inducción es, pues, en general, la inferencia de la premisa mayor. Pero hay otro tipo de razonamientos, aparte de la deducción, o *a priori*, y la inducción, y que Peirce denomina *a posteriori*, que es la inferencia de una causa a partir de su efecto o el razonamiento hasta una hipótesis física. Lo que le parece en estricta armonía con la concepción kantiana y, también, con las especulaciones de los empiristas; y el único camino por el que los idealistas y los empiristas podrían llegar a entenderse entre ellos. Tras algunas disquisiciones acerca de los fundamentos de posibilidad de las inferencias, llega a los siguientes tres principios de simbolización, referidos a las cosas, las formas y los símbolos:

El principio de inferencia *a priori* debe establecerse *a priori*; razonando analíticamente de determinante a determinado, a partir de la definición [...] La definición depende del carácter, la definición de un símbolo solo determina su carácter. Por lo que este principio debe relacionarse con los símbolos. El principio de inferencia *a posteriori* debe establecerse *a posteriori*, razonando de determinante a determinado [...] Esto solo es verdad de las formas puras. Por lo que el principio de inferencia *a posteriori* debe relacionarse con la forma pura. El principio de inferencia inductiva debe establecerse inductivamente, razonando de las partes al todo. Esto solo es aplicable a aquello cuyo todo es dado en la suma de las partes; y este es el caso solo con las cosas. Por lo que el principio de la inferencia inductiva debe relacionarse con las cosas²¹.

Y, también, llega a un principio universal:

Finalmente, estos principios como principios que se aplican no a este o a aquel símbolo, forma, cosa, sino a todos por igual, debe ser universal. Y como fundamentos de posibilidad deben enunciar lo que es posible. Ahora bien, ¿cuál es el principio universal de la simbolización posible de los símbolos? Es que todos los símbolos son simbolizables. Y los otros principios deben predicar lo mismo de las formas y de las cosas²².

A continuación, pasa a demostrar la verdad de estos tres principios. En los últimos párrafos del manuscrito, afirma que para poner en práctica estos principios de las inferencias inductivas y *a posteriori*, debe considerarse la sustitución de un símbolo por otro, para lo que recurre a los conceptos de *extensión*, *intensión* e *información* y *distinción*; añadiendo que «de dos enunciados que son verdaderos; es obvio que es más

¹⁹ *WI*: 178.

²⁰ *WI*: 179.

²¹ *WI*: 184.

²² *WI*: 184.

verdadero el que contiene más información»²³. Estos temas los desarrollará ampliamente en sus escritos posteriores sobre la amplitud y la profundidad lógicas, particularmente en los incluidos en el capítulo 8 de nuestro proyecto de *Tratado de Lógica*.

En la tercera de esta serie de conferencias²⁴, Peirce plantea la inclusión de la teoría de las probabilidades dentro de la lógica. Esta teoría se enfrenta a dos obstáculos en su desarrollo, primero, que los problemas más complicados desbordan los recursos habituales del matemático y, segundo, que poner un problema de probabilidades en forma de ecuación exige la sutileza de un metafísico. Afirma que el profesor Boole ha superado esta segunda dificultad. Nuestro autor dedica esta conferencia, pues, a la descripción básica de la lógica matemática, o álgebra de Boole; que, luego, utilizaría como base para la notación de su renombrada *Lógica de los términos relativos*, un capítulo principal del proyecto de libro que esta tesis pretende articular. Aunque no desarrolla aquí este tema y concluye el manuscrito de la conferencia con algunos ejemplos de resolución de algunas de las falacias más comunes de los sofistas, junto con otras propias. Por ejemplo, «Lo que está escrito aquí no es verdadero»²⁵ que resuelve, tras un largo razonamiento, de la siguiente manera: «Entonces, el enunciado escrito aquí no es verdadero porque no tiene significado; y, en consecuencia, es verdadero, después de todo, porque eso es lo que dice»²⁶.

En la siguiente conferencia²⁷ que aparece en la edición de *Writings I*, Peirce dedica su atención a las modernas teorías de la lógica de la ciencia, en particular las de Whewell, Mill y Comte. Comienza haciendo una crítica a la crítica que hace Mill al fundamento kantiano de la teoría sobre la lógica de la inducción para la ciencia de Whewell, y, aunque reconoce su admiración por este último, no deja, tampoco, de señalar los puntos débiles de su desarrollo. Luego, presenta una crítica radical a las doctrinas positivistas de Comte, concretamente, a la limitación de sus principios a las percepciones de los sentidos y a las incoherencias que de ello se derivan. Sirva de ilustración la siguiente frase con la que comienza, a continuación, su exposición de las ideas de John Stuart Mill en su *Sistema de Lógica*: «Lo peor que puede decirse de este

²³ *WI*: 188.

²⁴ *WI*: 189-204.

²⁵ *WI*: 202.

²⁶ *WI*: 203.

²⁷ *WI*: 205-223.

pensador es que es un admirador de Auguste Comte»²⁸. Aunque lo que realmente crítica de este autor, y de otros, es su pretensión de encontrar fallos en las teorías de Kant, de cuya filosofía es un acérrimo defensor. Por ejemplo, cuando Mill, refiriéndose a las inferencias a partir de los términos particulares, parece no percatarse de que las primeras palabras de Kant en la *Crítica* son: «No hay duda alguna de que todo nuestro conocimiento comienza con la experiencia»²⁹; que pretende atribuirse. Las divergencias entre Mill y Peirce se centran, según este último, en sus diferentes concepciones de la inferencia, como puede verse en la crítica que hace al psicologismo implícito en las doctrinas de aquel sobre la lógica: «La lógica es un análisis de las formas no un estudio de la mente. Nos dice *por qué* una inferencia se sigue, no *cómo* surge en la mente»³⁰. Concluye criticando el pobre desarrollo que este hace de la doctrina de la causalidad de Hume³¹, cuando Mill incurre en la circularidad de intentar explicar la inducción por la causalidad y la causalidad por la inducción.

En la sexta conferencia de Harvard³², en esta edición, reanuda la explicación del Cálculo Lógico de Boole, cuyo libro *Una investigación de las leyes del pensamiento, sobre las que están fundadas las teorías matemáticas de la lógica y las probabilidades* suscita la admiración de nuestro autor. En el afán por representar los procesos lógicos con otro *conjunto de símbolos* que no sean *palabras y pensamientos*, Peirce destaca las aportaciones, primero, geométricas de Euler y, segundo, algebraicas de Hamilton y Ploucquet. Peirce dice que la notación que inventa Boole reúne las excelencias de las dos clases anteriores de simbolización:

Porque al igual que las notaciones literales es abstracta y trata con las leyes mismas de la lógica, y al igual que las notaciones geométricas aporta la armonía entre la lógica y las matemáticas [...] Además, ofrece una nueva visión de las matemáticas desde la lógica y facilita enormemente la solución de difíciles cuestiones de probabilidades³³.

Sin embargo, Peirce señala, también, las carencias de este sistema de notación ya que, al estar en ciernes, solo permite expresar algunos juicios. Nuestro autor está apuntando ya hacia el ulterior desarrollo del mismo que él hará en su lógica de los términos relativos. A renglón seguido pasa a describir minuciosamente este álgebra,

²⁸ *WI*: 215.

²⁹ Kant, Immanuel. *Critik der reinen Vernunft*. Riga: Johann Friedrich Hartknoch, 1781; A1, B1.

³⁰ *WI*: 217.

³¹ Peirce considera que Mill pretende ser un fiel seguidor de Hume.

³² *WI*: 223-239.

³³ *WI*: 225.

comenzando con el acuerdo lógico, o *identidad*, hasta llegar a su uso para el cálculo de probabilidades.

La Edición de *Writings I* nos presenta, ahora, la conferencia de esta serie de Harvard sobre Kant³⁴. Peirce comienza planteando la que él considera una de las cuestiones fundamentales de la lógica de la ciencia, «cómo puede la inferencia material ser válida»³⁵, que relaciona estrechamente con algunas de las cuestiones fundamentales de la metafísica, «cómo pueden ser válidas las concepciones de causa, sustancia, necesidad, *etcétera*»³⁶. Luego, da un repaso somero a la concepción de la causalidad en la filosofía moderna: Locke asumía que el principio de causalidad se aprende a partir de la experiencia; Hume mostró que eso era imposible e infirió que la noción de causa es, por completo, ilusoria; Thomas Reid, el filósofo escocés del sentido común, muestra un desacuerdo con Hume, en base a que la conciencia revela el principio de causación; y Kant muestra, también, su desacuerdo con Hume a este respecto a partir de ciertas consideraciones de la lógica de la ciencia. Peirce afirma que la postura de Hume es la del positivismo, la de Reid la del sentido común, y la de Kant la del transcendentalismo. Obviando las características lógicas de la filosofía de Kant, para no aburrir a su audiencia dice, centra la conferencia en la cuestión de cuál sea el fundamento de la hipótesis y la presuposición científica en la filosofía transcendental kantiana. Deteniéndose en desmontar los argumentos de aquellos que solo buscan los errores en esta filosofía, dado que, según dice: «Hay 10 hombres que leen sus obras para encontrar dónde reside su error, por cada uno que busca la verdad»³⁷. Y precisa lo siguiente en este brillante resumen:

La crítica de la razón pura tiene un objeto doble; primero, mostrar que concepciones tales como causa son válidas hasta cierto punto y, segundo, mostrar, que no son válidas más allá de ese punto. La parte constructiva se opone a Hume y, por ello, a Comte y a Mill, sus seguidores modernos; la parte destructiva se opone a Wolff y a todos aquellos metafísicos que buscan demostrar (o que piensan que conocen su verdad) las doctrinas sobre Dios, la Libertad, y la Inmortalidad; que, según Kant, pertenecen al *credo* del hombre no a su *scio*³⁸. Es por este último argumento que la gran *Crítica* es más celebrada. Por ello, Thomas de Quincey dice: “¡Kant, el que conmocionó al mundo! Fue el Gog y el Magog de la desolación Huna a los esquemas existentes de la filosofía. Los sondeó hasta el fondo; él mostró la vanidad de las vanidades que asolaba sus cimientos; la corrupción

³⁴ *WI*: 240-256. El Profesor José Vericat incluyó esta conferencia completa como primer capítulo de su selección y traducción de textos de Peirce publicada con el título, *El hombre, un signo* en 1988.

³⁵ *WI*: 240.

³⁶ *WI*: 240.

³⁷ *WI*: 241.

³⁸ En latín, conocer/ conocimiento.

abajo, el vacío arriba”. Y debe añadirse que era esta característica anti-dogmática de su filosofía, la que el propio Kant veía que, con toda probabilidad, ejercería el efecto más poderosamente beneficioso sobre la ciencia. Pero cualesquiera fueran las ventajas que se obtendrían de esta distinción entre filosofía especulativa y práctica, ya se están disfrutando en la actualidad. El dogmatismo apenas se escucha ya nombrar entre los hombres de ciencia. Ni tampoco ha surgido un conflicto incorregible entre la ciencia y el dogmatismo en nombre de la religión. Sin embargo, hoy día, la doctrina de Hume ha adquirido una gran ascendencia; y si la parte destructiva de la *Crítica* ha hecho su trabajo, la parte constructiva se ha duplicado en importancia y necesidad. Aquí se encuentra el más poderoso argumento contra el positivismo que jamás se haya producido – y, como piensan muchos, incontestable. Por lo tanto, nadie que no haya estudiado y digerido, y dominado en profundidad y sopesado cuidadosamente este destacado argumento puede sostener la posición de positivista con dignidad. Sin embargo, no sabría mencionar al positivista que haya mostrado evidencia de haberlo hecho.

Necesito decir cómo resultaría una comparación entre Kant y Comte en cuanto a poder analítico. El apóstol del positivismo es un hombre que considera a la lógica como la última reliquia de la teología y al cálculo de probabilidades sin fundamento porque sus conclusiones, cuando son inteligibles, son simplemente las del buen sentido. Con Kant, por el contrario, la Lógica no es meramente el método sino el cimiento de toda la metafísica. Las divisiones mismas de su libro se corresponden con las de la lógica. Como ella, tiene su Estoiqueología³⁹ y su Metodología; y el cuerpo principal de la obra se titula Lógica Transcendental que, a su vez, se divide en Analítica y Dialéctica, y la Analítica misma en Analítica de los Conceptos y Analítica de los Juicios.

[...] La introducción al libro está dedicada a establecer dos distinciones lógicas; la primera entre pensamiento *a priori* y *a posteriori*; la segunda entre juicios explicativos y ampliativos.

Los términos *a priori* y *a posteriori*, en su sentido antiguo, denotan, respectivamente, al razonamiento del antecedente al consecuente y del consecuente al antecedente⁴⁰.

Baste esta extensa cita para ilustrar el conocimiento que Peirce tenía de la filosofía de Kant y cómo va a aplicarla en su propia lógica.

En la octava conferencia de esta serie, *Formas de la inducción y de la hipótesis*⁴¹, comienza adscribiéndose a la definición de lógica que hace Kant, exenta de cuestiones antropológicas y psicológicas; y, también, a la unidad de la apercepción hegeliana por su carácter puramente impersonal, sin renunciar, en ningún caso, a la posición crítica del primero. Presenta, a continuación, la distinción que supone la triada cosa-representación-forma. Y explicita su concepción de la representación, a la que, en escritos posteriores, llamará signo, distinguiéndola de la *Vorstellung*, con una primera

³⁹ En el diccionario de términos Peirceanos, *Commens*, del Grupo de Estudios sobre Peirce de la Universidad de Helsinki, el propio Peirce define esta ciencia como *Gramática especulativa*. Aunque etimológicamente sería la ciencia de los elementos mensurables.

⁴⁰ *WI*: 244.

⁴¹ *WI*: 256-271.

aproximación en estos términos: «Una representación es... cualquier cosa que se supone esté en lugar de otra y que pueda expresar esa otra a una mente que pueda verdaderamente entenderla. Por ello, todo nuestro mundo –aquello que podemos comprender- es un mundo de representaciones»⁴². A continuación divide las representaciones en la triada signos-copias-símbolos. Una *copia* dice que significa una representación cuyo acuerdo con su objeto depende meramente de la similitud de los predicados. Un *signo*, una representación cuya referencia a su objeto está fijada por convención. Un *símbolo*, una representación que al presentarse a la mente, sin parecido con su objeto ni referencia a una convención previa, invoca un concepto. Y añade que considera a los conceptos como una especie de los símbolos. Las condiciones de un símbolo son tres: 1. Debe representar a un objeto o cosa informada y representable. 2. Debe ser una manifestación de un logos, o forma representada y realizable. 3. Debe ser traducible a otro lenguaje o sistema de símbolos. La clasificación de las ciencias respecto a los símbolos es la siguiente: 1. La ciencia de las leyes generales de las relaciones de los símbolos con los *logoi* es la gramática general. 2. La ciencia de las leyes generales de sus relaciones con los objetos es la lógica. 3. La ciencia de las leyes generales de sus relaciones con otros sistemas de símbolos es la retórica general. Todas estas distinciones anticipan sus futuros desarrollos del tema.

Con su método clasificatorio, característico del quehacer científico, prosigue con las partes del silogismo de las que señala: «En todo silogismo hay un término que es el sujeto de dos proposiciones, uno que es el predicado de dos, y otro que es el predicado de una y el sujeto de la otra»⁴³. Para llegar a la inducción, que es el método lógico de la ciencia, en la forma del silogismo cuya proposición mayor forma la conclusión. Según Aristóteles la inducción, y el silogismo a partir de la inducción, es la conclusión de un extremo, como un predicado del término medio, argumentando a partir del otro extremo. Sin embargo, Peirce no está de acuerdo con la doctrina de los lógicos de que la inducción solo pueda llevarse a cabo por medio de una enumeración completa. Y formula una de sus proposiciones fundamentales: «el problema de cómo podemos hacer una inferencia científica o material es el mismo que el problema de cómo podemos hacer cualquier enunciado universal»⁴⁴.

⁴² *WI*: 257.

⁴³ *WI*: 259.

⁴⁴ *WI*: 264.

Las inferencias son de tres clases: la deducción o inferencia *a priori*, la inducción o inferencia *a particularis*, y la hipótesis o inferencia *a posteriori*; lo que pasa a examinar críticamente. No vindica que sea esta una clasificación natural o la única posible, comparando la lógica con la ciencia que más se le parece, las matemáticas, en las que no hay *clasificaciones naturales*. Más aún, manifiesta su postura anti-dogmática al respecto diciendo que el silogismo no es más que el sistema de coordenadas o método de análisis que adoptamos en lógica, y que no hay ninguna razón por la que los argumentos no pudieran ser analizados con igual corrección de alguna otra manera. No obstante, procede a mostrar que todos los argumentos pueden ser resueltos de esta manera anterior.

En la *Conferencia X: Fundamentos de la Inducción*⁴⁵, en esta edición, comienza dando por sabida la distinción básica entre *comprensión* y *extensión* de los términos, y que plantea en los siguientes términos:

Un término tiene comprensión en virtud de tener un significado y tiene extensión en virtud de ser aplicable a objetos. Al significado de un término se le denomina su *connotación*; a su aplicabilidad a los objetos su *denotación*. Todo símbolo *denota* al *connotar*. Una representación que *denota* sin connotar es un mero *signo*. Si *connota*, sin, por ello, *denotar*, es una mera *copia*»⁴⁶.

Donde esboza esta parcela de la lógica con la terminología planteada en la conferencia anterior, y que, en escritos posteriores, desarrollará ampliamente, optando, en la década de 1870, por los términos *profundidad* y *amplitud* lógicas, renunciando no solo a *denotación* y *connotación*, cuyo uso por J. S. Mill critica, sino incluso a *intensión* y *extensión* por su vaguedad. Plantea la suposición universalmente admitida de que son términos recíprocos, es decir que a mayor comprensión de un término menor es su extensión y viceversa que, más adelante en esta misma conferencia, limitará y precisará.

Para ello introduce lo que denomina el proceso de información que altera las relaciones de comprensión y extensión, sustituyendo la fórmula recíproca: comprensión \times extensión = constante; por comprensión \times extensión = información (en la versión de 1873 la fórmula devendrá: profundidad \times amplitud = área). Es decir, que todo símbolo además de su objeto denotativo y su objeto connotativo, tiene otro que es su objeto informativo. Define el objeto informativo como el total de los símbolos traducidos que se mide por la cantidad de intensión que el término tiene, por encima de lo que es necesario para limitar su extensión, o el valor del concepto que es su símbolo

⁴⁵ WI: 272-286.

⁴⁶ WI: 272.

equivalente. En este sentido las palabras abstractas, como verdad, honor, etc., le parecen a él simplemente ficciones. Dando aquí muestras de una posición nominalista a la que inicialmente se adscribía.

Clasifica, entonces, las proposiciones en: 1. Propositiones analíticas que son inmediatamente determinantes nada más que de connotación, y que pueden denominarse connotativas; 2. Propositiones extensivas que son inmediatamente determinantes nada más que de denotación, y que pueden denominarse denotativas; y 3. Propositiones intensivas sintéticas que son inmediatamente determinantes tanto de denotación como de connotación y, en consecuencia, también, de información, y que pueden llamarse proposiciones informativas. Por lo que tenemos proposiciones conjuntivas-simples-enumerativas relacionadas con proposiciones denotativas-informativas-connotativas, de forma que lo que está a la izquierda de una línea no puede estar a la derecha de la otra. Dicho esto, estaremos preparados ahora para debatir los fundamentos de la inferencia científica que plantean dos cuestiones iniciales: 1. Enunciar y demostrar los principios de los que depende la posibilidad, en general, de cada tipo de inferencia; y 2. Enunciar y demostrar las reglas para hacer inferencias en los casos particulares. Se centra, en lo que resta de la conferencia, en la primera de estas cuestiones. Partiendo de que la inferencia, en general, supone simbolización; y de que toda simbolización es inferencia. Enuncia, a continuación, los principios de por qué son válidas, cómo llegan a serlo, las inferencias inductivas e hipotéticas, junto con las deductivas, cuya validez daba por supuesta en la primera de esta serie de conferencias. Estos principios deben referirse todos, pues, a la *simbolización*, como acaba de señalar; y como fundamentos de la posibilidad de la inferencia deben referirse a la posibilidad de simbolización o ‘simbolicidad’. Y, como principios lógicos, deben aplicarse a la referencia de los símbolos a los objetos; puesto que la lógica ha sido definida como la ciencia de las condiciones generales de las relaciones de los símbolos con los objetos. Y deben enunciar tres relaciones diferentes, connotación, denotación e información, según se considere el objeto como cosa, forma o representación equivalente.

Revisa, a continuación, lo que expuso en la segunda conferencia sobre estos mismos tres principios que se referían a la inferencia *a priori*, la inferencia *a posteriori* y la inferencia inductiva, como las denominó entonces. Ahora, el fundamento de la inferencia deductiva debe establecerse deductivamente, razonando de determinante a determinado; por lo que este principio debe referirse a los símbolos, los únicos objetos

cuyo carácter depende de su definición. El fundamento de la inferencia hipotética debe establecerse hipotéticamente, razonando de determinado a determinante; por lo que este otro principio debe referirse a las formas puras, en la medida que están determinadas por lo que determinan, algún símbolo u objeto. El principio de la inferencia inductiva debe establecerse inductivamente, razonando de las partes al todo. Por lo que el principio de inducción debe referirse a la ‘simbolicidad’ de aquellos objetos cuyas partes son, en su conjunto, la totalidad del objeto, es decir, las cosas.

Establece, como en la segunda conferencia, el principio universal a partir del cual todas las cosas, las formas y los símbolos son simbolizables. Y procede a demostrar cada uno de los tres principios anteriores respecto a este principio universal. La deducción no plantea ningún problema. Para la prueba inductiva de la inducción, incorpora, como símbolo, el concepto de selección con su connotación, su denotación y, especialmente, su información; y concluye, a partir del enunciado de que todas las cosas que seleccionamos son simbolizables, que todas las cosas son simbolizables. Un argumento este que, aunque inductivo, no encuentra ningún caso que lo contradiga. Para la prueba hipotética de la hipótesis, asume que todo lo que es simbolizable puede considerarse como el sujeto de una hipótesis, esto es verdadero de las formas si adoptamos la hipótesis de que todas las formas son simbolizables, como se demuestra.

El orden de fuerza de los argumentos es, pues, deducción, inducción, hipótesis. La deducción de hecho es la única demostración; aunque nadie cuestione una buena inducción. Sin embargo, la hipótesis es proverbialmente peligrosa y cita la *Hypotheses non fingo* de Newton, que basaba su teoría en una inducción estricta. Añade que comenzando con una hipótesis, que nos proporciona los hechos, la inducción extiende nuestro conocimiento y la deducción lo hace distinto o preciso. Estos principios, a su vez, dan lugar a los varios tipos de inferencia. El principio de la ‘simbolicidad’ universal de las cosas es la condición de la inducción. El principio de la ‘simbolicidad’ universal de las formas da lugar a la hipótesis. Concluye con la aplicación a las teorías científicas de los principios y conceptos que ha desarrollado en esta conferencia, añadiendo un principio de prudencia: «En una especulación reposada, donde la seguridad es esencial; debemos adoptar la [teoría] menos extensa. Lo mismo respecto a la preferencia entre dos teorías»⁴⁷.

⁴⁷ *WI*: 285.

En la conferencia XI⁴⁸, y última de Harvard en esta edición, comienza con un repaso del tema principal de todo el curso acerca de los fundamentos de la inferencia, que ya había desarrollado en la conferencia anterior. Pasa, luego, a debatir la supuesta reciprocidad de los términos extensión y comprensión de la que afirma que solo es sostenible cuando la información no cambia. E insiste en la definición de información como la cantidad de comprensión que tiene un símbolo por encima de lo que limita su extensión. Por lo que la fórmula, ahora: Connotación \times Denotación = Información⁴⁹; se sostendría siempre.

Aplicando estos conceptos a la silogística, añade, a continuación, que aquellos juicios en que el sujeto es informativo y el predicado connotativo, se denominan habitualmente juicios explicativos o analíticos, y que él los denomina connotativos. A aquellos otros juicios en que el sujeto es denotativo y el predicado connotativo, los denomina informativos. En el último caso, en que el sujeto es denotativo y el predicado informativo, los denomina denotativos.

A continuación da un repaso a todos los conceptos lógicos que ha ido presentando en esta serie de conferencias. Primero, la deducción, la inducción y la hipótesis deben ser aceptadas como condiciones del pensamiento. Segundo, todas las cosas, formas y símbolos son simbolizables. Y, por último, simbolización e inferencia son lo mismo.

En esta conferencia completa su teoría lógica de la inferencia demostrando que, a partir de hechos dados, por la regla de que el valor de los hechos es proporcional a su número, tanto en la inducción como en la hipótesis, la mejor inferencia posible, una vez que se ha hecho toda la reducción posible, es aquella que, siendo inductiva, tiene el sujeto más comprensivo, y aquella otra que, siendo hipotética, tiene el predicado más extenso.

Procede a exponer el sistema lógico de Sir William Hamilton, el cual Peirce considera que, en su estado original, se opone a toda esta teoría de la inducción y la hipótesis que él ha planteado. Peirce, para hacer consistente ese sistema, reduce, aplicando el principio de que toda proposición puede ser contradicha no por una única proposición sino por una combinación de ellas, las ocho proposiciones de Hamilton a cinco. También puntualiza que no debemos distraernos con las palabras ‘algún’ y

⁴⁸ *WI*: 286-302.

⁴⁹ En el capítulo 8 del libro que presenta esta tesis se desarrolla más consistentemente todo este tema, y la fórmula acaba siendo: Amplitud \times Profundidad = Área.

‘todo’, sino ser fieles a nuestras concepciones lógicas, las que ha expuesto con anterioridad.

Finalmente, justifica el tiempo dedicado a las meras formas lógicas, aduciendo que, tanto para el alumno de Kant como para el de Aristóteles, la Analítica de la Lógica es el fundamento de la Metafísica, que es lo único que podemos dar por supuesto independientemente de la experiencia y que está implicado en las formas lógicas. Hemos estudiado, dice, el conjunto de formas lógicas que contiene la hipótesis, la deducción y la inducción y, parcialmente, el conjunto que contiene la denotación, la información y la connotación. A la denotación le corresponde la concepción de un objeto, a la información la concepción de un tipo real, y a la connotación la concepción de un logos o cualidad. Por lo que a la inducción le corresponde la concepción de una ley, a la hipótesis la concepción de un caso bajo una ley y a la deducción la concepción de un resultado. Los principios del juicio correspondientes a estas concepciones son las leyes que postulan que todas las cosas, todas las formas y todos los símbolos son simbolizables.

Y concluye esta primera serie de conferencias, que no pudo ser reconstruida por completo en esta edición, con su forma particular de desarrollar la teoría kantiana: «Todos los principios que pueden derivarse, de esta manera, a partir de las formas de la lógica deben ser válidos para toda experiencia. Puesto que la experiencia ha utilizado la lógica. Todo lo demás admite una duda especulativa»⁵⁰.

En la Edición de *Writings I*, que estamos revisando, aparece, a continuación de las anteriores conferencias de Harvard, un breve manuscrito en el que esboza un *Capítulo I* de un libro que se titularía *Lógica Teleológica*. En este texto desarrolla la siguiente definición de la lógica, conectando una cadena de definiciones estrechamente vinculadas con su concepción de la misma en estos años: la lógica es ‘simbolística’ objetiva; la ‘simbolística’ es la semiótica de los símbolos; la ‘simbolística’ objetiva es aquella rama de la ‘simbolística’ que considera las relaciones con los objetos; la semiótica es la ciencia de las representaciones; una representación es cualquier cosa que está, o que se representa que está, en lugar de otra y por la cual esa otra puede estar en lugar de algo que puede estar en lugar de la representación. Añade que la cosa es aquello en lugar de lo cual está la representación, *prescindida* de todo aquello que pueda servir para establecer cualquier relación posible; que la forma es el respecto (aspecto) en

⁵⁰ *WI*: 302.

el que una representación está en lugar de una cosa, prescindida de todo lo que pueda servir como base de una representación y, en consecuencia, de su relación con la cosa. Por lo que la ciencia se divide en: 1. Ciencia positiva, o ciencia de las cosas; 2. Semiótica, o ciencia de las representaciones; 3. Ciencia formal, o ciencia de las formas.

Tras estas definiciones, que fundamentan su concepción ulterior de la lógica como semiótica, procede a clasificar las representaciones, a las que, luego, llamará signos, de la siguiente manera: 1. *Signos*, representaciones en virtud de una convención; 2. *Símbolos*, representaciones en virtud de una naturaleza original o adquirida; 3. *Copias*, representaciones en virtud de la identidad de los predicados. Los conceptos son especies de símbolos en estos términos. Añade que un símbolo es creado por un *logos*, equivalente a otro símbolo en el sistema en el que se le considera un símbolo, y está en lugar de un objeto. Por lo que un *logos* es una forma materializada y un objeto es una cosa informada. Las ciencias de las condiciones generales a las que todo símbolo está sometido son, hasta ahora: 1. En su relación con un *logos*, *gramática general*; 2. En su relación con un lenguaje, *retórica general*; 3. En su relación con un objeto, *lógica general*. Iremos viendo en este estudio como estas definiciones irán transformándose, bien en su concepto bien en sus denominaciones, a lo largo de la carrera investigadora de Peirce dedicada a la lógica.

Encontramos, a continuación en esta edición, lo que bien podría ser un primer boceto de libro sobre lógica de Peirce, con el largo título de *Una visión no-psicológica de la lógica a la que se adjuntan algunas aplicaciones de la teoría a la psicología y a otras materias*⁵¹. Consta de un índice de seis capítulos y ocho o nueve apéndices, según una u otra de las dos versiones que aparecen en el mismo manuscrito. Los capítulos son, respectivamente: I. Definición de la lógica; II. El silogismo, sus figuras o modos, o formas del silogismo; III. Formas de la deducción, la inducción y la hipótesis; IV. Denotación, connotación e implicación; V. Formas de las proposiciones; VI. La inferencia válida. Y los apéndices, respectivamente: I. Lógica de la maquinaria y de la asociación de ideas, o de la asociación mental; II. Las hipótesis de espacio y tiempo; III. La memoria; IV. La causalidad, o la causalidad y la filosofía primera; V. Las emociones consideradas como hipótesis, o la lógica de la emoción; VI. La hipótesis de la vida futura; VII. Las hipótesis religiosas, el VIII en la segunda versión del índice en

⁵¹ *WI*: 305-321.

que el VII es La libertad; y el VIII La lógica de la clasificación natural, que es el IX en la segunda versión.

Comienza la primera versión del capítulo I con una de las definiciones de lógica de Kant, «La lógica es la ciencia de las leyes de la acción mental o, lo que es lo mismo, de las formas del pensamiento en general»⁵². De la que, sin embargo, se queda solo con la segunda parte puesto que le parece menos psicológica que la primera. Además de matizar una distinción clara entre el *pensamiento en general*, prescindiendo de la intuición y de cualquier conexión con la mente individual, y el *pensamiento*.

Como una primera aproximación a lo que, luego, devendría su fundamental concepto de realidad, menciona, ahora, el verso de Bryant sobre *aquella flor del desierto* que, aunque nadie pueda verla ni pensarla, es tan correcta lógicamente como lo sería el argumento indescifrable de un pueblo desaparecido que encontramos en una inscripción milenaria.

Continúa, con sus características divisiones, diciendo que estando los fenómenos compuestos de *imagen, materia y forma*, correspondiéndose con la imagen, tenemos la representación, correspondiéndose con la materia, tenemos el supuesto de las realidades externas o *cosas*; y correspondiéndose con la forma, tenemos las *cualidades*. Añade que las *cosas* son hipótesis legítimas, como se verá cuando se desarrolle la lógica de la hipótesis, y que las *cualidades* son ficciones porque, aunque es verdad que las rosas son rojas, la rojez no es nada, salvo una ficción diseñada para los propósitos del filosofar, inocua en la medida que recordemos que el realismo escolástico que implica, es falso. Donde muestra una adscripción original al nominalismo que, pronto, comenzará a desplazarse hacia un realismo moderado. Continúa afirmando que, cuando eliminamos, por abstracción, el elemento de cualidad de las *cosas*, tenemos la materia noumenal. Cuando la conexión con las cosas se elimina de las cualidades, tenemos las formas puras. Cuando se elimina de las representaciones el elemento material y mental, tenemos los conceptos o, como prefiere decir para evitar la aparente conexión con la mente, los *logoi*. Utilizando su concepto de ‘prescisión’, en lugar de abstracción, continúa diciendo que estos tres elementos de los que se ha prescindido son ficciones. Este análisis le conduce a decir que si la lógica trata con la forma del pensamiento, se puede estudiar tanto en las representaciones externas como en las internas. Recordemos

⁵² Kant, Immanuel. *Sämmtliche Werke*. 12 partes en 14 volúmenes. Editado por Karl Rosenkranz y Friedrich Wilhelm Schubert. Leipzig: Leopold Voss, 1838-1842; vol. 3, p.175 [*Logic*, intro., sec. 1].

que, posteriormente, Peirce pasó a denominar a todas las clases de representaciones, ‘signos’. Por lo que la lógica trata con las representaciones, pero no con todas sus clases: 1. *Marcas* o *signos*, o representaciones que denotan sin connotar que, luego, serían los *índices*; 2. *Análogos*, o representaciones que connotan sin denotar, que, luego, serían los *iconos*; y 3. *Símbolos*, o representaciones que denotan al connotar. La lógica se refiere a estos últimos. Pero, tampoco, en todas sus referencias, a saber, a otros símbolos, a las cualidades y a sus objetos. La lógica sería, pues, la relación de los símbolos, en general, con sus objetos; lo que ya había apuntado, con anterioridad en esta edición, en la primera de las conferencias de Harvard. Y define la verdad de una inferencia lógica en estos términos: «Una inferencia es lógica si sus premisas son verdaderas. En otras palabras, es lógica aquella inferencia que se conforma a las condiciones generales de pasar de unas premisas que tienen un objeto real a una conclusión que tiene un objeto real»⁵³.

Y concluye diciendo que si un símbolo no tiene objeto, entonces, es absurdo, o ilógico; por lo que la lógica, recalca, se ocupa de la referencia de los símbolos en general a los objetos.

En la segunda versión de este texto, desarrolla los conceptos anteriores referidos a la definición de la lógica e introduce su concepción del fenómeno respecto al noumeno para explicar la relación que la palabra escrita, la proposición o el silogismo tiene con la lógica.

Haciendo uso, de nuevo, de su metodología clasificatoria o divisoria dice que todo fenómeno tiene tres aspectos que pueden denominarse sus elementos: considerado por tener cualidades, tenemos el aspecto de la forma del fenómeno; como sujeto del pensamiento se puede denominar a este otro aspecto, la materia del fenómeno; tras estos dos aspectos, uno subjetivo o interno y otro objetivo o externo, está el tercero, en que el fenómeno se representa como algo que no está presente, el noumeno. Son las regularidades de la forma las que inducen la objetivación del fenómeno. La noción de noumeno se corresponde con la expectativa de recurrencia de estas regularidades y en esto reside la semejanza entre el fenómeno y el noumeno que permite analizar el segundo en los mismos elementos que el primero. Considerando el fenómeno como noumeno nos encontramos con los *accidentes* del noumeno, a cuyos elementos o aspectos podemos denominar, entonces, *objeto*, en lugar de accidentes; *cosa*, en lugar de

⁵³ *WI*: 309.

materia; y *cualidades*, en lugar de forma. Una cosa, entonces, y su representación externa, una palabra por ejemplo, están en la relación de cosa y objeto; y la representación mental, como representación, consiste en las *cualidades* de la cosa.

Interrumpe aquí este esbozo de primer capítulo y comienza con el segundo, dedicado al silogismo, con el teorema de que a partir de la afirmación de una *regla* y de un *caso* bajo esta regla, se sigue necesariamente un *resultado*, cuya conclusión pertenece a la primera figura de los silogismos. Añade los dos corolarios referidos a la inexistencia de un resultado y a la inexistencia de una regla, que se corresponden con las afirmaciones de la segunda y la tercera figuras. Hace un desarrollo diagramático de estas formas, con los términos universales, particulares, afirmativos y negativos; que excluye la cuarta figura y dos modos de la tercera figura, donde no encuentra la regla del teorema inicial. Y concluye, considerando que al ser la lógica la ciencia de las condiciones de las relaciones de los símbolos en general con los objetos, dos proposiciones que expresan el mismo hecho son, lógicamente hablando, una; que todas las figuras y modos pueden reducirse, por inversión, a la primera figura.

Finalmente, establece que hay tres relaciones entre las proposiciones de un silogismo. La primera, entre la proposición que se sigue apodícticamente a partir de las otras y aquella a partir de la cual se sigue ella misma, a la que denomina la distinción lógica. La segunda, entre la proposición como relacionada con una regla, un caso y un resultado, a la que denomina la distinción gramatical. Y la tercera, entre la conclusión o proposición que se infiere, la que se cree en base a la creencia en las otras premisas, a la que denomina la distinción retórica. Resume su clasificación diciendo que la proposición que se sigue apodícticamente, la proposición que afirma o niega un resultado, y la conclusión se denominarán proposiciones mediales. La proposición que contiene el sujeto de una proposición medial se denominará una proposición siniestra, y la proposición que contenga el predicado de una proposición medial se denominará una proposición diestra. En una tabla, los términos *gramaticalmente*, *lógicamente*, y *retóricamente*, horizontalmente, y *medial*, *siniestra* y *diestra*, verticalmente, expresarán, entonces, todas las distinciones entre las proposiciones. Veremos en *Sobre la clasificación natural de los argumentos* (1867), incluido en el capítulo 7 del libro que presentamos aquí, un desarrollo más aquilatado y completo de la teoría clasificatoria de los silogismos, con su proyección, en la inducción y en la hipótesis, a la lógica de la ciencia.

En 1865 emprende, también, el diseño de un libro denominado *La lógica de las ciencias*⁵⁴, que comienza con un párrafo 1 sobre la concepción de la lógica en el que insiste sobre el carácter *no-psicologista* que él propugna, por lo que afirma que es más correcto decir que la lógica es la ciencia de las formas de las representaciones que decir que es la ciencia de las formas del pensamiento. Respecto a los tres tipos de representación que denomina: significación, imitación y veracidad; presenta la definición de *signo* como aquella representación que está de acuerdo con su objeto sin ninguna correspondencia real y esencial; la de *copia* como aquella representación que realmente, y en sí misma, se refiere a su objeto al asemejársele; y la de *tipo/símbolo* como aquella representación cuya correspondencia con su objeto es del mismo tipo inmaterial que la del *signo*, pero que se funda, no obstante, en su propia naturaleza y no es meramente supuesta o ficticia.

En un esbozo del capítulo I⁵⁵, sin título, nos presenta tres definiciones de *representación*, la de Hamilton para quien esta denota una cognición mediada, la de Hegel para quien denota una imagen mental, y la de Kant para quien denota una cognición en su sentido más amplio; y añade la que denomina su sentido original y ordinario: aquello que está en lugar de otra cosa. Aunque, además, para él, esto incluye no solo a lo que esté en la mente, sino, a cosas que ni siquiera apelan a la mente. En el mismo párrafo hace afirmaciones del tipo «Sería falso decir que el hombre utiliza las palabras más que las palabras utilizan al hombre [...] Pero no es el hombre mismo sino sus concepciones las que son representaciones»⁵⁶. Esta perspectiva la desarrollará significativamente en 1868 cuando en *Algunas consecuencias de cuatro incapacidades* formula su concepto de hombre-signo-pensamiento, que presentamos en el capítulo 5 de la edición del libro de lógica que nos incumbe. Argumenta, a continuación, que *todo es representativo*, puesto que el supuesto de algo no representado es auto-contradictorio: lo que se supone es, por ello, representado. Y concluye este esbozo con el concepto de representación como marca de primer, segundo y tercer orden, según se suponga un estado de cosas con una, dos o tres cosas. Dos serán el objeto y su correlato, es decir dos marcas de primer orden; tres, el sujeto y dos cosas, por lo que serán tres

⁵⁴ WMS113. *WI*: 322-336.

⁵⁵ *WI*: 323.

⁵⁶ *WI*: 323.

marcas de segundo orden, que consisten, a su vez, en dos marcas de primer orden cada una.

Continúa con otro esbozo de capítulo I que titula *Definición de la Lógica*, donde inquiere por su *Summum Genus*, *Ser*, una palabra que considera ambigua y cuyo carácter pretende indagar por medio de la más amplia de las inducciones. Comienza diciendo que las instancias son de dos formas, sensaciones y representaciones, y que *todo es representación*. Por lo que el *Summum Genus*, o lo que es, es representación. Ahora bien, la representación implica, primero, un *objeto* representado, segundo, una mente, o abstrayendo el elemento personal, una representación (ella misma u otra) a la que esta misma apela, a lo que denomina el *sujeto*, tercero, un *fundamento* o razón que la determina a representar ese objeto a ese sujeto. Las tres marcas de la representación son, entonces, la referencia a un objeto, la referencia a un fundamento y la referencia a un sujeto. Argumenta que la diferencia en el fundamento de la representación es la única diferencia que implica necesariamente una diferencia en todas las tres marcas de representación. El fundamento de una representación tiene tres marcas: 1. Determina que una cierta representación se refiera a un cierto objeto; 2. Determina que una representación se refiera a ella misma; 3. Determina que la representación se refiera a un cierto sujeto. Por lo que las especies de representación serían, también, tres: 1. Las representaciones cuyo objeto está determinado por su sujeto, a las que denomina *signos*; 2. Las representaciones cuyo sujeto y cuyo objeto dependen inmediatamente del fundamento y no de ningún carácter de estos, como un cuadro, a las que denomina *copias*; 3. Las representaciones cuyo sujeto depende de su objeto, una concepción o una palabra, a las que denomina *símbolos*. Terminología que ya nos había presentado en el texto anterior, pero que modificará en escritos posteriores.

Añade que, como el fundamento en cualquiera de los tipos es el carácter común puede ser prescindido, siendo fundamento y prescindible términos co-extensivos; por lo que pasa a las siguientes definiciones más concisas: 1. Signos, cuyo ‘prescindible’ es del sujeto; 2. Copias, cuyo ‘prescindible’ es del sujeto y del objeto; 3. Símbolos, cuyo ‘prescindible’ es del objeto. Fundamentando así la siguiente definición de la lógica: un símbolo cuya meta esencial es poner a prueba verdades con razones. Y, puesto que solo los símbolos son objetos de la lógica y la lógica pone a prueba su objeto, la lógica clasifica los símbolos; por lo que llega, entonces, a esta otra definición más aquilatada,

obviando cualquier tipo de implicación: la lógica es el símbolo que clasifica a los símbolos en general en referencia a la razón de sus referencias con sus objetos.

A continuación, el esbozo de capítulo II⁵⁷ comienza partiendo de que, al ser la lógica una ciencia clasificatoria, debe verse precedida por las leyes puras de la clasificación que, al no haber sido desarrolladas antes, plantea la relevancia de hacerlo ahora.

La ciencia pura, dice, considera no lo que es sino lo que es posible, por lo que la división de un género en sus especies es la solución al problema de la clasificación. Como ejemplo pone la división de las representaciones que presentó en el capítulo I. Partiendo de la definición de que una representación es el carácter de estar, para un sujeto, en lugar de un objeto en base a algún fundamento; y de que el fundamento sea el único elemento de la representación que es una relación, un acuerdo, que puede residir en el sujeto, en el objeto o entre ellos, tenemos la primera división en tres especies. Por lo que podemos llamar al objeto, ‘prescindido’ del sujeto y del fundamento, la *materia*, al fundamento considerado como en el objeto, la *forma*, y al sujeto considerado como referente al objeto, la *entelequia*.

Introduce, ahora, el concepto de *categoría* de la siguiente manera:

la hipótesis universal que nos vemos obligados siempre a hacer es la de una sustancia, que hay algo que *es*. Esta necesidad es la primera ley del entendimiento y su producto es la primera categoría [...] A continuación, encontramos por inducción que todo lo que es, es de algún tipo [...] Por lo que alcanzamos la noción de cualidad, que es la segunda categoría, y el primer orden de marca. Lo que es, debe tener un *fundamento* para ser [...] A continuación, encontramos, también por inducción, que sea del tipo que sea cualquier cosa, lo es respecto a otra cosa... Por lo que llegamos a la noción de relación, que es la tercera categoría y el segundo orden de marca. Lo que es no solo debe tener un fundamento para ser, sino tener un *objeto*.⁵⁸

Se extiende, ahora, con algunos ejemplos para llegar a mostrar que hay dos tipos de marcas de segundo orden, la positiva y la negativa. Y divide la tercera categoría afirmando que una relación considerada objetivamente es un *hecho*, que la relación positiva objetivamente es *acción*, y que la relación negativa objetivamente es *pasión* (sufrimiento). A continuación, encontramos, también por inducción, que todo lo que es de un cierto tipo en comparación con otro, lo es para alguien, por lo que llegamos a la noción de representación que es la cuarta categoría y el tercer orden de marca. Lo que es no solo debe tener un fundamento y un objeto, sino también un sujeto. Establece tres

⁵⁷ *WI*: 329.

⁵⁸ *WI*: 331.

tipos de marcas de tercer orden: 1. Aquellas cuyo fundamento es inherente al sujeto; 2. Aquellas cuyo fundamento va con la marca misma; y 3. Aquellas cuyo fundamento es inherente al objeto.

Insiste en que solo hay lo que es, frente a las concepciones que nos hablan de sustratos y fenómenos, ahora bien, todo tiene algún carácter, lo que Peirce considera que debe ser la primera gran inducción de la ciencia abstracta. Podemos ver cómo nuestro autor intenta conciliar su formación científica con su erudición metafísica de una manera ejemplar en las últimas décadas del siglo XIX. En todo lo anterior, también podemos ver cómo Peirce imbrica ya su teoría de la representación o, más tarde, del signo con su incipiente teoría de las categorías lo que, luego, desarrollará más amplia y refinadamente en el libro que aquí presentamos.

En la tercera versión de este apartado sobre las categorías del esbozo de capítulo II de *La lógica de las ciencias*⁵⁹, añade que la concepción del sujeto que plantea aquí, que no es una mente pero puede ser una representación humana, es una abstracción que ha sido reiteradamente ignorada por los filósofos.

Continúa aplicando su método clasificatorio, afirmando que las tres concepciones generales, las referencias al fundamento, al objeto y al sujeto, tienen tres fases, la gramatical, la lógica y la real o retórica. Comienza, pues, con la gramática puntualizando que su primer elemento es el nombre, o mejor el pronombre *esto*, luego viene la referencia de esto al fundamento, que es la aplicación del verbo, luego la referencia al objeto que es el objeto paciente y, finalmente, la referencia al sujeto que es el objeto personal. En lógica, las aplicaciones del verbo, del objeto paciente y del objeto personal aparecen como tres tipos de marcas: 1. La marca interna o el carácter de un término considerado en sí mismo; 2. La relación con un término particular; y 3. La representación como un carácter de un término. Añade que la marca interna, la relación y la representación aparecen en sus transformaciones trascendentales (o retóricas) como cualidad, suceso y acto intencional. Interrumpiéndose poco después este manuscrito.

A continuación, en la edición de *Writings I*, nos encontramos con unas interesantísimas *observaciones misceláneas* en su cuaderno de lógica sobre las que no podemos extendernos, pues ya hemos indicado que estos cuadernos de lógica merecen una edición y un estudio propios que, indudablemente, arrojarán una nueva luz sobre la

⁵⁹ *WI*: 334.

gestación de su concepción de la lógica en estos años. Sin embargo, acto seguido, aparece otro esbozo para un libro, titulado *Lógica Capítulo I*⁶⁰. En este manuscrito da un repaso a su opinión acerca de las categorías de Aristóteles, Kant y Hegel, puesto que considera que «diseñar una tabla de las categorías es el gran fin de la lógica»⁶¹, y pasa, acto seguido, a replantear su propia teoría al respecto: puesto que la unidad final de consistencia de la multiplicidad de lo inmediatamente presente, es dada en la concepción de *ser*, que es la fuerza de la cópula de una proposición, la predicación, o abstracción de la referencia a una mente, la posesión de un carácter, es la primera concepción con contenido. Aclara que el carácter es el fundamento de ser todo lo que es, al ser *de algún modo*; que carácter y fundamento son términos ‘co-extensivos’, y que la referencia a un fundamento, o posesión de un carácter, no es una concepción dada en las impresiones de los sentidos sino que es el resultado de una generalización. Añade que la generalización lo es de cosas relacionadas, por lo que la función inmediata de la referencia a un fundamento es la de relacionar y correlacionar, en consecuencia, la referencia a un correlato es la segunda concepción con contenido, que no es dada en la sensación sino que es el resultado de la comparación. Prosigue mostrando que la comparación es la determinación de una representación por medio de aquello que está presente, por lo que la referencia a un *correspondiente*, aquello por medio de lo cual se contempla algo, como cuando pongo *A* en relación con *B* como si contemplara *B* por medio de *A*, es la tercera concepción con contenido.

Los eslabones de esta cadena uniforme de concepciones: la referencia a un fundamento, a un correlato y a un correspondiente; nos proporcionan los elementos para establecer un sistema completo de lógica.

Aplicar a estas concepciones la operación mental de ‘prescisión’, o abstracción, por oscurecimiento o por posición, le permite dividir los *atributos* en tres tipos: 1. Los que solo contienen referencia a un fundamento, o *cualidades*; 2. Los que contienen referencias a un fundamento y a un correlato, necesariamente conectados, o *relaciones*; y 3. Los que implican referencias a un fundamento, a un correlato y a un correspondiente, o *representaciones*. Las relaciones las divide, a continuación, en dos tipos, de acuerdo con su doble referencia; y las representaciones en tres tipos, de acuerdo con su triple referencia.

⁶⁰ WMS115. *WI*: 351-356.

⁶¹ *WI*: 351.

Divide, pues, las relaciones ‘reales’ en relaciones de *acuerdo*, en las que el correlato al que se refiere una cualidad simple hace posible una generalización, y en relaciones de *diferencia in actu*, en las que la referencia a un fundamento implica la referencia a un correlato. Divide, luego, las representaciones en función de estas dos divisiones de las relaciones reales en, primero, la *semejanza*, que más tarde denominará *icono*, donde el *representamen* (antes, representación y, después, signo) tiene un acuerdo real con su objeto; segundo, el *índice*, donde hay una diferencia real entre el *representamen* y su objeto; y, tercero, el *signo general* (antes, y después, el símbolo), donde la relación del *representamen* con su objeto es ideal, como es el caso de la palabra o la concepción. En las últimas líneas de este manuscrito introduce una cita de Leibniz para ilustrar su incipiente teoría general del signo o de los signos: «Casi nunca, especialmente en el análisis más prolongado, intuimos de una vez la naturaleza completa de la cosa, sino que en lugar de las cosas usamos signos»⁶². Aprovechamos esta primera mención explícita al gran Leibniz, para señalar que, en nuestra opinión, su filosofía es una de las mayores influencias en el pensamiento de Pierce.

La edición de *Writings 1* prosigue con los manuscritos disponibles de la serie de conferencias que Pierce dio en el Instituto Lowell de Boston en 1866 bajo el título general *La lógica de la ciencia, o inducción e hipótesis*⁶³. En la primera de estas conferencias aporta otra definición de la lógica como la ciencia por la cual estamos capacitados para poner a prueba razones, y que desarrolla diciendo que el oficio de someter a prueba no es otro que el de una *ciencia clasificatoria* de razones en el caso de la lógica.

Continúa con un rápido repaso a la historia de la lógica, destacando la disputa entre nominalistas y realistas que se reavivó con las tesis nominalistas de Guillermo de Ockham en el siglo XIV, para centrarse en la situación que encuentra en su época, tras la revitalización kantiana de la lógica. Dice que, ahora, encontramos lógicos *antropologistas*, que, a veces, denomina, también, *psicologistas*, y lógicos formales. Los primeros fundan la lógica en el conocimiento de la naturaleza humana y en la referencia constante a sus hechos, mientras que los segundos piensan que la lógica puede ser aprendida meramente por la comparación de los productos del pensamiento. Y, aunque

⁶² Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Opera omnia, nunc primum collecta, in classes distributa, praefationibus et indicibus exornata*. Editada por Ludwig Dutens. Geneve: Apud Fratres de Tournes, 1768; vol. 1, pp. 79-80, *Pensamientos sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*.

⁶³ *WI*: 358-504.

reconoce el talento que muestran los primeros, se adscribe a la posición de los segundos. Como ha señalado ya en ocasiones anteriores esta posición se muestra en la definición de la lógica como ciencia clasificatoria de los argumentos. Crítica, a continuación, como ejemplo de la primera posición, la de James Mill, que sustenta, también, su hijo, John Stuart Mill, de que toda inferencia surge meramente de la asociación de ideas, como propugnaba Hume. Esta suposición, dice, no nos permite distinguir un buen argumento de uno malo, ni alterar el grado de creencia en una inferencia cuando hemos admitido ciertas premisas, ni tampoco nos permite distinguir el buen razonamiento del malo; características que, para Peirce, son fundamentales para la lógica. Y, además, la posición formalista que él asume sí puede dar cuenta de las formas de los razonamientos por los que avanzamos en la ciencia, propiamente la inducción y la hipótesis, a las que dedicará esta serie de conferencias.

Comienza, sin embargo, analizando el razonamiento deductivo, aquel que despliega lo que está ya implicado en aquello que hemos admitido. Todo argumento de este tipo tiene la siguiente estructura proposicional: 1. Una *regla general*; 2. Un caso bajo esa regla, o subsunción de un caso bajo una regla; y 3. Una conclusión, o un resultado, que es la afirmación de esa regla para ese caso. Para que esta forma de razonamiento sea buena, el *sujeto* de la regla debe ser el *predicado* del caso, no solo formal sino significativamente; y la regla debe afirmarse de *todos* los casos bajo la misma; lo que ilustra con algunas conocidas falacias que no respetan estas reglas. De esta primera figura del silogismo, pasa a la división clásica de las proposiciones en universales, particulares, afirmativas y negativas, hasta llegar a un análisis minucioso de la segunda y tercera figuras, para lo que se adscribe a los estudios de De Morgan. Concluye esta exposición del silogismo aristotélico diciendo que, aunque las tres figuras son formas de inferencia esencialmente diferentes, tienen en común que todas dependen de la posibilidad de inferir un resultado de una regla, a partir de la regla misma, y de la subsunción de un caso bajo ella. Finaliza con una introducción al análisis del denominado silogismo teofrástico. Todo el tratamiento que da en esta, y en la siguiente conferencia, a este tema, y al del silogismo aristotélico, está más desarrollado en *Sobre la clasificación natural de los argumentos* (1867) que hemos incluido en el capítulo 7 del libro que Peirce proyectó en 1873, objeto de esta tesis.

En la segunda conferencia⁶⁴ prosigue con el análisis de los modos teofrásticos, una de las formas de razonar *deductivamente* o, como él dice, a partir de opiniones preconcebidas. Se detiene para considerar que el arte de poner argumentos en la forma del silogismo fue estudiado con gran detalle por los escolásticos, cuyas reglas para hacerlo, las *parva logicalia*, afirma que constituyen la parte más intrincada y compleja de la lógica; de lo que él mismo parece estar dándonos continuos ejemplos. Es destacable señalar aquí que uno de sus proyectos maduros de libro sobre lógica se titulase *Minute Logic*, evocando aquella denominación.

Continúa, apoyándose en algunas consideraciones de De Morgan respecto a los silogismos y las falacias, con algunos ejemplos de argumentos buenos y malos de acuerdo con criterios formales. Hasta llegar a presentar un *dilema*, que considera una forma del silogismo condicional y que desarrolla aquí someramente. Pasa a analizar los distintos tipos de proposiciones que podemos encontrar en las premisas y en las conclusiones de los argumentos, a lo que añade la diferencia entre activas y pasivas; y, especialmente, la diferencia entre aquellas que están compuestas de sujeto y predicado, de aquellas otras que están compuestas de sujeto, predicado relativo y correlato; introduciendo los términos que desarrollará ampliamente en su lógica de los relativos de 1870, y que hemos incluido en el capítulo 10 del proyecto de *Tratado de Lógica* de Peirce de aquellos años.

Introduce, a continuación, otro aspecto fundamental de su incipiente sistema de lógica, de nuevo inspirado por De Morgan: la relación entre la lógica y las matemáticas; puesto que los lógicos han encontrado grandes dificultades para reducir las demostraciones matemáticas a la forma del silogismo, lo que considera es debido a una limitada concepción de la filosofía de las matemáticas y de los conceptos de espacio y tiempo. Estas dificultades se han visto superadas gracias al descubrimiento de nuevas formas del silogismo que han permitido descubrir, a su vez, los grandes principios de las matemáticas y la naturaleza esencial del espacio y del tiempo, que han dejado obsoletas aquellas concepciones. Este aspecto se encuentra al principio de «Sobre la lógica de las matemáticas» de 1867 que hemos incluido en el capítulo 9 del *Tratado de Lógica* proyectado en 1873.

Prosigue con el análisis de nuevos ejemplos de falacias lo que le lleva a decir, por ejemplo, que «hay solo un paso de la profundidad al absurdo [...] Las absurdeces de

⁶⁴ *WI*: 376.

algunas de las formas de leyes están íntimamente conectadas con la justicia de las leyes en general»⁶⁵; donde parece estar apuntando a su fundamentación, posterior, de la lógica en la ética. Y, añade, que no debemos evitar el análisis de estas falacias, pues son una gran fuente de conocimiento, en sus palabras: «Un error nunca debe ser algo de lo que apartemos la mirada; sino algo en que está reflejado la imagen invertida de la verdad»⁶⁶.

A continuación, antes de analizar las famosas paradojas de Zenón, hace un breve repaso al origen de la filosofía cuando Jenófanes afirmó «Todo lo que es, es uno», que Peirce considera como el primer postulado de la misma, en estos términos kantianos: «Explicar es mostrar la unidad en el corazón de la multiplicidad»⁶⁷. Y en términos hegelianos, a este *Uno* también le podemos denominar *Absoluto*. Parménides añadió a esto, con parcialidad, «La multiplicidad es una mera ilusión». Zenón fue discípulo de Parménides; y el gran sofista, Protágoras, su oponente, sostenía que cada hombre es la medida de todas las cosas. Ambos identificaban *ser* y *pensar*, pero, explica Peirce, mientras Zenón hizo de la unidad del pensar, el ser real, Protágoras hizo de la multiplicidad de la experiencia la única realidad y adoptó de Heráclito, que todas las cosas fluyen, su concepción fundamental de la *continuidad*. Para Zenón la continuidad es incomprensible y, en consecuencia, falsa; y sobre este axioma basó sus cuatro famosos argumentos contra la posibilidad del movimiento o, en palabras de Peirce, contra la realidad del espacio debido a ciertos caracteres del movimiento. Concluye su crítica a los argumentos de Zenón, y esta segunda conferencia de Lowell, demostrando, más allá de los argumentos contrapuestos de Zenón (la razón contradice la evidencia de los sentidos), y de Diógenes (la evidencia de los sentidos contradice la de la razón), que el error real que contienen es el de asumir que la suma de un número infinito de finitos es necesariamente infinito⁶⁸.

En el manuscrito de la tercera conferencia⁶⁹, plantea otro de los temas principales de sus investigaciones, el de la probabilidad y su relación con la inferencia. Con ejemplos clásicos como son la extracción de bolas, postula que, en general, por medio de una muestra podemos juzgar el todo, con verdad. Respecto a la cuestión de la clasificación, tras descartar que la probabilidad pueda considerarse bajo la forma del silogismo, o

⁶⁵ *WI*: 389.

⁶⁶ *WI*: 390.

⁶⁷ *WI*: 390.

⁶⁸ *WI*: 392. Véase también: Aldrich, Henry. *Artis logicae rudimenta*. 4ª ed. Editado por H. L. Mansel. London: Rivingtons, 1862; p. 144n.

⁶⁹ *WI*: 393-407.

deducción, plantea a qué nuevo tipo de inducción pueda pertenecer al ponerla en la forma de un argumento.

A continuación, se detiene a explicar la probabilidad matemática en estos términos: «...es la razón o proporción del número de sucesos de un acontecimiento específico respecto al número total de sucesos de un supuesto acontecimiento genérico, conocido con certeza, del cual el primer acontecimiento es un tipo especial»⁷⁰.

Y matiza esta explicación, puesto que en muchos casos conocemos de antemano la proporción, como en el caso del dado, que siempre tiene seis caras, por lo que la probabilidad de que salga una de estas caras en cada tirada será siempre de 1/6. La probabilidad, entonces, es la proporción de la frecuencia del suceso del acontecimiento en cuestión respecto a la frecuencia del suceso del acontecimiento que sabemos que ocurre.

Aplica, a continuación, las fórmulas de las operaciones, aritméticas o lógicas, cuando tratamos con dos acontecimientos concurrentes cuya probabilidad será, entonces, igual a la probabilidad de uno de ellos multiplicada por la probabilidad del otro, *siempre que el primero acaezca*. En cambio, la probabilidad, en general, de un acontecimiento que puede acaecer de dos maneras, pero no de las dos a la vez, es la suma de las probabilidades de sus acaecimientos de cada manera. Con lo que sienta las bases para plantear cuál es la significación de la *suma* de dos probabilidades, y cuál es la significación del *producto* de dos probabilidades:

La suma de las probabilidades de dos acontecimientos es la probabilidad de que uno u otro acaezca, suponiendo que ambos no pueden acaecer a la vez. El producto de las probabilidades de dos acontecimientos es la probabilidad de que ambos acaezcan a la vez, suponiendo que son totalmente independientes, es decir que uno no acaece con una frecuencia mayor o menor cuando el otro acaece que cuando no lo hace.⁷¹

De forma muy didáctica indica, entre corchetes, tras cada una de estas fórmulas, la palabra ‘repetir’.

La sustracción la postula en estos términos: «el resto de una probabilidad sustraída de otra es la probabilidad de que la primera acaezca de cualquier otra manera que no sea a causa de la otra, suponiendo que siempre que la segunda acaezca la primera acaece»⁷².

⁷⁰ WI: 395.

⁷¹ WI: 397.

⁷² WI: 397.

Y la división, en estos: «el coeficiente de una probabilidad dividida por otra es la probabilidad de que la primera acaezca si lo hace la segunda, suponiendo que la primera no puede acaecer a menos que la segunda lo haga»⁷³. Estos cuatro son, para Peirce, los principios fundamentales de las probabilidades.

Plantea, a continuación, la relación entre la probabilidad y el peso de la evidencia, con lo que llega a definir la probabilidad *cero* como la imposibilidad. También postula que a mayor frecuencia de acaecimiento de un acontecimiento, mayor es la probabilidad de que acaezca a la larga; y que, a mayor frecuencia de acaecimiento en el caso especial, mayor es la evidencia de que acaecerá en el caso especial.

Tras una disquisición acerca de los matices del término ‘likely’ en inglés, para el que en castellano no tenemos otra alternativa que ‘probable’, y su relación con ‘likelihood’, ‘probabilidad’, se plantea la cuestión del tratamiento que cabe dar ante la inexplicabilidad de algunos hechos, afirmando que, a diferencia del derecho, en la filosofía, que aspira a rendir todos los hechos explicables requiérase el tiempo que se requiera para ello, es mejor no decidir que decidir sin razón.

Abundando sobre el tema de la relación con la evidencia demuestra, también, que la probabilidad no puede surgir de la preponderancia de la evidencia, puesto que no puede haber tal preponderancia a menos que haya alguna probabilidad sin oposición de evidencia.

Postula, a continuación, la única propiedad de la probabilidad lógica (‘likelihood’) que conocemos, en estos términos: «Una evidencia que muestra una probabilidad siempre muestra esa probabilidad por un proceso que mostrará, más a menudo, la verdad que su contrario; y todo proceso del que se sabe que mostrará la verdad más a menudo que su contrario proporciona probabilidad»⁷⁴. Añade, aquí, una cita de Locke del *Ensayo respecto al entendimiento humano* que sustenta esta precisión acerca del significado de probabilidad:

Al igual que la demostración es mostrar el acuerdo o desacuerdo de dos *ideas*, por medio de la intervención de una o más pruebas, que tienen una conexión visible, constante e inmutable la una con la otra; la *probabilidad* no es otra cosa que la aparición de tal acuerdo o desacuerdo, por medio de la intervención de pruebas, cuya conexión no es constante ni inmutable o, al menos, no se

⁷³ *WI*: 398.

⁷⁴ *WI*: 400.

percibe que lo sea, sino que es, o parece que es mayormente así, y es suficiente para inducir a la mente a *juzgar* que la proposición es verdadera o falsa, en vez de lo contrario.⁷⁵

Con la que introduce, y justifica, los conceptos de verdad y falsedad respecto a la probabilidad, que toma de la lógica y que, con posterioridad, desarrollará muy ampliamente.

Demuestra, a continuación, la contradicción que supone que, en el caso de que no tengamos conocimiento previo alguno, la probabilidad sea de $\frac{1}{2}$ como afirman algunos matemáticos, dividiendo, simplemente, uno de los casos en otros dos. Esta cuestión lógica muestra, pues, la debilidad del método deductivo de las matemáticas para tratar con la probabilidad en el caso de la ignorancia absoluta, que requiere necesariamente un razonamiento inductivo. E introduce, en este punto, otra de sus grandes influencias, la obra *Las leyes del pensamiento* del profesor George Boole, que unió el genio matemático a una gran originalidad como lógico y dio a la lógica la forma del álgebra; para fundamentar lo que Peirce denomina la inferencia inductiva, la inferencia que va de una muestra al todo, que es, para él, muy parecida a la hipótesis y que pudiera ser adoptada como el tipo del razonamiento científico en general. El desarrollo de esta forma de inferencia lo encontraremos magistralmente desarrollado en *Una teoría de la inferencia probable* (1882) que hemos incluido en el capítulo 11 del libro objeto de esta tesis.

Concluye esta conferencia con algunas disquisiciones respecto a las relaciones entre la lógica y la teología puesto que, aunque él considera la naturaleza de la inferencia la más sublime manifestación de la deidad –la capacidad de juzgar lo no visto a partir de lo visto- no está de acuerdo con que, aunque la lógica se pueda fundar en la teología, la teología, a su vez, se pueda fundar en la lógica, lo que han venido haciendo hasta ahora los teólogos con argumentos cada vez más rebuscados; y que le parece que no es necesario, ya que la mera facultad de coligar los hechos y extraer conclusiones generales a partir de ellos es totalmente suficiente para mostrar la naturaleza racional de la inducción.

Comienza el manuscrito de la cuarta conferencia⁷⁶ de esta serie retomando la cuestión del estatus de la inducción que planteaba al principio de la anterior conferencia.

⁷⁵ Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding; with Thoughts on the Conduct of the Understanding*. London: Printed for C. Bathurst et al., 1795; Vol. 3, Libro 4, Cap. 15, § 1, p. 149.

⁷⁶ *WI*: 407-423.

Se vuelve a preguntar por qué podemos llegar a conocer a partir de una muestra el carácter de todos los objetos de un conjunto, lo que, ahora, cuestiona en estos términos:

¿Se clasifica este argumento bajo el encabezamiento general de los argumentos silogísticos como los que hemos examinado hasta ahora?, y, si es así, ¿cuál es la diferencia específica con otros silogismos que solo explican el conocimiento y no le añaden nada?; o ¿difiere del argumento silogístico?, y, si es así, ¿cuáles son las relaciones de los dos modos de inferencia, y cuáles son los caracteres comunes, en general, de las inferencias?⁷⁷

Repasa, a continuación, las diferentes respuestas que se han dado a esta pregunta, comenzando por la de algunos matemáticos que, en lenguaje lógico, viene a decir que esta inferencia es silogística o demostrativa, aunque del tipo que trata con premisas probables en vez de ciertas, lo que ya demostró que estaba basado en el principio de que cualquier proporción es igual a otra en base a la ignorancia (1/2), y que contenía graves errores formales y materiales que habían sido señalados por el profesor Boole. Sigue con la respuesta de algunos teólogos que dicen que nuestro conocimiento de que el futuro es como el pasado y lo no-visto como lo visto es una inferencia silogística a partir de la bondad de Dios, puesto que sería inconsistente con esta haber hecho el mundo de forma que no pudiéramos entenderlo. Argumento que critica, primero, en base a nuestro necesariamente limitado conocimiento de Dios y, segundo, por la circularidad que implica el que conozcamos a Dios por inducción, cuando conocemos la verdad de la inducción solo por las explicaciones de la Teología. Por lo que considera esta explicación insuficiente.

La siguiente respuesta a la pregunta planteada, y en cuyo comentario se extiende, es la de John Stuart Mill en su *System of Logic*, que dice que sabemos que el futuro es como el pasado y lo no-visto como lo visto, porque siempre hemos encontrado que era así hasta ahora. Dice Peirce que Mill, en su Introducción, comienza utilizando el término inferencia en un sentido peculiar como «el proceso de avanzar de verdades conocidas a desconocidas»⁷⁸; y que está en consonancia con la filosofía de su padre, James Mill. Para Stuart Mill su concepto de silogismo no es una inferencia. Peirce, en su crítica, afirma, en primer lugar, que el silogismo no avanza de verdades conocidas a desconocidas, sino que, según los lógicos, es el proceso que aclara lo que tácitamente admitimos. Sin embargo, se ha querido limitar la definición del término *inferencia*, y su

⁷⁷ *WL*: 407.

⁷⁸ Mill, John Stuart. *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive: Being a Connected view of the Principles of Evidence, and the Methods of Scientific Investigation* (2 vols.). London: Longmans, Green & Co., 1865; vol. 1, p. 11 [intro. Sec. 7].

equivalente *ilación*, a este proceso únicamente. En su primera versión se define como aquello que se *recoge* de lo que se admite y, añade, Sir William Hamilton lo define como «la extracción en la última proposición de lo que estaba *virtualmente* admitido en los juicios antecedentes»⁷⁹. La segunda crítica a la definición de Stuart Mill la hace Peirce con el ejemplo de un sueño que nos lleva de algo conocido, las impresiones del día anterior, a una serie de asociaciones nuevas, y que ningún lógico consideraría una inferencia. También, pone en tela de juicio la peculiar concepción del silogismo que tiene Mill cuando este niega que la regla sea una premisa, contra todos los criterios formales y materiales de los lógicos. Y califica la doctrina de la inducción de Mill como intrincada en exceso, al partir de que la inducción es esencialmente una inferencia de un caso a otros semejantes. Según Peirce la respuesta que daría Mill a la pregunta sobre el fundamento de la inducción, con la que comenzaba esta, y la anterior, conferencia, sería *la uniformidad de la naturaleza*, una *desconocida* constitución de las cosas que solo puede definirse como aquello que hace que las inducciones resulten verdaderas. Por lo que afirmar que la naturaleza es uniforme significa que las inducciones resultan verdaderas. Peirce pone en evidencia la circularidad de esta argumentación, porque, según él, Mill *demuestra la garantía de la inducción por medio de la inducción*⁸⁰.

Frente al principio *lógico*, que Peirce extrae de la teoría del silogismo, de que si la regla y su caso son verdaderos, el resultado es verdadero; contrapone la opinión de Mill de que el principio de la uniformidad de la naturaleza es el principio de la inducción. Y procede, a continuación, a poner en tela de juicio este principio mismo de la uniformidad de la naturaleza, con multitud de ejemplos que le permiten acabar afirmando que «cuando se recuerda que todo en el mundo está relacionado con todo de incontables maneras, es claro que no hay un final para el exceso de relaciones accidentales sobre aquellas que presentan alguna regularidad»⁸¹. Y añade, en el siguiente párrafo:

Es verdad que el número de extraordinarias regularidades en el mundo es muy grande; pero si el mundo hubiera resultado del azar, habría sido extraordinario en grado máximo que innumerables compatibilidades con algún grado de probabilidad no hubieran acaecido. El azar conlleva que

⁷⁹ Hamilton, William. *Lectures on Metaphysics and Logic*. Editado por Henry L. Mansel y John Veitch. Boston: Gould and Lincoln, 1859; p. 196 [conferencia 15, párrafo 53. La cursiva es de Peirce, y donde dice ‘admitido’ Hamilton dice ‘contenido’. [Nota de los Editores].

⁸⁰ Las cursivas son de Peirce.

⁸¹ *WI*: 417.

ocurran muchas cosas extrañas, y entre un número infinito de relaciones pueden esperarse un número infinito de extrañas coincidencias.⁸²

Encontramos aquí una muy clara primera introducción al concepto de azar de Peirce, que, en su lógica de la ciencia y en su original sistema filosófico posterior, adquirirá un lugar muy significativo. Para Peirce el hecho de que haya clases naturales no constituye una uniformidad en la naturaleza, lo que muestra con varios ejemplos en los que podemos encontrar una clasificación natural y ninguna uniformidad. Llegando a afirmar que la clasificación de caracteres es uno de los principios fundamentales de la inferencia científica, pero esto no implica que haya uniformidad en la naturaleza. Plantea, ahora, la pregunta en otros términos, «¿Qué ocurriría si nos encontráramos en un universo de azar?»⁸³, y su respuesta razonada es que los principios fundamentales de una ciencia clasificatoria aún se mantendrían, puesto que es un error suponer que no haya leyes en un universo de azar; por lo que el *azar* no es la abrogación de todas las leyes.

Sino que, prosigue, habrá dos tipos de leyes,

aquellas que en un estado de cosas diferente seguirían sosteniéndose y aquellas otras que en un estado de cosas diferente no se sostendrían. A las primeras las denominamos leyes *formales* y a las segundas *materiales*. Las leyes formales no dependen de ningún estado de cosas particular y, por ello, decimos que no las hemos derivado a partir de la experiencia...estas leyes formales (como la inducción y la identidad en el número de caracteres) no son leyes de la *naturaleza* sino las condiciones del conocimiento en general.⁸⁴

Peirce pone, de esta manera, a Mill junto con aquellos que cometen el error de reducir las leyes formales a leyes materiales. Aunque, en otros aspectos, se consideraba, entonces, un admirador de sus doctrinas.

Concluye, esta cuarta conferencia, mostrando que la inducción es una predicción informada que se corresponde con alguna uniformidad especial en el mundo, eso es, el tipo de toda inducción y toda uniformidad, y que, finalmente, define así: «*La estadística*, eso es la inducción»⁸⁵. El manuscrito se interrumpe poco después cuando comienza a dar un ejemplo de extracción de bolas de colores.

⁸² *WI*: 417.

⁸³ *WI*: 421.

⁸⁴ *WI*: 422.

⁸⁵ *WI*: 423.

Al principio de la quinta conferencia⁸⁶ de Lowell, reconoce que, hasta ahora, en esta serie de conferencias «no hemos aprendido nada de la lógica de la inferencia científica excepto su dificultad»⁸⁷. Ha demostrado que el silogismo aristotélico, como tal, no admite añadidos y que la inferencia científica no cabe en él, aunque algunos lógicos se hayan empeñado en lo contrario. Principalmente porque en el silogismo la conclusión está implícitamente contenida en las premisas, mientras que la inferencia científica trasciende los límites de lo finito, y sobrepasa infinitamente a las premisas. Por ello se plantea la necesidad de erigir una clase distinta de argumentos, que cubra a todas las inferencias que aumentan nuestro conocimiento.

Presenta, a continuación, dos ejemplos de inferencia científica, una, clasificatoria, y otra, definitoria; de los que extrae dos caracteres que tienen en común: 1. Que extienden nuestro conocimiento más allá de los límites de nuestra experiencia posible, puesto que sus conclusiones no están contenidas en sus premisas; y 2. Que *explican* ciertos hechos. Respecto a este segundo carácter se extiende diciendo que explicar un hecho es extraer otro, a partir del cual el primero se sigue silogísticamente; por lo que este segundo carácter común, de los dos ejemplos de inferencias científicas que ha presentado, es el que explica una de las premisas, es decir, que a partir de la conclusión y de una de las premisas, la otra premisa se sigue silogísticamente. Pero estas dos inferencias son diferentes en otros aspectos, a la primera, la clasificatoria, la denomina inferencia inductiva o inducción, de la que puede seguirse algo silogísticamente, y a la segunda, la denomina inferencia hipotética, de la que nada se sigue silogística o deductivamente. Por lo que la primera constituye un argumento algo más fuerte que la segunda. El resultado de una serie de inferencias inductivas es una clasificación natural de acuerdo con los caracteres comunes, mientras que la inferencia hipotética explica el *por qué* de que una cierta clase tenga un cierto carácter general. Por ello la inducción no procura ninguna explicación hipotética, ni la hipótesis ninguna explicación inductiva. En la inducción, el silogismo que explica el hecho tiene la inferencia que extraemos, la conclusión, como su regla, sin embargo, en la hipótesis tiene la inferencia como su caso.

A continuación se pregunta cuántas formas diferentes de inducción y de hipótesis hay, para lo que se extiende en la relación de estas formas de inferencia con sus silogismos explicativos en las tres figuras o modos. Para concluir que una cosa es que

⁸⁶ *WI*: 423-440.

⁸⁷ *WI*: 423.

un argumento pueda tener alguna fuerza, esto es, ser válido y, otra, qué grado de fuerza tenga. Indudablemente, aunque todos sean válidos, el grado de fuerza será, por este orden: deducción, inducción e hipótesis. La siguiente cuestión que habría que plantear es cómo hacer que la inducción y la hipótesis adquieran más fuerza, es decir, que las premisas de las inducciones y las hipótesis válidas *digan más*, en proporción, de lo que dicen sus conclusiones.

Esta conferencia, que se pensaba pertenecía a la serie de las conferencias de Harvard de 1865 que hemos visto con anterioridad, es considerada particularmente importante puesto que, en ella, Peirce expone, detalladamente, su concepción de la inferencia científica, inductiva e hipotética, en contraposición con la inferencia meramente silogística o deductiva. Estableciendo una sólida base para una lógica del descubrimiento científico, que desarrollará posteriormente como podemos ver en el *Tratado de Lógica* que aquí presentamos.

En la sexta conferencia⁸⁸ continúa con esta cuestión, aunque, ahora, se centra en determinar cuáles sean las primeras máximas prácticas de la lógica, otro tema que reformulará, más adelante, y que hemos incluido en el capítulo 12, y último, de su proyecto de libro de lógica de 1873. En este manuscrito preparatorio de la conferencia, plantea cinco máximas: 1. Cuidado con el silogismo; 2. Recuerde que una *hipótesis* debe tener más probabilidad antecedente que los hechos que explica. Con la mayor posible extensión del predicado; 3. Al razonar desde los individuos a una clase completa, la clase debería ser aquella que incluya a aquellos individuos cuyo contenido es el mayor posible; 4. No hay inferencia válida de las partes al todo si las partes no se han cogido al azar; y 5. Todo puede ser explicado.

Antes de desarrollar cada una de estas máximas, hace un somero repaso, de una forma muy didáctica, al contenido de las anteriores conferencias de esta serie. Respecto a la primera máxima afirma que el silogismo es razonamiento deductivo y que su principal debilidad, que ilustra con varios ejemplos de argumentos tomados de la ciencia política y de la teología, es la circularidad, o petición de principio, de algunos de ellos; añade que en esto consiste, precisamente, la debilidad de la que dan muestra las personas con prejuicios.

⁸⁸ *WI*: 440-454.

Respecto a la segunda máxima, que, dice, se refiere a la inducción, recomienda no tomar como muestra un espécimen seleccionado ni un grupo pequeño. Sin embargo, parece que ha alterado el orden de las máximas y a la que se refiere aquí sería más bien la tercera. Para explicar la máxima referida a la hipótesis, la segunda de la lista original, introduce una extensa cita de Kant, que comienza: «Una hipótesis es el sostener-que-es-verdadero de un juicio de la verdad de un fundamento, por mor de su suficiencia para las consecuencias; o, en breve: el sostener-que-es-verdadero de una presuposición como fundamento»⁸⁹.

Sintetiza, a continuación, dos de estas máximas, que considera extremadamente valiosas, en una: «Los hechos no pueden ser explicados por una hipótesis más extraordinaria que esos hechos mismos; y de varias hipótesis, debe escogerse la menos extraordinaria»⁹⁰. Introduciendo un principio moral de prudencia en la selección de las hipótesis. Y, finalmente, otro, también moral: el reconocimiento de los errores propios y de las mentiras; lo que, piensa, pondría fin a la mayor parte de las falacias lógicas. Aquí aparece, por primera vez, explícitamente la sustentación de la lógica en la ética como uno de los parámetros fundamentales de su metodología para esta ciencia, lo que desarrollará ampliamente en sus investigaciones posteriores en las que añadirá que la ética, a su vez, se ha de sustentar en la estética.

En el manuscrito de la séptima conferencia⁹¹, comienza agradeciendo a su público la atención de haber asistido a las seis conferencias previas sobre las formas del silogismo; y continúa con ello, porque considerar la lógica a la luz del silogismo le parece la visión más filosófica de todas por razones que, dice, explicará más adelante.

Retomando, pues, el razonamiento deductivo, afirma que tiene la propiedad común de ser puramente *explicativo*. Ahora bien, considera que hay dos tipos de explicación, la directa y la indirecta, que vincula, en su referencia a las palabras, con los conceptos de denotación y de significación o, en palabras de Mill, connotación. Prosiguiendo con la ampliación de esta terminología, a lo que una palabra denota se le denomina su *esfera* y a lo que connota su *contenido*. A la esfera considerada como cantidad se le denomina la

⁸⁹ Kant, *Logik*, vol. 3, p. 262. La edición de Rosenkranz y Schubert. Peirce, que era un gran bibliófilo, se preciaba de tener una extensa colección de ediciones singulares de las obras de los principales filósofos. Véase la bibliografía de referencias de Peirce al final de esta tesis.

⁹⁰ *WI*: 452.

⁹¹ *WI*: 454-471.

extensión; y al contenido considerado como cantidad, la comprensión. A la extensión y a la comprensión también se les denomina, respectivamente, amplitud y profundidad⁹².

Para que sea verdadero el principio del razonamiento deductivo o explicativo, que toda parte del contenido de una palabra pertenece a toda parte de su esfera, es absolutamente necesario, añade, que la comprensión y la extensión sean inversamente proporcionales, es decir que cuanto mayor es la esfera, menor es el contenido.

Analiza, a continuación, los dos términos metafísicos fundamentales, *ser* y *nada*, en este contexto, y como introducción a su incipiente teoría de las categorías imbricada con su teoría de los signos, que aparecen más desarrolladas en los capítulos 4 y 5 de nuestro proyecto. El término *ser*, dice, es tan amplio, y elevado, que contiene a todas las otras esferas, pero no tiene ningún contenido. En cambio, el término *nada* es tan inferior, y reducido, que contiene a todo otro contenido, pero no tiene ninguna esfera. Esquemáticamente, *ser* es todo amplitud y ninguna profundidad, *nada* es todo profundidad y ninguna amplitud. Relaciona, a continuación, los términos individuales con su proximidad a *nada*, esto es, porque tienen una esfera absolutamente individual; y los términos simples con su proximidad a *ser*, esto es, porque tienen un contenido completamente simple. Sin embargo, afirma que estos términos aunque inteligibles son imposibles. Por ejemplo, el nombre propio de un hombre es un término general o el nombre de una clase, porque nombra una clase de sensaciones y pensamientos asociados al mismo, por lo que el término individual verdadero, el *esto* o *aquello* absoluto, no puede alcanzarse nunca y, en consecuencia, todo lo que tiene comprensión debe ser general. Igualmente, añade, es imposible encontrar ningún término simple, dado que si hay algún término simple, los términos simples son innumerables, porque, en ese caso, todos los atributos que no son simples están hechos de atributos simples, y ninguno de estos atributos puede ser afirmado o negado universalmente de todo lo que tenga cualquiera de ellos; en consecuencia, suponer que un término simple existe es un error de hecho. Por ello, concluye, todo lo que tiene extensión debe ser compuesto.

Continúa este análisis diciendo que, de hecho, la extensión y la comprensión, al igual que el espacio y el tiempo, son cantidades que no están compuestas de elementos últimos; sino que toda parte, sea lo pequeña que sea, es divisible. Al proceso de enumeración de la esfera de un término lo denomina *división*; y al proceso de repaso

⁹² Estos conceptos aparecen más desarrollados en el capítulo 8 del proyecto de *Tratado de Lógica* de Peirce objeto de esta tesis.

del contenido de un término lo denomina *definición*. En este punto, considera que está haciendo una aportación novedosa a la doctrina de la extensión y la comprensión. Finaliza este apartado postulando la siguiente máxima del razonamiento explicativo: «que cualquier parte del contenido de un término puede ser predicada de su esfera»⁹³.

Comienza, ahora, el análisis de las inducciones bajo esta luz. En las mismas procedemos sobre el principio de que tal como es una muestra de una clase, así es la clase entera. Esto implica que todo lo que puede predicarse de algo como perteneciente a la esfera de un término es parte del contenido de ese término. Para explicarlo es necesario revisar la proporcionalidad inversa de la extensión y de la comprensión de cada término, propia de la deducción, puesto que este principio hace imposible, aparentemente, proceder en el ascenso hacia los universales. Ahora bien, en el caso de la inducción, al haber un aumento del conocimiento, a diferencia de la deducción, este principio no se sostiene; porque en cuanto nuestro conocimiento aumenta, o bien la extensión o bien la comprensión de ese término, que aporta la nueva información, aumenta sin que haya una disminución correspondiente de la otra cantidad. Al introducir el término ‘equivalente’, en el sentido de que toda adición a la información que contiene un término da como resultado hacer a otro término equivalente al mismo, alcanza la conclusión de que «todo aumento en el número de equivalentes de cualquier término aumenta o bien su extensión o bien su comprensión, y lo *inverso*»⁹⁴. Añade que cada uno de estos equivalentes es la explicación de lo que está implicado en lo primario – son los subrogados, los intérpretes del término original, a los que denomina los *interpretantes* del término, un concepto fundamental que, más adelante, desarrollará cabalmente en su teoría del signo que encontramos en el capítulo 5 de este proyecto. Y, matiza, que a la cantidad de estos *interpretantes* la denomina la *información* o la *implicación* del término. Se ve por lo tanto obligado a modificar la ley de la proporcionalidad inversa de la comprensión y la extensión que se formulaba, para las deducciones, de esta manera: $\text{Extensión} \times \text{Comprensión} = \text{Constante}$; de esta otra manera: $\text{Extensión} \times \text{Comprensión} = \text{Información}$; lo que ya había apuntado en su Conferencia X de Harvard que hemos presentado anteriormente. El significado de esta nueva formulación consiste en que cuando se aumenta la información hay un aumento paralelo de una de las dos cantidades, o bien la extensión o bien la comprensión, sin que se produzca disminución alguna de la otra.

⁹³ *WI*: 462.

⁹⁴ *WI*: 464.

Continúa diciendo que al igual que es verdadero que todo aumento de nuestro conocimiento es un aumento de la información de un término, es, también, verdadero que el primer paso en el conocimiento de una cosa, la delimitación de su término, es el origen de la información de ese término, porque esta delimitación proporciona el primer término equivalente al término original. Procede a anunciar, ahora, lo que denomina el secreto fundamental de la lógica de la ciencia: «No hay ningún término, que propiamente se llame así, que esté completamente despojado de información, de términos equivalentes»⁹⁵. A los que antes había denominado *interpretantes*. Y puntualiza que el origen de muchas falacias silogísticas, en las que el término medio nos arrastra a conclusiones falsas, debido a una *implicación* falsa del mismo, reside en la amplitud de las implicaciones de un término, es decir, que a mayor número de implicaciones de un término, lo que otros autores han denominado su ambigüedad, mayor es la posibilidad de error en la conclusión del silogismo.

Hace, a continuación en esta conferencia, una somera introducción a su teoría de la representación o, posteriormente, del signo. Comienza enunciando, como había señalado antes, que toda palabra, concepto, símbolo tiene un término equivalente – o uno que se ha identificado con ella – es decir, un *interpretante*; y de que toda palabra o símbolo es un tipo de representación, esto es, algo que está en lugar *de* algo para *algo*. Este ‘para algo’ Peirce lo identifica con el equivalente mental de la palabra, es decir, su *interpretante* o, como especifica ahora, su símbolo identificado. Y recuerda que todo símbolo –toda palabra y toda concepción– debe tener un *interpretante*, o lo que es lo mismo debe tener información, o implicación.

Retoma, en este punto, su análisis del concepto de información demostrando que la información de un término es la medida de su comprensión superflua, puesto que el oficio propio de la comprensión es el de determinar la extensión del término, y no podemos vaciar por completo al símbolo de información. A continuación Peirce procede a mostrar, primero, que la inferencia es simbolización y, segundo, que la validez de la inferencia científica reside meramente en esta comprensión superflua, lo que la aparta de la consideración de las leyes de la *información*.

Para hacer estas dos cosas, comienza clasificando los tipos de representaciones de acuerdo con los objetos por los que están en su lugar. Primero, presenta lo que denomina, aquí, semejanzas o copias, y que en su teoría posterior denominará iconos.

⁹⁵ *WI*: 465.

Este tipo de representaciones están en lugar de sus objetos porque poseen un parecido real con ellos, es decir, concuerdan con ellos en algunos caracteres, y además no determinan a sus objetos. Segundo, lo que denomina *signos convencionales*, que no representan ningún carácter de sus objetos. Añade que las semejanzas no denotan nada en particular y que los signos convencionales no connotan nada en particular. Y, tercero, los *símbolos* o representaciones generales, que connotan atributos y los connotan de tal manera que determinan lo que denotan. Esta es la clase de todas las palabras y de todas las concepciones, que amplía para incluir a las proposiciones, los argumentos, un libro entero, que pueden, y deben ser, un símbolo unitario; aunque excluye algunos casos como pueden ser algunas combinaciones de palabras o de concepciones que no tengan una comprensión adecuada a la limitación de su extensión, y los términos conjuntivos que no tienen una extensión adecuada a su comprensión, porque están formados por la suma de las comprensiones de varios términos.

Concluye el manuscrito preparatorio de esta séptima conferencia de Lowell con algunas consideraciones respecto a la debilidad general de las inferencias inductivas e hipotéticas que maneja la ciencia. Afirma que la experiencia muestra que solo puede encontrarse una ínfima proporción de inducciones e hipótesis, cuidadosamente planteadas, que no sean falsas en algún respecto. Ahora bien, las inducciones meticulosas son casi verdaderas y las hipótesis bien fundadas se asemejan a la verdad. Esto ocurre por aquel principio que había señalado en la conferencia anterior: «hay una cierta tendencia vaga a que el todo se parezca a cualquiera de sus partes tomada al azar porque está compuesto de esas partes»⁹⁶. Por lo que, añade, debe haber cierta preponderancia de las inferencias científicas verdaderas sobre las falsas porque la falsedad de las conclusiones se elimina y neutraliza por la oposición de falsedades, con la experimentación repetida, mientras que la ligera tendencia a la verdad es siempre unidireccional y acumulable. Finaliza diciendo que el principio de *equilibrar errores* se sostiene tanto en la observación como en el razonamiento.

Los editores de *Writings I* no han podido encontrar el manuscrito preparatorio de la octava conferencia⁹⁷, por lo que se han visto obligados a poner a continuación la

⁹⁶ *WI*: 470-71.

⁹⁷ Como hemos indicado en la Introducción, algunos manuscritos no solo han visto el orden de sus páginas alteradas, sino que han desaparecido parcial o completamente, y esto ha sido debido a la negligencia en su custodia por parte de algunos ‘investigadores’ en los primeros años de su depósito en la Universidad de Harvard. Por otro lado, esta serie de conferencias no fueron publicadas en su momento.

novena⁹⁸ que, sin embargo, hace referencia a esa conferencia anterior, lo que nos permite reconstruirla parcialmente. Comienza diciendo que, en aquella conferencia anterior, «encontramos que las primeras impresiones de nuestros sentidos no son representaciones de ciertas cosas desconocidas en sí mismas sino que son... aquellas mismas cosas desconocidas en sí mismas»⁹⁹. Afirma que estas impresiones son llevadas a la unidad del *yo pienso* que exige la mente, a la unidad de la consistencia, por medio de concepciones y sensaciones, que son los predicados que la mente les añade, en virtud de *una inferencia hipotética*, para poder entender los datos que se le presentan. Aplicando el principio kantiano, dice que este predicado hipotético se añade a una cosa, de la que no se tiene experiencia que lo posea con anterioridad, para poder llevar la multiplicidad de la cosa experimentada a la unidad; y que este es precisamente el carácter de una concepción o sensación. Demuestra, con el ejemplo de ‘bello’ asociado a una pieza musical, que la función lógica de las *sensaciones* es la de un predicado hipotético. Afirma que lo mismo ocurre con los conceptos, sobre lo que se extiende más adelante. La sensación, continúa, es una forma de asignar un nombre a una cosa, que es lo mismo que hacer una hipótesis, porque añade un predicado que no está en los *datos* pero que se produce por una necesidad lógica, la necesidad de reducir la multiplicidad de los predicados dados a la unidad. La concepción, dice ahora, es el significado de la sensación y toma su cuerpo de esta. Pasa a enumerar algunas concepciones fundamentales, que le servirán de base para su incipiente teoría de las categorías. Comienza por las que se aplican solo a ciertas colecciones especiales de impresiones y que se denominan *particulares*, y las que se aplican a todo el conjunto de impresiones que se denominan *universales*. La primera de estas concepciones universales es la de *sustancia*, o la *cosa misma*, es decir, la concepción de lo inmediatamente presente en general o, bajo otro punto de vista, es aquello que solo puede ser sujeto y nunca predicado. La última de estas concepciones, la que completa el acto de entender, es *ser*, o aquello que todo lo inteligible posee en sí mismo. Añade que, entre la *sustancia* y el *ser*, encontramos que intervienen tres concepciones universales: 1. La referencia a un fundamento; 2. La referencia a un correlato; y 3. La referencia a un *interpretante*. Para evitar toda confusión dice que comenzó, en la conferencia anterior, por distinguir tres tipos diferentes de operaciones de separación mental: 1. *Disociación*; 2. *Abstracción* o ‘*prescisión*’; y 3. *Discriminación*. Explica que disociamos un objeto de otro cuando lo

⁹⁸ *WI*: 471-488.

⁹⁹ *WI*: 471.

pensamos sin pensar el otro al mismo tiempo, por ejemplo, podemos disociar el color del sonido, pero no podemos disociar el espacio del color; ‘*prescindimos*’ un objeto de otro, cuando lo suponemos que está sin ese otro, por ejemplo, podemos ‘*prescindir*’ el espacio del color, suponiendo un espacio sin color. Discriminamos una cosa de otra cuando reconocemos que no es la misma, por lo que podemos discriminar el color del espacio, aunque no podemos ‘*prescindir*’ el color del espacio. Peirce utilizará la ‘*prescisión*’ como la operación mental preferente para desarrollar, más adelante, su teoría de las categorías.

Partiendo, ahora, de su interpretación de la definición kantiana, base de sus categorías: «La función de las concepciones universales en general es la de llevar la multiplicidad de la *sustancia* a la unidad del *ser*»¹⁰⁰; Peirce establece entre la unidad del ser y la multiplicidad de la sustancia las siguientes concepciones, en este orden: Primera, la *cualidad* o referencia a un fundamento, puesto que *ser* es lo que está implicado en la cópula, como afirma haber dicho en la conferencia anterior, y la cópula une un predicado a un sujeto de forma que el sujeto denota la sustancia y el predicado denota su cualidad. Define el *fundamento* como la forma pura o abstracción que es el original de la cosa y de la que la cosa concreta es solo la encarnación, y añade que la referencia a un *fundamento* tal o *aspecto* de semejanza está implicada en toda atribución. Segunda, también recuerda haberla señalado antes, la *relación* o referencia a un correlato; que aparece en la *ocasión* en que se introduce la cualidad, cuando tienen lugar la generalización y el contraste, es decir, cuando se comparan las cosas. *Relato* y *correlato*, recuerda, son los términos que significan simplemente la cosa relacionada y la cosa con la que está relacionada. Y, tercera, la referencia a un *interpretante*; que aparece en la *ocasión* de la referencia a un correlato, que es la referencia de las cosas a una representación mediadora. Define *interpretante* como «una representación que representa que algo es una representación de otra cosa de la que (él) mismo es una representación»¹⁰¹.

Explica, a continuación, el esquema de estas tres concepciones universales entre la unidad de *ser* y la multiplicidad de la *sustancia*: «La referencia a un fundamento es la posesión de cualidad. La doble referencia a un correlato y a un fundamento es la relación. La triple referencia a un *interpretante*, a un correlato y a un fundamento es la

¹⁰⁰ *WI*: 474.

¹⁰¹ *WI*: 475.

representación»¹⁰². Añade que la relación es de dos tipos, equivalencia y des-equivalencia; y la representación de tres, semejanza, indicación o correspondencia de hecho, y simbolización. La equivalencia es el acuerdo en un aspecto determinado; la des-equivalencia es un acuerdo o un desacuerdo en un aspecto que no determina la cualidad interna de la cosa relacionada. Un equivalente es, pues, un relato cuya referencia a un fundamento puede ser '*prescindida*' de su referencia a un correlato o, en otras palabras, el fundamento de la equivalencia es un carácter interno. Un des-equivalente es un relato cuya referencia a un fundamento supone necesariamente una referencia a un correlato o, en otras palabras, el fundamento de la des-equivalencia es un carácter externo o relativo, como mayor, menor o igual. Retoma, ahora con más exactitud, la división de las representaciones en semejanzas, índices y símbolos. Una semejanza representa su objeto al concordar con él en algún particular, un índice representa su objeto por medio de una correspondencia real con el mismo, y un símbolo es una representación general, como una palabra o un concepto. Y matiza:

Hablando científicamente una semejanza es una representación fundamentada en un carácter interno, es decir, cuya referencia a un fundamento es prescindible. Un índice es una representación cuya relación con su objeto es prescindible y es una des-equivalencia, de forma que su cualidad peculiar no es prescindible sino que es relativa. Un símbolo es una representación cuya cualidad y cuya relación esenciales son, ambas, imprescindibles – siendo la cualidad, imputada, y la relación, ideal. Por lo que hay tres tipos de cualidades: 1. La cualidad interna (la cualidad propiamente) – la cualidad de un equivalente y semejanza; 2. La cualidad externa – la cualidad de un des-equivalente e índice; 3. La cualidad imputada – la cualidad de un símbolo. Y dos tipos de relaciones: 1. La relación real (la relación propiamente) – la relación de semejanza e índice; 2. La relación ideal – la relación de un símbolo¹⁰³.

Lo que esquematiza de la siguiente manera: cualidad: *propia* o interna, externa e imputada; relación: *propia* o real, equivalente o des-equivalente, e ideal; representación: semejanza, indicación y simbolización. Y da, por primera vez, números a sus concepciones fundamentales: 1. Por referencia a un fundamento; 2. Por referencia a un correlato; y 3. Por referencia a un *interpretante*. Añade que 1 es la cualidad, 1 y 2 la relación, y 1, 2 y 3 la representación; y establece las conexiones internas de las mismas, determinando que en la simbolización las tres son inseparables.

Tras este catálogo completo de los objetos del pensamiento formal pasa, ahora, a considerar los símbolos puesto que, dice, solo ellos conciernen a la lógica y esto en un

¹⁰² *WI*: 462.

¹⁰³ *WI*: 475.

aspecto especial, tal como están determinados por sus referencias a sus objetos o correlatos. No obstante, plantea, primero, el análisis del símbolo cuya función intencional es la referencia al fundamento, sin excluir las otras referencias, al objeto y al *interpretante*, es decir, el símbolo es algo que tiene *significado* y a lo que se ha imputado un cierto carácter. De esta forma define el *término* (como ‘blanco’ o ‘Aristóteles’) como un símbolo cuya intención es únicamente referir a un fundamento, o lo que es lo mismo, estar en lugar de un *quale*, o lo que es de nuevo lo mismo, tener *significado* sin tener *verdad*. A continuación, retoma el símbolo cuya función intencional es la referencia a un objeto o correlato, que es su *verdad*. Este símbolo es, pues, la *proposición* que, a su vez, incluye la referencia al fundamento o significado que la verdad *supone*. Decir que una proposición es un símbolo cuya intencionalidad es referirse a un correlato, es lo mismo que decir que es un símbolo que representa a un relato como tal.

En tercer lugar, prosigue, un símbolo puede tener la función intencional de referirse a un *interpretante* o, como dice, tener *fuerza*. También contiene un enunciado, puesto que la referencia a un *interpretante* no puede ‘*prescindirse*’ de las otras dos anteriores. Y su intención es inculcar este enunciado en el *interpretante*, para lo que tiene que ‘re-enunciarlo’ o asentir con él; lo primero es un *argumento*, es decir, un silogismo *menos* la conclusión, la cual sería el asentimiento al *interpretante*. A partir de esta primera gran división lógica de los símbolos, puesto que concierne a su referencia a los objetos, en *términos*, *proposiciones* y *argumentos*, procede a estudiar cada uno de ellos, para lo que retoma la doctrina de la denotación y la connotación que había explicado en la séptima conferencia de esta serie. Dice, a continuación, que la referencia directa de un *término* a su objeto, a su *quale*, es lo que había denominado la *denotación* del término, siendo el objeto mismo su *esfera*, y la suma de ese objeto estimada por otros términos la *extensión*. Añade que la referencia indirecta que un término tiene con su fundamento, por medio de la referencia a su objeto, consiste en las cualidades que su objeto tiene universalmente, es decir, su *connotación*, y que la suma de las cualidades estimadas por otros términos es su *comprensión* o *contenido*. Lo que completa con la referencia indirecta que un término tiene con su *interpretante* por medio de su referencia a su objeto y que es su *implicación*; que considerado como cantidad es su *información*. Por ello, resume con un esquema, la referencia al fundamento por mediación del objeto es la *connotación*, la referencia directa a un objeto es la

denotación, y la referencia a un *interpretante* por mediación del objeto es la *implicación*. Explica, a continuación, que la razón de la fórmula presentada en la séptima conferencia: $\text{Extensión} \times \text{Comprensión} = \text{Información}$; es que la extensión y la comprensión únicamente pueden ser estimadas por los *interpretantes*, midiendo cada *interpretante* una u otra. Divide, ahora, los términos, primero, en aquellos que representan a su objeto directamente como un *quale*, a los que denomina *simples*; segundo, aquellos que lo representan como un *quale* pero sin determinarlo, excepto como el correlato de cierto relato, y que divide en *subalternos* y *negativos* (introduciendo la negación en la referencia al correlato y no en *ser* como hace Hegel, según Peirce, demasiado temprano); o, tercero, aún como *quale* pero definido solo como el objeto de cierta representación, y que divide en *conjuntivos* y *disyuntivos*. Admite que existen otras divisiones posibles combinando las tres referencias, pero que solo menciona, aquí, aquellas que ha encontrado necesarias para explicar la inducción y la hipótesis.

Respecto a las *proposiciones*, que representan a los objetos como relatos, las divide en proposiciones de equivalencia, con un sujeto que expresa el relato o correlato y un predicado que expresa el fundamento de la relación, y en proposiciones de des-equivalencia, con un sujeto, que expresa el relato, un predicado, que expresa el fundamento, y un objeto que expresa el correlato. Equipara sus divisiones adicionales con las que, anteriormente, ha establecido para los términos; y tras una crítica a las planteadas por Hamilton y un elogio a las planteadas por De Morgan, reafirma, con matices, las divisiones clásicas de las proposiciones en el silogismo: universales afirmativas (contingentes y atributivas), universales negativas, particulares afirmativas y particulares negativas. Puntualiza, aquí, que a diferencia de algunos lógicos contemporáneos que consideran que la cópula *es* es un signo de igualdad, para él, y para la mayoría de los lógicos, es un signo de predicación, es decir, de atribución o subsunción.

Respecto a las divisiones del tercer tipo de símbolo, el *argumento*, propiamente, hipótesis, inducción y deducción, las relaciona, primero, con la división de la representación en semejanza, índice y símbolo; y, segundo, con las medidas de extensión y comprensión, de la siguiente manera: la hipótesis, que nos informa de la comprensión pero no de la extensión, lo que representa una semejanza; la inducción, que nos informa de la extensión pero no de la comprensión, lo que representa un índice;

y la deducción, que no aporta ninguna información pero que aporta extensión al sujeto resultante y comprensión al predicado resultante, lo que representa un símbolo.

Tras un somero repaso a todas las divisiones anteriores que, dice, son las distinciones lógicas más importantes que fluyen directamente de las tres referencias que intervienen entre la unidad de *ser* y la multiplicidad de la *sustancia*: al fundamento, al correlato y al *interpretante* o, como dice ahora, primera, segunda y tercera. Afirma, además, que todo el fin de la lógica es hacer inteligibles los razonamientos, es decir, reducirlos a la unidad de la clasificación.

Concluye esta novena conferencia, en la que afortunadamente nos hemos encontrado con un resumen de la desaparecida octava, que consideramos fundamental para su teoría de las categorías, con una clasificación tentativa de las ciencias. Por ejemplo, la física, y sus ramas, sería una ciencia hipotética o causal; la lógica sería una ciencia inductiva o clasificatoria; y las matemáticas, una ciencia deductiva. Finalmente, dice que las grandes disputas de la ciencia, por ejemplo, a la que dio lugar la teoría de Darwin, han sido, normalmente, entre aquellos que preguntan por las causas y aquellos que preguntan por las clasificaciones. Añade que hay algún conocimiento clasificatorio, o inductivo, en la base de las ciencias hipotéticas; algún conocimiento deductivo en la base de las ciencias inductivas; algún conocimiento inductivo en los principios generales de las ciencias deductivas; y algún conocimiento de una conclusión hipotética en las ciencias inductivas. Y anuncia que la próxima conferencia tratará sobre el carácter lógico de las modificaciones mentales.

En la siguiente conferencia, publicada en esta edición con el encabezamiento de decima¹⁰⁴, comienza recordando a la audiencia haber visto que toda cognición, sea la que sea, se infiere a partir de otra cognición; que toda premisa es una conclusión y que no hay una primera premisa o intuición; lo que pasa a ilustrar con un diagrama. Ahora bien, estas cuestiones, que apuntan a la serie publicada en el *Journal of Speculative Philosophy*, en 1868, que comienza con *Algunas consecuencias de cuatro incapacidades*, y que hemos incluido en los capítulos 5 y 6 del proyecto de *Tratado de Lógica* de Peirce, no aparecen planteadas en ninguna de las conferencias publicadas en esta edición¹⁰⁵.

¹⁰⁴ *WI*: 488-490

¹⁰⁵ En las notas editoriales de *Writings 1*, los editores dicen que las conferencias del Instituto Lowell fueron 12 y que solo se han encontrado los manuscritos de 10. Faltan, pues, la VIII, como ya hemos

Prosigue ilustrando cómo toda cognición está basada en otra anterior y, así, sucesivamente, con menos vivacidad en la conciencia, *ad infinitum*, hasta llegar a lo que sería la última premisa, el hecho mismo, que no está en la conciencia. Dice, a continuación, que *ya* ha enunciado las razones para adoptar las opiniones con las que empezaba el texto, y que son,

primero, que las razones para suponer sensaciones últimas son fútiles, segundo, que todas las sensaciones, que se supone ahora que son últimas, son, más probablemente, inferencias, y, tercero, que ninguna sensación puede ser conocida que sea una premisa última y que, en consecuencia, no se implica ningún error de *hecho* al decir que no hay ninguna premisa última, puesto que *hecho* refiere solamente a una experiencia posible¹⁰⁶.

Pretende, con esta opinión, superar todas las dificultades de la teoría del conocimiento planteadas por el *idealismo*, la *ignorancia ontológica* o los prejuicios naturales. Y se pregunta al respecto, «¿Qué razón hay para pensar que conocemos realmente las cosas que nos son externas?»¹⁰⁷. Los idealistas dicen que no conocemos las cosas reales en sí mismas, los segundos que las únicas realidades son las *sensaciones*, y los últimos que el único fundamento que tenemos para creer que conocemos realmente las cosas es el prejuicio natural. En cambio, con la opinión de Peirce, podemos afirmar que hay una realidad externa a la conciencia, que es la premisa real de una serie de cogniciones, de la misma manera que las demás cogniciones son las premisas de las que les siguen; y que conocemos esas cosas reales al igual que cualquier otra inferencia. Concluye este breve manuscrito, afirmando haber reducido la paradoja del conocimiento a la paradoja de Aquiles y la tortuga que, dice, *ya* había explicado y mostrado que era idéntica a la del mentiroso¹⁰⁸.

En la decimoprimer conferencia¹⁰⁹ de Lowell, en esta edición, Peirce comienza con una disquisición de orden metafísico afirmando que la filosofía es el intento, como la palabra ‘filo’ implica, imperfecto, de formar una concepción general e informada del

señalado, y la XII. La octava, por lo que se dice en la novena, trataba sobre la fundamentación de su teoría de las categorías. El manuscrito de esta conferencia X, además, es muy breve y no daría para toda una sesión, por lo que debe estar incompleto. Además, es muy plausible que falten, al menos, partes de otro texto de una de las conferencias, aquel al que se refiere esta.

¹⁰⁶ *WI*: 489.

¹⁰⁷ *WI*: 489.

¹⁰⁸ Si bien al final del manuscrito preparatorio de la segunda conferencia de esta serie, como hemos visto, plantea una solución matemática a la paradoja de Aquiles y la tortuga; en el mismo no llega a desarrollar la solución de la paradoja del mentiroso como había prometido hacer, ni puede establecer, por lo tanto, ningún tipo de relación entre esta y la paradoja del conocimiento. Este hecho apunta de nuevo con fuerza a la pérdida de más de uno de los manuscritos preparatorios de esta serie fundamental.

¹⁰⁹ *WI*: 490-504.

todo. Añade que todos los hombres filosofan, de una forma más o menos burda, y él aboga por que las construcciones que hagamos de los conceptos de las cosas en general sean lo más cuidadosas posibles. Afirma, junto con otros grandes pensadores, que el único modo fructífero, hasta ahora, de hacer esto es el de «adoptar nuestra lógica como nuestra metafísica»¹¹⁰. De ahí la gran importancia que Peirce atribuye a esta ciencia clasificatoria y que es el objeto de la mayor parte de sus escritos germinales.

Dice que, en la conferencia anterior, se esforzó por mostrar cómo la lógica nos provee con una clasificación de los elementos de la conciencia, que todas las modificaciones de la conciencia son inferencias y que todas las inferencias son válidas. También, aunque esto estaba en el manuscrito de la novena conferencia, que había tres tipos de inferencia: 1. La inferencia intelectual con sus tres variedades: hipótesis, inducción y deducción ; 2. Los juicios de sensación, las emociones y los movimientos instintivos, que son hipótesis cuyos predicados no están analizados en comprensión; y 3. Los hábitos que son inducciones cuyos sujetos no están analizados en extensión. Añade que esta división le condujo a plantear tres elementos de la conciencia: 1. *Sensaciones o sentimientos*, que son elementos de comprensión; 2. *Intentos*, que son elementos de extensión; y 3. *Nociones*, que son elementos de información, que es la unión de extensión y comprensión. Se disculpa por no poder proseguir con este tema, ya que desea plantear una pregunta metafísica, la ciencia que como nos ha dicho antes está estrechamente vinculada a su lógica. La pregunta es *¿Qué es el hombre ?* Afirma que la concepción prevalente entonces, que se considera intuitiva o naturalmente determinada y aplicable a todos los hombres, es la siguiente: «El ser humano es esencialmente un alma, es decir, una cosa que ocupa un punto matemático del espacio, no el pensamiento mismo sino el sujeto de unión del pensamiento, sin partes, y que ejerce una cierta fuerza material llamada volición»¹¹¹.

Introduce, aquí por primera vez, una cita de Shakespeare a la que recurrirá en escritos posteriores: «El hombre.../, Que más ignora lo que más cierto tiene, / Su esencia reflexiva»¹¹². Hay, también, una cita de Emerson, más adelante en este texto, respecto a que el ser humano no puede conocer su significancia esencial, puesto que «de su ojo, es la mirada», estrechamente relacionada con la anterior. Afirma que la noción antigua y escolástica consideraba el alma del hombre compuesta de tres partes, y que fue

¹¹⁰ *WI*: 490.

¹¹¹ *WI*: 491.

¹¹² Véase la nota 25 del capítulo 5 del proyecto de *Tratado de Lógica* de Peirce, objeto de esta tesis.

Descartes el que introdujo la noción de que era una, aunque, matiza, para este filósofo es el pensamiento mismo el que hace al hombre, mientras que los contemporáneos de Peirce creen, según él, que la conciencia no *es* el hombre sino que está en el hombre; y, otra diferencia, la voluntad ejerce una fuerza sobre la materia, lo que negaba Descartes. Pasa a criticar la noción prevalente puesto que se sustenta en una mezcla de filosofías cuyas premisas han sido, previamente, negadas, y no en los hechos. Considera que la diversidad de opiniones que genera esa noción ha tenido su origen en la ausencia de una discriminación precisa entre la explicación inductiva y la explicación hipotética de los hechos de la vida humana. Añade que la primera procede por inducción al reemplazar su sujeto por uno más amplio, y que la segunda procede por hipótesis al reemplazar su predicado por uno más profundo. Afirma que la explicación hipotética nos informará de las causas o antecedentes necesarios de los fenómenos de la vida humana, y que estos fenómenos pueden ser considerados interna o externamente. Internamente requieren una explicación por medio de antecedentes necesarios, es decir, *premisas*; y que esta explicación la dio en la conferencia anterior, lo que no hemos podido encontrar. Continúa diciendo que si estos fenómenos se consideran externa o físicamente, requieren una explicación externa por medio de antecedentes físicos, que es la tarea de los fisiólogos que consideran al ser humano como un autómatas, si bien con conciencia, y que trabajan sobre la base de que la antecendencia física regular implica que la naturaleza es uniforme, lo que Peirce considera un postulado de todo pensamiento, no una mera ley de la naturaleza o un mero hecho de la observación, como había señalado en su crítica a Mill. No obstante, añade, este automatismo les parece a muchos que está en conflicto con la noción del ser humano como un alma *responsable e inmortal*. Y, aunque se ve tentado por la posibilidad de que no podamos reconciliar estos caracteres con la necesidad física, finalmente opta por la solución conciliatoria que propone, en el siglo XIX, la escuela de Brown¹¹³, al reconocer lo profundamente imbuido que se encuentra en el ser humano el sentimiento religioso.

Tras afirmar que la explicación hipotética de la naturaleza humana se sustenta por sí misma y no se contradice con la explicación inductiva, que es la que le incumbe principalmente y que va a proceder a desarrollar. Pregunta, ahora, «¿A qué tipo real

¹¹³ Secta puritana disidente del anglicanismo a la que pertenecían la mayoría de los peregrinos del *Mayflower* que constituyeron una parte sustancial de la colonización de Nueva Inglaterra, en la costa este de América del Norte donde se encuentra Boston, Massachussets, donde impartió esta serie de conferencias.

pertenece el ser pensante, sintiente y volitivo?»¹¹⁴ Afirma que externamente sabemos que el ser humano pertenece al reino animal, a la rama de los vertebrados, y a la clase de los mamíferos; sin embargo, lo que está buscando es su lugar considerado internamente, solo por sus sentimientos, intenciones y concepciones.

Recuerda haber dicho antes que todo estado de conciencia es una inferencia; por lo que la vida es una secuencia de inferencias, a lo que denomina *el tren del pensamiento*. Afirma, pues, que, en cualquier instante, el hombre es un pensamiento y que, como el pensamiento es una especie de símbolo, la respuesta general a la pregunta inicial, ¿qué es el hombre?, es que es un símbolo; lo que formulará aún con más claridad en *Algunas consecuencias de cuatro incapacidades* incluido en el capítulo 5.2, sobre los signos, del proyecto de *Tratado de Lógica*. Se extiende, a continuación, mostrando la analogía entre el hombre y una palabra para demostrar la definición previa. Resume la demostración con los siguientes lemas:

1. Lo que es el hombre es una pregunta inductiva en su sentido actual.
2. La explicación inductiva es solo la expresión general de los fenómenos, y no hace ninguna hipótesis.
3. Sea lo que sea el hombre, lo es en cada instante.
4. En cada instante, los únicos fenómenos internos que presenta son sentimiento, pensamiento, atención.
5. Sentimiento, pensamiento, atención son todos cognitivos.
6. Toda cognición es general, no hay ninguna intuición.
7. Una representación general es un símbolo.
8. Todo símbolo tiene una comprensión esencial que determina su identidad¹¹⁵.

Añade, a continuación, apuntando a su noción posterior de *comunidad*, la consideración de que en su interlocución con otros hombres, cuando habla o escribe de lo que tiene en común con ellos «el alma de todo hombre es una determinación especial del alma genérica de la familia, la clase, la nación, la especie a la que pertenece»¹¹⁶.

Tras una disquisición acerca de cómo los conceptos anteriores de responsabilidad e inmortalidad se vinculan con la identidad individual del *yo pienso*, o la filosofía particular de cada cual, aquello en lo que consisten las diferencias entre los hombres. Da un somero repaso a su teoría de las categorías, con el ejemplo de un niño que las ha denominado *nombre*, *historia* y *materia*. La historia y la materia serían el qué y el por qué de Aristóteles a quien, sin embargo, le faltaba el nombre, es decir, lo primero: la determinación de la mente a su objeto como un objeto. A continuación, de la ley de los símbolos extrae otro corolario: «Al igual que cada cosa tiene su símbolo, todo tiene su

¹¹⁴ *WI*: 494.

¹¹⁵ *WI*: 498-499.

¹¹⁶ *WI*: 499.

símbolo»¹¹⁷; y concluye reafirmando la *trinidad* de objeto, *interpretante* y fundamento del símbolo.

Es claro, pues, cómo la lógica de Peirce imbrica, desde sus inicios, su teoría de las categorías con su teoría de las representaciones, o signos, y con su teoría de la inferencia; de una forma que veremos, en todos sus matices, en el proyecto de *Tratado de Lógica* de la década posterior.

La edición de *Writings 1* presenta, ahora, un *Memorandum respecto al silogismo aristotélico*¹¹⁸, que Peirce, consciente de su importancia, no solo autoeditó para entregar copias a los asistentes a la serie anterior de conferencias en el Instituto Lowell, sino que envió ejemplares por correo a los lógicos más destacados de su época en Inglaterra y Alemania, entre ellos De Morgan. Tal como afirma el profesor Max Fisch en la introducción a este primer volumen de la edición cronológica, podemos resumir sus aportaciones a este tema, que parten de las cuestiones que plantea Kant en *Sobre la falsa sutileza de las cuatro figuras del silogismo*, de la siguiente manera: primera, que Peirce rechaza la cuarta figura (y todos sus modos), no como inválida, sino por ser indirecta y no silogística, y, segunda, que puesto que los silogismos de la segunda y la tercera figuras son reducibles a silogismos en la primera, «cada una de estas reducciones adopta la forma lógica de un argumento en la figura a partir de la cual se ha hecho la reducción»¹¹⁹, lo que muestra que «toda figura implica el principio de la primera figura, pero la segunda y tercera figuras contienen, además, otros principios»¹²⁰. Propiamente, la inducción y la hipótesis.

El último manuscrito, que cierra esta edición del volumen 1 de los *Writings of Charles S. Peirce*, y que fue titulado por los editores *Sobre un método de búsqueda de las categorías*¹²¹ está fechado en 1866. Tiene la forma de un esbozo de tratado sobre su incipiente teoría de las categorías, que ya había presentado en algunas de las conferencias anteriores. Lo divide en los siguientes apartados, estando algunos de ellos más desarrollados que otros: §1. Impresiones; §2. Sustancia; §3. Ser; §4. *Prescisión*, discriminación y asociación; §5. Método de búsqueda de las categorías; §6. El fundamento; §7. El correlato; §8. El *interpretante*; §9. Los objetos formales;

¹¹⁷ *WI*: 502.

¹¹⁸ *WI*: 505-514.

¹¹⁹ *WI*: 514.

¹²⁰ *WI*: 514.

¹²¹ *WI*: 515-528.

§10. Subdivisión de los objetos formales; y §12. División de la ciencia formal. Hemos observado que falta, curiosamente, el §11, aparte de que el §10 no incluye texto alguno.

Esto muestra, de nuevo, la imbricación entre su teoría de las categorías y su teoría de la representación, más adelante, del signo. Donde, en principio, los accidentes, luego, propiamente las categorías, que encontramos en el paso de *ser* a la *sustancia* son, el fundamento o cualidad, el correlato o relación, y el *interpretante* o representación.

Comienza el §1 de este esbozo de método analizando el término *impresiones* y, a diferencia de Hume, a quien no menciona expresamente, poniendo en duda que estas constituyan las premisas últimas y sean copias de los hechos externos. Concretamente, considera el ejemplo del color particularmente desafortunado, puesto que el color depende de las *relaciones* entre diferentes partes de la impresión, por lo que las diferencias entre los colores son diferencias entre las armonías, cuyas impresiones elementales debemos disponer con anterioridad. Por lo que, concluye, el color no es una impresión sino una inferencia. Y especifica:

Cualquiera que sea la parte que las impresiones representan en nuestro conocimiento, necesitan ser reducidas por el entendimiento a la unidad de la consistencia y, en consecuencia, ser combinadas, y no por medio de una agregación caótica sino de una forma determinada. Esta forma o manera de combinar las impresiones es un elemento de la cognición que no está dado en las impresiones combinadas, sino que es añadido a ellas para reducir las a la unidad requerida. Es, en consecuencia, un elemento *hipotéticamente* adjuntado; puesto que una hipótesis es algo asumido para reducir un *dato*, de otra forma incomprensible, a la unidad. A este elemento de la cognición se le denomina una *concepción*.¹²²

Tras este nuevo desarrollo de la fundamentación kantiana de la teoría del conocimiento, añade, gráficamente, que las concepciones se siguen unas a otras, reduciendo sus sucesivas multiplicidades a unidades, como en círculos concéntricos, hasta que todas llegan a sujetarse en la unidad de consistencia o el *yo pienso*, que es el centro de la conciencia.

En el esbozo del §2 sobre la concepción de sustancia, la primera de sus categorías generales, parte de que todas las impresiones son concepciones o, como dice, «Una impresión no hace otra cosa que concebirse como impresión»¹²³, para llegar a afirmar: que algo sea un hecho último o que esté presente, va más allá del hecho inmediato mismo y, por lo tanto, es una hipótesis. Por lo que el predicado de un enunciado como

¹²² *WI*: 516.

¹²³ *WI*: 516.

lo que está presente en general, es una concepción hipotética, que no puede aplicarse a un sujeto sin una hipótesis. Ahora bien, ese primer enunciado, al no precisar cuál sea su predicado, tiene la forma de una hipótesis sin materia, y es el inicio de todo el pensamiento hipotético. Concluye, «Esta concepción de lo inmediatamente presente como tal, que implica meramente que *A* es el sujeto de una proposición, pero no un predicado (dado que los predicados son cogniciones mediadas), está propiamente indicada por el término *sustancia*»¹²⁴.

En el §3 presenta la segunda categoría general, *ser*, la cópula que une el predicado al sujeto. De esta forma el entendimiento reduce las impresiones a la unidad de la proposición. *Ser*, afirma, no introduce nada en el pensamiento, ni siquiera la existencia, pues decir que «un grifo es o sería» no significa nada. *Ser*, añade, no afecta al sujeto, solo implica una determinabilidad indefinida del predicado. Finaliza este apartado, diciendo que «la *sustancia* y *ser* son los dos polos del pensamiento. La *sustancia* es el principio, *ser* el fin de toda concepción. La *sustancia* es inaplicable a un predicado, igualmente *ser* es inaplicable a un sujeto»¹²⁵.

El §4 versa sobre las operaciones mentales de *precisión*, discriminación y disociación. Comienza definiendo la *precisión* (a veces *prescisión*), o abstracción, como un tipo de separación mental por la que dirigimos la *atención* a un punto y obviamos otro. Aclara que aquello a lo que se atiende se *prescinde*, y que aquello que se obvia se *abstrae*¹²⁶. Añade que la *abstracción* supone una mayor distinción entre sus miembros que la *discriminación*, que es el mero reconocimiento de la diferencia entre la presencia o la ausencia de un elemento de cognición, pero menor que la *disociación*, que es la conciencia de una cosa sin la necesaria conciencia simultánea de la otra. Reformula, a continuación, su teoría de las impresiones y las concepciones en los siguientes términos: «las impresiones no pueden ser atendidas obviando una concepción elemental que las reduzca a la unidad»¹²⁷.

En el §5, *Método de búsqueda de las categorías*, que es el título que los editores han dado al manuscrito completo, habiendo establecido las dos categorías principales de *ser*

¹²⁴ *WI*: 517.

¹²⁵ *WI*: 517.

¹²⁶ Está bien que aclare aquí estos términos, puesto que en castellano más bien se prescindiría “de” lo que se obvia y se abstraería aquello a lo que se presta atención. Esto nos parece que ha sido una de las principales causas de la confusión en la interpretación, en nuestro idioma, de los términos que Peirce aplica a esta operación mental fundamental para sus categorías.

¹²⁷ *WI*: 519.

y *sustancia*, enumera, ahora, los denominados *accidentes* que encontramos entre una y otra, primero, la *cualidad*, segundo, la *relación*, y, tercero, la *representación*. Afirma que en ningún caso es necesario recurrir a la introspección para establecerlos, y que no se asume nada respecto a lo que es pensado que no pueda inferirse con seguridad a partir de lo que el pensador admite respecto a los hechos externos.

A continuación, en el §6, plantea el análisis del fundamento, o cualidad, partiendo de que la primera función de la concepción de *ser* es la de unir la cualidad a la sustancia, esta sería la primera concepción en el paso de *ser* a sustancia. Y esta cualidad, que pudiera parecer una impresión, es enteramente hipotética puesto que, explica, materializa una abstracción, dado que no podemos comprender la concordancia entre dos cosas excepto como una concordancia en algún *respecto*, y este respecto es una abstracción pura (como la *negrura* de la tinta negra). A esta abstracción pura, la referencia a la cual constituye una *cualidad*, puede denominársele un *fundamento* del carácter de la sustancia que tiene la cualidad. Concluye diciendo que la referencia a un fundamento es el primer accidente, que no puede *prescindirse* de *ser*, pero del que *ser* puede ser *prescindido*.

En el §7 explica, brevemente, el siguiente accidente, el correlato, que es uno de los términos de la relación. Puesto que solo podemos tener conciencia de cualquier cualidad por medio de la relación de su sujeto de unión con otra cosa, y, puesto que ninguna relación puede tener lugar sin una cualidad o referencia a un *fundamento*, la ocasión de la introducción de la referencia a un fundamento es, en consecuencia, la generalización o el contraste. Añade que en la generalización y el contraste, la sustancia primera tiene un correlato anexo a ella. Por lo que la referencia a un correlato es la siguiente concepción en orden, que no puede ser *prescindida* de la referencia a un fundamento, aunque este último puede ser *prescindido* de ella.

En el §8 desarrolla la concepción de *interpretante*, tras varios ejemplos con los que ilustra que la referencia a un correlato solo es posible por comparación, afirma que toda comparación requiere, aparte de la cosa relacionada (el *relato*), el fundamento y el correlato, «una representación mediadora que representa al relato como una representación del mismo correlato que esta representación mediadora misma representa»¹²⁸; y esto es el *interpretante*. Por ello toda referencia a un correlato une a la sustancia una referencia a un *interpretante*, que es la siguiente, y última, concepción en

¹²⁸ *WI*: 523.

el orden del paso de la sustancia a *ser*. Esta no une una concepción a la sustancia, como las otras dos, sino que une directamente la multiplicidad de la sustancia haciendo inteligible la confusión de las impresiones de acuerdo con el postulado inicial.

En el §9, *Los objetos formales*, basándose en estas tres concepciones de referencias, sobre las que va a erigir el edificio de su lógica, y en la operación de *prescisión*, distingue tres tipos de objetos: 1. Aquellos que tienen una referencia única a un fundamento o cualidad, que podemos denominar *quale*; 2. Aquellos que tienen una referencia doble a un fundamento y un correlato, que podemos denominar *relato*; y 3. Aquellos que tienen una relación triple a un fundamento, a un correlato y a un *interpretante* o representación, que podemos denominar *representamen*. Estos objetos pertenecen como caracteres a las tres referencias indicadas.

A continuación, no desarrolla nada bajo el encabezamiento del §10, *La subdivisión de los objetos formales*, ni añade un §11. Pasando directamente a un último §12 de este esbozo de método, que titula *La división de las ciencias formales*. Fundamenta esta división en las referencias ‘no-prescindibles’ entre los tipos de signos: equivalente, des-equivalente, semejanza, índice y símbolo; con los términos de las categorías anteriores: correlato, fundamento, *interpretante* y objeto. Estableciendo, de esta manera, nueve divisiones que procede a nombrar y a explicar: 1. La referencia del equivalente a su correlato; 2. La referencia del ‘des-equivalente’ a su fundamento; 3. La referencia del ‘des-equivalente’ a su correlato; 4. La referencia de la semejanza a su *interpretante*; 5. La referencia del índice a su objeto; 6. La referencia del índice a su *interpretante*; 7. La referencia del símbolo a su fundamento; 8. La referencia del símbolo a su objeto; y 9. La referencia del símbolo a su *interpretante*.

En la explicación de la primera introduce, también, los conceptos de comprensión y extensión; pero no termina de darle nombre a esta ciencia formal. La segunda, en cambio, sería las *matemáticas*, la ciencia de la relación de los ‘des-equivalentes’ con sus fundamentos, es decir, la ciencia de la cantidad mensurable. Añade que en el *álgebra* tenemos en cuenta solo las *inversiones*; y que en la *geometría* tenemos en cuenta las diferencias en el tipo de fundamento. La tercera, y última que presenta, sería la ciencia de la *identidad* y la *contradicción*, a la que denomina la ciencia de la oposición, que sería una parte de la lógica, la ciencia de la referencia de los ‘des-equivalentes’ a sus correlatos. El texto no continúa con las otras cinco referencias y, parece ser, que no desarrolló este planteamiento para la división de las ciencias formales posteriormente.

Nos hemos extendido en este tema para facilitar una cabal comprensión de los primeros pasos de su teoría de las categorías, que ya había expuesto en la novena conferencia de Lowell, recapitulando lo que había dicho en la desaparecida octava conferencia que, también, versaba sobre la misma cuestión. De esta forma, podremos entender el alcance de su texto fundamental al respecto, *Sobre una nueva lista de categorías*, que hemos incluido en el capítulo 4 del proyecto de *Tratado de Lógica*, y la estrecha relación que tiene con su teoría de los signos, que presentamos en el capítulo 5.

3.3 WRITINGS OF CHARLES S. PEIRCE. VOLUMEN 2 (1867-1871)

En la introducción al volumen 2 de *Writings of Charles S. Peirce*, el Profesor Max H. Fisch, Editor Asociado, llama a 1867, «el año decisivo», principalmente, porque en ese año Peirce fue nombrado Adjunto al Superintendente de la Oficina Supervisora de Costas y Geodésica de los Estados Unidos, labor profesional que desarrolló durante 24 años. También, en ese año, comenzó a trabajar con el nuevo espectroscopio del Observatorio Astronómico de la Universidad de Harvard, hasta que en 1869 fue nombrado, también, Adjunto al Director, cargo que ocupó durante varios años. Es de destacar que el único libro publicado de Peirce es un destacado trabajo en este campo, *Photometric Researches*¹, donde combina su preparación académica como químico con sus extraordinarias dotes de observación. No obstante, un gran número de sus artículos fueron publicados en revistas especializadas, como el *Journal of Speculative Philosophy*, el *Popular Science Monthly*, *The North American Review* y *The Nation*. Existe una edición *microfiche* de estos artículos, tanto de los científicos como de los filosóficos². La mayoría de los artículos científicos de Peirce no están incluidos en la Edición de *Writings*, por este motivo según el Editor de este volumen, Edward C. Moore.

Pero, también, 1867 es el año en que Peirce imparte cinco conferencias sobre lógica en la Academia Americana de las Artes y las Ciencias, de la que había sido elegido miembro residente, y que fueron publicadas en los anales de esta institución al año siguiente. Intentó, sin éxito, que las tres primeras conferencias: *Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole*; *Sobre la clasificación natural de los argumentos*; y *Sobre una nueva lista de categorías*; fueran, también, publicadas en la primera revista filosófica de los Estados Unidos, el *Journal of Speculative Philosophy*, dirigida por W. T. Harris, distinguido hegeliano, con el que mantuvo una activa correspondencia, entonces, sobre Hegel y la polémica entre nominalismo y realismo, que sí fue publicada.

La primera de estas conferencias, acerca del Cálculo de Boole, sería la base principal sobre la que desarrollaría, en 1870, su lógica de los términos relativos aunque, también, incluye una primera aproximación a la teoría de las probabilidades, que está más desarrollada en la reseña que hace del libro de John Venn, que comentaremos más

¹ C. S. Peirce: *Photometric Researches* (1872-75), Wilhelm Engelmann Ed., Leipzig, 1878.

² Charles Sanders Peirce: *Complete Published Works, including Selected Secondary Materials*, editado por Kenneth Laine Ketner, Christian J. W. Kloesel y Joseph M. Ransdell (Greenwich, CT: Johnson Associates, 1977)

adelante. Las dos siguientes conferencias de esta serie, siempre las tuvo en gran estima, especialmente, su formulación de una nueva lista de categorías, que consideraba su mejor aportación a la filosofía³. Y las otras dos, *Sobre la lógica de las matemáticas* y *Sobre la comprensión y la extensión lógicas*, son, probablemente, sus más acertados escritos de esta época sobre estos temas, por lo que los hemos incluido en este proyecto de *Tratado de Lógica*, cuyo índice tentativo apuntaba hacia ellos. Igualmente hemos incluido en dicho Tratado los que versan sobre la clasificación de los argumentos y sobre las categorías, en el capítulo 7, sobre el silogismo, y en el capítulo 4 respectivamente.

También hemos incluido un manuscrito descolgado de estos años, «Capítulo I. Uno, dos y Tres»⁴, en el capítulo 4, sobre las categorías, que completa lo que Peirce tenía que decir en estos años sobre este tema. Y que, junto a lo que ya hemos apuntado en los antecedentes del volumen 1 de *Writings*, facilita una comprensión cabal de su texto fundamental, *Sobre una nueva lista de categorías*.

Este volumen había comenzado con unas anotaciones en su cuaderno de lógica⁵ sobre las que no nos vamos a extender. Como tampoco lo haremos sobre las notas adicionales que hace al Cálculo Lógico de Boole⁶, presentadas a continuación de las conferencias de la serie de la Academia Americana en esta edición, y que, luego, utilizaría, también, en su *Descripción de una notación para la lógica de los términos relativos*, que hemos incluido en el apéndice al capítulo 10 del Tratado.

Sin embargo, sí hemos considerado relevante para nuestro proyecto su reseña⁷, publicada en la *North American Review* en 1867, de *La lógica del azar*⁸ de John Venn, que está estrechamente relacionada con el texto escogido, «Sobre una teoría de la inferencia probable», para el capítulo 11 sobre las probabilidades del Tratado. Esta cuestión se inició, en la época de la ciencia, con la discusión acerca de los argumentos

³ «El 14 de mayo de 1867, tras tres años de pensamiento concentrado, apenas interrumpido por el sueño, produje mi única contribución a la filosofía en *La nueva lista de categorías*» (CP 8.213, c.1905). Y «Puedo permitirme decir que mis obras filosóficas más sólidas fueron: un escrito del 14 de mayo de 1867, “Sobre una nueva lista de categorías”, y un escrito que se publicó... en 1868 llamado “Algunas consecuencias de cuatro incapacidades”» (MS L845, 1905, carta a su hermano Herbert Peirce).

⁴ WMS144; W2: 103-104.

⁵ WMS140.

⁶ WMS152.

⁷ W2: 98-102.

⁸ Venn, John: *The Logic of Chance. An Essay on the Foundations and Province of the Theory of Probability, with special Reference to its Application to Moral and Social Science*, 16, p. 370. M.A. London and Cambridge, 1866.

probables en el *Novum Organum* de Francis Bacon. Venn señala tres estadios en la doctrina del azar: 1. El realista, que formula, para los acontecimientos singulares, el teorema de que los acontecimientos suceden con frecuencias proporcionales a sus probabilidades; 2. El conceptualista, que afirma que la probabilidad no existe en los acontecimientos singulares, sino que consiste en *el grado de credibilidad* que debería ponerse en el suceso de un acontecimiento; y 3. El nominalista, que considera que la probabilidad es la razón entre el número de acontecimientos en una cierta parte de un agregado de ellos, y el número en el agregado completo. Esta última es la posición que adopta Venn. Peirce retomando su investigación acerca del término ‘probable’ que desarrolló en la tercera de las conferencias del Instituto Lowell, afirma que siempre se refiere a una determinación de un género de argumento, y cita a Locke cuando este afirmó que «una cosa es probable cuando está sustentada en razones *tales que* conducen a una conclusión verdadera»⁹. Peirce afirma que este ‘tales que’, que él pone en cursiva, se refiere a un género de argumentos. El género de argumentos que puede dar una cierta proporción de conclusiones verdaderas a partir de premisas verdaderas, en la misma proporción que estas. Siendo la verdad el acuerdo de una representación con su objeto, no hay lugar a *los grados de credibilidad* que proponen los conceptualistas. Además, pone en tela de juicio la posición conceptualista, como ya hizo en la tercera conferencia de Lowell, de que dos acontecimientos sean igualmente probables cuando no se sabe nada acerca de su probabilidad. Aproximándose, de esta manera, a la posición nominalista de Boole, que fue el primero que desveló el absurdo de la proposición anterior, porque «una probabilidad es un hecho estadístico, que no puede ser asumido arbitrariamente»¹⁰. Boole, según Peirce, fue quien armonizó la doctrina matemática de las probabilidades con la moderna doctrina lógica de la inferencia probable¹¹. Sin embargo, Boole, obligado por las *necesidades* de su cálculo, asumió *de forma conceptualista* que los acontecimientos simples, cuyas probabilidades son dadas, son independientes. Lo que Venn rebate contundentemente, eliminando este último vestigio de conceptualismo de la doctrina de la probabilidad lógica. No obstante, Peirce sigue detectando algunos vestigios de aquella posición en la obra del propio Venn, particularmente cuando aplica su doctrina a las ciencias morales y sociales. Peirce,

⁹ Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding; with Thoughts on the Conduct of the Understanding*. London: Printed for C. Bathurst et al., 1795; libro IV, cap. 15, §1 (vol. 3).

¹⁰ *W2*: 100.

¹¹ Para el desarrollo que hace Peirce de este tema, véase *Una teoría de la inferencia probable* en el capítulo 11 del *Tratado de Lógica*.

finalmente, reivindica, para estas ciencias, la posición del sentido común en muchos de sus casos, especialmente en aquellos en los que la credibilidad y las expectativas no pueden ser representadas numéricamente, al no poderse conocer siempre la probabilidad de muchos acontecimientos de esta índole.

En este volumen 2 de la edición de *Writings* nos encontramos, ahora, con un esbozo de diccionario de términos lógicos, que va de A a ABS, donde se extiende, particularmente, en los conceptos de *a priori*, tal como está expresado en la *Crítica* de Kant; *abducción*, que sería, más adelante, uno de los términos alternativos, junto con ‘retroducción’, que utilizaría para la inferencia hipotética aplicada a la investigación científica; y *abstracción*, que, alternativamente, denomina *prescisión*, en su primera acepción: «La separación en el pensamiento de un atributo o relación del sujeto, obviando el otro. Este parece ser el sentido en Aristóteles»¹². Esta sería la operación mental elegida para la determinación de sus categorías, como ya hemos visto en los escritos germinales de *Writings I* y veremos aplicada en el capítulo 4 del *Tratado de Lógica*. Es destacable aquí la contribución ulterior de Peirce a varios diccionarios a lo largo de su carrera profesional, particularmente el *Century* y el *Baldwin*.

A continuación, en WMS146¹³, desarrolla una crítica al positivismo y al escepticismo, en la línea que ya había apuntado en la conferencia de Harvard sobre las teorías de Whewell, Mill y Comte. Debe tenerse en cuenta que Peirce mantiene una posición que no excluye la fe religiosa del quehacer científico. Finaliza reformulando, de nuevo, su contundente argumento, dirigido contra la base del positivismo, que concluye diciendo: «No es una cuestión que pueda ser decidida por la observación directa, qué sea y qué no sea una observación directa»¹⁴, que pone en cuestión el postulado positivista de que los únicos enunciados válidos son aquellos que resultan de una observación directa, porque ese mismo postulado no resulta de una observación directa demostrable.

Encontramos, ahora, en esta edición, con el título «Cuestiones acerca de la realidad»¹⁵, varias versiones preparatorias del primero de los artículos, *Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al hombre*, de la conocida serie publicada en el *Journal of Speculative Philosophy* en 1868, que aparece a continuación. Y dos

¹² W2: 116-117.

¹³ W2: 122-130.

¹⁴ W2: 130.

¹⁵ WMS148; W2: 162-187.

versiones de otro texto, «Potentia ex Impotentia»¹⁶, que comenta algunos aspectos de aquel primer artículo, y donde plantea el segundo de la serie, *Consecuencias de cuatro incapacidades*. Los fragmentos más significativos de estos dos artículos referidos, concretamente, a su teoría de los signos se encuentran incluidos en el capítulo 5 del proyecto de *Tratado de Lógica* objeto de esta tesis. Asimismo, las partes más pertinentes del tercer artículo de esta serie: *Fundamentos de validez de las leyes de la lógica: consecuencias adicionales de cuatro incapacidades*; las hemos incluido en el capítulo 12, *Las máximas del razonamiento*.

En el siguiente manuscrito vinculado a un proyecto de libro sobre lógica en la edición de *Writings* 2, «Un esbozo preliminar de la lógica»¹⁷, encontramos las definiciones de algunos conceptos básicos de esta ciencia clasificatoria: primero, que la propia lógica es la ciencia que necesitamos para poner a prueba los argumentos; segundo, que un argumento válido es aquel cuyo principio rector es verdadero, y tercero, que es un principio rector incontestable que si dos hechos están relacionados como razón y consecuente, como es el caso de la implicación, y la razón es verdadera, entonces, el consecuente es verdadero. Amplia la definición anterior de la lógica afirmando que es la ciencia de los principios rectores de los argumentos *completos*, aquellos de los que se ha eliminado todo lo eliminable de su principio rector (lo que no ocurre con los argumentos retóricos); por lo que tales principios rectores son propiamente *principios lógicos*. Concluye este manuscrito incompleto, que hemos incluido en el apéndice al capítulo 7, «Sobre el silogismo», del *Tratado de Lógica*, formulando el principio lógico de la *deducción* en los términos de la denotación y la connotación:

S es denotado por M
M connota P
. . S es P

Lo que muestra su concepción de la estrecha vinculación de las inferencias, que presentamos en el capítulo 6, y los silogismos, con la extensión y la comprensión lógicas, que presentamos en el capítulo 8, «Sobre la amplitud y la profundidad lógicas»; y cuya gestación hemos podido seguir en estos antecedentes, en la octava conferencia de Harvard de la edición de *Writings* 1.

A continuación, en esta edición, aparecen algunas páginas de su *Cuaderno de Lógica*¹⁸ en las que desarrolla una combinación de la aritmética con el cálculo de Boole, que pertenecerían a sus trabajos preparatorios sobre la lógica de los relativos.

¹⁶ WMS149; W2: 187-191.

¹⁷ WMS154; W2: 294-297.

¹⁸ WMS155; W2: 298-301.

«La doctrina inglesa de las ideas»¹⁹, publicado en *The Nation*, que se presenta, ahora, en la edición de *Writings* 2, es un texto que si bien no está estrechamente vinculado con la lógica ni con proyecto alguno de libro sobre esta, aporta datos significativos sobre la transición que Peirce hace del nominalismo al realismo o, más bien, de la conciliación que pretendía en esta época entre estas dos posiciones filosóficas respecto a la cuestión de los universales, y que alcanza su más clara expresión en la reseña que hace a la obra de Fraser sobre Berkeley²⁰ en la *North American Review* en 1871; publicada al final de esta edición del volumen 2 de *Writings*²¹.

El artículo, «La doctrina inglesa de las ideas», está motivado por la reedición de *El análisis de los fenómenos de la mente humana* de James Mill, prologado por Alexander Bain, cuyas ideas aplicó concienzudamente a la lógica su hijo, John Stuart Mill. Peirce comienza señalando la que considera una de las grandes debilidades del pensamiento inglés, reflejado por los Mill: no haber considerado lo suficientemente las aportaciones de la filosofía alemana; lo que dificulta su comprensión al no incluir la posibilidad de comparación con otros sistemas. La otra gran debilidad que señala consistiría no solo en su exacerbado positivismo sino en su nominalismo radical derivado de la rigurosa aplicación de la navaja de Ockham a sus análisis, lo que reduciría la expresión de la naturaleza de las cosas y de la mente a los términos más simples.

Peirce sintetiza el principio de la teoría psicológica de James Mill, fiel reflejo de las tesis de Hume, de que todo lo que está en la mente son sensaciones y copias de sensaciones, en los siguientes términos: «que las ideas en la conciencia son imágenes concretas de las cosas que hay en la existencia»²². Esta teoría contiene tres puntos: 1. Toda idea es la mera copia de una sensación; 2. Todo lo que está en la mente es conocido; y 3. El orden de las ideas es una mera reproducción del orden de las sensaciones. El primer punto es característico del pensamiento inglés, desde que Hume lo expresó, con toda claridad, diciendo que la única diferencia entre una sensación - o *impresión*- y una idea, que es una copia de aquella, es que la sensación es más vivaz, y la idea más tenue. Sin embargo, esta apelación a que todas las ideas, y las sensaciones, son singulares y que, por lo tanto, están desprovistas de generalidad, le parece a Peirce un gran inconveniente del empirismo radical, por las dificultades que encuentra para

¹⁹ WP45. W2: 302-307.

²⁰ WP60. W2: 462-487.

²¹ El Profesor José Vericat incluyó esta reseña en su selección de textos de Peirce, publicada en español, bajo el título, *El hombre, un signo*, en 1988.

²² W2: 304.

explicar cómo parece que atribuyamos un sentido general a las palabras. Además, añade nuestro autor, James Mill necesita excluir a la *semejanza* de la ley de asociación de ideas, porque atribuir a la mente la capacidad de dar un orden interno determinado a las ideas supondría afirmar que hay en la mente algo más que sensaciones y copias de las mismas. Peirce continúa su crítica afirmando que

La doctrina de que una idea es una copia de una sensación no ha derivado, obviamente, de una observación exacta. Se ha adoptado porque se ha pensado que *debe ser así*; de hecho, porque era un corolario de la noción (de la que estos autores no podían librarse) de que las ideas están en la conciencia al igual que las cosas en la existencia²³.

Incluyendo, de esta manera, esta doctrina como ejemplo señalado de su tercer método de establecimiento de la opinión, que desarrolla en el primer capítulo del *Tratado de Lógica*, y que dio lugar a su afamado artículo de 1877, «La fijación de la creencia», bajo la denominación de método *a priori*, o de aquello que es agradable a la razón.

Añade que la apropiación que hace la escuela inglesa de pensamiento de la doctrina de la asociación de ideas, ha sido contestada por Hamilton, el cual ha probado que esta ha sido derivada de Aristóteles. Aunque lo más revelador de esta reseña, es el reconocimiento que hace Peirce de la psicología de Wundt²⁴, especialmente cuando este explica que, respecto a la asociación de ideas, «todo ‘tren de pensamiento’ es esencialmente inferencial en su carácter y está, en consecuencia, regulado por los principios de la inferencia»²⁵. Que es lo que decía Aristóteles, y que Peirce adopta como uno de los pilares de su lógica. En la interpretación que hace Peirce de la doctrina de Wundt, la contrapone a la de Stuart Mill, lo que no coincide con las opiniones habituales acerca de la misma. Además, resulta curioso, observar cómo Peirce funda en algunos principios psicológicos de Wundt su propia lógica *anti-psicologista*, que no acepta la facultad de introspección como requisito de la misma, como había afirmado un año antes, en «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»: «No tenemos capacidad de introspección, sino que todo conocimiento del mundo interno se deriva por razonamiento hipotético a partir de nuestro conocimiento de los hechos externos»²⁶.

²³ W2: 306.

²⁴ Wilhelm Wundt, considerado el fundador de la psicología experimental basada en la observación *introspectiva* de los procesos de la conciencia. Peirce cita, especialmente, su obra, *Vorlesungen über die Menschen – und Thierseele*. 2 vols. Leipzig, Leopold Voss, 1863.

²⁵ W2: 307.

²⁶ W2: 213.

En 1869 el nuevo presidente de la Universidad de Harvard, Charles W. Eliot, con la intención de añadir *un extra* al currículo académico, planificó dos series de conferencias, una en filosofía y otra en literatura moderna. Entre los seleccionados para la serie sobre filosofía, se encontraba Charles S. Peirce, que impartió un total de 15 conferencias. En el volumen 2 de *Writings*, en la sección titulada *Conferencias sobre los lógicos británicos*, encontramos a continuación únicamente tres manuscritos preparatorios: el primero, titulado «Conferencia Primera. Nominalismo y Realismo tempranos»; el segundo, sobre Ockham; y otro que versa sobre el lógico inglés Whewell. En la primera conferencia²⁷ manifiesta que, en toda la serie, solo pretende hacer un breve repaso de la historia de la lógica en las Islas Británicas, procurando evitar añadir cualquier opinión propia. Sin embargo, comienza afirmando que la característica más destacada de los pensadores británicos es su tendencia nominalista, cuyo inicio emplaza en la polémica medieval respecto a los términos universales entre los dos grandes pensadores, Guillermo de Ockham, el nominalista *par excellence*, y Duns Escoto, el realista. Otra característica significativa de los pensadores británicos es el interés por los estudios de la lógica de las ciencias naturales. Menciona, primero, a Roger Bacon, «aquel hombre que era científico antes que la ciencia comenzase»; sin embargo, fue el *Novum Organum* de Francis Bacon el tratado lógico al inicio de la época de la ciencia, el que, en la actualidad, dice Peirce, ha dado lugar al estudio de los métodos del pensamiento en la ciencia de Whewell, Mill y Herschel.

Añade aún otra característica o, más bien, otra dirección que han seguido señaladamente algunos lógicos británicos, la de la lógica matemático-formal, cuyos más destacados representantes son, en el siglo XIX, Boole, De Morgan y el escocés, Sir William Hamilton; y cuyo origen sitúa Peirce, de nuevo, en el nominalismo de Ockham y en el realismo de Escoto, los escolásticos que llevaron al límite el estudio de los caracteres formales de la lógica, con una admirable minuciosidad, en sus *Parva Logicalia*²⁸. De esta manera conecta Peirce el pensamiento lógico de la Edad Media con el de la Época Moderna.

Los escolásticos basaban sus estudios en el método de la autoridad, por encima, incluso del de la razón. Siendo las autoridades, por este orden, la Biblia, la Iglesia, los padres de la iglesia y, luego, señaladamente Aristóteles. Atribuye a este método una

²⁷ W2: 310-317.

²⁸ Peirce tiene un proyecto de libro de lógica en su edad madura con el título *Minute Logic*, es decir, *Parva Logicalia*.

encomiable ausencia de vanidad que no fue seguida por los metafísicos posteriores aunque sí lo fue, afirma, por los hombres de ciencia. En el sentido de que «en la ciencia no se considera resuelta una cuestión, o su solución cierta, hasta que cesa toda duda inteligente e informada y todas las personas competentes alcanzan un acuerdo ‘católico’»²⁹. Esta consideración que está en la base de la filosofía de la ciencia de Peirce, la reformula, a renglón seguido, en los siguientes términos «el hombre de ciencia atribuye un valor positivo a la opinión de todo hombre tan competente como él, por lo que no puede menos que dudar de una conclusión que habría adoptado si no fuera porque un hombre competente se opone a ella»³⁰. Esta formulación de uno de los principios de la comunidad científica, alcanza su expresión más precisa en una de las máximas del razonamiento que presentamos en el capítulo 12 del proyecto de *Tratado de Lógica*.

Asimismo, afirma que el avance de las ciencias despegas cuando los investigadores pusieron su confianza, siguiendo a Aristóteles, en la *verificación*, esto es, en el trabajo de campo, en el laboratorio y en la *observación* analítica.

Concluye el borrador de esta primera conferencia con una mención a Escoto Erígena, el pensador irlandés del siglo IX, que atribuía una gran importancia a las *palabras*; y significado a palabras como *Nada* u *Oscuridad*, por ejemplo. Por lo que Peirce dice que para este original pensador «el objeto inmaterial inmediato de un nombre es algo»³¹. Lo que, también, está relacionado con su teoría de los signos que veremos en el capítulo 5 del *Tratado de Lógica* y en su apéndice.

La siguiente conferencia,³² con el título de «Conferencia Tercera. Ockham», que aparece en esta edición, está diseñada en torno al comentario de algunos fragmentos de la lógica textual del *terminista* Guillermo de Ockham³³ frente al *formalista* Duns Escoto. Comienza comentando la división, que hace el primero, de los términos en *escritos*, *hablados* o *concebidos*. Continúa con algunos fragmentos de los primeros seis capítulos de la *Grammatica Speculativa* de Escoto, respecto a la significación. Y va intercalando sus propios comentarios a las diferencias entre ambos en cuanto a la teoría

²⁹ W2: 313.

³⁰ W2: 313.

³¹ W2: 317.

³² W2: 317-336.

³³ Ockham, William: *Summa Logicae* en *Ockham's Theory of Terms: Part I of the 'Summa Logicae'*. Traducción e Introducción de Michael J. Loux. Notre Dame, IN: University of Notre Dame Press, 1974; pp. 49-51, 52, 55-56, 69-76, 99-100, 110-11, 131, 125, 131, 178.

de los signos, destacando que la opinión de Ockham es más simple y lúcida pero que la teoría de Escoto, además de su complejidad, puede considerarse más cierta al tener en cuenta *todos* los hechos. Dice que él se inclina por la teoría de Escoto para servir de contrapeso a su audiencia, que se inclinaría, más bien, por la de Ockham. Y añade, «para comprender la posición histórica, no deberíais inclinaros más hacia la una que hacia la otra»³⁴. No obstante, desde nuestra perspectiva actual, podemos observar aquí, de nuevo, la transición que hace Peirce de su nominalismo temprano al realismo o, más bien, a su pretendida conciliación de ambos en sus escritos sobre la realidad de principios de la década de 1870, que encontramos en el capítulo 2 del *Tratado de Lógica*.

Continúa comentando el uso de la diferencia, en uno y otro autor, entre los términos categoremáticos y sincategoremáticos, y entre los concretos y los abstractos, que relaciona con la distinción lógica de extensión y comprensión que, según el profesor Bowen, fue descubierta por la escuela de Port-Royal, aunque Peirce aporta un fragmento que justifica su primera atribución a John de Salisbury³⁵.

Sin embargo, su comentario más claro a este respecto viene a continuación cuando analiza la expresión ‘el hombre como tal’ que Ockham utiliza para evitar la ‘herejía’, según Peirce, de identificar ‘humanidad’ con ‘hombre’. Puesto que no podemos decir *Todo hombre es el hombre como tal* ya que, por la distinción, uno no puede ser predicado del otro aunque ambos denoten la misma cosa, esto es, todos los hombres. Por lo que, concluye, hay en Ockham una doctrina de los sincategoremáticos (‘como tal’) implicados en los términos, algo peculiar de su escuela, y que cumple la misma función que las *distinciones formales en las cosas* de Escoto, algo, también, peculiar del escotismo. Ahora bien, estos términos sincategoremáticos implicados y, a veces, ocultos, vician sistemáticamente a los silogismos, según muestra Peirce con algún ejemplo.

Esta minuciosa lectura comentada de los textos de Ockham bajo la luz del realismo de Escoto, se extiende durante varias páginas más, lo que nos induce a pensar que ocuparía más de una conferencia de esta serie, justificando de esta manera la ausencia de otros manuscritos preparatorios.

³⁴ W2: 327.

³⁵ Salisbury, John: *Metalogicus*. Paris: Apud Hadrianum Beys, 1610. Libro 2, cap. 20, p. 111. «Es bien sabido que lo que los nombres comunes significan y lo que nombran no es idéntico. Nombran cosas particulares, pero su significado es universal».

Sin embargo, debemos destacar al final de la misma, la reivindicación que hace de la actualidad de la polémica entre nominalismo y realismo, que algunos consideran trivial o desfasada. A Peirce le parece que no está tan lejos de la polémica entre el idealismo de Berkeley y Mill, y el idealismo de Kant y Hegel. Citamos textualmente:

Pero no es verdad que no tenga actualidad práctica que creamos en el nominalismo o en el realismo, que creamos que las verdades eternas están por completo confinadas al otro mundo (puesto que un nominalista puede, ciertamente, ser un espiritualista e, incluso, un Platónico) o que son asuntos de consecuencia cotidiana, que creamos que el género ‘homo’ no tiene existencia excepto como una colección de individuos y que, en consecuencia, la felicidad individual, la aspiración individual y la vida individual es lo único que cuenta, o que creamos que los hombres tienen realmente algo en común – y que ello sea su propia esencia – de forma que la Comunidad deba considerarse como algo de mayor consecuencia y de mayor dignidad que cualquier hombre singular³⁶.

Presentando de una forma muy equilibrada y clara estas dos posiciones filosóficas y lo que implican, y su propia posición respecto a la relevancia de la comunidad frente a la individualidad humana. Nos hemos extendido en esta cuestión, no solo porque está estrechamente vinculada con la gestación de su teoría de los signos, esto es, la lógica de Peirce, sino, especialmente, porque a algunos autores, como James Rorty³⁷, les parece *oscuro* el *realismo escotista* del Peirce maduro. Toda oscuridad queda aclarada cuando seguimos la evolución de su pensamiento gracias a los materiales que nos proporciona la fundamental edición cronológica de *Writings* que estamos siguiendo. Y como concluye el propio Peirce el manuscrito de esta conferencia, manifestando que una u otra posición es defendida por hombres competentes, aunque espera «que lleguemos a una decisión unánime sobre esta cuestión, ahora bien, que esta decisión se sustente en una base histórica, la única base firme para cualquier institución humana – filosofía, ciencia natural, gobierno, iglesia o sistema de educación»³⁸. Esta base que Peirce aplica a sus objetos de estudio, nosotros pretendemos aplicarla estrictamente a su propia obra en esta tesis.

El último manuscrito³⁹ conservado de esta serie de conferencias, versa sobre las obras⁴⁰ del historiador de la ciencia inglés Whewell, al que ya había dedicado parte de

³⁶ W2: 336.

³⁷ En su entrada ‘Pragmatismo’ de la *Routledge Encyclopaedia of Philosophy*, 2000.

³⁸ W2: 336.

³⁹ W2: 337-345.

⁴⁰ *A History of Inductive Sciences, A History of Scientific Ideas, Philosophy of Inductive Sciences* y, especialmente, su *Novum Organon Renovatum*, 3ª ed. London: John W. Parker and Son, 1858.

su cuarta conferencia de la primera serie de Harvard, publicada en *Writings 1*. De nuevo, aunque muestra admiración por este pensador, no deja de señalar algunas debilidades en su pensamiento, gracias al riguroso método de análisis de los argumentos tan característico de Peirce.

Comienza, en clara referencia a la paralela serie de conferencias sobre *Literatura Moderna*, exponiendo el contraste, cuando no la flagrante contradicción, entre el *modo literario* y el *modo científico* de pensar. Peirce se adscribe, por supuesto, al modo científico y critica duramente el uso del modo literario en los temas científicos al que son dados muchos comentaristas que se pierden en generalidades, al no ser especialistas en los mismos.

Este no es el caso con Whewell, cuya concepción general de la ciencia Peirce resume diciendo que «es aquella en la que una conclusión científica está compuesta de hechos, por un lado, y de ideas, por otro»⁴¹; y que explica en los siguientes términos: «para alcanzar (la conclusión), los hechos deben ser reunidos, *coligados*, y las concepciones deben ser distinguidas, *explicadas*. Entonces la coligación de los hechos y la explicación de los conceptos son las dos partes de la investigación científica»⁴². Añade que, para ello, Whewell destaca dos procesos: la observación y el agrupamiento de los hechos, y las *controversias* que dan lugar al establecimiento de conceptos claros. Sin embargo, no le acaba de convencer la identificación que hace entre las conclusiones inductivas y las verdades *a priori*, que fue adoptada por J. S. Mill y que otros autores calificaron indebidamente de *kantiana*. También le parece a Peirce que Whewell no hace una distinción clara entre *cuestiones de palabras* y *cuestiones verdaderamente científicas*, por lo que recurre a los axiomas a falta de definiciones. Y, en aras de la claridad, sacrifica, en muchos casos, lo *apropiado* de las concepciones.

Para Peirce todos los hechos implican ideas, que es la primera lección que deben aprender todos los hombres de ciencia. La observación ‘pura’ no es posible porque incluso los científicos más entrenados no pueden evitar hacer observaciones afectados por pasiones fantásticas o por sus estados de ánimo. Sin embargo, puntualiza que «la influencia de la mente sobre la observación no es necesariamente un mal. Se puede prácticamente afirmar que solo podemos ver aquello que buscamos»⁴³. Por lo que,

⁴¹ W2: 340.

⁴² W2: 340.

⁴³ W2: 345.

concluye, «la *observación* a diferencia de la mera *mirada* consiste en la percepción a la luz de una pregunta»⁴⁴, algo que Whewell no ha destacado. Peirce formula de esta manera tan precisa la importancia que tiene para la investigación científica la calidad de la pregunta; lo que, junto con la consideración anterior respecto a la observación⁴⁵, constituye un señalado precedente de algunos principios metodológicos fundamentales de los paradigmas científicos del siglo XX.

Los restantes textos de este volumen dedicados a la lógica podemos encontrarlos en los capítulos y apéndices respectivos del *Tratado de Lógica*, como hemos señalado en la Introducción: la serie titulada por los editores *Lógica práctica*, de donde hemos extraído el título *Un tratado práctico de lógica y metodología* para este proyecto de libro de Peirce, y de la que hemos incluido, una parte, en el prólogo y, el resto, en el capítulo 12, «Las máximas del razonamiento»; «Un sistema de lógica», incluido en el capítulo 7, «La cópula y el silogismo simple»; las brillantísimas y ‘descolgadas’, «Anotaciones para las conferencias sobre lógica para impartir en el primer semestre de 1870-71», incluidas en el apéndice al capítulo 5, «La lógica como estudio de los signos»; «La lógica de los relativos» en el capítulo 10 y su apéndice, junto con una carta de Peirce a W. S. Jevons⁴⁶, rebatiendo algunas objeciones que este hacía a su lógica de los términos relativos.

En uno de los últimos textos de este volumen Peirce critica duramente, en una reseña publicada en la revista *The Nation*⁴⁷, *La lógica* de Alexander Bain, el popular psicólogo británico que, según Nicholas St. John Green⁴⁸, inspiró la concepción de su pragmatismo⁴⁹, en alguna de aquellas míticas reuniones del Club Metafísico de

⁴⁴ W2: 345.

⁴⁵ Para apreciar el alcance de sus consideraciones al respecto en la época de este proyecto de libro de lógica, véase el detallado estudio que Peirce hizo de este tema en un informe para la *Oficina Supervisora de Costas y Geodésica* de los EEUU publicado en el *Apéndice 21* de la misma en 1870: «On the Theory of Errors of Observation»; P70, W3: 114-160.

⁴⁶ Lógico y economista inglés contemporáneo de Peirce.

⁴⁷ WP53 (Agosto 1870); W2: 441-444.

⁴⁸ Nicholas St. John Green: ilustre abogado, discípulo de Jeremy Bentham, miembro del Club Metafísico de Cambridge, Massachussetts, fundado en 1870, junto con Charles S. Peirce, William James, Oliver Wendell Holmes Jr (jurista), Joseph Bangs Warner (abogado), John Fiske, Francis Ellingwood Abbot y Chauncey Wright. El profesor Max Fisch defiende en la introducción al volumen 3 de *Writings* que hubo un ‘pragmatismo jurídico’ anterior al ‘pragmatismo filosófico’.

⁴⁹ El término ‘pragmatismo’ para referirse al movimiento filosófico inspirado por la célebre máxima que Peirce expone en «Cómo aclarar nuestras ideas» en 1878, fue atribuido a Peirce por William James en 1898 en su *Philosophical conceptions and practical results*.

Cambridge de principios de la década de 1870, como reconoce, el propio Peirce, treinta y cinco años más tarde⁵⁰.

Culmina esta edición de *Writings* 2 la larga reseña publicada en la *North American Review* (octubre 1871) de la obra de Fraser sobre Berkeley⁵¹ en la que expone, con mayor claridad aún, la distinción entre nominalismo y realismo, adscribiéndose Peirce a una posición realista respecto a los universales, aunque ligeramente teñida de un cierto nominalismo empirista. En ella encontramos, además, el germen de su ‘pragmatismo’, según los editores⁵².

Señala al obispo Berkeley como destacado ejemplo de la fuerte tendencia nominalista del pensamiento británico, y como muestra, además, de esa extraña unión entre nominalismo y platonismo, que se ha dado en diversos momentos históricos y que Peirce considera un serio obstáculo para los historiadores de la filosofía.

Ante las dos posiciones contrapuestas respecto a la pregunta, ¿son reales los universales? Peirce plantea un minucioso análisis del significado de la palabra *real*; que le llevará, por primera vez, a perfilar la definición que adopta de ‘realidad’ y que, luego, desarrollará ampliamente en los escritos del proyecto de libro de lógica de la década de 1870, que hemos incluido en el capítulo 2 del *Tratado de Lógica*, «La realidad»; y que culminaría publicando en *Cómo aclarar nuestras ideas* (1878). Textualmente en esta reseña:

Los objetos se dividen en ficciones, sueños, etc., por un lado, y en realidades, por otro. Los primeros son aquellos que únicamente existen en la medida en que tú o yo o algún hombre los imagina; los segundos son aquellos que tienen una existencia independiente de tu mente o de la mía o de la de cualquier número de personas⁵³.

Peirce afirma que para los nominalistas esta realidad es, simplemente, aquello que está fuera de la mente y que, por lo tanto, es independiente de la misma. Esta realidad

⁵⁰ «Él [Nicholas St. John Green] a menudo destacó la importancia de aplicar la definición de creencia de Bain como *aquello sobre lo que un hombre está dispuesto a actuar*. El pragmatismo es apenas algo más que un corolario a esta definición; así que estoy en disposición de reconocerle como el abuelo del pragmatismo» Charles S. Peirce (Pragmatism, CP 5.12, 1907). De hecho, Peirce adopta, más adelante, el término ‘pragmaticismo’ para distinguir su concepción de la versión ‘utilitarista’ de ‘pragmatismo’ propugnada por James y otros.

⁵¹ También publicada en español en 1988 en *El hombre, un signo* de José Vericat.

⁵² Esta reseña fue muy elogiada, en su momento, por el investigador Chauncey Wright (W2: 487-489). En 1893 Peirce consideró revisarla e incorporarla como ensayo séptimo dentro de su proyecto de libro, *La búsqueda de un método*.

⁵³ W2: 467.

externa es la que influye directamente a las sensaciones, y, por medio de estas, al pensamiento.

Sin embargo, la concepción realista que Peirce adopta la funda racional y comunitariamente:

Todo pensamiento, u opinión, humano contiene un elemento accidental y arbitrario, que depende de las limitaciones en las circunstancias, en las capacidades o en las inclinaciones de los individuos; en breve, un elemento de error. Pero la opinión humana universalmente tiende, a largo plazo, a una forma definida, que es la verdad. Permítase que cualquier ser humano tenga una información suficiente y ejerza una reflexión suficiente sobre cualquier cuestión, y el resultado será que llegará a una cierta conclusión definida, que será la misma que cualquier otra mente alcanzaría en unas condiciones lo suficientemente favorables⁵⁴.

Considera, entonces, que para cualquier cuestión existe una respuesta verdadera, una conclusión final, hacia la que constantemente gravita la opinión acerca de ella de todo hombre. Y lo real sería aquello que se pensase como existente en la opinión final.

Esta posición no excluye, en ningún caso, la realidad de las cosas externas que, sin embargo, deberán ser conceptualizadas para poder habérmolas con ellas: «Es claro que esta visión de la realidad es inevitablemente realista; porque las concepciones generales entran en todos los juicios y, en consecuencia, en las opiniones verdaderas. Consiguientemente una cosa en lo general es tan real como en lo concreto»⁵⁵. Esto que no está implicado en el fenomenalismo de Hume, sí lo está en el de Kant, cuyo paso *copernicano* del nominalismo al realismo es precisamente la concepción realista de la realidad, es decir, la consideración de la realidad como el producto normal de la acción mental, no como la incognoscible causa de la misma. Las apariencias de los sentidos serían, entonces, solo signos de las realidades, y estas realidades que representan no serían la incognoscible causa de la sensación, sino *noumena*, o concepciones inteligibles, que son los últimos productos de la acción mental que desencadena la sensación. Sin embargo, no cabe, en esta teoría realista de la realidad la idea de una *cosa-en sí-misma*, una cosa que existiera independientemente de toda relación con la concepción que la mente tenga de ella.

Continuando con Berkeley, Peirce afirma que lo que el ilustre obispo argumentó en contra de la existencia de la materia sería igualmente aplicable en contra de la existencia de la mente, y que no pudo darse cuenta de esta paradoja debido a la vaguedad del

⁵⁴ W2: 468.

⁵⁵ W2: 470.

término ‘reflexión’, como percepción interna, que adopta de Locke. Sin embargo, Hume, que sí se apercibió de esto, llegó a la conclusión de que ni mente ni materia existen, solo apariencias. Para Peirce la filosofía de Hume es como la de Berkeley con este añadido, y escrita por una mente más escéptica. Reivindica la filosofía de Berkeley como la estación intermedia entre las de Locke y Hume. Y añade que Hume dio lugar a toda la filosofía moderna de cualquier tipo - sensacionalismo, fenomenalismo, individualismo, positivismo, materialismo -. Sin embargo, al mismo tiempo que destaca su importancia, señala que también supuso la culminación del nominalismo:

La grandeza de Hume consiste en el hecho de que fue el hombre que tuvo el valor de llevar sus principios a sus más extremas consecuencias, sin considerar el carácter de las conclusiones que alcanzó. Pero ni él ni ningún otro ha establecido el nominalismo de una forma absolutamente libre de disputa; y se puede afirmar, con seguridad, que nadie lo hará nunca, a menos que lo reduzca al absurdo⁵⁶.

Concluye esta reseña, que no hemos analizado en su totalidad, retomando la cuestión de los universales respecto al *genus homo*, en unos términos muy parecidos a los que empleó en la conferencia de la serie «Lógicos británicos», sobre Ockham y Escoto:

La cuestión acerca de si el *genus homo* tiene existencia alguna excepto como (una colección) de individuos, es la cuestión acerca de si hay algo con más dignidad, valor e importancia que la felicidad individual, las aspiraciones individuales y la vida individual. Si los seres humanos tienen realmente algo en común, por lo que la *comunidad* pueda ser considerada un fin en sí misma y, si esto es así, cuál sea el valor relativo de los dos factores es la cuestión práctica más fundamental respecto a toda institución pública, en cuya constitución podamos influir⁵⁷.

Cabe añadir que este concepto de *comunidad* que Peirce aplicará, principalmente, a la comunidad científica, en su sentido más amplio abarcaría, también, a todos los seres racionales del pasado y del futuro. Lo que está estrechamente vinculado con aquella parte del ensayo «La validez de las leyes de la lógica», que hemos incluido en el capítulo 12 del *Tratado de Lógica*, sobre las máximas del razonamiento, señaladamente:

Porque aquel que reconoce la necesidad lógica de la completa auto-identificación de los intereses propios con los de la comunidad, y su existencia potencial en el ser humano, aunque no en él mismo, percibirá que únicamente las inferencias de aquel que posea esta capacidad son lógicas y entonces, considerará válidas sus propias inferencias solo en la medida que fueran aceptadas por ese hombre⁵⁸.

⁵⁶ W2: 484.

⁵⁷ W2: 487.

⁵⁸ W2: 271.

3.4 VOLUMEN 3 (1872-1878)

En este volumen se encuentra el núcleo germinal de nuestro trabajo, el proyecto de libro de lógica de Peirce de 1873, cuyos manuscritos fueron publicados parcial y fragmentariamente y, además, con un ordenamiento peculiar¹, en *La lógica de 1873* del volumen 7 de los *Collected Papers* en 1954, que hemos incluido en un apéndice. En la presente edición cronológica se pueden encontrar todos los textos disponibles al respecto en el apartado titulado por los editores, *HACIA UN LIBRO DE LÓGICA, 1872-73*². Adicionalmente, como propone el Profesor Joseph Ransdell³, hemos visto que Peirce proyectaba completar este libro con textos que se encuentran, también, en el volumen 2, y que hemos incluido, además, en otro apéndice específico.

No obstante, este tercer volumen comienza con dos breves manuscritos desubicados, titulados por Peirce, «Conferencia sobre lógica práctica»⁴, y «Tercera Conferencia»⁵, que podemos vincular con aquel esbozo de proyecto de una «Lógica Práctica»⁶ del volumen 2, que tan relevante ha sido para la articulación final del proyecto de *Tratado Práctico de lógica y metodología* que presentamos aquí. Así como con el capítulo 2 del mismo, «La realidad», por lo que los hemos incluido en el apéndice correspondiente, respetando el orden cronológico, lo que no se ha hecho en la edición de *Writings* 3. El primero es totalmente relevante a ese capítulo, al presentar una definición muy aquilatada de lo *real*. En el segundo desarrolla el aspecto ‘especular’ o reflexivo del pensamiento que, también, considera en los manuscritos de la serie sobre *la realidad*.

Tras los textos de la serie *Hacia un libro de lógica*, que están todos incluidos en los capítulos y apéndices correspondientes del *Tratado de Lógica*, aparece, en esta edición una publicación en el *Informe anual de la Inspección de Costas*, para la que trabajaba Peirce, titulada «Sobre la teoría de los errores de observación»⁷. En este informe nuestro autor comienza con un resumen preparatorio en el que elucida algunas partes de su notación para la lógica de los relativos que aplicará, junto con su teoría de la inferencia probable, a una revisión de la teoría de los errores de observación, apreciando,

¹ Véase la Introducción para una detallada justificación de esta valoración.

² *W3*: 13-108.

³ <http://www.iupui.edu/~arisbe/menu/library/bycsp/bycsp.HTM> . Véase el apartado sexto (consultado el 8 de noviembre de 2104)

⁴ *WMS191*; *W3*: 8-9.

⁵ *WMS192*; *W3*: 10-11.

⁶ *WMS164*, *WMS165* y *WMS166*; *W2*: 348-358.

⁷ *WP77*; *W3*: 114-137.

asimismo, el carácter auto-corrector de la inducción a medida que aumenta el número de casos. Demostrando que, de hecho, los principios de la teoría de errores son probabilidades condicionales. Hemos incluido la primera parte de este importante texto en el apéndice del capítulo 10 del *Tratado de Lógica*, «Los términos relativos y conjugativos», porque expone de una manera muy clara, de nuevo, la notación que propone para los mismos. Aunque, este texto en su conjunto, tiene, asimismo, una gran relación con el capítulo 11, «Las probabilidades».

Escritos y artículos de gran interés para la ciencia y las matemáticas ocupan muchas páginas en esta edición, incluyendo las notas preparatorias para el único libro que a Peirce le fue publicado en vida, *Las investigaciones fotométricas*⁸, que se encuentra al final de este volumen.

Entre una gran variedad de textos relacionados con la política económica o la estadística, podemos destacar el obituario de Nicholas St. John Green, el abogado y miembro del Club Metafísico de Cambridge, Massachusetts; que Peirce escribió para los *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences* en 1877. Ya habíamos señalado con anterioridad que el pragmatismo tuvo una primera expresión en el ámbito del derecho, y que St. John Green fue uno de sus más destacados promotores. Peirce formula la teoría del significado propuesta por este letrado en los siguientes términos: «La base de su filosofía era que toda forma de palabras que signifique cualquier cosa indica algún hecho sensible de cuya existencia depende su verdad»⁹; añade que esto le parece a él más una tendencia intelectual que una doctrina. Además, es más parecido a un criterio positivista que a lo enunciado en la máxima del pragmatismo¹⁰, que aparecerá publicada por primera vez, sin esa denominación, en «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878).

Otros escritos sobre la sensación del color, o la flexibilidad del soporte del péndulo, en lo que, también, trabajaba en estos años para la Inspección de Costas y Geodésica de los Estados Unidos; y un nuevo planteamiento para la teoría de la observación, completan este volumen antes de presentarnos la conocida serie *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia* publicada en el *Popular Science Monthly* en 1877-78, que muchos

⁸ *Photometric Researches*. Ed.: Wilhelm Engelmann; Leipzig, 1878.

⁹ *W3*: 209.

¹⁰ «Considera qué efectos, que puedan, concebiblemente, tener repercusiones prácticas, concebimos que tiene el objeto de nuestra concepción. Entonces, nuestra concepción de estos efectos es toda nuestra concepción del objeto». En «Cómo aclarar nuestras ideas», Peirce se refiere a esa máxima como «la regla para alcanzar el tercer grado de claridad en la aprehensión»

estudiosos consideran la culminación de su proyecto sobre la *Lógica de la Ciencia* de la década de 1870.

Antes de comentar estos textos y su relación con nuestro proyecto, pasamos a comentar brevemente un manuscrito «Sobre una nueva clase de observaciones sugerida por los principios de la lógica»¹¹, para acabar de perfilar su teoría de la sensación de esta época. Respecto a la cuestión del principio de individuación, asumiendo que existen, como representaciones mentales, tanto las sensaciones, o representaciones inmediatas, como las concepciones, o representaciones mediatas. Peirce se inclina por un desarrollo de la teoría realista de Duns Escoto, más que por la nominalista de Ockham, como hemos podido reiteradamente observar en gran parte de sus escritos de esta época. Afirma, pues, que «no hay ningún objeto individual sino que las cosas más concretas tienen aún una cierta cantidad de indeterminación»¹², lo que ilustra con el ejemplo de ‘Felipe sobrio’ y ‘Felipe embriagado’. Esta doctrina implica que «no tenemos sensaciones puras sino solo elementos sensitivos del pensamiento»¹³. Peirce propone, entonces, una teoría metafísica en los siguientes términos: «aunque las diferencias entre las diferentes sensaciones no puedan nunca incluirse bajo una descripción general, podemos hacer un progreso indefinido hacia ese resultado»¹⁴. Perfilando, de esta manera, su concepción de la realidad, y de la verdad, como meta del pensamiento de la comunidad científica. Para ello es fundamental desarrollar todo un ámbito de la observación, como el de las diferencias entre las diversas sensaciones y sus intensidades, que la metafísica al uso nos impedía ver. Concluye este manuscrito afirmando que «Tengamos una metafísica anti-metafísica o pro-metafísica, una metafísica es seguro que tenemos»¹⁵. Sentando así las bases para lo que, en su pensamiento posterior, devendría su propuesta de fundamentación de una *metafísica científica*.

3.5 LAS ILUSTRACIONES DE LA LÓGICA DE LA CIENCIA¹⁶

Entrando ya de lleno en la conocida serie de seis ensayos, titulada *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia*; en nuestro proyecto de *Tratado Práctico de Lógica y*

¹¹ WMS311 (1877); W3: 235-237.

¹² W3: 235.

¹³ W3: 235.

¹⁴ W3: 236.

¹⁵ W3: 237.

¹⁶ *Popular Science Monthly* (Nov. 1877-Ag. 1878). WP107, WP119, WP120, WP121, WP122 y WP123, W3: 242-374.

Metodología de Peirce de aquellos años vemos que, efectivamente, los dos primeros ensayos constituyen, en gran medida, los dos primeros capítulos del mismo. Sin embargo, nos hemos inclinado por completar el proyecto de libro con otros escritos que apuntan más hacia un manual de lógica que a un libro de divulgación. Y esto por dos razones, la primera, que Peirce nunca se mostró especialmente satisfecho con los restantes ensayos de la serie, que estuvo intentando reescribir prácticamente hasta el final de sus días¹⁷, y, la segunda, como ya hemos señalado, por el carácter de uno u otro proyecto. De todas maneras, procederemos aquí a dar un breve repaso al resto de los ensayos de esta serie y a relacionarlos con los respectivos capítulos de nuestra propuesta de *Tratado de Lógica*.

Los comentarios a «La fijación de la creencia» y a «Cómo aclarar nuestras ideas», se presentan en el correspondiente apartado de esta tesis. Comenzamos aquí, pues, con el tercer ensayo de la serie, «La doctrina de las probabilidades»¹⁸, que está relacionado con el capítulo 11 del *Tratado de Lógica*, «Las probabilidades»; y que, además, es un tema central para Peirce en su teoría de una metodología lógica para las ciencias como ya hemos ido apuntando.

Afirma, al comienzo de este texto, que la ciencia se hace exacta cuando se la trata cuantitativamente, siguiendo las indicaciones de las ciencias matemáticas. De su propia experiencia como investigador químico, ciencia que considera clasificatoria y vinculada, por lo tanto, con la botánica y la zoología, extrae las ventajas del tratamiento cuantitativo de los hechos. Ahora bien, formula una precisión entre *contar* y *medir*, puesto que el orden surge más de la concepción de una cantidad continua que de la del simple número. A esta idea de *continuidad*, que será esencial en toda su filosofía posterior, la considera la más poderosa ayuda para la formación de concepciones verdaderas y fructíferas, gracias a la cual las mayores diferencias se resuelven en diferencias de grado. La idea de continuidad, indispensable en el estudio de los números, encuentra un ejemplo señalado en la ley de distribución de errores que Quételet, Galton y otros habían aplicado al estudio de cuestiones biológicas y sociales. Ellos, también, incluían la consideración de casos ficticios que, a veces, son útiles a la ciencia. Esta concepción está muy alejada de la idea vulgar, como cuando hablamos del

¹⁷ El Profesor Cornelis de Waal acaba de publicar un libro sobre esta serie de ensayos y las revisiones que Peirce se planteó de los mismos en 1909. De Waal, Cornelis (Ed.) *Illustrations of the Logic of Science*. Chicago: Open Court, 2014.

¹⁸ W3: 276-289.

‘hombre medio’ (el hombre común) nos referimos a ‘la mayoría de los hombres’, sin saber cómo aplicar una media estadística con propiedad.

Continúa, en el apartado dos de este ensayo, perfilando su definición de la teoría de las probabilidades, que considera como ciencia de la lógica tratada cuantitativamente. Añade que hay dos certezas concebibles respecto a cualquier hipótesis, la de su verdad y la de su falsedad, representadas por los números *uno* y *cero* respectivamente, mientras que los valores intermedios indican el grado en que la evidencia se inclina hacia una u otra. Por ello, para Peirce el problema de las probabilidades es el problema general de la lógica. Al considerar a la probabilidad como una cantidad continua, el gran problema de la lógica: el que la observación de un hecho nos proporcione conocimiento acerca de otro hecho independiente; se reduce a un mero problema de aritmética, aunque la falta de un método para este proceso ha conducido, a menudo, a conclusiones erróneas o falaces. Peirce propone, entonces, aplicar la denominada *máxima del pragmatismo* que expuso en el ensayo anterior de la serie, «Cómo aclarar nuestras ideas», como criterio de demarcación de la idea de probabilidad.

Procede con esta investigación en el tercer apartado de este texto que comienza: «Para alcanzar una idea clara de lo que significamos por probabilidad, tenemos que considerar qué diferencia, real y sensible, hay entre un grado de probabilidad y otro»¹⁹. Cita, a continuación a Locke, como el primero que empieza a dar una forma concreta a esta idea que ya habíamos encontrado expresada, de una forma vaga, en la filosofía antigua. Locke²⁰ atribuye la probabilidad a un tipo de inferencias, con un ejemplo ligado al crédito que nos merece la opinión de un experto respecto a un asunto de su incumbencia. Peirce matiza que, tal como había señalado en el primer ensayo de esta serie, «La fijación de la creencia», la validez de una inferencia no depende de ninguna tendencia de la mente a aceptarla, sino del hecho real de que cuando las premisas, como las del argumento en cuestión, son verdaderas, las conclusiones relacionadas con ellas en ese argumento son, también, verdaderas. En un argumento demostrativo esto es siempre así, en uno probable lo es ‘en su mayor parte’, como había enunciado Locke: el argumento probable es «*tal que* en su mayor parte es portador de verdad»²¹.

¹⁹ W3: 279.

²⁰ Locke, John. *Essay concerning Human Understanding*. London: Printed for C. Bathurst et al., 1795: libro 4, cap. 15, sec. 1, p. 150.

²¹ *Ib. id.* La cursiva es de Peirce.

La diferencia real y sensible entre los grados de probabilidad estará, entonces, en que entre dos modos de inferencia uno aportará más verdad que otro. Lo que Peirce relaciona con su definición de realidad, expuesta en el anterior ensayo de esta serie, en los siguientes términos: «la distinción entre la realidad y la ficción depende del supuesto de que una investigación suficiente causaría que una opinión (respecto a un asunto) sea universalmente admitida y las otras opiniones rechazadas»²². Al final de este apartado, en una nota pie de página, reconoce que la concepción de probabilidad que está proponiendo aquí fue, primero, desarrollada por el Sr. Venn en su *Lógica de la probabilidad*.

En el apartado cuarto de este texto, tras varios ejemplos de aplicación de esta concepción, apunta a la definición de verdad como «la existencia de un hecho real que se corresponde con la proposición verdadera»²³. Aunque, más adelante, señala que «todos los asuntos humanos se basan en probabilidades»²⁴, en grados de mayor o menor certeza. Probabilidades, y razonamientos, que aumentan con el número de casos, por lo que se propone la consideración de un número indefinidamente grande. Esto le lleva a su planteamiento de una comunidad lo más amplia posible que pudiera abordar el tratamiento de este problema cuantitativo²⁵.

Me parece que nos vemos llevados a esto, que la ‘facultad lógica’ requiere, inexorablemente, que nuestros intereses *no* estén limitados. No deben detenerse en nuestro propio destino, sino que deben abarcar a toda la comunidad. Esta comunidad, a su vez, no debe estar limitada, sino que debe extenderse a todas las especies de seres con los que podamos llegar a una relación intelectual, inmediata o mediata. Debe alcanzar, no importa cuán vagamente, más allá de esta época geológica, más allá de cualesquiera limitaciones. Aquel que no sacrificase su propia alma para salvar al mundo entero es, como a mí me lo parece, ilógico en todas sus inferencias, colectivamente. La lógica está enraizada en el principio social²⁶.

Más adelante matiza esta declaración en el sentido de que solamente es necesario que el ser humano individual reconozca esta posibilidad, sin necesidad de llegar materialmente al auto-sacrificio para alcanzar esta facultad lógica. Todo esto exige que concibamos la identificación de nuestros intereses con los de una comunidad ilimitada. Peirce propugna tres sentimientos fundamentales: el interés en una comunidad indefinida, el reconocimiento de que este interés sea supremo y la esperanza en la

²² W3: 280.

²³ W3: 282.

²⁴ W3: 283.

²⁵ Por ejemplo, con el desarrollo de equipos de computación llevado a cabo por esta comunidad científica.

²⁶ W3: 284.

continuación ilimitada de la actividad intelectual; como los requisitos indispensables de la lógica. Puesto que, como dice en una nota a pie de página y hemos visto con anterioridad²⁷ no admite un incognoscible absoluto²⁸; y que, ahora, justifica en base a sus argumentos en «La fijación de la creencia», donde podemos ver como todos los otros métodos para resolver la duda, excepto el científico, han sido rebatidos por el impulso social, o lo que otros hombres o comunidades piensen. Esto que presentamos en el capítulo 1 del *Tratado de Lógica*, en este aspecto, podría, también, aplicarse al capítulo 12, y último, «Las máximas del razonamiento»; y estaría en la base de su concepción posterior de la lógica fundamentada en la ética, como esta, a su vez, lo estaría en la estética.

En el quinto apartado de este ensayo, procede a definir, dentro de los números estadísticos para las medias, el *número relativo*, o el número de x_s por y_s . Denomina *relato* a la clase de cosas que refiere un número relativo, y *correlato* a la clase de cosas *por medio de* la cual se hace la enumeración. La probabilidad es, pues, un tipo de número relativo, la proporción entre el número de argumentos de un determinado género que son portadores de verdad y el número total de argumentos de ese género.

Formula, a continuación, las que considera las tres reglas elementales del cálculo de probabilidades. La primera, *el cálculo directo*, es decir, que si a partir de una clase dada de premisas, A, se sigue una clase dada de conclusiones, B, la probabilidad es el número de casos de la concurrencia de ambos sucesos, A y B, dividido entre el número total de casos del suceso A. La segunda, *la adición de números relativos*, es decir, que la suma de dos probabilidades, por ejemplo, ‘si A, entonces B’ y ‘si A entonces C’, es la probabilidad de que ‘si A, entonces o bien B o bien C’, en la medida en que no haya ningún suceso que pertenezca, a la vez, a las dos clases, B y C. Y la tercera, *la multiplicación de números relativos*, es decir, que la probabilidad de que ‘si A es verdadero, B es verdadero’, multiplicada por la probabilidad de que ‘si B es verdadero, C es verdadero’, es la probabilidad de que ‘si A es verdadero, C es verdadero’. Concluye afirmando que otras reglas para este cálculo no son universalmente verdaderas y deben aplicarse con mucho cuidado, cuando no son directamente absurdas.

²⁷ «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»; W2: 213. Véanse los capítulos 5 y 6 de este *Tratado de Lógica*.

²⁸ W3: 285; nota 3.

El cuarto ensayo de la serie, «La probabilidad de la inducción»²⁹, comienza con un repaso a la nomenclatura y a las reglas propuestas en el anterior texto. Y añade su correspondencia con la terminología de los lógicos medievales. En los argumentos, al hecho expresado por una premisa se le denominaba el *antecedente*, y a lo que se seguía de ello el *consecuente*, mientras que al principio rector se le denominaba la *consecuencia*. Utilizando este lenguaje, para Peirce la probabilidad pertenece exclusivamente a las *consecuencias*, por lo que reformula la definición en estos términos: «la probabilidad de cualquier consecuencia es el número de veces que el antecedente y el consecuente ocurren a la vez dividido entre el número de todas las veces en que el antecedente ocurre»³⁰.

Expone, en el segundo apartado, la división que hace Venn entre la concepción materialista y la concepción conceptualista de la probabilidad, que muchos autores tienden a combinar. La concepción materialista asume que la probabilidad es un asunto de *hecho*, mientras que la conceptualista considera que la probabilidad es simplemente el grado de creencia que se debe conceder a una proposición. Añade que De Morgan ha expuesto esta última teoría en su *Lógica formal: o, el cálculo de la inferencia, necesaria y probable*. Peirce reconoce un valor limitado a la teoría conceptualista, como ya había señalado con anterioridad, entre otras razones, al atribuir esta una probabilidad de $\frac{1}{2}$ a la ignorancia más completa acerca de un hecho, y porque, además, «para que la probabilidad tenga algún valor, debe expresar un hecho»³¹. Afirma que asumir que la probabilidad de un caso que ignoramos es la misma que la de cualquier otro caso, independiente del primero, sería asumir que la Naturaleza es un puro caos, o una combinación fortuita de elementos independientes, donde razonar de un hecho a otro sería imposible; y, como explicará más adelante, no hay un juicio de observación pura sin razonamiento, puesto que sería suponer que toda cognición humana es ilusoria y que ningún conocimiento real es posible.

Por el contrario, considera que para expresar nuestro estado de creencia adecuadamente hacen falta dos valores numéricos, uno que depende de la probabilidad inferida y el otro del conocimiento sobre el que basamos esa probabilidad.

²⁹ W3: 290-305.

³⁰ W3: 290.

³¹ W3: 295.

Peirce postula, entonces, que, en principio podemos definir la probabilidad como la proporción de los casos favorables respecto a la totalidad de los casos o, con más exactitud, la proporción de los casos favorables respecto a la de los no favorables; los cuales aumentan a medida que disminuyen los otros y viceversa³². Ahora bien, considerando un *estado dado de nuestro conocimiento*, la probabilidad de un suceso está íntimamente conectada con nuestro grado de creencia en ella. Por otro lado, la certeza absoluta o, como él dice, una probabilidad infinita representada por una creencia infinita, no podremos alcanzarla nunca. Peirce encuentra que, para la expresión de este *falibilismo*, la fórmula más adecuada sería la del logaritmo de la probabilidad en los términos de la creencia: «el sentimiento de creencia sería como el logaritmo de la probabilidad, siendo este la expresión del estado de hechos que produce la creencia»³³.

Demuestra, pues, que la posición conceptualista, basada en el principio de que «hay una probabilidad equilibrada de un suceso totalmente desconocido»³⁴, supone un intento absurdo de reducir la razón sintética, o inductiva, a la analítica, o deductiva, lo que no conduce a ninguna solución definida.

Peirce admite un principio de regularidad, derivado de la posibilidad de los juicios sintéticos *a priori*, dado que todo lo que es universalmente verdadero está implicado en las condiciones de la experiencia, es decir, que «*aquellas experiencias cuyas condiciones son las mismas, tendrán los mismos caracteres generales*»³⁵. Finaliza este ensayo relacionando el modo de fijación de la creencia en el método científico, que combina hipótesis, inducción y deducción, con su concepto de la realidad como opinión final:

Como todo conocimiento proviene de la inferencia sintética, debemos inferir, igualmente, que toda certeza humana consiste meramente en nuestro conocer que los procesos de los que deriva nuestro conocimiento son tales que deben, por lo general, conducir a conclusiones verdaderas.

Aunque una inferencia inductiva no puede, por ningún medio, reducirse a una deducción, sin embargo, que la regla de la inducción se sostendrá a la larga puede deducirse del principio de que la realidad es el único objeto de la opinión final a la que conducirá una investigación suficiente. Que la creencia tiende gradualmente a fijarse bajo la influencia de la investigación es, en verdad, uno de los hechos de los que parte la lógica³⁶.

³² La función logarítmica.

³³ W3: 294.

³⁴ W3: 298.

³⁵ W3: 305.

³⁶ W3: 305.

Encontraremos un desarrollo magistral de estas cuestiones en su escrito, «Una teoría de la inferencia probable», que hemos incluido en el capítulo 11, «Las probabilidades», del *Tratado de Lógica* de Peirce objeto de esta tesis.

En el quinto ensayo de la serie, «El orden de la Naturaleza»³⁷, Peirce comienza con un planteamiento metafísico desde la perspectiva científica: «Si se encuentra un orden notable y universal en el universo, debe haber alguna causa de esta regularidad, y la ciencia tiene qué considerar qué hipótesis pudiera dar cuenta del fenómeno»³⁸. Considera que el descubrimiento de cualquier característica general del universo, de cualquier hábito en la Naturaleza, de cualquier ley aplicable a todo y válida universalmente, estaría a la cabeza de los principios de la lógica. Aunque añade que, por otro lado, si se mostrase que no hay nada así, sino que toda regularidad descubrible es de rango limitado, también, sería de la máxima importancia para la lógica. Por lo que la concepción que tengamos del universo, del conjunto de las cosas, es un problema fundamental de la teoría del razonamiento.

Considera probado, por el hecho de que hay regularidades, interdependencias y leyes, que el mundo *no es un mero combinado azaroso*, aunque reconoce que ignoramos el posible orden total. El resultado de estas investigaciones es que algunos elementos aparecen ordenados y otros no. Procede, a continuación a aplicar el principio, que atribuye a De Morgan, de que cualquier pluralidad o lote de objetos, sean los que sean, tiene algún carácter, positivo o negativo, en común (no importa lo insignificante que sea) peculiar a ellos y que no comparten con ninguna otra cosa. Demuestra lógicamente esto de dos objetos, concluyendo que lo que es verdadero de dos objetos lo es, *mutatis mutandis*, de cualquier número de cosas. Por lo que acaba atribuyendo la percepción del orden, o la ausencia del mismo, a la mente racional, es decir, a la mente lógica y finita.

En el apartado tres de este ensayo comienza reformulando lo que dijo en el anterior respecto a la naturaleza del razonamiento inductivo o sintético, que consistía en un proceso de muestreo, en los siguientes términos: «La inducción es la inferencia de que un carácter previamente designado tiene casi la misma frecuencia de suceso en la totalidad de una clase que la que tiene en una muestra extraída de esa clase al azar»³⁹. Continúa señalando las imperfecciones del método de John Stuart Mill, cuando este

³⁷ W3: 306-322.

³⁸ W3: 306.

³⁹ W3: 313.

enuncia que la validez de la inducción depende de la uniformidad de la Naturaleza. Lo que muestra con tres ejemplos, y que le lleva a concluir que «la inducción solo tiene una fuerza plena cuando el carácter implicado ha sido designado antes de examinar la muestra»⁴⁰.

En el apartado cuarto, procede a criticar el principio de causalidad, enunciado habitualmente como *que todo acontecimiento tiene una causa*. Peirce afirma que no podemos siempre descubrir la causa precisa de las cosas, ni asumir que cualquier inducción no tiene excepciones, es decir, que el corolario a este teorema es que toda regla empírica tiene excepciones. Sin embargo, las concepciones del espacio y del tiempo parecen ser leyes universales. Cita, respecto al espacio, al obispo Berkeley que mostró que este no era algo *visto* sino *inferido*. Añade que, ahora, está universalmente admitido que el espacio no es inmediatamente percibido, y que una cognición mediata es lo que denominamos como una inferencia, que está sujeta a la crítica de la lógica. Procede de manera parecida con los conceptos de tiempo y de fuerza, y concluye que «la mente del ser humano está fuertemente adaptada a la comprensión del mundo»⁴¹, lo que le parece un resultado de la teoría de la selección natural en la evolución de las especies planteada por Darwin. De esta forma hemos llegado a la idea fundamental de la ciencia de que las fuerzas dependen de las relaciones entre el tiempo, el espacio y la masa, aunque no conocemos todavía la naturaleza exacta de estas relaciones.

En el apartado cinco de este ensayo plantea la cuestión, de la que dependen muchas otras cuestiones de la lógica, de si el universo material tiene una extensión limitada y una edad finita o si, por el contrario, no tiene límites en el espacio ni en el tiempo. Descarta esta última hipótesis en base a su principio de que «lo que absolutamente incognoscible no es real»⁴², por lo que se inclina a aceptar la idea de un origen. Al exigir, además, que la explicación científica de los fenómenos naturales esté basada en los principios de la mecánica, reconoce que el espíritu de la ciencia es hostil al de cualquier religión, excepto, quizás, la de Étienne Vacherot⁴³, quien reconocía la imposibilidad de demostrar la realidad de Dios, en la que, sin embargo, creía de una manera abstracta o imaginaria.

⁴⁰ W3: 316.

⁴¹ W3: 318.

⁴² «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades». Véase la nota 213.

⁴³ Libre-pensador francés del siglo XIX, discípulo de Cousin.

En el último ensayo de la serie *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*, «Deducción, Inducción e hipótesis»⁴⁴, Peirce retoma la lógica simbólica y reformula su conocido planteamiento silogístico⁴⁵, que toma como base el silogismo deductivo *Barbara* para explicar las formas de la inducción y la hipótesis. La deducción es meramente la aplicación de reglas generales a casos particulares. La inducción sigue el camino inverso y concluye una *regla* a partir de la observación de un *resultado* en un cierto *caso*. La hipótesis, que es un tipo de inducción, es la inferencia de un *caso* a partir de una *regla* y de un *resultado*. Como podemos ver en los siguientes ejemplos, relacionados, también, con su teoría de la probabilidad y que estudiaremos, en detalle, en el capítulo 11 del *Tratado de Lógica*:

DEDUCCIÓN

Regla.- Todas las alubias de este saco son blancas.

Caso.- Estas alubias son de este saco.

. . *Resultado*.- Estas alubias son blancas.

INDUCCIÓN

Caso.- Estas alubias son de este saco.

Resultado.- Estas alubias son blancas.

. . *Regla*.- Todas las alubias de este saco son blancas.

HIPÓTESIS

Regla.- Todas las alubias de este saco son blancas.

Resultado.- Estas alubias son blancas.

. . *Caso*.- Estas alubias son de este saco.

Concluyéndose, en la inducción, la regla, y en la hipótesis, el caso.

Clasifica, entonces, las inferencias en Deductivas o Analíticas y Sintéticas; y estas últimas en Inducción e Hipótesis.

Muestra, a continuación, la debilidad de la hipótesis con varios ejemplos extraídos de diferentes experiencias.

En el apartado segundo de este ensayo describe las peculiaridades de los silogismos deductivos en los modos indirectos, *Baroco* y *Bocardo*. Que, también, transforma en hipótesis e inducción respectivamente.

En el apartado tercero desarrolla la analogía entre la hipótesis y la inducción, que ha llevado a que algunos lógicos confundan la hipótesis con una inducción de caracteres. Y

⁴⁴ W3: 323-338.

⁴⁵ Véase el capítulo 7 del *Tratado de Lógica*, «la cópula y el silogismo simple». Particularmente el apartado «Sobre la clasificación natural de los argumentos».

añade que «no hay un error mayor, ni más frecuente, en la lógica práctica que el de suponer que las cosas que se parecen unas a otras en algunos aspectos son, muy probablemente, semejantes en todos los otros aspectos»⁴⁶. Señala, a continuación, cuáles son las reglas para evitar los errores más comunes en el tratamiento de las hipótesis:

1. La hipótesis debe ser puesta, distintamente, en la forma de una pregunta, antes de hacer las observaciones para probar su verdad. En otras palabras, debemos intentar ver cuál sea el resultado de las predicciones a partir de la hipótesis.
2. El aspecto respecto al cual se apuntan las semejanzas debe ser adoptado al azar. No debemos adoptar un tipo particular de predicciones de las que se sabe que la hipótesis es buena.
3. Los fallos, así como los éxitos, de las predicciones deben apuntarse con honestidad. Todo el procedimiento debe ser imparcial y libre de prejuicios.

Este principio lógico de honestidad, basado en la ética del quehacer científico, será uno de los fundamentos de todo su ulterior desarrollo de la lógica, como ya hemos apuntado. Lo que relaciona con el contenido de su primer ensayo de esta serie, «La fijación de la creencia», cuando afirmaba que el conocimiento solo puede progresar gracias a un deseo real por el mismo, que más adelante formulará en su primera, y única, regla de la razón, a la que denomina *la voluntad de aprender*. Por lo que los métodos de la obstinación, de la autoridad, o cualquier otro que intente alcanzar una conclusión pre-establecida, no tienen ningún valor.

En el apartado cinco añade algunas precisiones de estos modos de inferencia para la investigación científica. La inducción clasifica y describe, la hipótesis explica. Con la inducción concluimos que otros hechos, similares a los hechos observados, son verdaderos en instancias que no hemos examinado, esto es, razonamos de los particulares a una ley general. Con la hipótesis concluimos la existencia de un hecho muy diferente de cualquier cosa observada, a partir del cual, según reglas conocidas, resultará necesariamente algo observado, esto es, razonamos del efecto a la causa. Las *fórmulas empíricas* de los científicos se basan en la inducción; y están sometidas a los errores de observación. Cuando encontramos una fórmula de este tipo sin números arbitrarios, la denominamos una *ley de la naturaleza*, y buscamos una hipótesis que la explique. Las hipótesis que pueden explicar estas formulas y, también, sus desviaciones, se denominan teorías, y ocupan un lugar de máxima importancia. Pone como ejemplo de ello la teoría cinética de los gases de Bernoulli, que intenta explicar la ley de Boyle.

⁴⁶ W3: 330.

Concluye este apartado afirmando que la mayoría de las teorías de la física muestra una combinación de inducción e hipótesis que se sustentan mutuamente.

En el quinto apartado desarrolla las diferencias entre estas inferencias sintéticas, la inducción y la hipótesis, que ya había planteado en sus primeras conferencias del Instituto Lowell como hemos podido ver con anterioridad. La primera diferencia es que la inducción es una inferencia mucho más fuerte, porque infiere un conjunto de hechos a partir de un conjunto de hechos parecidos, que la hipótesis, que infiere hechos de un tipo a partir de hechos de otro tipo. La segunda consiste en la imposibilidad de inferir inductivamente las conclusiones hipotéticas. Y la tercera, según Peirce, es que la hipótesis produce el elemento *sensorial y emocional* del pensamiento y la inducción el elemento *habitual*; en el sentido peirceano de que la creencia de una regla es un hábito. Finalmente, la deducción, con la que se prueban tanto las inducciones como las hipótesis, es la fórmula lógica, dice, del *prestar atención*, que considera como el elemento volitivo del pensamiento.

Concluye este ensayo de la serie sobre la lógica de la ciencia señalando que las diferencias del quehacer científico se encuentran en los medios que emplean, sean los libros o el laboratorio, en sus técnicas y, en definitiva, en sus modos de razonamiento. Por lo que hay ciencias clasificatorias, que son puramente inductivas, como la botánica y la química, otras teóricas, como la astronomía y la física pura, y otras hipotéticas como la geología y la biología.

La edición de *Writings 3* incluye, a continuación la versión, en francés⁴⁷, de los dos primeros ensayos de esta serie, «La fijación de la creencia» y «Cómo aclarar nuestras ideas». Quisiéramos concluir la recensión de esta serie de artículos, recalcando la definición que hace de *la máxima del pragmatismo*, formulada por escrito, por primera vez, en «Cómo aclarar nuestras ideas», sin esa denominación: «Parece, entonces, que la regla para alcanzar el tercer grado de claridad de la aprehensión es como sigue: considera qué efectos, que puedan, concebiblemente, tener repercusiones prácticas, concebimos que tiene el objeto de nuestra concepción. Entonces, nuestra concepción de estos efectos es toda nuestra concepción del objeto».⁴⁸

⁴⁷ Publicados en la *Revue Philosophique de la France et de L'Étranger* 6 (Diciembre 1878).

⁴⁸ *W3*: 365: «Il semble donc que la règle pour atteindre le troisième degré de clarté dans la compréhension peut se formuler de la manière suivante: Considérer quels sont les effets pratiques que nous pensons pouvoir être produits par l'objet de notre conception. La conception de tous ses effets est la conception complète de l'objet»

3.6 WRITINGS OF CHARLES S. PEIRCE. VOLUMEN 4 (1879-1884)

Procedemos a completar el contexto, dentro de la propia obra de Peirce, del proyecto de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*, objeto de esta tesis, con los escritos vinculados en el volumen 4 de la edición de la obra cronológica de este autor. Dado que hemos tenido que llegar a sus cursos de Lógica en la Universidad Johns Hopkins (1879-1884) para poder tener una idea cabal, y lo más aquilatada posible, del contenido de aquel proyecto de libro de lógica, que Peirce se había planteado realizar en 1873.

En la introducción a este volumen el editor, el Profesor Nathan Houser, da un debido crédito al editor de los volúmenes anteriores, el Profesor Max H. Fisch que, en su ensayo «Peirce at the Johns Hopkins University» (1952) publicado en la colección de ensayos *Peirce, Semeiotic, and Pragmatism*¹, nos proporciona las claves para completar este proyecto, cuando cita las Circulares de esta Universidad donde aparecen los programas de los cursos y las lecturas recomendadas por Peirce para los mismos, como hemos indicado en la Introducción.

De todas formas, la explicación del Profesor Houser, que es la comúnmente aceptada en los estudios peirceanos, sobre el proyecto de libro de lógica de 1872-73, que es el objeto de esta tesis, no está en consonancia con nuestra propuesta en algunos detalles importantes. Considera que la definición que Peirce hace de la lógica en el capítulo 1, «La lógica es la doctrina de la verdad, de su naturaleza y de la manera en que se descubre», indica un giro desde los aspectos puramente formales de la investigación a los pragmáticos, aunque estos estén, también, fuertemente fundados en su concepción de la lógica. Siguiendo esta línea de razonamiento, considera que *Las ilustraciones de la lógica de la ciencia* de 1877-78 fueron el resultado más idóneo del trabajo de 1872-73. Nosotros nos hemos inclinado, en cambio, por respetar las intenciones manifiestas de Peirce respecto a este proyecto de libro que, si bien coincide en los dos primeros capítulos con el aspecto pragmático de su lógica de la investigación científica, muestra, en los restantes, una clara inclinación a un desarrollo minucioso de los aspectos formales. En nuestra opinión, habría dos proyectos de libro de lógica en aquellos escritos de 1872-73, uno como libro de divulgación para un público culto general y otro como manual para estudiantes de lógica, lo que apunta a su consumación, más bien, en los cursos que impartió sobre esta materia en la Universidad Johns Hopkins en 1879-

¹ Indiana University Press, Bloomington, 1986.

1884. Y esta es la línea que hemos seguido para componer este *Tratado de Lógica* y que, más adelante, también someteremos a crítica.

No obstante, el profesor Houser señala la importancia de la «Descripción de una notación para la lógica de los relativos» (1870) para aquel proyecto. Este tema, absolutamente formal, merecería un libro propio, que podemos articular a partir de los materiales presentados en el capítulo 10, y en su apéndice, del *Tratado de Lógica*. Asimismo, el Profesor Houser señala:

En 1882...Peirce escribió, al principio de una entrada de su diario con sus expectativas para el año entrante, que tenía la intención de *escribir su libro de lógica*. Con esto en mente, y recordando la serie de la *American Academy* de 1867, y la «Descripción de una notación para la lógica de los relativos» de 1870, es claro que, cuando Peirce impartía lógica en la Johns Hopkins, estaba continuando una línea de investigación con un larga trayectoria anterior².

Y esto, ahora sí, está apuntando claramente hacia el sentido de esta tesis, puesto que, además, tanto la teoría de las categorías como la de los signos, fundamentales para su lógica, publicadas en la serie de la *American Academy*, no aparecen por ningún lado en la serie de las *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*.

En la introducción a este proyecto ya nos hemos extendido sobre el contenido de los cursos de lógica que Peirce impartió en aquella universidad y que está en consonancia con nuestro trabajo, por lo que no vamos a insistir en ello. Más bien, vamos a proceder a comentar brevemente otros escritos sobre lógica de la época que recoge el volumen 4 de esta edición, puesto que añaden contenido al libro planteado en 1872-73. Por ejemplo, algunos textos relevantes a un capítulo, que aparece en el índice tentativo de WMS220, que no hemos podido completar, sobre «Los sentidos colectivos de los términos y los números», y que aparece delineado en su «Demostración de la proposición fundamental de la aritmética»³, y en su ensayo, «Sobre la lógica del número»⁴, publicado en el número 4 del *American Journal of Mathematics* en 1881. También es muy relevante el ensayo «Sobre el álgebra de la lógica»⁵, publicado en el número 3 de la misma revista en 1880, y que es un desarrollo de las ideas expresadas en su manuscrito anterior, «Sobre los principios algebraicos de la lógica formal»⁶ que, según Prior, «da lugar a un sistema de lógica que, solo con una pequeña ampliación,

² W4: xxxvii.

³ WMS402; W4: 267-268.

⁴ WP187, W4: 299-309.

⁵ WP167, W4: 163-209.

⁶ WMS348, Otoño 1879. W4: 21-37.

brinda una base completa para la misma»⁷. Todo este material fue utilizado en sus clases en la Johns Hopkins, como indican las notas no publicadas de su destacado alumno, Allan Marquand⁸. Lo que es claro es que Peirce hacia un desarrollo propio, en sus clases, de las teorías de Boole, De Morgan y Schröder, particularmente en lo que se refiere a su lógica de los términos relativos y que, según Tarski, «sentó las bases de la teoría de las relaciones como disciplina deductiva»⁹, una de las grandes, y obviadas, aportaciones de Peirce a la ciencia de la lógica, que veremos en detalle en el comentario al capítulo 10 del *Tratado de Lógica*.

Otro aspecto destacable de sus cursos de lógica en la Johns Hopkins, y en otras consideraciones al respecto, es la importancia que Peirce atribuye a las conexiones entre lo que podemos denominar la lógica y la ‘cerebración’, o la lógica y la fisiología. Ya hemos visto lo que apuntaba sobre ello en aquel manuscrito desubicado de 1870, WMS171, preparatorio de una frustrada serie de conferencias en la Universidad de Harvard, que nos parece tan significativo y que hemos incorporado al apéndice del capítulo 5 sobre los signos. Comentaremos, más adelante, otros escritos vinculados con este tema y que aparecen en esta edición.

Comienza el volumen 4 de la edición cronológica de *Writings*, con una crítica, publicada en *The Nation* en 1879, al libro *Teoría de la lógica* de Carveth Read¹⁰. Peirce está de acuerdo con la opinión vertida allí de que «la cuestión de la validez de cualquier tipo de razonamiento es la cuestión de con qué frecuencia una conclusión de un tipo determinado será verdadera cuando las premisas de un tipo determinado sean verdaderas; y esto es una cuestión de hecho, acerca de cómo son las cosas, no de cómo pensamos»¹¹; aunque la última frase es puramente peirceana ya que hace a la realidad independiente de todo pensamiento particular. Añade, a continuación, que Read, seguidor de las doctrinas de John Stuart Mill, no se para a distinguir entre los distintos tipos de hechos y aquellos que constituyen los principios lógicos. Para Peirce los únicos hechos prescindibles de formulación en las premisas, es decir, a los que propiamente podemos considerar principios lógicos, son aquellos de los que no cabe duda alguna, por el momento; utilizando una argumentación estrechamente relacionada con sus

⁷ Prior, Arthur N. *The Algebra of the Copula*, Studies in Philosophy of Charles S. Peirce, Ed. Edward C. Moore y Richard S. Robin, Amherst, University of Massachusetts Press, 1964; pp. 88-92.

⁸ De las que hay copia en el *Peirce Edition Project* de la Universidad de Indiana.

⁹ Tarski, Alfred. *On the calculus of relations*, Journal of Symbolic Logic 6 (1941): p. 73.

¹⁰ *The theory of logic: an Essay*. London, 1878. Carveth Read fue un filósofo y lógico inglés entre los siglos XIX-XX, seguidor de John Stuart Mill y Alexander Bain. Influyó en John Maynard Keynes.

¹¹ *W4*: 1.

conceptos de duda y creencia, y de verdad y falsedad, manifestados en «La fijación de la creencia» y en el capítulo 1 del *Tratado de Lógica*. Critica, asimismo, la exposición que hace Read de la *Teoría de las relaciones*, porque este no la funda en las categorías de existencia, o ser, y cualidad, lo que resulta imprescindible en la concepción de Peirce, y no es minucioso en su tratamiento de las distinciones entre ellas.

En este volumen encontramos muchos escritos de índole científico-técnico, relacionados con su trabajo en la Inspección de Costas y Geodésica de los Estados Unidos y en el Observatorio Astronómico de Harvard en aquellos años; siendo, el primero de ellos «Estudios Espectroscópicos». También encontramos aquí muchos escritos relacionados con las matemáticas, derivados, en muchos casos, de los estudios de su padre, el eminente matemático de Harvard, Benjamin Peirce, especialmente de su *Álgebra asociativa lineal*. Y que comentaremos respecto al capítulo 9, «La lógica de las matemáticas».

Continuamos, ahora, con la lógica. El siguiente manuscrito vinculado ha sido titulado por los editores «Conferencia sobre lógica y filosofía»¹². Está dirigido a estudiantes de filosofía, y comienza refiriéndose a *la regla para alcanzar el tercer grado de claridad*, que es la denominada *máxima del pragmatismo*, publicada, por primera vez, en «Cómo aclarar nuestras ideas» y que aplicaba, allí, a algunas concepciones comunes, y al concepto de realidad. Ahora va a aplicarla a aquellos hechos que son los principios mismos de la lógica; por ejemplo, los conceptos de extensión y comprensión lógicas. Considera que la proposición general de que a mayor extensión o amplitud de un término, menor es su comprensión o profundidad, está sometida a limitaciones que había expuesto en su escrito al respecto publicado en los *Proceedings of the Academy of Arts and Sciences* en 1867, y que hemos incluido en el capítulo 8 del *Tratado de Lógica*, sobre la amplitud y la profundidad lógicas. Describe gráficamente estas relaciones con una versión del árbol de Porfirio como una escala de Jacob que parte del *suelo* de los términos individuales y llega al *cielo* de las concepciones universales o, parafraseando a Kant en la *Crítica de la Razón Pura*, «que se pierde, por abajo, en el humo de la fosa, por arriba, en las nubes del cielo»¹³. Explica, a continuación, los términos *ser* y *nada*. La concepción de *ser* es la de un nombre cuya comprensión lógica es cero y su extensión lógica ilimitada. La concepción de *nada* es la de un nombre cuya

¹² WMS342; W4: 7-9.

¹³ W4: 8.

extensión lógica es cero y su comprensión ilimitada. Considera estos principios metafísicos de poca utilidad lógica, porque, por ejemplo, no permiten distinguir entre una realidad y una ficción, puesto que ambas pertenecen al ámbito de *ser*. Y concluye estos breves apuntes criticando, en base a su distinción anterior, la identificación que hace Hegel¹⁴ entre *ser* y *nada*.

Tras unos breves apuntes sobre la comparación entre el metro y una longitud de onda, en lo que Peirce fue pionero, y una publicación en el *American Journal of Science and Arts* de 1879 sobre el método de Faye para determinar la gravedad por medio de la oscilación de los péndulos, a lo que Peirce también hizo importantes aportaciones; llegamos a «Sobre los principios algebraicos de la lógica formal»¹⁵, que, como ya hemos señalado, sirve de base a su, posterior, *Álgebra de la lógica*, que comentaremos más adelante, y que, también, sería utilizada en sus cursos en la Johns Hopkins según el profesor Nathan Houser¹⁶.

Comienza este manuscrito distinguiendo los dos propósitos de un álgebra lógica: primero, el propósito matemático de resolver problemas, de encontrar la solución que se extraerá a partir de unas premisas dadas; y, segundo, el propósito lógico de analizar inferencias y mostrar de qué depende, precisamente, su validez. Orienta su investigación al segundo de estos propósitos y afirma que solo pretende, por el momento, encontrar *la perfección en el álgebra de la lógica*. Habiendo refutado la concepción de que exista una conexión entre la visión algebraica de la lógica formal y la doctrina de la cuantificación del predicado, al afirmar que «una proposición con un predicado cuantificado es un compuesto de dos proposiciones cuyos predicados no están cuantificados»¹⁷, lo que demuestra con la distinción entre *identidad* e *inclusión*, de forma que toda identidad es inclusión, pero no al contrario. Puesto que la *inclusión* es un concepto con una extensión lógica mayor que la *identidad*, mientras que la comprensión lógica de la *identidad* es mayor que la de la *inclusión* o, dice con otras palabras, la *inclusión* es una idea más simple que la *identidad*. Peirce había adoptado, como hemos visto, el signo de la inclusión, $-<$, como símbolo de la cópula en toda su

¹⁴ *Wissenschaft der Logik*, vol. 1, libro 1, cap. 1, §§ A-C. Hegel, Georg Wilhelm Friedrich. *Werke: Vollständige Ausgabe durch einen Verein des Verewigten*. 18 vols. Editado por Philipp Marheineke et al. Berlin: Duncker y Humblot, 1832-1840; 2ª ed., 1840-1844. *Wissenschaft der Logik*. Vols. 3-5 de *Werke*, 1833-1834. Peirce disponía de la 2ª edición de los vols. 3-5.

¹⁵ WMS 348; W4: 21-37.

¹⁶ W4: xiv.

¹⁷ W4: 21.

lógica formal; lo que ahora justifica porque «el primer objeto del álgebra lógica es el de representar el análisis último de los argumentos»¹⁸. Y matiza, en consecuencia, su definición del propósito de la lógica como *el análisis de los argumentos*, y no como *el arte de extraer inferencias*. Esto requiere, además, dadas las limitaciones de la cópula, la introducción de los términos relativos, puesto que una proposición particular afirma (asevera) la *existencia* de algo. Sin embargo, este álgebra lógico, necesita, también, unos signos, que introduce aquí, para la cópula de la exclusión y para la cópula de la intersección. A continuación procede a desarrollar, aunque no por completo, las propiedades de la cópula de inclusión y los principios algebraicos, y las definiciones, sobre los que se sustenta. Todo esto encontrará su mejor expresión en *El álgebra de la lógica*.

Siguiendo el orden cronológico que nos marca esta edición, y que podría perfeccionarse haciendo una ordenación temática adicional que, también, es una de las propuestas de nuestra tesis; como, por ejemplo, hemos podido observar en el párrafo anterior. Llegamos, ahora, al que consideramos uno de los temas fundamentales, pendiente de desarrollo, dentro de la teoría de la lógica de Peirce y que él denomina *El pensar como cerebración*, o las relaciones entre el pensamiento y la neurofisiología. Encontramos un primer apunte en esta dirección en WMS171 (1870), incluido en el apéndice del capítulo 5, sobre los signos, del *Tratado de Lógica*. Y que, como ya habíamos indicado reiteradamente, nos hacía pensar, por su desubicación y su aislamiento, que faltarían escritos fundamentales que desarrollaran este tema. Ahora encontramos, en 1879, dos textos vinculados a una revisión de un Capítulo I, con el título *El pensar como cerebración*, de un libro de lógica, que, según el profesor Houser¹⁹, asimismo, serviría de introducción a alguno de los cursos de lógica en la Johns Hopkins. Nos parece de lo más revelador que esta *revisión* de un capítulo I de un libro de lógica de estos años, represente una ampliación de algunos conceptos incluidos en aquel capítulo 1 del libro proyectado en 1872-73 y recogidos en «La fijación de la creencia» (1878).

En el primero de estos textos²⁰, Peirce aplica, junto con ciertas consideraciones acerca de la irritabilidad de los nervios y la fatiga de los mismos, la ley general de la formación

¹⁸ W4: 23.

¹⁹ W4: xlv-xlvi

²⁰ WMS350; W4: 38-44.

de hábitos de Murphy²¹ - que afirma que todos los procesos vitales tienden a hacerse más fáciles con la repetición - al sistema nervioso afirmando, con matices, que sea cual sea el camino que haya tomado una descarga nerviosa la primera vez, es muy probable que una descarga parecida siga el mismo camino. Por la acción de estas leyes las acciones de un animal están dirigidas al fin de acabar con las irritaciones. Esto resulta muy parecido al mecanismo de la duda y la creencia como señala en «La fijación de la creencia», y en el capítulo 1 del *Tratado de Lógica*, cuando afirma que la irritación de la duda es análoga a la del sistema nervioso, y que solo cesa con una nueva creencia.

Peirce plantea que la inteligencia, tal como la conocemos, reside en el sistema nervioso; de forma que las leyes de la primera se corresponden necesariamente con las del segundo. La sensación se corresponde, pues, con la actividad de la célula nerviosa; la sensibilidad en psicología con la irritabilidad nerviosa en fisiología. Distingue entre sensaciones externas, que provienen de las células terminales de los nervios periféricos, y sensaciones internas, que provienen de las terminaciones de los nervios viscerales. También, contempla la existencia de sensaciones secundarias, como el sentido de la belleza, la percepción de una melodía, la sensación de esfuerzo, la conciencia moral, etc., que residirían en las células nerviosas centrales. Y define, con matices, la reacción muscular como *la volición dirigida hacia afuera*. Por lo que concluye que la operación activa de la mente, o pensar, es el correlato psicológico de la *cerebración*, o actividad cerebral. Lo que le permite reformular lo expresado en «La fijación de la creencia» al respecto en los siguientes términos: «La irritación del cerebro, en otro aspecto, aparece como el incómodo sentido de la duda; y el fin de todo pensamiento es acabar con la duda, así como el fin de toda la acción nerviosa es acabar con el origen de la irritación»²². Finalmente, postula que en todo pensamiento reflexivo y prudente, una vez que se ha establecido el correspondiente hábito, la duda o irritación de la mente proviene de la imaginación. La combinación de este hábito con la imaginación que lo hace consciente es una creencia, y al acto interno que parece que hacemos cuando lo adquirimos por vez primera se le denomina un juicio. Todas las acciones vinculadas, y que la duda ha desencadenado, están dirigidas a la fijación de una creencia-hábito. A continuación, en un apartado titulado «El establecimiento de la opinión» plantea cuáles han sido los diferentes métodos para establecer las opiniones: obstinación, despotismo,

²¹ Murphy, Joseph John. *Habit and Intelligence in their Connection with the Laws of Matter and Force: A Series of Scientific Essays*. 2 vols. London: Macmillan & Co., 1869. Cap XV, Vol. I, p.169.

²² W4: 42.

a priori y científico, que había formulado en «La fijación de la creencia», y en el capítulo 1 del *Tratado de Lógica*. Por lo que, realmente, este capítulo 1 debería ser completado con alguna de aquellas consideraciones anteriores.

En el siguiente manuscrito, añade algunas puntualizaciones respecto a esta cuestión, y con el mismo título: «Lógica. Capítulo I. El pensar como cerebración»²³. Considera, por ejemplo, que la actividad de la mente puede ser definida en los términos de la mecánica, como un mecanismo de estímulo-respuesta. Sin embargo, afirma que lo que realmente distingue a la acción inteligente es que está dirigida hacia fines (al igual que toda acción vital) y que varía según varían los fines, con una facilidad que no pertenece a otros procesos vitales. Tras un breve repaso a la evolución del sistema nervioso desde los seres más elementales hasta el ser humano, perfila su definición del hábito en los términos de la teoría de la evolución de Darwin: «El hábito representa, de alguna manera, el mismo papel en la historia del individuo que el que representa la selección natural en la historia de la especie; propiamente, es causa de que las acciones se dirijan a fines»²⁴. Concluye afirmando que los hábitos se dirigen hacia el fin de acabar con las irritaciones, y que los hábitos sean hereditarios facilita mucho este mismo proceso.

Aparecen, a continuación en esta edición, diversos escritos de índole científico-técnico publicados en esta época: sobre cromatismos, espectros de difracción, proyecciones de la esfera, un interesantísimo informe técnico sobre *la economía de la investigación*²⁵, las mediciones de la gravedad, todos fruto de su trabajo de estos años para la Inspección de Costas y Geodésica, y otro sobre la coloración de las estrellas dobles, fruto de su trabajo en el Observatorio de la Universidad de Harvard.

Llegamos, por fin, al muy señalado estudio «Sobre el álgebra de la lógica»²⁶, publicado en el *American Journal of Mathematics* 3 en 1880. Este escrito debería haber ido, en la edición de *Writings* 4, inmediatamente después de aquellos dos anteriores sobre el pensar y la *cerebración*, puesto que comienza dando un repaso a lo que allí se expuso. Resulta curioso que, de nuevo, lo plantee como capítulo I, titulado, esta vez, *Silogística*, de un libro de Lógica. En el primer epígrafe del mismo, «Derivación de la lógica», comienza repasando su teoría de la analogía del funcionamiento del pensamiento con el del sistema nervioso, para continuar desarrollándolo en su relación

²³ WMS354; W4: 45-46.

²⁴ W4: 46.

²⁵ P160; W4: 72-78.

²⁶ W4: 163-209.

con el proceso de inferencia. Por el proceso del pensamiento los hábitos-creencias llegan a ser *juicios*, y estos hábitos-creencias dan lugar a nuevos juicios, que son adiciones a la creencia original. Llama a este proceso *inferencia*, siendo el juicio antecedente, la *premisa*, el juicio consiguiente, la *conclusión*, y el hábito de pensamiento que determina el paso de una a otra, siempre formulado como una proposición-signo, el *principio rector*. Este proceso es continuo, por lo que la creencia está, en parte, determinada por creencias viejas y, en parte, por experiencias nuevas. Se pregunta si hay una ley para el modo de las excitaciones periféricas, y responde en los siguientes términos:

El lógico sostiene que la hay, propiamente, que todas están adaptadas a un fin, el de llevar la creencia, a la larga, hacia ciertas conclusiones predestinadas que son las mismas para todo hombre. Esta es la fe del lógico. Esta es la cuestión de hecho sobre la que descansan todas las máximas del razonamiento. En virtud de este hecho, lo que sea creído finalmente es independiente de lo que haya sido creído hasta entonces y, en consecuencia, tiene el carácter de *realidad*. Por lo que, si un hábito dado, considerado como que determina una inferencia, es de un tipo tal como que tiende hacia un resultado final, es correcto; si no es así, no lo es. De esta manera, las inferencias se hacen divisibles en válidas e inválidas; y, así, la lógica adopta su razón de existir²⁷.

Pasando así del concepto de creencia, por medio de la inferencia, al de realidad; o del capítulo 1 al 2 de nuestra propuesta de *Tratado de Lógica*. Los temas de la inferencia y del silogismo se tratan en los capítulos 6 y 7 respectivamente.

En el segundo epígrafe de este estudio, titulado «Silogismo y Dialogismo», desarrolla el planteamiento formal de las inferencias. Afirma que un hábito-creencia es lógicamente bueno cuando no nos conducirá nunca (o en el caso de la inferencia probable, raramente) de una premisa verdadera a una conclusión falsa; si lo hace es lógicamente malo. El hábito de inferencia se puede formular con la proposición que enuncia que toda proposición *c*, relacionada de una forma general dada con cualquier proposición verdadera *p*, es verdadera. Esta proposición será, pues, el *principio rector* de la clase de inferencias cuya validez implica. Añade, en una nota a pie de página, que aunque el principio rector no esté presente en la mente como tal, generalmente somos conscientes de que estamos infiriendo en base a algún principio general. Continúa afirmando que al someter la inferencia a la necesaria crítica lógica, hacemos una nueva inferencia cuya premisa es aquel principio rector de la primera inferencia, mientras que la otra es un hecho de la observación y, así, sucesivamente. Desarrolla el simbolismo de

²⁷ W4: 164-165.

Boole, añadiendo que el signo de inclusión $\neg<$ es la cópula, y que su negación se representa con una línea horizontal sobre este signo. A un principio rector que no contenga ningún hecho ni implicado ni observable en las premisas, se le denomina un principio *lógico*, y al argumento que este gobierna se le denomina *completo*, en contraposición con el argumento incompleto o *entimema*. Distingue, luego, entre la validez *lógica* y la *extra-lógica*; la primera es la del argumento *completo*, la segunda, la del *incompleto*. Finalmente, el término *principio rector lógico* significa el principio que debe suponerse como verdadero para sostener la validez lógica de cualquier argumento.

Prosigue, afirmando que a un argumento completo, con una única premisa, se le denomina una inferencia *inmediata*. Y que al argumento completo con dos premisas, se le denomina *silogismo*. Añade, en una nota a pie de página, que su doctrina general sobre este tema se encuentra en su escrito de 1867, «Sobre la clasificación natural de los argumentos», que hemos incluido destacadamente en el capítulo 7, «La cópula y el silogismo simple», del proyecto de *Tratado de Lógica*.

En el epígrafe 3, «Formas de las Propositiones», comienza justificando, en una siguiente nota a pie de página, que en «La lógica de los relativos», incluida en el capítulo 10 y su apéndice, ha demostrado que la relación de inclusión, $\neg<$, es más simple que la de identidad, $=$, dado que su profundidad lógica es menor y, en lógica, esto es lo más simple. Por lo que ha escogido este símbolo para la cópula.

Y añade que al identificar la relación expresada por la cópula con la ilación, o consecuencia: $A \neg< B$, A implica B ; todo lo que resulta verdadero de un término, una proposición o una inferencia, es inmediatamente verdadero de los tres. Considera que este es uno de los más importantes mecanismos de la lógica al que se ha llegado por medio del estudio de la génesis de esta ciencia.

En el epígrafe 4, titulado «El álgebra de la cópula», afirma que de la identidad de la relación expresada por la cópula con la de la ilación, o implicación, surge un álgebra. Este nos da, en primer lugar, el principio de identidad, que expresa que continuamos creyendo lo que hemos creído hasta ahora, en ausencia de cualquier razón para lo contrario. En segundo lugar, demuestra que la forma del silogismo *Barbara*, *dictum de omni* o *nota notae*, es una inferencia válida en este álgebra y que, de acuerdo con De Morgan, enuncia que la relación significada por la cópula es transitiva. A continuación, desarrolla todas las derivaciones de este silogismo primario, de forma muy parecida a como hizo en «Sobre la clasificación natural de los argumentos», pero incorporando los

nuevos símbolos que propone para este álgebra. Llega así, a formular, los principios de no contradicción y del tercero excluido.

En el capítulo II, titulado «La lógica de los términos no-relativos», comienza con un primer epígrafe, encabezado con «La multiplicación interna y la adición de la lógica», donde introduce los términos 0 e ∞ , y cuyos principios e implicaciones pasa a aplicar y a demostrar formal y sistemáticamente.

En el segundo epígrafe, «La resolución de problemas en la lógica no-relativa», propone un quinto método algebraico alternativo a los cuatro formulados por Boole, Jevons, Schröder y McColl, y que considera más simple y *natural*. Este método contempla seis procesos: 1. Expresar todas las premisas con la cópula \neg y su negación; 2. Separar cada predicado en tantos factores y todo sujeto en tantos términos agregados como sea posible, sin aumentar el número de las diferentes letras utilizadas en cualquier sujeto o predicado; 3. Separar todas las proposiciones complejas en simples siguiendo las fórmulas que se derivan de las definiciones de $+$ y \times ; 4. Por medio de la transitividad de la cópula podemos eliminar x , con su negación, de cualquier fórmula combinada aditiva y multiplicativa; 5. Podemos trasponer cualquier término de sujeto a predicado y a la inversa, al cambiarlo de positivo a negativo, o a la inversa, y, al mismo tiempo cambiando su modo de conexión de la adición a la multiplicación, o a la inversa; y 6. Cualquier número de proposiciones que tengan un sujeto o un predicado en común son, tomadas a la vez, equivalentes a su producto o a su suma.

En el capítulo III, «La lógica de los relativos», comienza con un primer epígrafe, titulado «Los términos simples e individuales», por donde considera que debe comenzar el estudio de los relativos. Afirma que el origen de una teoría correcta de los términos individuales y simples se encuentra en *La Crítica de la Razón Pura*, en el «Apéndice a la Dialéctica Transcendental», donde aparece como principio regulador, con la simbología de Peirce, que ‘si $a \neg b$ y no $b \neg a$ ’, entonces siempre es posible encontrar un término x tal que ‘si $a \neg x$ y $x \neg b$, entonces, x no $\neg a$ y b no $\neg x$ ’. Peirce denomina a esta fórmula la ley de continuidad, y afirma que debe aceptarse como un hecho, como ya ha demostrado que depende de la continuidad del espacio y del tiempo, y de las intensidades de las cualidades que entran en la definición de cualquier término.

Considera, también, a estos términos individuales y simples, que aquí define algebraicamente, como límites ideales, al igual que los infinitesimales e infinitos en

matemáticas son límites ficticios de una cantidad continua, cuyos enunciados deben interpretarse con la doctrina de los límites.

En el epígrafe 2, «Relativos», desarrolla las definiciones que planteaba en su «Lógica de los relativos» (1870) en los mismos términos de entonces. Falta un epígrafe 3 y presenta, a continuación, un epígrafe 4, «Clasificación de los relativos». Aunque reconoce que hay una variedad infinita en los mismos, destaca a los relativos individuales de la forma $A:A$ a los que denomina *concurrentes*, y a los de la forma $A:B$ que denomina *oponentes*; a esto añade sus respectivas negaciones. Luego están los *auto-relativos*, que contienen solo agregados individuales de la forma $A:A$, y los *alio-relativos*, que contienen solo agregados de la forma $A:B$; y sus negativos respectivos. En estas cuatro clases, mutuamente excluyentes, incluye a todos los relativos. Menciona, también, los relativos *completos* en relación a su relato y a sus correlatos, los *equivalentes* y los *des-equivalentes* y, finalmente, los transitivos.

En el epígrafe 5, «La composición de los relativos», desarrolla las transformaciones y las reglas de este álgebra hasta llegar a la formulación de cuatro operaciones principales: 1. La multiplicación externa o relativa; 2. La involución regresiva; 3. La involución progresiva; 4. La trans-adición. Las tres primeras fueron propuestas por De Morgan, y la cuarta por Peirce.

En el epígrafe 6, «Los métodos en el álgebra de relativos», comienza reafirmando que el método universal para este álgebra es el método de límites, en el que ciertas letras se sustituyen por una suma infinita de términos individuales o por un producto infinito de términos simples. Formula, a continuación, cuatro teoremas de este álgebra y sus implicaciones para los sumatorios ilimitados.

En el epígrafe 7, «Las fórmulas generales para los relativos», comienza dividiéndolas en *fórmulas de distribución* y *fórmulas de asociación*. A continuación, hace los desarrollos a partir de las fórmulas de distribución simples, primero, las afirmativas, y, luego, las negativas; y lo mismo con las fórmula de asociación. Concluye con un ‘Continuará’, que deberemos rastrear en sus escritos posteriores sobre este tema.

Nos presenta, ahora esta edición un breve manuscrito, titulado «Capítulo IV. La lógica de los relativos plurales»²⁸, que bien podría ser la continuación del proyecto de libro sobre el álgebra de la lógica que acabamos de ver. Habiendo tratado someramente

²⁸ WMS371; *W4*: 210-211.

sobre los relativos individuales y los duales, pasa a considerar los plurales. Afirma que la lógica puede dividirse en *la lógica de los no-relativos, la lógica de los relativos duales, o aquellos del primer grado y orden y la lógica de los relativos plurales*. Concluye que todo relativo plural, no triple, puede ser considerado como un compuesto de relativos triples; de forma que podemos concebir que todos los términos sean o bien individuales, o bien duales, o bien triples. En una nota a pie de página específica que ha insistido sobre este principio, implicado en la vieja máxima de que toda división puede ser reducida a dicotomía, en su «Lógica de los relativos» (1870) y, también, en su «Nueva Lista de categorías» (1867), señalados capítulos incluidos en el proyecto de libro objeto de esta tesis.

Este importante proyecto inconcluso de un libro de Peirce sobre el álgebra de la lógica no estaba contemplado en los índices tentativos de 1872-73 que han guiado la composición del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*. Por ello no lo hemos incluido, sin embargo, al igual que con «La lógica de los relativos», que sí está incluida pero es susceptible de ser completada, proponemos la composición de otro libro adicional. También hemos recogido en el capítulo correspondiente a los relativos la «Nota B de los Estudios en Lógica», fruto de sus clases en la Johns Hopkins, donde perfila algunas de las cuestiones formuladas en este *Álgebra de la lógica*, que consideraba una parte fundamental de sus cursos, junto con la doctrina de los límites y su gran aportación a la lógica de las relaciones de 1870.

Del *Cuaderno de Lógica*, cuyas sucesivas entradas, hemos propuesto, también, como susceptibles de publicación propia, nos presenta esta edición, a continuación, un manuscrito, WMS375, en el que podemos encontrar algunas puntualizaciones y añadidos a este proyecto de libro sobre el álgebra de la lógica.

El volumen 4 de *Writings* procede a presentarnos, cronológicamente ordenados pero temáticamente desordenados, algunos escritos sobre experimentos científico-técnicos y matemáticas, especialmente unos «Axiomas del número» que podría haberse empleado en aquel capítulo descartado de nuestro proyecto de *Tratado de Lógica* sobre *los sentidos colectivos de los términos y el número*, que encontrará mejor expresión, aunque incompleta, en «Demostración de la proposición fundamental de la

aritmética»²⁹; y en la publicación en el *American Journal of Mathematics* en 1881 con el título «Sobre la lógica del número»³⁰.

Pero antes, siguiendo el orden impuesto por la edición cronológica, vamos a comentar algunos manuscritos relevantes a la lógica, los métodos de la ciencia y los métodos del razonamiento, que nos ayudan a completar el cuadro de su pensamiento al respecto en esta época.

Comenzamos con la reseña³¹ que hace de los *Estudios en lógica deductiva* de Jevons, publicada en *The Nation* nº 32 (1881). Aunque Peirce se reconoce admirador de este lógico inglés contemporáneo suyo, no deja por ello de ser riguroso en algunos aspectos de su crítica, particularmente con la pretensión de Jevons de equiparar la lógica a las matemáticas en sus procesos heurísticos e infinitamente desarrollables, según postulaba el profesor Sylvester³². Esta reseña le sirve a Peirce, fundamentalmente, de pretexto para demarcar lo que él considera el ámbito propio de la lógica: la producción de un *método* para descubrir métodos aplicables a todas las ciencias, o los de unas ciencias a otras; y no el de la mera resolución de problemas.

A continuación, en esta edición, encontramos otro proyecto de libro con el título *Lógica; y el método de la ciencia*³³, con un esbozo de «Libro I. La lógica formal», que comienza con un capítulo I dedicado al *modus ponens* en el que señala las limitaciones de los principios de no contradicción y del tercero excluido para dar cuenta de todas las instancias de verdad o falsedad de los razonamientos. Aparte de destacar la existencia de aquellas proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas y que, por lo tanto, pueden adoptar otros valores, incorpora algunas concepciones aritméticas a la lógica como, por ejemplo, $\mathbf{v} + \mathbf{f} - x$, que representaría la negación de la proposición x . Introduce, ahora, la que denomina la más simple de todas las inferencias posibles, el *modus ponens* o silogismo hipotético, en los términos de la implicación, «Si x es verdadero, y es verdadero, pero x es verdadero, entonces, y es verdadero», lo que reescribe en los términos de su simbología lógica, adoptada de la aritmética, como $(x - \mathbf{v}) A = (y - \mathbf{v}): B$.

²⁹ WMS402; W4: 267-268.

³⁰ P187; W4: 299-309.

³¹ W4: 238-239.

³² W4: 238. La referencia al Profesor de matemáticas de la Universidad Johns Hopkins, J. J. Sylvester; la da Jevons en la p. xi de su libro: Jevons, W. Stanley. *Pure Logic or the Logic of Quality apart from Quantity: with Remarks on Boole's System and on the Relation of Logic and Mathematics*. London: Edward Stanford, 1864.

³³ WMS396; W4: 241-244.

Donde A y B son cantidades cuyos valores no están determinados únicamente por los de x e y .

En el breve esbozo que hace de un capítulo 2, titulado «Barbara», aplica esa misma simbología a este silogismo de tres términos cuya conclusión sería, pues, eliminando y , « $(x - v) AA' = (z - v) : BB$ », es decir, «si x es verdadero, z es verdadero». Propone, asimismo, la notación x_a para expresar que en el caso de a , x es verdadero.

En el siguiente manuscrito que nos presenta este volumen 4, con el título «Métodos del razonamiento»³⁴, Peirce plantea cinco métodos adoptados de la lógica. En el primero, la consecuencia simple, aprovecha para definir los términos fundamentales de esta ciencia, comenzando por la *proposición* que define como «cualquier cosa que pueda sostenerse o suponerse que se sostiene como verdadera»³⁵. El *razonamiento* es «aceptar una proposición como verdadera, a la vez que se reconoce a otra proposición como la razón de ello»³⁶. A la proposición que se acepta en base a una razón se la denomina una *conclusión*, de la que se dice que se infiere a partir de esa razón. La *razón*, es una proposición compuesta de varias proposiciones, a las que se denomina *premisas* de la inferencia. Añade que al razonar concebimos alguna regla general, aunque sea de forma vaga, por la que pasamos de las premisas a la conclusión. Si se concibe esta regla de forma que nunca nos conducirá, a partir de premisas verdaderas, a una conclusión falsa, denominamos a este razonamiento *necesario*; sin embargo, si se concibe que la regla solo conducirá a la verdad en general, o a la larga, y ocasionalmente conducirá al error, entonces, se la denomina *probable*. Va a centrarse aquí, dice, solo en los razonamientos necesarios. Enuncia, a continuación, la regla que denomina *el principio rector de la inferencia*, de manera que «si las proposiciones de una determinada descripción son verdaderas, entonces, una proposición relacionada con ellas de una determinada forma será, también, siempre verdadera»³⁷. De una inferencia cuyo principio rector es verdadero se dice que es *válida*, que su razón es *consistente*, y que su *conclusión* se sigue realmente a partir de las *premisas*.

Prosigue afirmando que toda verdad se confirma con la observación, pero que aquella proposición cuya verdad podemos confirmar con la observación de las partes de un diagrama, o algo parecido, que podemos diseñar nosotros mismos, es *evidente*. A un

³⁴ WMS397; W4: 245-256.

³⁵ W4: 245.

³⁶ W4: 245.

³⁷ W4: 246.

principio rector que es evidente se le denomina *principio lógico*, a la inferencia a la que pertenece, *completa*, y de su conclusión se dice que *se sigue* lógicamente de las premisas.

Crítica, a continuación, la forma más básica del razonamiento, aquella que extrae una conclusión, denominada el *consecuente*, a partir de una única premisa, denominada el *antecedente*. A esta inferencia completa se le denomina *consecuencia*, al igual que a su *principio rector*. Razonamos así cuando, por ejemplo, escuchamos a una persona afirmar algo y saltamos, inmediatamente, a la conclusión de que es verdadero, sin pararnos a considerar si esta persona es realmente un testigo veraz. Dice de este razonamiento que por muy *consistente* que sea, es totalmente *incompleto*, y que representa un estado mental irreflexivo y no-crítico. Aunque algunas inferencias de este tipo, como las aritméticas, puedan ser completas. Formula, ahora, un principio, que nos permite tratar con este tipo de razonamientos, al que denomina *la inferencia idéntica* en los siguientes términos: «una vez que hemos adoptado una proposición (como verdadera), podemos adherirnos a ello, hasta que el asunto sea reexaminado»³⁸; es decir, adoptamos provisionalmente la fórmula «A, en consecuencia, A».

Al segundo método, el *modus ponens*, que presentó en el manuscrito anterior, añade que «cualquier hecho que pueda ser enunciado en la forma de una proposición hipotética puede ser enunciado, también, en la forma de una proposición categórica»³⁹. Hace un inciso para exponer algunos casos en que el estado de ignorancia que se supone en el antecedente es ficticio, que es cuando adoptamos gramaticalmente el subjuntivo (con la forma del pasado, en inglés), y hacemos una hipótesis acerca de lo que hubiera pasado si no pasara lo que pasó, por ejemplo, «Si Juan Pérez de Marchena no hubiera sido el confesor de la reina Isabel, Colón nunca habría descubierto América», es decir, un condicional contrafáctico⁴⁰. Retoma la cuestión anterior y explica la similitud entre las proposiciones hipotéticas y las categóricas diciendo que, especialmente en estas últimas, se afirma que algo que se describe puede ser descrito de otra manera, pero añade a esto el teorema que enuncia: ninguna proposición puede ser completa y estar totalmente expresada únicamente con términos individuales. Además, los signos convencionales, que empleamos para ello, lo son en virtud de un hábito mental que asocia un objeto con una palabra, y que, al igual que todos los hábitos, que son reglas

³⁸ W4: 247.

³⁹ W4: 247.

⁴⁰ O ‘contrafactual’, anglicismos admitidos en español para la lógica modal.

generales, estos son naturalmente generales. Sin embargo, puntualiza, hay palabras que no tienen exactamente este carácter convencional, como los demostrativos que son índices de lo que señalan. En este sentido la palabra ‘real’ para referirse al mundo indica, demostrativamente, el mundo de los sentidos, y nos sirve para mostrar qué *mundo de objetos* o *universo de discurso*, necesariamente limitado, como dirían los lógicos, se tiene en perspectiva.

Tras presentar algunas formas de inferencia básicas referidas al *modus ponens*, afirma que no es suficiente con enunciar las relaciones entre los antecedentes de las premisas, sino que es necesario exponer las premisas realmente, o representarlas con signos cuyas partes tengan relaciones análogas. Lo que considera un principio de importancia fundamental para la lógica. Por ello, plantea que, en lógica, tratamos con tres clases de signos: 1. Diagramas, que están en lugar de sus objetos en virtud de parecerse a ellos; 2. Índices, que están en lugar de sus objetos en virtud de estar conectados con ellos; y 3. Descripciones, que están en lugar de sus objetos en virtud de estar mentalmente asociados con ellos. Donde podemos ver una nueva nomenclatura para lo que antes denominaba, respectivamente, semejanzas (más adelante, iconos), índices y signos (más adelante, símbolos).

El tercer método, *Barbara*, que considera más avanzado, lo presenta en la forma de la implicación. Añade que varias de las reglas de la lógica son formas del enunciado de la validez de este razonamiento, como *nota notae est nota rei ipsius*, «la marca de una marca es una marca de la cosa misma»⁴¹, o *dictum de omni*, «afirmese lo que se afirme de la totalidad de una clase, se afirma de cada parte de ella»⁴². De Morgan dice esto, de otra manera, cuando afirma que la relación del antecedente con el consecuente en *Barbara* es transitiva. Por lo que la validez de este modo puede enunciarse de la siguiente forma: todo lo que contenga algo que contiene a un tercero, contiene él mismo a ese tercero; lo que, a continuación pasa a expresar en su forma categórica.

Tras revisar la descripción y la nomenclatura de este modo, como ha hecho ya en varias ocasiones anteriores: la regla, el caso bajo la regla y el resultado de la regla en ese caso; añade que algunas instancias de la asociación por hábito y de la causación, también, son formas de este silogismo. Y concluye, por ello, que la lógica es más que el arte de razonar, ya que sus formas tienen, también, importancia psicológica y

⁴¹ W4: 251.

⁴² W4: 251.

metafísica. Lo que modifica, de alguna manera, su anterior visión anti-psicologista de la lógica.

El cuarto método, la inferencia indirecta, lo divide, con ejemplos, en *silogismo menor indirecto*, en el que la premisa menor es la conclusión de dos inferencias inmediatas, y en *silogismo mayor indirecto*, en el que la primera premisa es la conclusión de la segunda inferencia inmediata.

Pasa a tratar, a continuación, con los enunciados negativos en los siguientes términos: la afirmación de que una cosa existe no tiene la naturaleza de una descripción general, en cambio, la afirmación de que algún tipo de cosa no existe sí tiene esta naturaleza. De hecho, toda descripción general equivale a al enunciado de que algún tipo de cosa no existe. Por lo que divide las proposiciones en dos tipos esencialmente diferentes, las que afirman que una cosa se sigue de otra, equivalentes a las proposiciones hipotéticas, que niegan la existencia de algo, y aquellas que afirman la existencia de algo, y equivalen a la negación de que una cosa se sigue de otra. Por lo que negar una proposición es aplicarle la descripción general de que es falsa. Y este es el principio de la *reductio ad absurdum* y del *modus tollens*, cuyos modos, *Baroco* y *Bocardo*, son casos del primer tipo.

Finalmente, distingue el quinto método, el principio del tercero excluido, del principio de no contradicción. El principio de no contradicción enuncia que si algo es verdadero, su negación es falsa. El del tercero excluido, que es su inverso, enuncia que de la negación de la negación de una proposición se sigue la verdad de la misma. Y concluye demostrando que estas dos inferencias son de una naturaleza por completo diferente: 1. «Si A es verdadero, B es falso», entonces, «Si B es verdadero, A es falso», que depende del principio de no contradicción; y 2. «Si A es falso, B es verdadero», entonces, «Si B es falso, A es verdadero», que depende del principio del tercero excluido. Estos razonamientos, aunque han sido utilizados con anterioridad, nunca habían sido señalados distintamente ni siquiera por De Morgan.

Encontramos, ahora, en esta edición algunos apuntes sueltos sobre matemáticas y lógica, entre los que podemos destacar el titulado por los editores «Sobre las proposiciones y los silogismos de órdenes diferenciados»⁴³, en el que aplica su notación de los términos relativos a la formulación de las proposiciones y los silogismos de orden

⁴³ WMS400; W4: 260-264.

0, a las proposiciones de primer orden y a los silogismos de orden 0-1, y a los silogismos de orden 1-1.

Llegamos, entonces, a «La demostración de la proposición fundamental de la aritmética»⁴⁴, que debemos relacionar con un manuscrito anterior, «Los axiomas del número»⁴⁵, como habíamos mencionado, y con una publicación en el *American Journal of Mathematics* posterior, «Sobre la lógica del número»⁴⁶. Nos parece que estos textos deberían seguirse unos a otros en nuestra propuesta de una ulterior reordenación temática de las ediciones cronológicas de *Writings*.

Esta «Demostración de la proposición fundamental de la aritmética» nos parece especialmente relevante para presentar un par de conceptos que, muy probablemente, pertenecerían a aquel capítulo del libro proyectado en 1872-73 para el que no habíamos encontrado contenido, «Sobre los sentidos colectivos de los términos y del número». Por ejemplo, esta proposición fundamental, «que el orden de la secuencia en que son contadas las cosas de cualquier colección no altera el resultado, siempre que haya cualquier otro orden de contarlas en que la cuenta pueda completarse»⁴⁷, y formula el siguiente enunciado, «Toda colección de cosas cuya cuenta pueda completarse contándolas en un orden de sucesión adecuado es finita»⁴⁸. Añade que para esta prueba ha usado *el silogismo de la cantidad transpuesta*, y que, para ello, ha requerido el enunciado antes formulado, que solo podía demostrarse, a su vez, con la inferencia de Fermat. Concluyendo, por lo tanto, que esta proposición solo tiene un interés lógico.

En «Sobre la lógica del número», se propone mostrar que las proposiciones elementales respecto al número son, estrictamente, las consecuencias silogísticas de unas pocas proposiciones primarias, a las que considera definiciones, añadiendo que la explicación de su origen lógico exige un tratamiento particular. Dice utilizar para las demostraciones su lógica de los relativos, en la que las formas de la inferencia no son reducibles, en sentido estricto, al silogismo ordinario. Aunque sean de la misma naturaleza, solo que son silogismos en los que los objetos de los que se habla son pares o triples.

⁴⁴ WMS402; *W4*: 267-268.

⁴⁵ WMS380; *W4*: 222-227.

⁴⁶ P187; *W4*: 299-309.

⁴⁷ *W4*: 267.

⁴⁸ *W4*: 267.

Comienza con la definición de un sistema simple para la *cantidad simple*, utilizando los relativos *mayor* y *menor*, en los siguientes términos:

Un sistema de cantidad simple es o bien continuo, o bien discreto, o bien mixto. Un sistema continuo es aquel en que toda cantidad mayor que otra es, también, mayor que alguna cantidad intermedia mayor que aquella otra. Un sistema discreto es aquel en que toda cantidad mayor que otra es la siguiente mayor que alguna cantidad. Un sistema mixto es aquel en que algunas cantidades mayores que otras son las siguientes mayores que algunas cantidades, mientras que algunas son continuamente mayores que otras cantidades⁴⁹.

El sistema simple para la *cantidad discreta* es o bien limitado, o bien semi-limitado, o bien ilimitado. Un sistema limitado es aquel que tiene una cantidad mínima y una cantidad máxima absolutas; un sistema semi-limitado tiene una (generalmente considerada la mínima) y no la otra; un sistema ilimitado no tiene ninguna de las dos. Por lo que un sistema infinito puede definirse como aquel que a partir del hecho de que cierta proposición, si es verdadera de cualquier número, es verdadera del siguiente mayor, puede inferirse que esa proposición, si es verdadera de cualquier número, es verdadera de todo número mayor.

Pasa, a continuación, a estudiar las proposiciones fundamentales de la cantidad infinita, discreta y simple, que es el número ordinario. Para lo que enuncia las definiciones, por ejemplo, «el número menor es 1», y desarrolla los teoremas. Concluye este escrito demostrando, también con la notación de los relativos, los teoremas de la *cantidad simple limitada y discreta*.

Se presenta, ahora, en este volumen un apartado de «Notas y añadidos»⁵⁰ a *El álgebra asociativo lineal* que había publicado su padre, Benjamin Peirce. A continuación encontramos un cuadernillo, que publicó el propio Charles S. Peirce, titulado *Breve descripción del álgebra de los relativos*⁵¹; en el que cita al profesor de matemáticas de la Universidad Johns Hopkins, J. J. Sylvester, con el que más adelante tuvo algún desencuentro. Aquí dice que este profesor, en su *Nuevo álgebra múltiple universal* «parece haber llegado, por un camino totalmente diferente del mío, a un sistema que coincide, en alguna de sus características principales, con el álgebra de los relativos, como la he descrito en mis cuatro trabajos⁵² sobre la misma y en mis clases de

⁴⁹ W4: 300.

⁵⁰ W4: 312-327.

⁵¹ W4: 328-333.

⁵² «Descripción de una notación para la lógica de relativos», publicado en las *Memorias* de la *American Academy of Arts and Sciences*, Vol. IX, 1870. «Sobre la aplicación del análisis lógico al álgebra

lógica»⁵³. Seguidamente, encontramos una breve publicación en las *Circulares* de la Universidad Johns Hopkins, titulada «Sobre las formas relativas de las cuaternidades»⁵⁴; y dos manuscritos más, sobre la lógica de los relativos⁵⁵ y sobre los términos relativos⁵⁶, respectivamente. Proponemos que todos los escritos de Peirce al respecto de la lógica de los términos relativos sean ordenados temática y cronológicamente en una edición propia, como ya habíamos señalado, comenzando con «Sobre una mejora en el cálculo lógico de Boole» (1867), que encontramos en el volumen 2 de *Writings*, y que hemos incluido en el apéndice al capítulo 10. Pero esto ya sería otra tesis, como ya hemos señalado. Nos hemos limitado, aquí, a completar el capítulo correspondiente del libro proyectado en 1872-73, con la aquilatada *Nota B*, titulada «La lógica de los relativos», que publicó el propio Peirce en sus *Estudios en Lógica*, fruto de sus clases en la Johns Hopkins; y que se presenta más adelante en esta edición.

A continuación, encontramos la reseña de las puntualizaciones que hace Peirce, en una conferencia, sobre el trabajo de B. I. Gilman⁵⁷, «Sobre las proposiciones y el silogismo», que fueron, también, publicadas en una *Circular* de esta universidad donde impartía clases de lógica en aquellos años. En la misma se dice que Peirce amplía el sistema proposicional de De Morgan, al suponer, además de un universo de cosas limitado, un universo de caracteres ilimitado; y muestra qué sistema proposicional es necesario en el caso que se permita a estos dos universos ser limitados, de forma que nada de una naturaleza general pueda asumirse respecto a las relaciones de las cosas y los caracteres. Habría, en primer lugar, proposiciones *universales* que afirmarían que dos clases de objetos no tienen una amplitud común, y proposiciones *particulares* que afirmarían que dos clases de objetos tienen una amplitud común. Estas serían proposiciones puramente *extensivas*. También, habría proposiciones puramente

múltiple», en las *Actas* de la misma Academia, 1875, 11 de mayo. «Apunte sobre el cálculo de la extensión de Grassman», ibid. 1877, 10 de octubre. «Sobre el álgebra de la lógica», *American Journal of Mathematics*, Vol. III. [Nota de Peirce]. Publicados, el primero en el volumen 2 de *Writings*, el segundo y el tercero en el volumen 3, y el último en el volumen 4, como hemos visto. Estas indicaciones inciden en la necesidad de ordenar los escritos de Peirce respecto al álgebra lógica de los términos relativos en una edición independiente.

⁵³ *W4*: 333.

⁵⁴ *W4*: 334-335.

⁵⁵ *WMS413*; *W4*: 336-341.

⁵⁶ *WMS414*; *W4*: 342-344.

⁵⁷ «On propositions and the syllogism», véase el trabajo de B. I. Gilman en la *Circular* de la Universidad Johns Hopkins de agosto de 1882:

(<https://jscholarship.library.jhu.edu/handle/1774.2/32845><https://jscholarship.library.jhu.edu/handle/1774.2/32845>; consultado el 6 de julio de 2014). B. I. Gilman fue alumno de Peirce en la Johns Hopkins, y su trabajo «Operaciones en número relativo con aplicaciones a la teoría de probabilidades», fue publicado por Peirce en *Studies in Logic*.

intensivas, o comprensivas, que afirmarían que dos grupos de marcas tienen o no tienen una profundidad común. Enumera, a continuación, las 12 especies de proposiciones, seis afirmativas y seis negativas, que afirmarían alguna relación entre un grupo de cosas y un grupo de marcas. Estas serían las proposiciones de primer orden. Las especies de segundo orden, del tipo «Todo *S* posee todo carácter no poseído por algún *T*», serían 86. Y el número de órdenes es infinito. Las proposiciones de los órdenes pares pertenecerían a las familias *extensivas* y *comprensivas*. Tras explicar las distribuciones de las premisas y la conclusión en la inferencia inmediata y en el silogismo, añade que el tratamiento de estas cuestiones se ve muy facilitado con la aplicación de la lógica de relativos, lo que procede a hacer en las dos siguientes páginas.

Tras algunos textos acerca de la determinación de la gravedad y los experimentos con péndulos, llegamos a la «Conferencia Introductoria sobre el estudio de la lógica»⁵⁸, que Peirce impartió en 1882 en la Universidad Johns Hopkins, y que fue publicada en la correspondiente *Circular*. Hemos considerado esta conferencia tan relevante como síntesis, y proyección, de lo presentado en el *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* que la hemos incluido completa como Epílogo del mismo.

A continuación, encontramos otra publicación de las *Circulares* de la misma universidad, «Sobre una clase de álgebras múltiples»⁵⁹, donde sigue desarrollando su álgebra de los términos relativos, ahora en el sentido de que *toda sustitución es un término relativo*, lo que procede a aplicar a todas las sustituciones de dos, tres y cuatro letras.

Después de una breve publicación acerca de las irregularidades en la amplitud de oscilación de los péndulos, donde marcó un hito internacional, nos presenta, esta edición, un manuscrito, WMS427⁶⁰, al que le falta(n) la(s) primera(s) página(s) y al que los editores titulan «Sobre junturas y fracturas en lógica». En este, Peirce hace un intento de aplicar esa parte de la metodología de la ciencia química a la lógica de los términos no-relativos y relativos, lo que comienza a desarrollar diagramáticamente. Desafortunadamente a este manuscrito, también, le falta(n) la(s) última(s) página(s).

⁵⁸ P225; W4: 378-382.

⁵⁹ P224; W4: 383-388.

⁶⁰ W4: 391-393.

A continuación, en una carta a O. H. Mitchell⁶¹, presenta una interesantísima serie de diagramas para ilustrar su lógica de los relativos. Insistimos en que todos estos escritos referidos a este tema deberían ser ordenados y estudiados en una edición independiente. Es de destacar, en este sentido, la labor que está realizando el Profesor Jon Awbrey, que aparece publicada en la correspondiente página web⁶².

Antes de presentar los escritos del propio Peirce, «Una teoría de la inferencia probable», «Nota A: Sobre un universo limitado de marcas», y «Nota B: La lógica de los relativos»; incluidos en su edición de algunos de los cursos de lógica que impartió en la Johns Hopkins bajo el título *Studies in Logic*, junto con los trabajos de algunos de sus alumnos que no aparecen en la edición de *Writings 4*, nos encontramos, en esta edición, con un manuscrito, titulado por los editores «Principios de un libro de lógica»⁶³, y un apunte, WMS444, al que le falta(n) la(s) última(s) página(s), sobre las proposiciones.

En «Principios de un libro de lógica» nos encontramos, de nuevo, con un esbozo de un capítulo introductorio a un libro de lógica, concretamente, a un manual para estudiantes de lógica, como los que tenía Peirce en la Johns Hopkins. Esta ha sido la línea que hemos seguido para articular el *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* objeto de esta tesis. En este manuscrito, Peirce reitera lo que ya hemos incluido en el Prólogo del *Tratado de Lógica*: «que el objetivo práctico de la lógica es el de enseñarnos como alcanzar la verdad»; y la definición que hace de la lógica, o dialéctica, Petrus Hispanus (el Papa Juan XXI), en el más popular tratado de lógica de la Edad Media, su *Summulae Logicales*, como *arte de las artes, ciencia de las ciencias y principio de todos los métodos*. E, insistiendo en el carácter práctico de esta ciencia, cita, también, destacadamente, la denominación de la lógica como *l'art de penser* de los lógicos de Port Royal. Redefine, a continuación, el objetivo práctico de esta ciencia como «aquello que le proporciona al sujeto la unidad que tenga»⁶⁴. Este objetivo, la investigación de la verdad, se define por medio de la distinción lógica de las dos partes

⁶¹ O. H. Mitchell fue, en palabras de Peirce, uno de sus alumnos más destacados en los cursos de lógica que impartió en la Johns Hopkins. Tanto es así que incluyó su trabajo, «Sobre un nuevo álgebra de la lógica», en la publicación que hizo de parte de los mismos bajo el título *Studies in Logic* en 1883. Pensamos que estos otros textos de sus alumnos, que son comentarios a las clases de Peirce, deberían aparecer en un apéndice al volumen 4 de *Writings*, que solo incluye los textos que Peirce redactó en su totalidad.

⁶² http://intersci.ss.uci.edu/wiki/index.php/Peirce%27s_1870_Logic_Of_Relatives (consultada el 2 de julio de 2014).

⁶³ WMS443; *W4*: 400-401.

⁶⁴ *W4*: 400.

en que consiste, la *observación* y el *razonamiento*, que no son absolutas, puesto que la psicología moderna nos muestra que no existe nada que sea observación pura, independiente del razonamiento, ni nada que sea razonamiento puro, independiente de toda observación. Reconociendo el razonamiento como un acto intelectual voluntario, ensaya otra definición de la lógica, de alguna forma análoga a las dos anteriores, como *el arte de razonar correctamente*. Hace aquí un inciso para cuestionarse si el estudio de esta ciencia hace razonar mejor al hombre, lo que duda puesto que, respecto al objeto de descubrir la verdad, generalmente acierta más a menudo la mente de una mujer iletrada. Por lo que pretende que este libro que plantea sirva de vacuna contra los excesos de la lógica académica al incluir grandes dosis de lo que, más adelante, denominaría *sentido común crítico*.

Finalmente, en este breve pero concentrado manuscrito, presenta las diferentes escuelas de lógica que se podían encontrar en aquella época: la Lógica Formal, que se ocupa del silogismo y del álgebra según el *Syllabus* de De Morgan; la Teoría del Conocimiento, una doctrina mixta, principalmente psicológica, de la que la *Lógica* de Überweg es un ejemplo; la Lógica Transcendental, que sigue fundamentalmente a Hegel, de la que recomienda la *Lógica* de Everett; y la Metodología Científica, seguida por los autores ingleses, J. S. Mill y Jevons.

WMS444 es un manuscrito al que falta(n) la(s) última(s) página(s), y que fue titulado «Sobre las proposiciones»⁶⁵ por los editores de *Writings 4*. Puesto que la proposición es un signo destacado del razonamiento, cualquier puntualización de Peirce al respecto nos parece que añade contenido a su *teoría de los signos*, central para su lógica posterior. Aquí señala que consta de tres elementos: 1. Una indicación del universo con el que se relaciona; 2. Sus términos generales; y 3. La conexión de sus términos. Y añade que la proposición, el juicio y la creencia son lógicamente equivalentes, aunque diferentes en otros aspectos. Uno de los fundamentos de su filosofía, más tarde llamada por él ‘pragmaticismo’ para distinguirla de la variedad popularizada por su amigo William James con el nombre de pragmatismo.

Llega esta edición, ahora, a la publicación parcial del libro *Estudios en Lógica*⁶⁶, fruto de sus clases en la Johns Hopkins. Decimos parcial porque no aparecen, ni

⁶⁵ W4: 402-403.

⁶⁶ *Studies in Logic*, By members of the Johns Hopkins University, Boston: Little, Brown, and Company, 1883. Y, C. S. Peirce, University Press (Harvard): John Wilson and Son, Cambridge, 1883. Edición facsímil: Forgotten Books (www.forgottenbooks.org), 2012. En esta edición: W4: 406-466.

quiera en un apéndice, los escritos de sus más destacados alumnos que están incluidos en la edición original. Únicamente, pues, los escritos del propio Peirce, el «Prefacio», «Una teoría de la inferencia probable», una *Nota A* titulada «Sobre un universo de marcas limitado», y una *Nota B* titulada «La lógica de los relativos». Dos de estos escritos, que Peirce tenía en gran consideración, «La lógica de los relativos» y «Una teoría de la inferencia probable», los hemos incluido en el capítulo 10, sobre los términos relativos, y en el capítulo 11, sobre las probabilidades, del *Tratado de Lógica*, respectivamente.

Los textos de sus alumnos, que pertenecen al libro pero no están incluidos en esta edición de *Writings*, son comentarios y desarrollos de sus enseñanzas al respecto de ciertas cuestiones de la lógica. El primero, «La lógica de los epicúreos»⁶⁷, de Allan Marquand, es una reivindicación fundamentada del valor lógico de la inducción tal como lo sustentaban estos filósofos, especialmente en el *Tratado* de Filodemo, del que se habían encontrado algunos fragmentos⁶⁸, frente a la lógica de los estoicos. El segundo, «Un mecanismo para producir variaciones silogísticas»⁶⁹, también de Allan Marquand, desarrolla un ingenioso sistema, basado en la lógica de relativos de Peirce, para tratar las variaciones lógicas del silogismo por contraposición, o cambio en el orden de los términos. El tercero, «Sobre el álgebra de la lógica»⁷⁰, de su discípula Christine Ladd-Franklin, es una refinada aportación al desarrollo del tema tratado por Peirce, siguiendo a Boole, Jevons, Schroder y McColl, y que hemos visto con anterioridad⁷¹ en esta misma edición. El cuarto, «Sobre un nuevo álgebra de la lógica»⁷², de O. H. Mitchell, es una derivación del mismo tema, aplicando exhaustivamente la terminología de los relativos de Peirce. El quinto, «Operaciones con el número relativo con aplicaciones a la teoría de las probabilidades»⁷³, de B. I. Gilman, aplica las fórmulas de la adición y la multiplicación del número relativo para demostrar algunos teoremas fundamentales de la teoría de las probabilidades planteada por Peirce.

En el prefacio, Peirce presenta estos trabajos, y destaca, de los mismos, los aspectos de *la adición agregada, el nuevo signo para la existencia*, y «los nuevos signos que

⁶⁷ C. S. Peirce: *Studies in Logic*; University Press (Harvard): John Wilson and Son, Cambridge, 1883. Edición facsímil: Forgotten Books (www.forgottenbooks.org), 2012, pp. 1-11.

⁶⁸ En el denominado *Papiro de Herculano*.

⁶⁹ Ibid, pp. 12-16.

⁷⁰ Ibid, pp. 17-71.

⁷¹ WMS348 y P167.

⁷² Ibid, pp. 72-106.

⁷³ Ibid, pp. 107-125.

adaptan el álgebra de Boole a la expresión de los términos relativos»⁷⁴. Respecto a su ensayo sobre la inferencia probable dice «en él enuncio la que me parece la verdadera teoría del proceso inductivo y las máximas correctas para su realización»⁷⁵.

Como ya hemos indicado dos de sus ensayos, sobre los relativos y la inferencia probable, están incluidos en los capítulos respectivos de nuestra propuesta de *Tratado de Lógica*, y a ellos remitimos al lector. Añadiremos solo unos breves apuntes a la *Nota A*, «Sobre un universo de marcas limitado». En la misma hace un estudio comparativo entre el *discurso natural* y el *discurso lógico*. El discurso lógico contempla, según Boole y De Morgan, y a diferencia de la silogística, un universo limitado. Un universo ilimitado incluiría todo lo lógicamente posible, en un universo tal toda proposición universal, no tautológica, es falsa; y toda proposición particular, no absurda, es verdadera. Este no es el caso de nuestro discurso natural, en el que siempre pensamos en un universo limitado, sea lo físicamente posible o lo históricamente existente. Claro que el universo no lo es solo de objetos, sino, también, de caracteres, o marcas, y ambos están estrechamente relacionados de una manera indeterminada. La silogística dejaba abierta la puerta a la posibilidad de un universo ilimitado de caracteres, puesto que, en ella, la no-poseción de un carácter implicaba la posesión de su negación. Peirce plantea aquí que una proposición concerniente a las relaciones de dos grupos de marcas no es necesariamente equivalente a ninguna proposición concerniente a clases de cosas; por lo que la distinción entre proposiciones extensivas e intensivas es una distinción real. Esta cuestión está ampliamente desarrollada en el capítulo 8 del *Tratado de Lógica*, sobre la amplitud y la profundidad lógicas. Añade que, bajo este punto de vista, existen, también, proposiciones cuyo sujeto es una clase de cosas, mientras que su predicado es un grupo de marcas. Procede a presentar, a continuación, las seis especies de proposiciones de este tipo, que muestran la *posesión* de un carácter, y las seis especies, que muestran la *falta* del mismo, en términos muy parecidos a los que hemos visto con anterioridad en la presentación⁷⁶ sobre el trabajo de B. I. Gilman, es decir, que unas se siguen de otras por inferencia inmediata. Para Peirce «una proposición particular nunca es inmediatamente inferible a partir de una universal»⁷⁷. A esto añade, igualmente, la

⁷⁴ W4: 407.

⁷⁵ W4: 408-450. En su «Solicitud a la Institución Carnegie» (1902), un texto que perfila las líneas de su lógica posterior, Peirce somete un aspecto de este trabajo a una rigurosa crítica (Véase la nota editorial 419.2, p. 588 de *Writings 4*); lo que hemos incluido en el comentario al capítulo 11.

⁷⁶ W4: 345-348.

⁷⁷ W4: 452.

concepción del *orden* de las proposiciones. Y cita el referido trabajo de Gilman⁷⁸ en una nota a pie de página, puesto que trataría de las proposiciones (conclusiones) espúreas de aquellos silogismos en que el término medio está afectado por *algún* en las dos premisas. Peirce considera que el número de tales formas en cualquier orden es, probablemente, finito.

Tras la *Nota B*, «La lógica de los relativos», con la que concluye lo publicado de *Studies in Logic* en esta edición, encontramos una comunicación de Peirce en la *Circular* de la Universidad Johns Hopkins de Abril de 1883. En un *Erratum*⁷⁹ Peirce se defiende de la acusación, lanzada por el eminente profesor de matemáticas de la Johns Hopkins, el inglés James J. Sylvester, de que había incluido una cita a su propio trabajo sobre la lógica de los relativos en una corrección de pruebas de un trabajo de Sylvester⁸⁰. Este espinoso asunto pudo ser, en nuestra opinión, el motivo principal de que no se le renovará el contrato para seguir impartiendo clases de lógica en esta Universidad; puesto que las razones del comité de este caso nunca fueron desveladas. Parece ser que el profesor Sylvester había llegado, en aquel texto, al mismo lugar que Peirce respecto a una cuestión de la lógica de relativos, los cuaternios o las cuaternidades; lo que para Peirce sería una cualidad de la verdad científica, siempre que esto no fuera por un plagio. Peirce, en su defensa, cita otra *Circular*⁸¹ anterior de la misma universidad, en la que el profesor Sylvester reconocía conocer la lógica de los relativos de Peirce; aunque en su contrarréplica, este aduce que no tenía ningún conocimiento de la misma puesto que *no había sido publicada*. Lo más curioso es que, ese mismo año de 1883, el profesor Sylvester renuncia a su posición en la Johns Hopkins y retorna a Inglaterra.

Tras un manuscrito de esta época con los cálculos para la construcción de un péndulo reversible, llegamos a un extenso manuscrito, titulado por los editores de *Writings 4*, «Sílabo para 60 clases de lógica»⁸². En este interesantísimo documento, Peirce esboza el contenido de los cursos de Lógica que impartió durante cinco años en la Universidad Johns Hopkins. Nos limitamos a presentar aquí el índice, puesto que el texto completo y su posible desarrollo nos llevaría a la edición de un manual de lógica que, en muchos

⁷⁸ *On propositions and the syllogism*, véase, nuevamente, el trabajo de B. I. Gilman en la *Circular* de la Universidad Johns Hopkins, agosto 1882.

⁷⁹ *Erratum*, Johns Hopkins University Circulars, Febrero 1883.

⁸⁰ *Word on Nonions*, Johns Hopkins University Circulars, No 17, p. 242, Agosto 1882.

⁸¹ Johns Hopkins University Circular n° 15, mayo 1882, p. 203.

⁸² WMS459; *W4*: 476-492.

aspectos coincide, como puede observarse, con el proyecto de libro de lógica de 1872-73 objeto de esta tesis, y que refuerza una de nuestras principales hipótesis al respecto: que el contenido de los cursos en la Johns Hopkins, 1879-83, reflejaría, en gran medida, el contenido del libro de lógica proyectado en 1872-73. He aquí el índice:

Tema I: Definición de la lógica; Tema II: Bases fisiológicas y psicológicas de la lógica; Tema III: Los cuatro métodos de fijar la creencia; la naturaleza de la realidad; Tema IV: La realidad; Tema V: el flujo del tiempo y la inferencia; Tema VI: La silogística o el álgebra de la cópula; Tema VII: Introducción al álgebra de Boole; Tema VIII: Solución de problemas en la lógica deductiva no-relativa y sus tres procesos; Tema IX: Aplicación del álgebra de Boole a la inversión del orden de la integración y del sumatorio; Tema X: Introducción a la lógica de relativos; Tema XI: La lógica de relativos; Tema XII: Fórmulas generales de la lógica de relativos; Tema XIII: Extensión e intensión lógicas; Tema XIV: Método general con la lógica de relativos; Tema XV: La lógica de la aritmética; Tema XVI: La lógica del cálculo diferencial; Tema XVII: La continuidad continuada; Tema XVIII: Las, así denominadas, cantidades absurdas; Tema XIX: Enumeración y examen lógico de los métodos de la geometría; la naturaleza de los axiomas geométricos; Tema XX: La lógica de la mecánica; Tema XXI: La lógica tradicional; los predicables; las categorías; Tema XXII: La silogística tradicional, Petrus Hispanus, y su crítica a la luz de la lógica de los relativos; Tema XXIII: Comentario a *La analítica segunda*; Tema XXIV: *Los Tópicos* de Aristóteles; *El Ars Magna* de Raimundo Lulio; futuro de esto; Tema XXV: Las falacias; Tema XXVI: La *Parva Logicalia*; las formalidades de Escoto; Tema XXVII: Introducción a la teoría de las probabilidades; Tema XXVIII: Los números relativos; Tema XXIX: Problemas elementales de probabilidades; Tema XXX: La ley de los números altos; Tema XXXI: La ley del error; Tema XXXII: Ejemplos de mínimos cuadrados; Temas XXXIII a XXXVI: Ecuaciones de las diferencias finitas; Temas XXXVII a XLVI: La teoría de la inducción, según su *Una teoría de la inferencia probable*; Tema XLVII: La inducción pura ilustrada por las teorías de la química; la ley de Mendelejeff; Tema XLVIII: El razonamiento hipotético ilustrado con los intentos por descubrir la identidad de Junio⁸³; Tema XLIX: El elemento *a priori* de la ciencia ilustrado con el diálogo de Galileo; Temas L a LV: La historia de la astronomía; Temas LVI a LVIII: La teoría cinética de los gases; especulaciones sobre la constitución de la materia; Tema LIX: Principios Lógicos de la economía política; Tema LX: La ciencia antropomórfica; el juicio humano; Fisiognomía; Arte; Teología natural; Parcialidad de la ciencia física.

Es de destacar que dedique 10 clases a la teoría de la inducción según su trabajo, antes mencionado, «Una teoría de la inferencia probable», que hemos incluido señaladamente en el *Tratado de Lógica*.

⁸³ Probablemente, el mismo autor romano que firmaba, también, como Lucio o como Bruto.

En el siguiente manuscrito de esta edición, titulado por los editores «Clase sobre las proposiciones»⁸⁴, recomienda la lectura de una nota de su alumna, la señora Christine Ladd-Franklin, sobre la constitución del universo (del discurso, se entiende), publicada en la página 61 de *Studies in Logic*; que resume en términos que ya hemos visto con anterioridad, que toda proposición debe ser o bien verdadera, o bien falsa – este es el principio del tercero excluido que se representa por la cuadrática fundamental del álgebra lógico: $(x - f)(v - x) = 0$. Sin embargo, matiza, a continuación, que podemos reconocer que, aunque una proposición sea falsa, puede tener un cierto valor si no es *muy* falsa. Y afirma, además, que ninguna proposición real es exactamente verdadera – por lo que la cuestión es *cuán* falsa sea una proposición. Enumera las seis formas de la opinión desde la opinión vacía, de que cualquier cosa es posible, a la absurda, simbolizada por el 0, de que todo es falso. Y añade 14 formas de opinión más, incluyendo los marcadores ‘todo’, ‘algún’ y ‘cualquier’, en contextos de existencia, negación e implicación.

En el siguiente manuscrito, titulado por los editores «Conferencia sobre los tipos de proposiciones»⁸⁵, desarrolla, aplicando la lógica de relativos, las 14 proposiciones planteadas en el manuscrito anterior aunque, desafortunadamente, falta(n) la(s) última(s) página(s).

A continuación, en el manuscrito titulado por los editores «De una conferencia sobre la lógica de relativos»⁸⁶, del que falta(n) la(s) primera(s) página(s), plantea las formas relativas del tercer, cuarto y quinto silogismos y sus variantes.

En el siguiente manuscrito, titulado por los editores «Conferencia introductoria sobre lógica»⁸⁷, reitera algunos conceptos básicos sobre esta ciencia con los que ya estamos familiarizados y que aparecen señaladamente en nuestra propuesta de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*. Empezando por el encuadre tradicional de la lógica, las variedades del silogismo y las *suppositiones*, tal como se presentan en la *Summulae Logicales* de Petrus Hispanus, en cuyo planteamiento creía implícitamente Duns Escoto, y que Peirce considera ya obsoleto. Llega, pues, a la lógica formal, cuya expresión más pura es la moderna lógica algebraica de Boole y De Morgan. Peirce considera que el

⁸⁴ W4: 490-491.

⁸⁵ WMS463; W4: 493-500.

⁸⁶ WMS464; W4: 501-506.

⁸⁷ WMS491; W4: 507-510.

mayor valor de esta es ser más *instructiva* que *útil*; dado que, al mostrarnos a partir de qué se construye el razonamiento, tiene un valor más teórico que práctico.

Sin embargo, retomando la definición de lógica, o dialéctica, de Pedro Hispano, donde la lógica es tanto arte, en el sentido práctico, como ciencia, en el sentido teórico, y, además, principio metodológico; Peirce afirma que el hecho de que la lógica sea un arte o una ciencia de los métodos de investigación es un asunto práctico, y que es desde esta posición que él enseña la lógica. A continuación le da la vuelta a lo que dicen los que asumen que la lógica es un tipo de álgebra, afirmando que *todo álgebra es un tipo de lógica formal*, con lo que aclara rotundamente su discutida posición respecto a la relación entre las matemáticas y la lógica. Añade que cuando nos paramos a considerar la inmensa influencia que la lógica formal ha tenido en el desarrollo de las modernas concepciones matemáticas y físicas, y, por medio de ellas, en todo apartado del pensamiento y del sentimiento, podemos afirmar que esta lógica es el tipo de lógica que ha ejercido la más importante influencia sobre la civilización.

Continúa diciendo que, aunque no tiene a los lógicos alemanes contemporáneos suyos en gran estima, la descripción que hacen estos de la lógica a la que denominan la ciencia de *las leyes normativas del pensamiento*, o de las máximas esenciales de todo pensamiento, y que, distinguen, así, de la metodología, le parece acertada. Añade que el matemático busca métodos para solucionar problemas difíciles, mientras que el lógico se ocupa de analizar los razonamientos para ver cuáles son precisamente sus elementos esenciales. Por lo que concluye este manuscrito afirmando que «la lógica no es el *arte del método* sino la ciencia que analiza el método»⁸⁸.

Tras algunos textos publicados sobre una nueva regla de división en la aritmética, la flexión de los soportes del péndulo, la deducción de la elipse de traslación de la Tierra a partir de los experimentos con péndulos, un método para observar la coincidencia de vibración de dos péndulos. Antes de concluir esta edición del volumen 4 de *Writings of Charles S. Peirce* con un breve texto sobre la enseñanza de las matemáticas, nos encontramos con un manuscrito titulado, por los editores, «Diseño y azar»⁸⁹, en el que Peirce desarrolla un concepto que, más adelante, tendrá una gran importancia en su sistema filosófico, particularmente el azar, o *Tyché*, que junto a la continuidad, o *Synechismos*, y el ágape, o amor incondicional, lo fundamentan. Ya hemos visto al

⁸⁸ W4: 510.

⁸⁹ WMS494; W4: 544-554.

respecto el texto de la serie *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*, titulado «La doctrina de las probabilidades» (o, también, azares en inglés) donde apuntaba al desarrollo, dentro de una metafísica científica, de este concepto.

Comienza «Diseño y azar» señalando la importancia de la obra de Darwin para la historia intelectual de la humanidad, sin embargo, puntualiza que el gran logro de su época, le parece a él, es «la tendencia a cuestionar la verdad exacta de los axiomas»⁹⁰. Esta actitud la compara con la de una búsqueda en la que, dice, «cuando he agotado los lugares probables, empiezo a observar los improbables»⁹¹. Se propone, a continuación, cuestionar la perfecta exactitud del que considera el axioma fundamental de la lógica, que *las cosas reales existen*, o que toda cuestión inteligible es susceptible de recibir una respuesta satisfactoria y definitiva si, por medio de la observación y el razonamiento, se investiga lo suficiente. Esto es su concepción de la realidad y, en definitiva, de la verdad. Añade que otros lo han postulado de otras formas, J. S. Mill, por ejemplo, cuando afirma que *la Naturaleza es uniforme*. Pasa a analizar uno de los enunciados de este axioma, aunque no sea científicamente exacto, aquel que afirma *que todo suceso tiene una causa*. Y encuentra, aquí, que el azar, en el sentido aristotélico, como la mera ausencia de causa, tiene algún lugar en el universo. En otra forma del mismo, *que todo hecho tiene una explicación, una razón*, también encuentra lugar para la indeterminación. Reclama, pues, una explicación más exacta para todas las leyes de la física y de la mecánica e, incluso, se pregunta cómo se explica el hecho general de que haya leyes. Considera que la idea de la evolución gobierna cada vez más a la ciencia e influye poderosamente sobre todo sistema de filosofía, desde Kant, sea este idealista o materialista. Afirma que la evolución es el postulado de la lógica, puesto que la *explicación*, de lo que la anterior teoría es un ejemplo eminente, es la adopción de una suposición más simple para dar cuenta de un estado de cosas complejo. Sin embargo, prosigue cuestionándolo. Considera que todas las teorías de la evolución que ha visto son más o menos especiales, y plantea la necesidad de una teoría de la evolución también para la ciencia física. Sostiene que el anterior postulado que afirma que *las cosas serán explicables* debe extenderse no solo a los estados de cosas sino a las *leyes*. E, incluso, afirma que este mismo postulado debe ponerse en cuestión. Propone, para la explicación de las leyes de la naturaleza, el planteamiento de hipótesis de un cierto tipo general. Desafortunadamente, falta, en este punto crucial de su razonamiento, una

⁹⁰ W4: 544.

⁹¹ W4: 545.

página del manuscrito puesto que no enlaza bien con la continuación del texto en esta edición. Más adelante llegó a vincular la teoría de la evolución con su teoría acerca de la formación de los hábitos-creencias siendo, igualmente, los más *adaptativos* entre estos los que prevalecerían.

Prosigue, pues, el texto señalando que ninguna explicación de los evolucionistas, sean estos darwinianos o spencerianos, menciona el *azar*. Y a Peirce le parece que el azar es aquel agente esencial del que depende todo el proceso. Introduce, aquí, su teoría de las probabilidades, a la hora de plantear las hipótesis científicas explicativas. Y muestra que la hipótesis del azar absoluto es parte de la hipótesis de que todo es explicable, ahora bien, no absolutamente ni libre de alguna pequeña inexactitud o excepción esporádica, sino explicable en un sentido general. Postula, a continuación, que todo lo que puede ocurrir por azar, en algún u otro momento ocurrirá por azar. La teoría de las probabilidades nos muestra que el azar lo cambia todo. Ahora bien, cada vez que se acierta, existe una probabilidad mayor de acertar en intentos subsiguientes. Todo esto encuentra su mejor expresión, de nuevo, en «Una teoría de la inferencia probable», que presentamos en el capítulo 11 del *Tratado de Lógica*, dedicado a las probabilidades.

El texto finaliza, aunque lo acabe completando una nota fragmentaria sobre *diseño e inteligencia*, con la afirmación de que el azar es indeterminación, libertad, pero que, sin embargo, la acción de la libertad resulta en el más estricto dominio de la ley. Avanzando conceptos que encontrarán su más elaborada expresión en el tercer pilar de su sistema filosófico, donde denominaba a su doctrina del azar *Tiquismo*, de *Tyché*, la diosa griega del destino y de la fortuna. Esta vinculación entre destino y azar era muy valorada por Peirce; como podemos ver, también, en su concepto de la verdad como aquello a lo que está *destinado* el fin de la investigación científica, o la convergencia de las opiniones de la comunidad científica respecto a cualquier cuestión cuando la investigación sea llevada lo suficientemente lejos. Por ello nos hemos centrado en esta tesis en la lógica que, según Peirce en 1872, «es la doctrina de la verdad, de su naturaleza y de la manera en que se descubre»⁹², o de cómo se llega a ella; y porque, además, su sistema filosófico, más adelante denominado por él mismo ‘Pragmaticismo’, está estructurado por esta concepción de la lógica, que fundamentaría una *metafísica científica*, y que ya nos presentaba detalladamente en esta época temprana de su pensamiento.

⁹² WMS179; W3: 14. Primera línea del capítulo 1 de nuestra propuesta de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Peirce.

COMENTARIOS

4. COMENTARIOS

4.1 Preámbulo

«Sin embargo, debo deciros que todo lo que podéis encontrar impreso de mi obra en lógica son simplemente recolecciones diseminadas, aquí y allá, de un manantial abundante que queda aún por publicar. La mayor parte supongo que está escrito, pero ningún ser humano podría reunir los fragmentos jamás. Ni yo mismo podría. Todo lo que podría hacer sería una presentación completamente nueva, y esto solo podría hacerlo en cinco o seis años de trabajo duro dedicado exclusivamente a ello.»¹

Estas dramáticas palabras de 1903, hasta «Ni yo mismo podría», fueron incluidas por los editores en la introducción del volumen II de los *Collected Papers*; dando a entender que este era un juicio de Peirce sobre su propia obra. El Profesor Murray Murphey² sustenta la opinión, que compartimos, de que, más bien, si leemos el párrafo completo, lo que esto parece es una de las varias apelaciones que Peirce hacía regularmente, en esa época, intentando conseguir financiación para poder dedicarse, exclusiva e intensivamente, a la revisión y reorganización de su obra lógica. Desafortunadamente, ninguna de estas solicitudes llegó a alcanzar el éxito, señaladamente la que hizo a la *Institución Carnegie*³; lo que ha motivado que no podamos habérnoslas con una obra acabada sobre lógica editada por el propio autor en vida.

No es nuestra intención afrontar el desafío que plantean estas palabras de Peirce, y enfrentarnos a esa titánica labor. Sin embargo, como el propio autor señala, prácticamente todo lo que tenía que decir al respecto está escrito. Por lo que nos hemos propuesto afrontar el reto por partes y, antes de atrevernos a articular los escritos de su última época, hemos comenzado por la primera en que su pensamiento es meridianamente claro acerca de su concepción de la lógica, y cuando proyecta este sustancial libro sobre la misma. Al respecto decía en una carta, del 20 de abril de 1872, dirigida a su madre: «En las noches despejadas observo con el fotómetro, en las noches

¹ Borrador de la segunda de las conferencias del Instituto Lowell de 1903. *Lecture IIa*, p.11 IBI, caja 2.

² Murphey, Murray G. *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 1961. Véase la cita completa en la Nota 1 de la primera página de la introducción de ese libro (p. I).

³ <http://www.iupui.edu/~arisbe/menu/library/bycsp/L75/l75.htm>; consultada el 13 de noviembre de 2014. Existe una versión en español: *La lógica considerada como semiótica. El índice del pensamiento peirceano*. Sara Barrena (introducción, traducción y notas). Madrid: Biblioteca Nueva. D.L. 2007.

cubiertas escribo mi libro de lógica que el mundo lleva tanto tiempo esperando»⁴. De todas formas, pensamos que este proyecto de libro sobre lógica de la década de 1870 no llegó a completarlo Peirce, en su momento, debido a las exigentes demandas de su trabajo para la Inspección de Costas y Geodésica de los Estados Unidos, que incluyeron cuatro viajes a Europa para realizar experimentos gravitacionales con péndulos, más que por la falta de financiación para ello como sería el caso con los proyectos posteriores.

El libro proyectado en 1873, según nuestras investigaciones incluiría algunos textos tan cimeros como «La nueva lista de categorías» (1867), «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» (1868), «La lógica de los relativos» (1870), los borradores de 1872-73 de «La fijación de la creencia» (1877) y de «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878), y «Una teoría de la inferencia probable» (1882), este último fruto de sus cursos de lógica en la Universidad Johns Hopkins que, pensamos, culminan esta época de sus reflexiones sobre la ciencia de la lógica. Es un período amplio, sin embargo, los textos presentan una unidad y una coherencia, entre ellos, digna de destacar y que responden a las indicaciones inter e intratextuales del propio autor.

⁴ En estos años Peirce trabajaba, además de para la Inspección de Costas y Geodésica de los EEUU, para el Observatorio Astronómico de la Universidad de Harvard, donde realizaba observaciones fotométricas.

4.2 Capítulo 1. El establecimiento de la opinión

Como puede observarse en el mismo, finalmente hemos optado, para el cuerpo del texto de este primer capítulo, por articular los manuscritos correspondientes de 1872-73 con el texto cronológicamente último, y más perfeccionado sobre el tema, tal como aparece en «La fijación de la creencia»¹, publicado en 1877, puesto que completa y sigue con mucha fidelidad a los manuscritos que Peirce escribió en aquellos años cuando estaba contemplando hacer este libro sobre Lógica, que aquí nos hemos propuesto componer de acuerdo con las indicaciones que aparecen en los textos del propio autor, tal como explicamos en la introducción a esta tesis. Hemos concluido este capítulo con un epígrafe, de la época de gestación del libro, que sirve de introducción a los capítulos inmediatamente posteriores sobre sus concepciones de la realidad y el tiempo respecto al razonamiento.

No obstante, siguiendo las indicaciones del Profesor Joseph Ransdell, primero hemos incluido, en el prólogo a este libro, parte de un texto² de 1869-70, que ya apuntaba hacia este proyecto, si bien podría pertenecer a otra versión algo diferente que, entonces, estaba contemplando realizar, con el título alternativo de «Lecciones de Lógica práctica»³, y que no presenta continuidad. Aquel primer proyecto de libro, comenzado en aquel manuscrito, con el título de *Un tratado práctico de lógica y metodología*, y que contiene un esbozo de capítulo introductorio al tema, otro capítulo dedicado a «Las reglas de la investigación», y otro dedicado a la fijación de la opinión; pasa, luego, a titularse, en el mismo MS, «Lógica Práctica» con, de nuevo, otro capítulo introductorio y, luego, un capítulo 2, reescrito dos veces, dedicado a una primera versión de los que denomina *Axiomas de la investigación*.

En WMS166, pasa a denominar a estos axiomas, en una versión más aquilatada, «Máximas de la investigación». Al tener el mismo título, pero ahora como capítulo 17, y último, del segundo índice tentativo del libro proyectado en 1873, según el índice de WMS220, lo hemos incluido en el capítulo 12, y último, del libro de Peirce que hemos compuesto.

¹ De la minuciosa lectura de esos manuscritos resulta evidente, que «La fijación de la creencia», publicada en 1877, fue gestada, prácticamente en su totalidad, entre 1872 y 1873 dentro del proyecto de libro de lógica de esa época.

² WMS165. Incluido completo en el apéndice que contiene los manuscritos vinculados anteriores a 1870 publicados en *W2*.

³ WMS164. Incluido en el apéndice que contiene los manuscritos vinculados anteriores a 1870 publicados en *W2*.

En el prólogo hemos incluido, junto con la definición general de la lógica de Petrus Hispanus a la que Peirce se adscribe, los aspectos de WMS165 que pueden relacionarse con el capítulo 1, «El establecimiento de la opinión», de este proyecto de libro, puesto que son ciertamente germinales de algunos contenidos del mismo. Este manuscrito completo se encuentra en el apéndice dedicado a los manuscritos anteriores a 1870 del proyecto de libro, de acuerdo con la división del profesor Joseph Ransdell.

Ante todo, debemos reconocer, como, de alguna forma, hacía ya el propio Peirce en este MS, que habría más que los cuatro métodos para fijar la opinión por los que finalmente opta. En el mismo aparecen de forma embrionaria, y no explícita, los tres primeros métodos. Habla, únicamente, de un primer método al que denomina *Divino, espiritual o celestial* y que apunta, sintéticamente, a tres de los métodos posteriores cuando dice: «El primero, el más simple, y el más habitual es el de adherirse pertinazmente a alguna opinión y esforzarse para unir a todos los hombres en torno a ella⁴», donde aparecen concentrados los métodos de la obstinación, del despotismo y del cultivo de la opinión pública; a lo que añade, más adelante, lo que podría ser un apunte, más específico, acerca del ulterior primer método, denominado el de la *obstinación*, en el que incluye, además, un irónico alegato contra los detractores del empirismo:

Un hombre debe tener cuidado con lo que lee y debe aprender a considerar sagrada su creencia, indignarse ante cualquier cuestionamiento de ella y, especialmente, a considerar a los sentidos como el medio principal por el que Satanás gana acceso al alma⁵.

Curiosamente, el segundo método, el del *despotismo*, o imposición de creencias por la fuerza, no aparece aquí explícitamente salvo por la mención «esta católica confesión⁶». Sin embargo, encontramos, en este proceso de gestación, aspectos que pertenecerían a lo que sería, luego, el tercer método, en su primera versión, como el *cultivo de la opinión pública* cuando dice: «se dediquen a propagarla [una opinión fija], trabajándose las pasiones de la humanidad, y ganándose una ascendencia sobre ellos al mantenerlos en la ignorancia⁷»; y, más adelante: «un cuerpo considerable de hombres tales, dedicando todas sus energías a la propagación de sus doctrinas, pueden producir un gran efecto bajo condiciones favorables⁸».

⁴ W2: 355.

⁵ W2: 355.

⁶ W2: 355.

⁷ W2: 355. Aclaración del traductor entre corchetes.

⁸ W2: 355.

Y, también, encontramos otros aspectos que pertenecerían al que, finalmente, consideró tercer método: el del *a priori*; cuando dice: «que viven en un mundo que ellos llamarán *espiritual* y otros llamarán *imaginario*, en referencia al cual sus opiniones ciertamente serán perfectamente verdaderas⁹».

Por otro lado, la máxima que encontramos hacia el final del texto, que contrapone a los métodos de la obstinación y del despotismo: «las cosas no son precisamente como elegimos pensarlas¹⁰»; apunta, también, a su concepto fundamental de realidad, base del método de la investigación científica, que, más adelante, llegará a desarrollar muy extensamente¹¹.

WMS165 es un texto germinal sobre las máximas del razonamiento, entre las que incluye otra que dice, en esta primera versión: «ningún hombre sensato estará libre de dudas en la medida que personas tan competentes para juzgar como él mismo difieran de él¹²»; que parece apuntar hacia aquel otro método de la *autoridad*, que nunca llegará a mencionar explícitamente, aunque a menudo se haya recurrido a él académicamente: la competencia y prestigio de la persona del autor. Sin embargo, el anterior es un claro ejemplo del que podemos denominar *argumento cosmopolita*, o razonable, de Peirce, que se basa en la disposición a estar siempre abierto a modificar las propias opiniones de acuerdo con las opiniones competentes de los otros. Por otro lado, una primera versión de otra de las máximas dice: «El único objeto legítimo del razonamiento, por lo tanto, es certificar en qué decisión se estaría de acuerdo si la cuestión fuera lo suficientemente tratada¹³»; que apunta, de nuevo, hacia el método de la investigación científica y su acuerdo en *la opinión final*.

Por ello, hemos preferido denominar al segundo método el del *despotismo* para que, en ningún caso, se confunda con el de la *autoridad* de la persona. Igual que al primero, preferimos denominarlo el de la *obstinación*, mejor que el de la *tenacidad*, para privarle de la connotación ligeramente positiva que pueda tener esta última denominación.

No vamos a extendernos sobre las diferencias entre la duda y la creencia para lo que Peirce es lo suficientemente explícito y claro, y al cuerpo del capítulo les remitimos; aunque en WMS165, de nuevo, apunta certeramente hacia este aspecto cuando en el

⁹ W2: 355.

¹⁰ W2: 356.

¹¹ Véase el Capítulo 2, «La realidad».

¹² W2: 355.

¹³ W2: 354.

esbozo de la primera máxima dice: «Donde no hay ninguna duda real ni desacuerdo no hay ninguna cuestión y no puede haber investigación real¹⁴», que bien podría ser su primera formulación acerca del origen de la investigación: cuando se plantea una duda real y solo entonces.

Sin embargo, lo que resulta interesantísimo es la gestación intelectual del tercer método y, para ello, son muy esclarecedores los siguientes MS incluidos en el apéndice. En WMS179 dice al respecto:

Una modificación de este [el del despotismo] es el método número tres, cultivar una opinión pública con la oratoria y la predicación, alentando ciertos sentimientos y pasiones en las mentes de los jóvenes. Este método es el que generalmente tiene más éxito en nuestros días¹⁵.

Este método, el cultivo de la opinión pública, que considera una modificación del segundo método, el del *despotismo*, de acuerdo con lo apuntado en la síntesis que había hecho en WMS165 y que, más tarde, descartará por otro método algo diferente al que denomina *el desarrollo de la opinión pública*, que devendría finalmente el del *a priori*, es, como señala, «el que generalmente tiene más éxito en nuestros días¹⁶».

Esta transformación aparece en WMS180 cuando define el tercer método como el desarrollo de la opinión pública, en estos términos:

El método de la opinión pública tiende a desarrollar un particular cuerpo de doctrina en cada comunidad. Alguna creencia más ampliamente extendida y profundamente enraizada desplazará gradualmente a las opiniones opositoras, viéndose de alguna manera modificada por estas en la contienda. Pero diferentes comunidades, alejadas de la influencia mutua, desarrollarán cuerpos de doctrina muy diferentes, y en la misma comunidad habrá una tendencia constante a variar que puede, en cualquier momento, arrastrar a todo el público. Lo que sabemos del crecimiento, en general, muestra que esto tendrá lugar; y la historia nos lo confirma. La temprana historia de las ciencias, antes de que empezaran a ser realmente investigadas, especialmente de la psicología, de la metafísica, etc., ilustra, al igual que todo, el efecto puro de este método de fijar las opiniones. Las numerosas especies de doctrinas bien definidas que han existido sobre tales temas y su progresiva sucesión histórica dan a la ciencia de la historia de la filosofía un parecido considerable con el de la paleontología¹⁷.

Peirce argumenta que la debilidad de este método reside en que no puede producir un establecimiento de opinión fija puesto que, por un lado, diferentes comunidades

¹⁴ W2: 354.

¹⁵ W3: 15. Aclaración del traductor entre corchetes.

¹⁶ W3: 15.

¹⁷ W3: 17.

sustentarán creencias diferentes y, por otro, dentro de una misma comunidad habrá cambios en las creencias con el paso del tiempo. También está señalando aquí hacia el que sería el tercer método definitivo, el del *a priori*, cuando las comunidades a las que se refiere bien pudieran ser las de ciertas escuelas filosóficas y sus planteamientos metafísicos.

En WMS181 encontramos una versión esquemática del método anterior, lo que nos hace pensar que este manuscrito es anterior cronológicamente a WMS180, hipótesis de trabajo a la que ya apuntábamos en el apartado de la introducción que justifica la articulación de los capítulos de este proyecto de libro de Peirce. Este manuscrito, además, es el que presenta el índice tentativo de los primeros cinco capítulos de su proyecto de libro de lógica de esta época. He aquí la cita:

La causa del fracaso del método de persecución [o del despotismo] sugiere un tercer medio de establecer las opiniones. Esto ocurre por el desarrollo natural de la opinión. En otras palabras, no intenta curar la enfermedad del error, sino que sigue un tratamiento esperado. Hay un curso natural en el crecimiento de las opiniones. Siendo la historia de la filosofía el gran ejemplo. Pon la moralidad en cuestión y verás una determinación a no cuestionarla ni discutirla que muestra la fuerza de este método. La creencia tradicional permanece incólume hasta que una comunidad entra en contacto con otra. Entonces se ve que el resultado es bastante accidental y dependiente de las circunstancias que lo envuelven, y las condiciones iniciales y la creencia se desestabilizan totalmente¹⁸.

Donde, otra vez, apela, a las diferentes creencias de diferentes comunidades que imposibilitan una fijación estable de la creencia. Esta forma de argumentación, a la que hemos denominado *cosmopolita* o *razonable*, es una extensión a las diferentes comunidades del planteamiento que aparece en una de las máximas de WMS165 que mencionábamos con anterioridad: «Ningún hombre sensato estará exento de duda en la medida que personas tan competentes para juzgar como él mismo difieran de él¹⁹». Este paso fundamental de atender a las razones del otro, y de los otros, está en la base del planteamiento estético-ético-lógico de Peirce que desarrollará ampliamente en su Lógica posterior. Por otro lado, el concepto del desarrollo natural de la opinión está apuntando, de nuevo, hacia el que sería definitivamente el tercer método, el del *a priori*, si entendemos esta opinión como la que sustentan distintas escuelas filosóficas en momentos diferentes.

¹⁸ W3: 17. Aclaración del traductor entre corchetes.

¹⁹ W2: 355.

Finalmente, Peirce adoptó el *a priori* como tercer método. Este muestra, también, una evolución en su formulación. Primero, en WMS189 reconstruido en «La fijación de la creencia» e incluido en el cuerpo de este primer capítulo:

Hay que adoptar un método nuevo y diferente de establecer opiniones, que no solo produzca un impulso a creer, sino que decida también cuál es la proposición a creer. Liberemos pues de impedimentos la acción de las preferencias naturales, y que los hombres, bajo la influencia de estas, conversando unos con otros y considerando las cuestiones bajo perspectivas diferentes, desarrollen gradualmente creencias en armonía con las causas naturales. Este método se parece a aquel mediante el cual han madurado las concepciones artísticas. El ejemplo más perfecto del mismo se encuentra en la historia de la filosofía metafísica. Usualmente los sistemas de este tipo no se han basado en hechos observados, al menos no a un cierto nivel relevante. Básicamente se han adoptado porque sus proposiciones fundamentales parecían *agradables a la razón*. Es esta una expresión adecuada; no significa aquello que concuerda con la experiencia, sino aquello que nos encontramos inclinados a creer²⁰.

Donde nos da a entender que la debilidad de este método reside en su falta de apelación a la experiencia. Sin embargo, algo más adelante, nos muestra cómo otro filósofo puede encontrar más agradable a su razón otra teoría para explicar el mismo hecho. Por lo que en el rechazo de la divergencia de opiniones, al igual que antes ocurría con el método de la opinión pública, reside su principal debilidad. Y añade:

Desde el punto de vista de la razón este método es mucho más intelectual y respetable que cualquiera de los otros dos a los que nos hemos referido. Ciertamente, en la medida en que no pueda aplicarse ningún método mejor debe seguirse este, pues es entonces la expresión del instinto la que tiene que ser en todos los casos la causa última de la creencia. Pero su fracaso ha sido de lo más patente. Hace de la indagación algo similar al desarrollo del gusto; pero el gusto, por desgracia, es siempre más o menos una cuestión de moda, por lo que los metafísicos no han llegado nunca a un acuerdo fijo, sino que, desde los primeros tiempos hasta los últimos, el péndulo ha estado oscilando hacia adelante y hacia atrás, entre una filosofía más material y otra más espiritual. Y así, a partir de este método, que se ha llamado el método *a priori*, llegamos, en frase de lord Bacon, a la verdadera inducción. Hemos inspeccionado este método *a priori* como algo que prometía liberar nuestras opiniones de su elemento accidental y caprichoso. Pero su desarrollo, si bien es un proceso que elimina el efecto de algunas circunstancias casuales, no hace más que magnificar a la vez el de otras. Este método, por lo tanto, no difiere de modo muy esencial del de autoridad²¹.

Por lo que la cuestión de la variedad de los gustos apunta, de igual manera, a la crítica basada en la divergencia de opiniones y a la imposibilidad de llegar a una

²⁰ W3: 252.

²¹ W3: 253.

opinión estable. Aunque extiende su crítica, de alguna manera, también a algunas aplicaciones de los métodos de la inducción. Y, por supuesto, al elemento circunstancial. Concluyendo que, en definitiva, este no es más que un disfraz que adopta el método del despotismo. Más adelante, en este MS, puntualiza:

Lo mismo pasa con el método del *a priori*. Si me esfuerzo por exponer mis susceptibilidades de creencia perfectamente abiertas a las influencias que actúan sobre ellas, no puedo sobre esos principios equivocarme²².

Su esencia misma es la de pensar tal y como uno está inclinado a pensar. Todos los metafísicos están seguros de hacer esto, con independencia de que puedan estar inclinados a juzgarse unos a otros como obstinadamente errados. El sistema hegeliano reconoce como lógica toda tendencia natural del pensamiento, aun cuando vaya a estar ciertamente neutralizada por tendencias contrarias. Hegel piensa que hay una regularidad en la sucesión de estas tendencias a consecuencia de la cual la opinión, después de ir a la deriva en un sentido u otro durante un largo período de tiempo, terminará por proceder rectamente. Y es verdad que los metafísicos terminan por alcanzar las ideas rectas; el sistema de la naturaleza, de Hegel, representa de forma aceptable la ciencia de su época; y uno puede estar seguro de que toda investigación científica que se haya situado fuera de toda duda dispondrá instantáneamente de la demostración *a priori* por parte de los metafísicos²³.

Aquí, sin embargo, le otorga validez dentro de su propio contexto histórico. Aunque nunca como propio de una investigación que, para poder denominarse científica, debe aspirar a una convergencia de la opinión en el futuro.

Respecto al cuarto método para el establecimiento de la opinión, el científico, encontramos la siguiente formulación en WMS179: «Es la peculiaridad del método del razonamiento, que si un hombre piensa que no se quemara si pone la mano en el fuego, el razonamiento no confirmará esa creencia sino que la cambiará»²⁴. Donde la justificación es, en principio, de un empirismo de lo más pedestre, es decir, acorde con la doctrina del *sentido común*, que inspirada en las ideas de Thomas Reid²⁵, luego, matizará con un enfoque crítico. Por ejemplo, al comienzo de WMS180, puntualiza:

²² WMS189. W3: 28.

²³ Añadido, o completado, en «La fijación de la creencia». W3: 255.

²⁴ W3: 16.

²⁵ Thomas Reid (1710-1796), filósofo escocés, contemporáneo de David Hume y fundador de la Escuela Escocesa del Sentido Común. Peirce perfiló sus ideas añadiéndoles un componente crítico.

Porque la investigación no fijará una respuesta a una pregunta ni a otra sino que, por el contrario, en un principio tiende a desestabilizar las opiniones, a cambiarlas y a confirmar una opinión determinada que depende solamente de la naturaleza de la investigación misma²⁶.

Y, más adelante:

La investigación difiere por completo de estos métodos en que la naturaleza de la conclusión final a la que conduce está, en todos los casos, destinada desde el principio, sin referencia al estado inicial de creencia. Que dos mentes investiguen independientemente cualquier cuestión y, si llevan el proceso lo suficientemente lejos, llegarán a una convergencia que ninguna investigación ulterior podrá alterar²⁷.

Conviene explicitar este sofisticado planteamiento, puesto que el acuerdo final es, más bien, una convergencia de investigaciones independientes en una opinión final, en ningún caso el acuerdo para establecer una convención. Además en el epígrafe IV de *Cómo aclarar nuestras ideas*, incluido en el cuerpo del capítulo 2, sobre la realidad, es tajante respecto a lo que significa por *destino* en los siguientes términos: «Destino significa meramente aquello que es cierto que llegará a ser verdad, y que de ninguna manera puede evitarse. Es una superstición suponer que un cierto tipo de acontecimientos están destinados siempre, y es otra suponer que la palabra destino nunca pueda librarse de su tinte supersticioso. Todos estamos destinados a morir²⁸». A continuación declara cuál es su concepto del objeto de la Lógica, de lo que trata este libro:

Pero esto no será verdad para cualquier proceso que alguien pueda elegir llamar investigación, sino solamente para la investigación que se haga de acuerdo con las reglas apropiadas. Aquí, en consecuencia, encontramos que hay una distinción entre la investigación buena y la mala. Esta distinción es el tema de estudio de la lógica²⁹.

Por lo que, ahora, habrá que dilucidar cuál es el método correcto y verdadero de proceder lógicamente en la investigación científica.

En WMS181 que, como ya hemos dicho, refleja de forma condensada bastante de lo que pretendía desarrollar en este libro de Lógica, marca una de las líneas maestras del método de la investigación científica, el aspecto de la *comunidad de investigadores*, diciendo:

²⁶ W3: 16-17.

²⁷ W3: 17 y CP 7.319. Las referencias a CP 7.____ se refieren a los epígrafes publicados en el volumen VII de los *Collected Papers* bajo el título de *La Lógica de 1873*.

²⁸ W3: 273, nota 2.

²⁹ W3: 17 y CP 7.320.

De esta manera, una vez más, se impone al hombre la creencia de que la opinión de otro, si deriva por el mismo proceso que la propia, es tan buena como la suya, y que toma la opinión del otro como la suya propia. Entonces él dice *nosotros* en el sentido del mundo ilustrado. La individuación, el aislamiento, consiste en la imperfección individual³⁰.

Y recalcando dos de los fundamentos de este método: aceptar las opiniones razonables de los otros y, por lo tanto, el sentido colectivo de la investigación. Añade, a renglón seguido:

De esta concepción surge el deseo de llegar a un establecimiento de la opinión en alguna conclusión que será independiente de todas las limitaciones humanas, independiente del capricho, de la tiranía, de los accidentes de la situación, [de las condiciones iniciales, que no confirma creencia alguna sino que cuestiona y, entonces, resuelve]³¹, una conclusión a la que llegaría todo hombre que persiguiera el mismo método y que lo empujara lo suficientemente lejos. El esfuerzo para producir un establecimiento de opinión tal se denomina investigación. La lógica es la ciencia que enseña si tales esfuerzos están correctamente dirigidos o no lo están³².

Lo que apunta a su concepto de *realidad* como meta de la investigación, que desarrollará ampliamente en el capítulo 2. Y donde vuelve a señalar cuál es el objeto de su concepto de Lógica: establecer un criterio correcto de demarcación de los argumentos. Concluye afirmando que «la investigación [es] el procedimiento *natural* de la mente»³³. Convendría, aquí, matizar el sentido de ‘natural’ en esta expresión, que se refiere a la adaptación *evolutiva* de la mente a la comprensión del mundo, una opinión que Peirce sustenta en varios de sus escritos, fuertemente inspirado por las teorías de Darwin, que le fueron transmitidas por uno de su principales mentores, el investigador norteamericano Chauncey Wright³⁴.

En la segunda parte de WMS181 añade otras características a la investigación científica, que reflejarían el funcionamiento de la razón a la manera de la inferencia:

Que la acción mental llamada investigación conduce finalmente a una conclusión que no depende de la condición inicial de la creencia. El proceso consiste de dos partes: la determinación de los juicios por juicios previos, y la creación de juicios nuevos.

³⁰ W3: 19.

³¹ En CP 7.316 se omite esta frase.

³² W3: 19 y CP 7.316 que, también, omite la última línea del texto: «La investigación es el procedimiento *natural* de la mente».

³³ En LI873 tampoco se incluye esta frase. Ni lo que viene a continuación en este MS: un esbozo de capítulo 2 y un índice de los capítulos 3, 4 y 5.

³⁴ Chauncey Wright fue uno de los impulsores, junto con el propio Pierce, del Club Metafísico de Cambridge, Mass., en 1870-72.

La conclusión, por lo tanto, finalmente depende de estos juicios nuevos. Sin embargo, estos son completamente accidentales y variados. El hecho es que, entonces, estos están destinados a ser tales que una conclusión determinada resultará finalmente³⁵.

Estos aspectos los desarrollará en los capítulos del libro dedicados a la inferencia y al silogismo. No obstante, todo el proceso sigue apuntando a la convergencia en una opinión final determinada.

En WMS189, completado en «La fijación de la creencia», al hablar del método científico plantea con insistencia la necesidad del concepto de realidad para sustentarlo. Esta realidad presenta tres características señaladas. Primera, que debe ser fiel a los hechos, donde muestra signos de un empirismo matizado por las leyes de la percepción y la conceptualización de las sensaciones. Segunda, que debe ser independiente de lo que pueda pensarse al respecto, pero no del pensamiento mismo. Tercera, que debe ser pública como meta de la investigación. Por este motivo hemos optado por dedicar el capítulo 2 al tema de la realidad, tal como el propio Peirce lo trata extensamente.

En WMS196, el texto del último epígrafe de este primer capítulo, nos encontramos con un planteamiento del método científico que toma otras direcciones fundamentales. En primer lugar, argumenta que «debe haber una sucesión en el tiempo en los pensamientos de cualquier mente que pueda investigar³⁶». Por lo que hemos optado por el tiempo como contenido del capítulo 3, aunque no aparezca como tal en ninguno de los índices tentativos, aunque sí en el encabezamiento de algunos manuscritos del proyecto. En segundo lugar, menciona las máximas de la investigación que hemos asignado al último capítulo, de acuerdo con las indicaciones del índice tentativo del libro que encontramos en WMS 220. Y, en tercer lugar, plantea los métodos especiales de la investigación aplicables a las diferentes ramas de la ciencia que no desarrolla en este proyecto de libro pero que, sin embargo, aparecerán en escritos posteriores.

Ahora bien, cuando empieza a explicitar la primera parte, la esencia de la investigación en general, comienza con las sensaciones puesto que todo pensamiento está originado en una sensación o en un pensamiento previo. Al tratar de cómo un pensamiento se sigue de otro, o de una sensación, está introduciéndonos a la temática de un capítulo 5, «La naturaleza de la inferencia», y un capítulo 6, «De la conexión causal

³⁵ W3: 19-20.

³⁶ W3: 35.

entre un pensamiento y la cosa con la que se relaciona», es decir, del signo con su objeto, en el índice implícito en el texto de WMS218. Sin embargo, aquí plantea con mucha contundencia una crítica a las sensaciones como primeros principios del pensamiento, puesto que estas son absolutamente únicas y puntuales. Escribe:

Tomo este principio como axiomático – que una sensación no es nada salvo lo que se siente ser en el momento que está presente a la mente. Cualquier efecto que pueda tener sobre el pensamiento subsiguiente es un hecho referido a nuestra constitución mental³⁷.

Se extiende luego en demostrar que las sensaciones son únicas y que no pueden seguirse unas de otras, como lo hacen los pensamientos.

Por todo ello hemos incluido WMS 196 como apartado final del capítulo 1, puesto que está apuntando hacia varios de los capítulos que siguen en el libro y que están estrechamente imbricados: la *realidad*, el *tiempo* y la *inferencia*.

³⁷ W3: 36.

4.3 Capítulo 2. La realidad

La primera mención explícita que encontramos de la definición que hace Peirce del concepto de realidad, en relación con un proyecto de libro de lógica, aparece en WMS144¹, titulado «CAPÍTULO I. Uno, dos y tres», fechado Verano-Otoño 1867 en W2, y que el profesor Ransdell no incluye entre los materiales para este libro de Peirce de la década de 1870, por considerarlo demasiado temprano respecto a este proyecto. En este manuscrito destaca dos de las características fundamentales de su concepto de realidad: que es independiente del pensamiento individual y que se distingue de la ‘ficción’; con sus palabras:

En contraste con este ser general (entidad/ ens) que es dado por nuestro mero pensamiento de un objeto, está el ser de las cosas reales que es totalmente independiente de lo que pensamos.

Designaremos esto como ‘realidad’, y sus análogos; y emplearemos ‘invención’ y ‘ficción’ para denotar aquello que es no-existente, sin significar que implica que el concepto ha sido una invención deliberada².

Este concepto fue desarrollado en las varias versiones del capítulo sobre la realidad que escribió para el proyecto de libro de 1872-73. También, en la que consideramos la versión más aquilatada de su concepto de realidad en esta década, tal como aparece en el epígrafe IV de «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878), y que hemos emplazado como apartado principal de este capítulo.

Peirce deriva su concepto de realidad, tal como lo explica en su reseña del libro de Alexander C. Fraser sobre la obra de Berkeley en la *North American Review* de octubre 1871, de un profundo estudio de los escolásticos de los siglos XIII y XIV y, en particular, de las tesis de Duns Escoto, parangón del realismo para Peirce, a las que contrapone las de Ockham como parangón del nominalismo³.

El eje conductor para la articulación de este segundo capítulo del libro de lógica de Peirce de la década de 1870 ha sido, de nuevo, WMS181, donde, en este primer índice tentativo de su proyecto de libro, designa claramente a *la realidad* como contenido de un capítulo 2 y hace este breve apunte al respecto:

Que la acción mental llamada investigación conduce finalmente a una conclusión que no depende de la condición inicial de la creencia. El proceso consiste de dos partes: la determinación de los juicios por juicios previos, y la creación de juicios nuevos.

¹ Hemos incluido este manuscrito completo en el cuerpo del capítulo 4 sobre las categorías.

² W2: 104.

³ W2: 462-487. Hemos comentado este importante texto en el apartado de Antecedentes y Contexto de la presente tesis.

La conclusión, por lo tanto, finalmente depende de estos juicios nuevos. Sin embargo, estos son completamente accidentales y variados. El hecho es que, entonces, estos están destinados a ser tales que una conclusión determinada resultará finalmente.

Dos visiones de la realidad⁴.

Donde las dos visiones de la realidad, que no desarrolla aquí, son la nominalista y la realista que hemos mencionado anteriormente.

De todas formas, debemos señalar que, en los encabezamientos de algunos de los manuscritos de 1872 referidos a este tema, aparece, indistintamente, capítulo IV o 4. Esto pensamos que es debido a que había otro planteamiento de estos primeros capítulos, en que los epígrafes que aquí hemos incluido en el capítulo 1, serían capítulos independientes, de esta forma: Capítulo 1: Sobre la duda y la creencia; Capítulo 2: Los métodos de fijar la opinión; Capítulo 3: El método de la investigación; y Capítulo 4: Sobre la realidad.

Este tema, en particular, es el que presenta un número más nutrido de versiones manuscritas, con ligeras variaciones, dentro del proyecto del libro de lógica de 1872-73. Algunas de ellas están encabezadas, simplemente, con los títulos «La realidad», «Sobre la realidad» o «De la realidad» y la palabra «Capítulo __», sin una numeración específica. Es, por ello, que nos ha resultado especialmente arduo seleccionar las versiones que hemos incluido en el cuerpo de este capítulo en los diferentes epígrafes, de acuerdo con los criterios que hemos destacado en la introducción. Todas las demás versiones se encuentran en el apéndice a este mismo capítulo.

En la versión del tema que nos parece más elaborada, la que se corresponde con el epígrafe IV de «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878), y que nosotros hemos incluido como tercer epígrafe del capítulo segundo del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*⁵ bajo el título «La realidad», Peirce hace una aplicación magistral de la denominada máxima del pragmatismo para darnos una concepción de realidad, en la que no desarrolla extensamente, como veremos que hace en la mayoría de los manuscritos sobre el tema de 1872, su teoría “empirista” de la sensación y el pensamiento, o de la observación y el razonamiento como los denominará, con más exactitud, para el método científico de investigación. Poniendo el énfasis en un ejemplo de cómo diferentes procedimientos aplicados a una cuestión concreta, en la práctica

⁴ W3: 19-20. WMS181 está incluido completo en el apéndice a este capítulo.

⁵ *Tratado práctico de lógica y metodología*, que se cita como *Tratado de Lógica*, es el título que hemos adoptado de Peirce para el conjunto del libro proyectado en 1872-73, del cual ofrecemos una versión contrastada en esta tesis.

científica, conducen a un resultado idéntico. Argumento que está en la base de su concepción de realidad.

Comenzaremos, pues, por poner bajo una perspectiva empirista, comparándolo con los respectivos de Locke y Hume, este planteamiento de Peirce. Sirva de introducción decir que Peirce reconocía explícitamente cierta influencia de Locke, pero no así de Hume al que consideraba un *nominalista radical*, contra el que irían implícitamente dirigidos la mayoría de sus argumentos realistas. Si bien Peirce también intenta, de alguna manera en esta época, conciliar realismo con nominalismo en su interpretación de la cuestión de la realidad. Puesto que, originalmente, defendió posturas nominalistas.

Para Locke, las ideas provienen siempre de la experiencia y esta es de dos tipos: sensación y reflexión; siendo la reflexión una especie de sensación interna. Algunas ideas provienen únicamente de la sensación, otras únicamente de la reflexión y otras de ambas.

Para Hume, las percepciones, todo el material del pensamiento que extraemos de la observación y la experiencia, derivan de la sensación (externa) o de la reflexión (interna). Hume divide las percepciones en dos categorías, según su grado de fuerza y viveza: las *ideas*, más débiles, derivan de nuestras más vivaces *impresiones*. Además, las ideas son siempre copias exactas, aunque más tenues, de las impresiones, de las que han derivado originalmente. Para Hume, entonces, el principio del conocimiento está en las impresiones. Las ideas complejas están compuestas de ideas simples y las ideas se conectan de acuerdo con las leyes de asociación, principalmente la de causalidad. Sin embargo, Hume, aunque reconoce en su *Tratado* (V.2)⁶ que la causa sensorial última de las impresiones, sea esta el propio objeto, el poder creativo de la mente o el Autor de nuestro ser, está más allá del entendimiento humano, obvia esta limitación y añade que podemos extraer inferencias a partir de la coherencia de nuestras percepciones, sean estas verdaderas o falsas; representen la naturaleza con exactitud o sean meras ilusiones de los sentidos. Esta negligencia resultará intolerable para Peirce que cifra todos los esfuerzos de su lógica en establecer unas máximas que nos permitan distinguir precisamente la realidad de la ficción, lo verdadero de lo falso, un método correcto de razonar de otro falso. Pierce, además, considera insostenible el concepto de *algo más allá del entendimiento humano*, a menos que se matice con un *hasta ahora*. Peirce

⁶ Hume, David. *A Treatise of Human Nature: Being an Attempt to Introduce the Experimental Method of Reasoning into Moral Subjects*. London: Printed for Thomas and Joseph Allman, 1817.

considera que no podemos tener ninguna concepción de lo absolutamente incognoscible, como destacó en «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»⁷ en 1868. O, con el matiz de las palabras de Wittgenstein al final del *Tractatus*, «de lo que no se puede hablar, hay que callar».

En WMS195⁸, manuscrito que hemos incluido como primer epígrafe de este capítulo del libro proyectado, y al que hemos titulado «Sensación, pensamiento y realidad», encontramos la siguiente muestra de su versión del empirismo, donde parece haber un acuerdo con el planteamiento de Hume, sin embargo, Pierce se distingue claramente de este cuando escribe: «y es muy difícil, acaso imposible, para nosotros separar estas [las impresiones de los sentidos] por completo de los resultados de esa elaboración del pensamiento a la que están inmediatamente sujetas⁹». Por lo que, añade, «las realidades externas no son el objeto inmediato del pensamiento¹⁰». Y, a continuación:

Podemos suponer que esta realidad se encuentra en uno u otro de los extremos de la corriente de pensamiento. O bien se encuentra en alguna permanencia externa, que causa la sensación; o en la opinión fija a la que el proceso está destinado a resultar¹¹.

Hume y los nominalistas se encontrarían en el extremo de la permanencia externa y él, Peirce, y los realistas, en el de la realidad como opinión final que, por supuesto, no excluye la existencia de aquellas realidades externas, cuya comprensión cabal se alcanzaría en la opinión final acerca de ellas.

En WMS194¹², incluido en el apéndice a este capítulo, continúa matizando las diferencias respecto a la concepción empirista de la realidad. Mostrándose tajante y preciso en su definición de realidad, que es independiente del elemento individual del pensamiento y, en ese sentido, es externa a la mente de cualquier hombre en particular, pero que no es independiente del pensamiento en general. Ya que reconoce que si no hubiera pensamiento no habría opinión ni, por lo tanto, opinión final alguna. Este pensamiento en general está apuntando ya a su concepción de la *mente colectiva* de la comunidad de investigadores que desarrollará en escritos posteriores.

⁷ W2: 213. Hemos incluido partes de este importante ensayo de 1868 en el capítulo 5 del *Tratado de Lógica*, sobre los signos, y en el capítulo 6, sobre la inferencia.

⁸ W3: 32-34.

⁹ W3: 34. Aclaración del traductor entre corchetes.

¹⁰ W3: 34.

¹¹ W3: 34.

¹² W3: 28-32.

Por otro lado, conviene aclarar, desde un principio, que Peirce considera que la realidad existe y que su existencia consiste, precisamente, en que es independiente de lo que pensemos acerca de ella. De una forma análoga a cómo existen los objetos externos que son el origen de nuestras sensaciones y pensamientos:

Aquello, que es lo que es, es externo a la mente, independientemente de cuáles sean nuestros pensamientos respecto a cualquier asunto; igual que aquello, que es lo que es, es real, independientemente de cuáles sean nuestros pensamientos respecto a esa cosa particular¹³.

Volviendo a WMS195 afirma que «todo de lo que somos inmediatamente conscientes es la sensación¹⁴ del momento que pasa»¹⁵; por lo que las sensaciones son prácticamente inasibles. Relacionando esto con una afirmación que encontramos en WMS194, podemos observar, además, una clara identificación entre sensación y pensamiento respecto a este carácter: «Todo lo que experimentamos directamente es nuestro pensamiento – lo que pasa por nuestras mentes; y esto sólo en el momento en que está pasando»¹⁶. Por otro lado, gracias a la continuidad que el proyecto investigador permite al pensamiento, la realidad, consistirá en la convergencia de los pensamientos de la comunidad en la opinión final acerca del objeto de los mismos. Y ambos, realidad y objeto, son *externos* a la mente, esto es, independientes del aspecto individual de la misma.

En WMS204¹⁷, que hemos incluido como segundo epígrafe de este capítulo 2 bajo el título «Las dos concepciones de la realidad», y en el que continúa matizando lo que había manifestado en el primer epígrafe, Peirce muestra, claramente, su talante científico ante la cuestión del conocimiento. Ya no utiliza el término sensación, que sustituye por el de ‘observación’, ni el término pensamiento, que sustituye por el de ‘razonamiento’. Hace hincapié en el carácter individual y puntual de las observaciones que, sin embargo, cuando se aplica rigurosamente el método de la investigación científica, deberán conducir a un resultado único que será tanto la realidad como la verdad de cualquier cuestión. Podemos desarrollar el ejemplo de la rotación de la Tierra que presenta para ilustrar el aspecto de la diversidad de observaciones que han conducido a una misma conclusión. Una primera impresión de los sentidos, como la que tuvieron nuestros ancestros, no sugiere que sea la Tierra la que gira sobre sí misma,

¹³ WMS194; W3: 29.

¹⁴ Sensación o sentimiento, en inglés ‘feeling’.

¹⁵ WMS195; W3: 32.

¹⁶ WMS195; W3: 29.

¹⁷ WMS204; W3: 54-59.

sino, más bien, el cielo sobre nuestras cabezas. Es precisa una observación más detallada de diversos fenómenos, aunque Peirce no utiliza esta terminología aquí, asociados a este fenómeno junto con un salto intelectual cualitativo, hipotético, para inferir que es la Tierra la que se mueve y no el cielo. Este hecho es la realidad externa a la que han conducido diversas investigaciones rigurosas. Por lo que podemos hablar de dos externalidades, la del fenómeno observado ingenuamente: que el cielo gira sobre nuestras cabezas; y la de que esta apariencia, tras rigurosas investigaciones, indica que es la Tierra sobre la que asentamos nuestros pies la que gira sobre sí misma, en realidad; en el caso que estuviéramos de acuerdo en que esta es la opinión final sobre este hecho.

Lo mismo ocurre con la velocidad de la luz. Primero, observamos que hay unos puntos, con diversos tamaños y diversos grados de luminosidad, en el cielo nocturno. De ahí inferimos que unos serán más grandes que otros, o que unos estarán más cerca o más lejos que otros con respecto a nuestro punto de observación. Sin embargo, de nuevo nos encontramos con un salto intelectual cualitativo cuando se plantea la hipótesis de que ese fenómeno, la luz, debe tener una velocidad. Ya los antiguos distinguieron entre planetas, que estarían mucho más próximos, y estrellas; y plantearon la hipótesis de las esferas celestes. En algún momento también infirieron que los planetas reflejan la luz del Sol y, sin embargo, las estrellas tienen luz propia. Continuando con la inferencia, las estrellas tendrían una luz como la del Sol solo que estarían muchísimo más lejos. Tan lejos como para que resulte plausible una hipótesis como la de la velocidad de la luz.

En este escrito reformula su posición respecto a las dos concepciones de la realidad que atribuye al nominalismo y al realismo, respectivamente. Respecto a la concepción nominalista afirma:

La realidad debe estar conectada de tal manera con nuestro pensamiento que determinará la conclusión de la investigación verdadera. Pero la conclusión depende de las observaciones. La realidad debe estar, entonces, conectada con la sensación como su causa (o, para utilizar otra frase, como su posibilidad) y esta es la teoría nominalista de la realidad¹⁸.

Y, respecto a la realista:

Pero la realidad es independiente del elemento accidental e individual del pensamiento. Ahora bien, en el extremo de la observación de la cadena del razonamiento todo es accidental e individual. Pero en el extremo de la conclusión hay un solo resultado al que la investigación

¹⁸ W3: 55.

llevará finalmente... La realidad, entonces, debe ser identificada con lo que es pensado en la opinión última y verdadera. Esta es la visión realista de la realidad¹⁹.

De forma parecida a cómo habíamos visto al final del primer epígrafe de este capítulo, se esfuerza ahora, de nuevo, por conciliar estas dos concepciones:

Para reconciliar estas dos teorías, puede suponerse que enteramente independientes de todo pensamiento existen ahí cosas tales como las que pensaremos en la opinión final, que estas cosas afectan a nuestros sentidos y que la naturaleza de la mente es tal que estas sensaciones nos llevarán, al fin, a la opinión verdadera²⁰.

Resulta necesario destacar esta postura conciliatoria entre las posiciones nominalista y realista respecto a la realidad, como opinión final, que es característica de esta etapa *empirista*²¹ de su pensamiento. Sin embargo, en su última época, cuando retoma la cuestión de la realidad de los universales, se inclina por una posición que ha llegado a ser denominada como de un *realismo radical*.

En WMS200²², que hemos incluido en el apéndice a este capítulo, presenta una versión muy parecida a las de WMS194, WMS195, y WMS204 respecto a la relación de las observaciones con las conclusiones:

Algunos pensamientos son producidos por pensamientos previos de acuerdo con leyes regulares de asociación, de forma que si se conocen los pensamientos previos, y se da la regla de asociación, se puede predecir el pensamiento que se produce de esta manera. Esta es la operación elaboradora del pensamiento, o el pensar *par excellence*. Pero cuando surge una idea en la mente, que no tiene esta relación con ideas anteriores, sino que es algo nuevo para nosotros, decimos que está causada por algo fuera de la mente, y llamamos al proceso por el que brotan estos pensamientos, sensación. Y aquellas partes de la investigación que consisten principalmente en proveer estos materiales para que el pensamiento los elabore, combine y analice, se denominan observaciones [...] la investigación implica a la observación como una parte de ella y, de hecho, la conclusión a la que finalmente lleguemos depende última y completamente de las observaciones²³.

Donde reformula, con mucha precisión, el punto de partida de su concepción empiricista de la investigación científica. Y, un poco más adelante, de nuevo, la práctica identidad entre las observaciones, liberadas de sus particularidades individuales, y las conclusiones:

¹⁹ W3: 55-56.

²⁰ W3: 56.

²¹ Véase al respecto la obra de Justus Buchler, *Charles S. Peirces's Empiricism*.

²² W3: 40-47.

²³ W3: 40.

Decimos que las observaciones son el resultado de la acción sobre la mente de las cosas externas, y que su diversidad es debida a la diversidad de nuestras relaciones con estas cosas; mientras que la identidad de la conclusión a la que la mente se ve conducida por ellas se debe a la identidad de las cosas observadas, sirviendo el proceso del razonamiento para separar, en las múltiples observaciones que hacemos de la misma cosa, el elemento constante que depende de la cosa misma de los variables y diferentes elementos que dependen de nuestras variadas relaciones con la cosa.²⁴

Y, más adelante, hacia el final de este manuscrito:

Las observaciones son solo las apariencias que estas cosas (externas) producen en los sentidos por sus relaciones con nosotros, solo hemos aseverado de manera invertida el mismísimo hecho, y no otro, que aseveramos cuando decimos que las observaciones nos llevan inevitablemente a una conclusión predeterminada²⁵.

Es decir, a la opinión final que es la realidad, y la verdad acerca de ella, como aquello en lo que convergen las opiniones individuales derivadas de las distintas observaciones.

En WMS203²⁶, que hemos incluido en el apéndice a este capítulo, vuelve a reformular su concepción de la relación entre las sensaciones y el pensamiento, e introduce el término ‘inferencia’ para denominar al proceso de elaboración, combinación y análisis de las sensaciones por el que estas devienen, propiamente, *observaciones*, como había explicado en WMS200. Sin embargo, aquí introduce el proceso de *comparación* como determinante en la elaboración de las inferencias a partir de las observaciones que son, a su vez, ellas mismas inferencias:

Pero la *observación (afección mental)* no es toda la investigación. También implica la producción de nuevas creencias a partir de las viejas de acuerdo con leyes lógicas. Este proceso es el *proceso lógico*, pero por extensión del significado de una palabra familiar también lo llamo *inferencia*²⁷.

Y, continúa, al comienzo del párrafo siguiente:

La investigación, entonces, necesariamente consiste en observación e inferencia. En otras palabras, la conclusión de una investigación correctamente conducida depende, última y completamente, de las observaciones. Ahora bien, en unas pocas instancias, si acaso, es necesario que los primeros productos de la observación sean los mismos para todos los investigadores que investigan con éxito un cuestión cualquiera. Las afecciones mentales, en verdad, no puede decirse, en ningún

²⁴ W3: 44

²⁵ W3: 47.

²⁶ W3: 47-54.

²⁷ W3: 48.

caso, que produzcan algo parecido a las sensaciones que sea independiente de la inferencia, porque la semejanza consiste en el hecho de que cierta concepción resultará de una comparación y, por lo tanto, supone inferencia²⁸.

Es claro, pues, que para Peirce no solo todos los pensamientos provienen de pensamientos previos, sino que, además, todas las sensaciones, que serían los elementos nuevos, al adoptar la forma de observaciones como principios de la investigación, están sometidas a un proceso de inferencia. En otras palabras, en su concepción empirista no existe nada que sea una *impresión pura*, o una *copia* exacta del objeto externo. Todos los materiales iniciales de la investigación han pasado por un proceso lógico, sea este plenamente consciente o no.

En este manuscrito encontramos, también, unas interesantísimas consideraciones acerca de la concepción de la conciencia relacionada con la experiencia de la sensación:

En verdad, si fuéramos a decir que la conciencia o tener sensación, o la capacidad de sentir, constituye, de alguna manera, la existencia de la mente - lo que ha sido una opinión muy común entre los filósofos y a la que yo mismo me suscribo-, entonces, decir que la existencia de una sensación es relativa a la mente solo puede significar que todo el sistema de sensaciones de una mente está conectado y que, para que una sensación entre en ese sistema, es necesario que debiera producir un efecto sobre subsiguientes estados de conciencia y que, a menos que haga esto, no es una sensación para esa mente sino una perfecta no-entidad. Ahora bien, la acción de un estado de la mente sobre otro que le sigue no es una sensación directa sino que es lo que, en otro respecto, se llama inferencia. Por lo que, bajo este punto de vista acerca de la naturaleza de la mente, el reconocimiento de una sensación como tal es una cuestión de inferencia²⁹.

Donde justifica, plenamente, su concepción de la sensación como inferencia.

En WMS 205³⁰, que hemos incluido también en el apéndice, volvemos a encontrar las mismas consideraciones acerca de la relación entre las observaciones y el razonamiento que hemos encontrado en los manuscritos anteriores. En realidad, no es que haya versiones diferentes sino que, más bien, hay reformulaciones de las mismas ideas que hemos visto en los diferentes manuscritos de esta serie. Lo que nos parece muestra la importancia que atribuye Peirce a estas consideraciones previas al desarrollo de su concepción de la realidad y sobre las que, una vez, aclaradas, no vuelve a insistir, como veremos en la que consideramos la versión más aquilatada del tema de la realidad tal como nos lo presenta en «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878). De todas formas,

²⁸ W3: 48.

²⁹ W3: 52.

³⁰ W3: 60-61.

podemos destacar aquí la incorporación del concepto de *creencia*, fundamental en la filosofía del pragmatismo; y algunos matices respecto a la diversidad de las observaciones:

La investigación consiste necesariamente de dos partes, una por la que una creencia es generada a partir de otras creencias, que se llama *razonamiento*; y otra por la que nuevos elementos de creencia son aportados a la mente, que se llama *observación*. De esta forma, la conclusión depende enteramente de las observaciones. Pero mientras que la conclusión última es una y la misma en las mentes de todos los que impulsan la investigación lo bastante lejos, las observaciones de las que depende son para todo hombre privadas y peculiares. Las observaciones que hice ayer no son las mismas que hago hoy; ni tampoco lo son las observaciones simultáneas desde situaciones diferentes o en otras circunstancias diferentes. Dos hombres, en consecuencia, no pueden hacer la misma observación. Podemos ir más lejos y decir que ninguna de cualesquiera dos observaciones son en sí mismas parecidas en grado alguno³¹.

Sin embargo, la realidad, o conclusión última a la que se llegue partiendo de estas observaciones, sí será «una y la misma en las mentes de todos los que impulsen la investigación lo suficientemente lejos»³².

Como ya hemos señalado, hemos incluido el epígrafe X de «Cómo aclarar nuestras ideas», dándole el título de «La realidad», como tercer apartado de este capítulo. En este texto aplica la que, luego, fue denominada *máxima del pragmatismo* y que, aquí, denomina *la regla para adquirir el tercer grado de claridad de la aprehensión*. En su primera formulación:

De esta forma llegamos a lo que es tangible y práctico, como la raíz de toda distinción real del pensamiento, no importa lo sutil que pueda ser; y no hay distinción del significado más exacta que la que consiste en nada salvo una posible diferencia en la práctica³³.

Y, en su formulación elaborada y definitiva:

La regla para alcanzar el tercer grado de claridad de la aprehensión es la siguiente: consideremos qué efectos, que puedan concebiblemente tener repercusiones prácticas, concebimos que tiene el objeto de nuestra concepción. Entonces, nuestra concepción de estos efectos es la totalidad de nuestra concepción del objeto³⁴.

Finalmente, en este ensayo, articula su concepto de la realidad con el postulado de la máxima, incorporando el concepto pragmático de *creencia*, el efecto de las cosas

³¹ W3: 60.

³² W3: 60.

³³ «Cómo aclarar nuestras ideas». Epígrafe II, §7. W3: 265.

³⁴ «Cómo aclarar nuestras ideas». Epígrafe II, §9. W3: 266.

reales en la mente, como primera mediatización de la sensación, y cuyo significado consiste en los hábitos a que da lugar. Para concluir con la convergencia de los resultados en la opinión final, de acuerdo con el método científico presentado en el primer capítulo de este *Tratado de Lógica*:

La realidad, al igual que cualquier otra cualidad, consiste en los peculiares efectos sensibles que producen las cosas que participan de ella. El único efecto que las cosas reales tienen es el de causar creencia, porque todas las sensaciones que ellas provocan emergen en la conciencia en forma de creencias. Por lo tanto, la cuestión es cómo distinguir la creencia verdadera (o creencia en lo real) de la creencia falsa (o creencia en la ficción). Ahora bien, como hemos visto en el ensayo anterior³⁵, las ideas de verdad y falsedad, en su pleno desarrollo, pertenecen exclusivamente al método científico de establecer la opinión³⁶.

Y, más adelante: «Diferentes mentes pueden partir con los puntos de vista más antagónicos, sin embargo el progreso de la investigación les lleva, con una fuerza exterior a ellas, a una y la misma conclusión³⁷». Lo que resulta en una síntesis magistral de sus ideas principales respecto a la concepción de la realidad para el método científico de razonamiento, de acuerdo, también, con los criterios lógicos de verdad y falsedad. A lo que añade: «La opinión que está destinada a ser finalmente aceptada por todos los que investigan, es lo que significamos por verdad, y el objeto representado en esta opinión es lo real. Así es como yo explicaré la realidad³⁸.»

En WMS 198³⁹, que hemos incluido como cuarto y último apartado de este capítulo, dándole el título «Significado, realidad, tiempo», comienza planteando la necesidad de un acuerdo respecto al significado del concepto ‘realidad’, con el que, dice que comienzan todas las dificultades y las dudas de los lógicos; y esta primera cuestión respecto al significado de realidad, le lleva a preguntarse por el significado del significado en general. Y lo hace empezando, de nuevo, por la sensación:

Cómo una sensación puede tener significado. Para determinar esto, primero es necesario observar que toda sensación es en sí misma bastante simple (no-compleja). Es verdad, una sensación puede ser muy complicada; pero su reconocimiento como tal es un acto de reflexión, un pensamiento sobre la sensación⁴⁰.

³⁵ «La fijación de la creencia», cuyas partes más significativas para este proyecto están incluidas en el primer capítulo de este *Tratado de Lógica*.

³⁶ «Cómo aclarar nuestras ideas». Epígrafe IV, §2. W3: 271-272.

³⁷ «Cómo aclarar nuestras ideas». Epígrafe IV, §3. W3: 273.

³⁸ «Cómo aclarar nuestras ideas». Epígrafe IV, §3 W3: 273.

³⁹ W3: 38-39.

⁴⁰ W3: 38.

Exponiendo de una forma aparentemente humeana, en principio, la cuestión de las ideas simples y complejas. Aunque, cuando, a continuación, considera que, primero, hay que detenerse a investigar lo que el significado pueda ser, en general, añade que el significado se refiere a un objeto, que debe ser, a su vez, otra sensación. Por lo que *sostenemos que* estas dos sensaciones tienen algo en común. A continuación, se detiene a considerar el significado de *sostenerse que* en los siguientes términos:

Porque, para que una sensación signifique cualquier cosa, debe *sostenerse que* significa algo. Es decir, debe haber otra sensación que significa que esta significa algo y, de hecho, debe haber una serie infinita de estas sensaciones⁴¹.

Donde introduce el concepto de *serie infinita* que, luego, ocupará un lugar central en su teoría de la continuidad inspirada en el modelo matemático. Esta consideración le lleva a plantear, a renglón seguido, el papel del tiempo en el proceso de interpretación indefinida de un pensamiento-signo por otro pensamiento-signo que, a su vez, es un aspecto central de su teoría de los signos, como veremos en los capítulos correspondientes al tiempo y a los signos. Concluye, pues, este manuscrito:

En otras palabras, el presente no significa nada excepto en la medida que apela al futuro [...] Presentado el asunto más filosóficamente, una sensación no es una sensación hasta que haya una serie infinita de sensaciones entre esa sensación y el presente. En otras palabras, el pensamiento no puede comprenderse en los términos de las sensaciones que son sus elementos últimos, es un continuo de sensaciones, y está relacionado con una sensación como la línea lo está con un punto⁴².

Con unas consideraciones que están apuntando directamente al contenido del siguiente capítulo de este *Tratado de Lógica*: «El tiempo y el pensamiento».

⁴¹ W3: 39.

⁴² W3: 39.

4.4 Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento

Todos los textos incluidos en este capítulo, y en su apéndice, pertenecen al proyecto de libro sobre lógica de Peirce de 1872-73, sin embargo, aunque escribió cinco importantes manuscritos al respecto, el tema del tiempo no aparece como capítulo explícito en ninguno de los índices tentativos, WMS181 y WMS220, aunque sí lo hace en el encabezamiento de alguno de los propios manuscritos, como «Capítulo IV». Dada la importancia del tema hemos considerado oportuno hacer este capítulo 3 al respecto, aunque Peirce no estuviera completamente satisfecho con la redacción de los manuscritos, como le ocurría con frecuencia. Además el contenido, y la cronología, se complementan con los dos primeros capítulos de este *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*.

Por otro lado, no nos vamos a detener en este comentario en los aspectos relacionados con la presentación de esta serie de manuscritos en *L1873*, para lo que remitimos a las notas correspondientes al capítulo y a lo destacado en la introducción a esta tesis.

Para el primer epígrafe hemos seleccionado WMS237¹, titulado por Peirce «La concepción del tiempo, esencial en lógica», que nos parece una versión más elaborada de la que aparece, con el mismo título y contenido, en WMS238². Por otro lado, hemos optado por empezar con este texto porque, también, nos parece que enlaza más coherentemente con el epígrafe que concluía el capítulo anterior.

En el mismo, Peirce, primero, hace una introducción al tema a partir de los presupuestos sobre la sensación, el pensamiento y la realidad que había expuesto en el capítulo anterior y, a continuación, añade, respecto a lo incluido en el primer capítulo, una reflexión acerca del paso de la duda a la creencia en una mente lógica:

Toda mente que pasa de la duda a la creencia debe tener ideas que se siguen unas a otras en el tiempo; toda mente que razona debe tener ideas que no solo siguen a otras sino que están causadas por ellas; y toda mente que es capaz de crítica lógica de sus inferencias debe ser consciente de esta influencia de una idea sobre otra.³

Ahora bien, se cuestiona, a continuación, cuál sea la concepción del tiempo implícita en este proceso, si la de un tiempo discontinuo o continuo. Dado que la

¹ W3: 102-105.

² W3: 105-106. Incluido en el apéndice a este capítulo.

³ W3: 102.

posición de Peirce a favor de la continuidad, vinculada a su concepción de los infinitesimales, es clara; prosigue, argumentando las características de un tiempo discontinuo: «Todas las ideas estarían absolutamente separadas, al estar cada una presente durante un momento y ausente en todos los otros momentos⁴». Por lo que «las ideas presentes en momentos diferentes nunca podrían llegar a ser unidas en la mente para ser comparadas⁵». Y, puesto que en el pensamiento unas ideas se siguen de otras, por la semejanza y la diferencia que permiten la comparación y el contraste entre ellas, Peirce concluye que, en el caso de la discontinuidad entre las mismas, no podría haber pensamiento lógico en la mente, ni siquiera conciencia.

No obstante, reconoce que la concepción de la continuidad, también, resulta problemática. Ya que, si el tiempo es continuo y la mente solo puede asir la fugacidad del instante presente, que, además, es infinitamente divisible, el pensamiento no sería posible como tal. Y, en todo caso, puesto que las ideas necesitan tiempo para su formación, estas no podrían ser más que generales e indeterminadas, donde las nociones más amplias, aquellas que abarcan a dos o más ideas, ocuparían intervalos más amplios. Plantea, entonces, la necesidad de la hipótesis de una conciencia que se extienda más que un intervalo en el tiempo, estrechamente vinculada a una concepción de la memoria, que es lo que permite la comparación entre las ideas en diferentes momentos.

En el siguiente epígrafe de este capítulo, que hemos titulado «Las ideas se siguen unas a otras en el tiempo», el texto de WMS216⁶, que nos parece una versión más elaborada de WMS215⁷, comienza reconociendo la necesidad del tiempo para el pensamiento, puesto que cualquier mente que pretenda investigar, es decir, pasar de la duda a la creencia, como postulaba en el capítulo 1, «debe hacer que sus ideas se sigan unas a otras en el tiempo⁸». Además, la mente debe poder establecer algún tipo de control sobre el proceso que nos conduce de las premisas a la conclusión, de forma que podamos distinguir la corrección o la incorrección de un método, y debe ser consciente de este proceso. Vuelve a plantear la paradoja, que está implicada en la concepción de la continuidad del tiempo, de que si una idea solo puede estar presente en la mente en un

⁴ W3: 103.

⁵ W3: 103.

⁶ W3: 72-74. Titulado por los editores «Sobre el tiempo y el pensamiento». Los editores de *L1873* incluyeron este manuscrito completo en el epígrafe que titularon «Tiempo y pensamiento» (7.346-353).

⁷ W3: 68-71. También titulado por los editores «Sobre el tiempo y el pensamiento». Incluido en el apéndice a este capítulo.

⁸ W3:72.

momento concreto, y si dos, o más ideas, no pueden ocupar el mismo intervalo de tiempo, no habría pensamiento posible. Resuelve esta paradoja, de nuevo, apelando a la concepción de la continuidad de la conciencia, que explicaría el proceso de la determinación de una idea por otra en la mente, según un elemento de causalidad que pertenecería a esta misma conciencia. Anteriormente, había identificado al componente de similitud de las ideas, lo que tienen en común entre ellas, como *la materia del pensamiento*. Y finalmente añade que debe haber un efecto por el que una idea diferente se siga de otra, que permita otro proceso de inferencia que no sea el de la mera reproducción de las premisas. Tal como había planteado con anterioridad en este mismo manuscrito:

Estas tres cosas deben encontrarse en una mente lógica: Primero, ideas; segundo, determinaciones de ideas por ideas previas; tercero, determinaciones de ideas por procesos previos⁹.

Que, considera, incluirían todo los elementos necesarios para un razonamiento lógico.

En el último epígrafe de este capítulo hemos incluido WMS239¹⁰, «Que la significancia del pensamiento reside en su referencia al futuro», un breve pero interesantísimo manuscrito en el que reformula los tres elementos enunciados anteriormente como pertenecientes a una mente lógica, en la clave de su concepción de la creencia, los hábitos, y la máxima del pragmatismo.

Comienza argumentando y definiendo la creencia como una conexión habitual de ideas, que es uno de los principales fundamentos de su teoría del razonamiento. El juicio consiste en la vinculación de dos objetos presentes, en uno; por efecto de la creencia como conexión habitual de ideas. A lo que añade que «El significado intelectual de las creencias reside, por completo, en las conclusiones que puedan sacarse de ellas y, en última instancia, en sus efectos sobre nuestra conducta¹¹», que es una formulación temprana, de 1873, de la máxima del pragmatismo tal como nos la presentó en el capítulo 2¹². Al residir, pues, todo pensamiento en su efecto sobre nuestras acciones, aquello a lo que nos conducen las diferentes conclusiones a las que podemos llegar, su significado intelectual, añade, debe ser capaz de una interpretación racional para un pensamiento futuro, al incluir una *armonía* de propósitos. Por ello, concluye

⁹ W3: 73.

¹⁰ W3: 107-108. Los editores de *LI873* lo incluyeron completo en el epígrafe que titularon «Pragmatismo» (7. 358-361).

¹¹ W3: 108.

¹² En el epígrafe 3, «La realidad», extraído de «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878).

que «el pensamiento es racional únicamente en la medida en que se recomienda a sí mismo a un pensamiento futuro posible¹³», o que «la racionalidad del pensamiento reside en su referencia a un futuro posible¹⁴». Algunos autores¹⁵ han visto aquí lo que sería un esbozo de un cuarto método para alcanzar la claridad de la aprehensión, tras el tercero que está expresado en la máxima del pragmatismo. En esta apelación a un *propósito*, o intencionalidad, que se proyecta hacia el futuro se encontraría este cuarto método, que Peirce no llegará a desarrollar plenamente.

Por otro lado, la apelación al futuro es, ciertamente, una garantía de la continuidad del pensamiento en el tiempo hasta llegar a la convergencia de las opiniones en la opinión final, tal como postulaba en los dos capítulos anteriores.

¹³ W3: 108.

¹⁴ W3: 108.

¹⁵ Pfeifer, David: «Inquiry and Peirce's Fourth Grade of Clearness», presentado en el Congreso del Centenario de Charles S. Peirce celebrado en la Universidad de Massachusetts en Lowell, julio de 2014. Pendiente de publicación.

4.5 Capítulo 4. Las Categorías

Para poder hacernos una idea cabal de la gestación de la concepción de las categorías, o las tres clases de *cualidades* de las cogniciones, en el pensamiento de Charles S. Peirce, remitimos al lector a todo lo expuesto al respecto en la sección de «Antecedentes»¹ de esta tesis, donde se repasan los textos al respecto incluidos en las ediciones de *W1* y *W2*, excepto los incluidos en el cuerpo de este capítulo que pasamos a comentar a continuación.

Es claro que la concepción de las categorías en Peirce se enmarca dentro de la tradición de la distinción aristotélico-escolástica entre sustancia y accidentes, a lo que añade el planteamiento de Kant a partir de su ilustre definición de categoría, que Peirce formula en los siguientes términos: «la función de los conceptos es la de reducir la multiplicidad de las impresiones sensoriales a la unidad²». Peirce pretende dar el siguiente paso, que él consideraba fundamental, en esta trayectoria del pensamiento.

Hemos comenzado el capítulo con el único esbozo que encontramos en los textos vinculados al proyecto de libro de lógica de la década de 1870, si exceptuamos la mención a la inclusión de un capítulo sobre las categorías en los índices tentativos de WMS181, donde aparece como capítulo 3, y de WMS220, donde aparece como capítulo 8. En este breve WMS207³, donde apunta tanto a su definición de la realidad como opinión final, en los mismos términos que en el capítulo 2, como al proceso cognitivo que permite un paso fundamentado de la duda a la creencia, tal como hemos visto en el capítulo 1, postula que las *cualidades*, o categorías, son los elementos que perteneciendo a todo *ser* se distinguen de él.

A continuación presentamos, en el segundo epígrafe, WMS144⁴, un manuscrito de 1867 algo posterior a la presentación de su conocido ensayo «Sobre una nueva lista de categorías», y que tituló «Uno, dos, y tres». En este, tras algunas consideraciones respecto a la concepción de *ser* como cópula, y a la concepción de *ens* como aquello que es, es decir, el sujeto de la cópula, afirma que el predicado expresa la manera en que algo es, esto es, la *cualidad*. Concluye que *la primera condición del pensamiento es que alguna cualidad debe ser pensada en el pensamiento*. Si bien anteriormente se

¹ Antecedentes en *W1* y *W2*.

² P32 §1; *W2*: 49.

³ *W3*: 61.

⁴ *W2*: 103-104.

había detenido a considerar la diferencia entre el *ser* general, que confiere nuestro mero pensamiento de un objeto, y el *ser* de las cosas reales que es totalmente independiente de lo que pensemos, de acuerdo con su concepción de la realidad. Esta distinción es fundamental en su lógica, puesto que nos permite distinguir la realidad de la ficción y, también, un modo de pensamiento correcto de otro incorrecto. Sin embargo, no llega a desarrollar, como promete, la concepción de *ser independiente*, que sería posterior a la concepción de *uno, dos, y tres*. Esta última concepción encuentra su desarrollo en «Sobre una nueva lista de categorías», que, constituye el apartado principal de este capítulo y se presenta a continuación. Posteriormente⁵, Peirce desarrolló su concepción de las categorías aplicando los ordinales: primera, segunda y tercera, estrechamente vinculada a su concepción del signo, como ya aparece manifiesto en este primer ensayo fundamental al respecto.

El que Peirce haya dicho⁶ que en el ensayo, «Sobre una nueva lista de categorías», presentado a la *American Academy* el 14 de mayo de 1867, se encontraba, quizás, su aportación más importante a la filosofía, ha levantado todo tipo de especulaciones; al margen de la conocida y extensa controversia sobre el significado de sus categorías, que muchos investigadores consideran *oscuro*, creemos, principalmente, porque no se han detenido a estudiar la evolución de esta concepción en sus primeros escritos, tal como explicamos en la sección de Antecedentes. Afortunadamente las ediciones cronológicas de *W1* y *W2* nos permiten hacer esto en la actualidad.

En épocas posteriores Peirce desarrolla este tema, aplicando sus conceptos de *Primeridad, Segundidad y Terceridad* referidos a ellas. Aunque en «Sobre nueva lista de categorías» denomina a esta triada Cualidad-Relación-Representación, mostrando los diversos usos de la cópula ‘es/ está’. Y, revisando, principalmente, la teoría de Aristóteles al respecto.

De todas formas, nos inclinamos a pensar que la aportación fundamental de Peirce a la filosofía consiste en su división triádica de los signos en índices, íconos y símbolos,

⁵ Encontramos la primera revisión de su teoría de las categorías en «Uno, dos, tres: Las categorías fundamentales del pensamiento y de la naturaleza» (1885); *W5*: 242-47.

⁶ «El 14 de mayo de 1867, tras tres años de pensamiento concentrado, apenas interrumpido por el sueño, produce mi única contribución a la filosofía en *La nueva lista de categorías*» (*CP* 8.213, c.1905). Y «Puedo permitirme decir que mis obras filosóficas más sólidas fueron: un escrito del 14 de mayo de 1867, “Sobre una nueva lista de categorías”, y un escrito que se publicó en 1868 llamado “Algunas consecuencias de cuatro incapacidades”» (MS L845, 1905, carta a su hermano Herbert Peirce). Destacamos que en esta segunda obra, como podemos ver en el capítulo 5 de este *Tratado de Lógica*, aparece el primer desarrollo de su teoría de los signos, esbozada en la obra anterior.

en la descripción de los tres elementos constituyentes de cada signo: el signo propiamente dicho, su objeto y el *interpretante*; y en el proceso semiótico, por el que el *interpretante* deviene un nuevo signo. Todo esto encuentra en «Sobre una nueva lista de categorías»⁷ su primera formulación explícita. Y, muy probablemente, se refiriera a esto cuando dijo que *en*⁸ el mismo se encontraba su principal aportación a la filosofía como veremos a continuación.

En este ensayo comienza desarrollando un concepto que ya había definido en escritos anteriores, el *ello* o lo que está presente, en general, a la sensorialidad. Lo identifica con el concepto aristotélico de sustancia y lo considera la categoría original junto con *ser* que, en la proposición, conecta el predicado con el sujeto consumando la función de los conceptos de reducir la multiplicidad sensorial a la unidad conceptual. Ahora bien, *ser* por sí mismo considera que no tiene contenido alguno.

Antes de proseguir con las categorías, o accidentes, que encontramos entre la multiplicidad de la *sustancia* y la unidad de *ser*, Peirce se detiene a explicar la técnica que va a aplicar para analizar estos conceptos, a la que denomina *prescisión* o *abstracción*, y que consiste en la *atención* a una parte del objeto de un pensamiento y en la *omisión* de otra. Distingue esta técnica del pensamiento de otras parecidas: la discriminación y la disociación; y afirma que la *prescisión* supone una separación mayor que la discriminación, pero menor que la disociación. Una vez que las impresiones, o los primeros conceptos que se han inferido a partir de ellas, han sido reducidas a la unidad pueden ser omitidas, por lo que el concepto explicativo puede ser prescindido de los conceptos más inmediatos y de las impresiones.

Una proposición tiene un término para expresar la sustancia y otro para expresar la cualidad de esa sustancia, y la función de *ser* es la de unir la cualidad a la sustancia. Por lo tanto, la cualidad es el primer concepto en el paso de *ser* a la *sustancia*. A esta cualidad o *atributo general*, que es una abstracción pura, es a lo que Peirce denomina el *fundamento*. Y añade que la referencia a un fundamento no puede ser prescindida de *ser*, pero que *ser* puede ser prescindido de ella, dado que la *prescisión* no es un proceso recíproco.

⁷ W2: 49-59.

⁸ Destacamos la cursiva, significando que las declaraciones de Peirce al respecto siempre han incluido esta preposición. Entendemos que refiriéndose al contenido del texto, que versa destacadamente sobre la fundamentación de su teoría de los signos.

Postula que el siguiente concepto en el orden del paso de *ser* a la sustancia es, por lo que ha establecido la psicología empírica, aquello que nos permite conocer una cualidad por su contraste o semejanza con otra, esto es, el *correlato*. La referencia a un correlato no puede ser prescindida de la referencia a un fundamento, pero esta última sí puede ser prescindida de la anterior. Sin embargo, puntualiza que el proceso de comparación que da lugar al correlato no ha sido lo suficientemente investigado por la psicología. En el análisis de este procedimiento, ilustrado con varios ejemplos, aparece que la comparación, además de la cosa relatada, el fundamento y el correlato, requiere otro concepto, que define en los siguientes términos: «una representación mediadora que representa al relato como una representación del mismo correlato que esta representación mediadora misma representa»⁹. Esta representación mediadora es el *interpretante*. La referencia a un correlato junta a la sustancia el concepto de la referencia a un *interpretante*, que es como denomina al último concepto en el paso de *ser* a la sustancia. Añade que la referencia a un *interpretante* no puede ser prescindida de la referencia a un correlato, pero esta última sí puede ser prescindida de la anterior. Además la referencia a un *interpretante* no une un concepto a una sustancia sino que une directamente la multiplicidad de la sustancia misma, la diversidad de las impresiones, en la unidad de *nuestro* concepto de ellas.

Establece, a continuación la serie numérica de estas tres categorías intermedias o accidentes. El primero es el fundamento, el segundo u otro, el correlato, y el tercero, el *interpretante*, que es el objeto que está relacionado con los otros dos de forma que uno de ellos debe estar relacionado con el otro de la misma manera que este tercero está relacionado con ese otro.

Los objetos de este planteamiento, entre *lo que es* y *ello*, son: *Quales*, que refieren a un fundamento; *Relatos*, que refieren a un fundamento y a un correlato; y *Representámenes*, que refieren a un fundamento, a un correlato y a un interpretante.

El profesor André De Tienne¹⁰, explica estos tres conceptos de la manera siguiente:

En la «Nueva lista de categorías» [...] Peirce estableció firmemente la estructura universal de la representación en general. Esa estructura era irreduciblemente triádica: implicaba, primero, el aislamiento de un elemento que daba cuerpo al fundamento mismo de la representación – un

⁹ W2: 53

¹⁰ Director actual del *Peirce Edition Project* en la Universidad de Indiana, a cargo de la edición cronológica de la obra de Peirce en los volúmenes de *Writings*, experto en su teoría de las categorías y quien me señaló la importancia que tenía esta para su lógica entendida como semiótica.

elemento que portaba en sí mismo la capacidad de estar en lugar de algo para evocar su presencia (el *quale*, sea la relación monádica, diádica o triádica); segundo, otro elemento que ya había sido representado por el signo-*quale* con anterioridad a la realización de este último (el correlato); y, tercero, un elemento cuya tarea principal era la de reconocer que la realización presente pertenecía a la clase de las realizaciones pasadas tal como las representaba el correlato (el interpretante). Un aspecto crucial de este análisis temprano de la representación era el reconocimiento de que ninguna representación podía tener lugar en el vacío, esto es, que todas las representaciones siempre emergían dentro de un continuo que no podía abstraerse de su definición [...] Y que el principal motor de este continuo era el interpretante, [...] cuyo papel principal era el de mediador de la comparación y el reconocimiento»¹¹

Es a raíz del análisis de las prescripciones entre fundamento, correlato e *interpretante* que Peirce introduce la primera división de los signos, o representaciones, tal que: *semejanzas*, a las que posteriormente denominará *iconos*, cuya relación con sus objetos es la de tener alguna cualidad en común; *índices* (o *signos*), cuya relación con sus objetos consiste en una correspondencia de hecho; y *símbolos*, cuya relación con sus objetos es un carácter imputado, que no puede ser prescindido de su referencia a un *interpretante*.

Según Peirce, estos tres conceptos universales son fundamentales para la lógica y, por lo tanto, concluye que «la lógica trata de la referencia de los símbolos en general a sus objetos»¹². Ahora bien, la lógica incluirá las siguientes tres ciencias: la gramática formal, o la ciencia de la referencia de los símbolos a sus fundamentos o caracteres imputados; la lógica propiamente, que trataría de las condiciones formales de la verdad de los símbolos; y la retórica formal, que trataría de la referencia de los símbolos a sus *interpretantes*.

Los símbolos podrán dividirse, a su vez, en *términos*, que directamente determinan solo sus *fundamentos*; *proposiciones*, que determinan a sus *objetos* por medio de otro término u otros términos; y *argumentos*, que determinan a sus *interpretantes* al formular una proposición o algunas proposiciones que una mente pueda admitir. Todos estos

http://www.library.utoronto.ca/see/SEED/Vol3-3/De_Tienne.htm, §4 (consultada el 24 de noviembre 2014). De Tienne, André, «Learning *qua* Semiosis», *Special Issue on Computational Intelligence and Semiotics*, S.E.E.D. Journal (Semiotics, Evolution, Energy and Development). Es un resumen revisado de su artículo «Lernen, Geist, Semiose» en *Zeitschrift für Semiotik*, vol. 22/1 (2000): pp: 11-30.

¹² W2: 57.

conceptos serán ampliamente desarrollados en las ampliaciones posteriores que hizo a su teoría de los signos¹³.

Volviendo a las categorías, propiamente dichas, debemos pararnos a considerar la opinión del profesor Murray G. Murphey, quien considera en su obra capital, *The Development of Peirce's Philosophy*, que Peirce no incorporó a su teoría de las categorías los aspectos relevantes que se derivaban de su lógica de los relativos de 1870. Aunque sí incorporó el concepto de continuidad a finales de esa década. Murphey considera que «La teoría de “La nueva lista de categorías” debería haber sido abandonada cuando la lógica de Peirce le exigió abandonar la teoría *sujeto-predicado* de la proposición, y esto ocurrió en 1870 cuando descubrió la lógica de las relaciones»¹⁴. La verdad es que Peirce no inicia una primera revisión de su teoría de las categorías hasta 1885, como hemos indicado en la nota 2, cuando lo hace en base a su teoría de la cuantificación y de los términos individuales, lo cual le lleva a replantearse una profunda revisión del concepto del signo denominado *índice*.

Ahora bien, si nos fijamos en los términos relativos y conjugativos, tal como aparecen en la lógica de relativos de 1870, y que presentamos completa en el capítulo 10 y su apéndice de este *Tratado de Lógica*, observamos que todas las proposiciones pueden seguir siendo reducidas a la forma *sujeto-predicado*. Tal como mostraba la lógica de Whately¹⁵, con la que Pierce parece estar de acuerdo en este aspecto. Por ejemplo, con los términos relativos,

p es el padre de z

donde la fórmula ‘padre de z’ sería, de acuerdo con la notación de Peirce, ‘pz’. Y cuando introducimos el nombre propio, Carlos, por ejemplo, como sujeto y como término individual, tenemos: ‘Carlos \rightarrow pz’, o ‘Carlos es el padre de z’, de acuerdo con la misma notación.

E, incluso, con los términos conjugativos, por ejemplo, ‘*d* da algo a alguien’ donde

d es el donante

y es algo

z es alguien

¹³ En 1885. Véase la anterior nota 2.

¹⁴ Murphey, Murray G. (1961). *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, p. 298. Remitimos al capítulo completo, pp. 296-330, para ampliar este aspecto.

¹⁵ *The Elements of Logic* de Whately fue el primer libro de lógica que leyó Peirce y el que despertó su acendrado interés por esta ciencia como explicamos al principio de los «Antecedentes».

y la fórmula de ‘el donante de algo a alguien’ sería, de acuerdo con la notación de Pierce, ‘*dzy*’ (‘el donante a alguien de algo’, con el orden inglés de la oración). Y cuando introducimos el nombre propio, Carlos, por ejemplo, como sujeto y como término individual, tenemos: ‘Carlos \rightarrow *dzy*’, o ‘Carlos *es* el donante de *y* a *z*’.

Por lo que la opinión de Murphey¹⁶ nos parece, en este aspecto, poco acertada; e insistimos en referirnos al estudio de la revisión que hará el propio Peirce de su teoría de las categorías y de los signos a partir de 1885, para determinar hasta qué punto su lógica de los relativos la podría modificar; lo que rebasa el alcance actual de esta tesis.

Hemos visto, pues, cómo antes de profundizar en el análisis de su teoría temprana acerca de los signos en el siguiente capítulo, esta está estrechamente fundamentada en su teoría temprana de las categorías.

¹⁶ El propio Profesor Murphey reconoció en el Congreso del centenario de Peirce celebrado en la Universidad de Massachusetts en Lowell, en julio de 2014, no estar satisfecho con esta parte, la cuarta de su obra fundamental sobre el pensamiento de Peirce.

4.6 Capítulo 5. Los signos

El delicado proceso de selección de los textos para el cuerpo principal de este capítulo nos ha llevado a pensar que, cuando Peirce se plantea este proyecto de un libro de lógica en 1873, en realidad está recurriendo para el contenido, en su mayor parte, a trabajos publicados con anterioridad y que pensaba someter a revisión. En el caso del tema de los signos, en los manuscritos de 1873 desarrolla solo parcialmente el aspecto algebraico de lo que ya había publicado en 1868, particularmente en el artículo «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» y, antes, en 1867, en «Sobre una nueva lista de categorías», donde encontramos la primera exposición de su división triádica de los signos, como señala el profesor Max H. Fisch en su ensayo sobre la teoría general de los signos de Peirce incluido en su libro, *Peirce, Semeiotic and Pragmatism*¹, publicado en 1986. En lo que coincidió el profesor José Vericat en su acertada selección de textos de Peirce titulada, *El hombre, un signo*, publicada en español en 1988, al incluir señaladamente en la misma el primero de estos artículos, que sirvió de inspiración para el título que dio a esta obra.

Parece ser que sus obligaciones profesionales con el Servicio de Costas y Geodésico de los EEUU, incluyendo varios viajes a Europa, cuya correspondencia está recogiendo y traduciendo en la actualidad el Grupo de Estudios Peirceanos de la Universidad de Navarra, le tuvieron muy ocupado de 1872 a 1879, cuando se incorpora como profesor de lógica a la Universidad Johns Hopkins, lo que le impidió poder completar su proyecto de libro de lógica en esa década.

Por ello, hemos optado por seleccionar la parte del texto relevante para el tema de los signos del primer artículo mencionado, como cuerpo principal de este capítulo. También es obligada la referencia aquí al segundo de los artículos, que se encuentra completo en el Capítulo 4 de este *Tratado de Lógica*, «Las categorías», para poder perfilar el pensamiento de Peirce respecto a los signos en esta época. Hay que destacar que en el pensamiento de Peirce durante estos años, los signos, las categorías, la inferencia y su concepción de la realidad se encuentran estrechamente imbricados en todos sus escritos sobre cada uno de estos temas. Por ello, habrá que leer, especialmente, el capítulo 6, sobre la inferencia, para poder acceder a un conocimiento

¹ *Peirce's General Theory of Signs*, p. 324, §2. En Fisch, Max H. *Peirce, Semeiotic and Pragmatism*. Bloomington: Indiana University Press, 1986.

completo de su temprana teoría de los signos que, más adelante, desarrollará prolijamente.

Hemos completado el cuerpo principal del capítulo con WMS221, vol. 3, Cap. 7. «De la lógica como estudio de los signos» de 1873, porque menciona ciertos aspectos matemáticos y algebraicos que, en este mismo proyecto de libro, desarrolla en capítulos posteriores.

Respecto a los otros escritos de 1873, que hemos incluido en el apéndice a este capítulo, WMS212 y WMS213, ambos con el título «Sobre las representaciones»; el segundo parece ser el inicio de una primera versión, interrumpida, del primero de acuerdo con esta edición; este muestra una versión completa redactada por un *amanuensis* y corregida por Peirce. Lo más significativo de estos textos es la utilización del término ‘representaciones’ en lugar de ‘signos’. En WMS214, también de 1873, «Sobre la naturaleza de los signos», recupera el término ‘signo’ para referirse a «aquello que está en lugar de otra cosa, su objeto, para alguna mente»².

También hemos incluido WMS171³ como primer texto de este apéndice por respeto a la cronología. Es un manuscrito desubicado de 1870, que, sin embargo, consideramos junto con el profesor Ransdell extremadamente importante. Consiste de algunas anotaciones en un cuaderno, que estaban destinadas a la preparación de una serie de conferencias sobre lógica que le había encargado la Universidad de Harvard, y que tuvieron que ser canceladas debido a uno de sus viajes a Europa con motivo de su trabajo de experimentación con péndulos para determinar la gravedad de la tierra en diversas localizaciones. En estas conferencias iba a desarrollar su teoría de los signos dentro del marco de la lógica de relativos; y, también, a argumentar sobre los problemas del significado, la verdad y la realidad dentro del marco de su teoría de los signos, según los editores de *Writings* 2. Respecto al concepto de significado cabe discutir, aquí, la opinión del profesor Justus Buchler cuando afirma que Peirce denomina *interpretante* de un signo, el signo que interpreta o traduce a otro signo, a lo que comúnmente se denomina el significado⁴. Sin embargo, Peirce parece considerar el significado, más bien, como un carácter del *interpretante* y no como el *interpretante* mismo. En WMS171 dice al respecto:

² W3: 66.

³ W2: 439-440.

⁴ Buchler, Justus (1939). *Charles Peirce's Empiricism*, The International Library of Philosophy, New York: Routledge, 2010; p. 5, y pp. 100-104.

El significado –τὸ λεκτόν– es el aspecto en que los signos que se traducen unos a otros se concibe que concuerdan. Es algo independiente de cómo la cosa significada es realmente y depende únicamente de lo que se transmite a quienquiera que interprete el signo correctamente⁵.

Y añade que «El significado debe ser cuidadosamente distinguido del signo mismo y de la cosa significada»⁶. Donde queda claro que, en su semiótica, el significado tampoco es el objeto.

Peirce, en «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano»⁷, perteneciente a la serie de la *American Academy* de 1868, que hemos escogido como epígrafe introductorio a este capítulo, plantea la respuesta a la cuestión 5, «Si podemos pensar sin signos»⁸, argumentando a partir de las respuestas a las otras cuestiones. Primero, con la respuesta a la cuestión 4⁹: solo por los hechos externos puede el pensamiento conocerse de alguna manera. Segundo, con la respuesta a la cuestión 6¹⁰: el pensamiento que no puede conocerse no existe. Y tercero, con la respuesta a la cuestión 7¹¹: todo pensamiento está determinado por otro anterior. De lo que concluye que todo pensamiento debe ser necesariamente en signos, puesto que estos reúnen todos los aspectos anteriores. Lo que está, asimismo, implicado en su concepción de la continuidad temporal del pensamiento: «decir que el pensamiento no puede ocurrir en un instante, sino que requiere un tiempo, no es más que otra forma de decir que todo pensamiento debe ser interpretado en otro, o que todo el pensamiento es en signos.»¹² Es decir, todo signo es interpretado por otro signo, su *interpretante*, que deviene, a su vez, un nuevo signo y, así, indefinidamente. Este continuo abarca tanto el pasado como el futuro, en la sucesión infinitesimal del proceso semiótico, como planteaba en el capítulo 3, sobre el tiempo y el pensamiento.

Para el segundo epígrafe, que constituye el núcleo de este capítulo, hemos seleccionado una parte significativa¹³ de «Algunas consecuencias de cuatro

⁵ W2: 439.

⁶ W2: 439.

⁷ W2: 193-211.

⁸ W2: 207.

⁹ W2: 205. «Si tenemos alguna capacidad de introspección, o si todo nuestro conocimiento del mundo interno se deriva de la observación de hechos externos».

¹⁰ W2: 208. «Si un signo puede tener algún significado, si, por su definición, es signo de algo absolutamente incognoscible».

¹¹ W2: 209. «Si hay algún conocimiento que no esté determinado por un conocimiento previo».

¹² W2: 208.

¹³ W2: 223-242.

incapacidades»¹⁴, el siguiente ensayo de la serie de la *American Academy*. En este las 7 cuestiones del anterior ensayo se resuelven en cuatro negaciones, destacadamente, la tercera, «no tenemos capacidad de pensamiento sin signos»¹⁵. Procede, entonces, a definir el pensamiento-signo y a analizar los tres correlatos a los que se refiere: el *interpretante*, que es el nuevo pensamiento-signo que lo interpreta, el objeto, al cual es *equivalente*, y el fundamento, que es el aspecto o cualidad del mismo que lo conecta con su objeto. Explicita, a continuación, dos elementos constitutivos de los signos: sus *cualidades materiales*, que son propias del mismo, como el número de letras de una palabra, y su *aplicación demostrativa pura*, que es la conexión física y real del signo con su objeto; y un tercer elemento constitutivo, que es la *función representativa*, que consiste en lo que el signo es *para un pensamiento*. Estos tres elementos son las tres categorías de Peirce, en su primera formulación consistente, como hemos visto en el capítulo anterior: *cualidad, relación y representación*.

Por otro lado, introduce el tipo particular de *juicio* que está implicado en la interpretación del signo de una sensación, según Peirce un tipo de inferencia hipotética, en todo caso fiel a los hechos, en una de cuyas premisas, el sujeto es un concepto y el predicado el otro, un razonamiento que va, entonces, de la definición a lo definido.

Se detiene Peirce, ahora, a hacer un análisis *cognitivo* de las emociones como un tipo de sentimientos en los que la emoción como tal está determinada por lo que el sujeto *se dice a sí mismo*. Si, por ejemplo, vemos un objeto alargado en el suelo y pensamos que es una serpiente, nos asustaremos, cuando, en realidad, era una cuerda; en cuyo caso no nos habríamos asustado. Vemos aquí a Peirce como un precursor, también, de las teorías *cognitivistas* en psicología.

Peirce distingue entre sensaciones, emociones y pensamientos, que abstraemos o que derivan de pensamientos previos, y demuestra que todas estas modificaciones de la conciencia adoptan la forma de un tipo u otro de inferencia, sea esta inductiva o hipotética.

Tras una crítica a la que denomina la concepción nominalista de la sensación, según la cual tenemos, en la percepción, cualesquiera imágenes o representaciones absolutamente determinadas, como desarrolla en el capítulo 2, sobre la realidad.

¹⁴ W2: 211-242.

¹⁵ W2: 213, 223.

Considera, ahora, que cada sentido es un mecanismo de abstracción y que la asociación de ideas, sea por semejanza, contigüidad o causalidad, consiste en que un juicio ocasiona otro juicio; y que toda asociación de *ideas* es por signos. Esto es, de nuevo, la inferencia. Ahora bien, puntualiza que puede ser una inferencia en la que omitimos el principio rector, puesto que este está implícito en la amplitud y en la profundidad del predicado de la premisa¹⁶. Y concluye que el signo ha pasado, entonces, de *ser la cosa* a *ser representativo de la cosa*.

Procede, a continuación, a desarrollar la cuarta negación de ciertas facultades atribuidas al ser humano, «no tenemos concepción de lo absolutamente incognoscible»¹⁷, que parecería desviarnos del tema de los signos. Sin embargo, la teoría de los signos de Peirce precisa de una referencia a *lo real* como la que, también, hemos visto en el capítulo 2, y que para él es eminentemente *cognoscible*. Lo absolutamente incognoscible no tiene significado porque no se le puede adjuntar concepción alguna. La cognición verdadera se distingue de la falsa en que el objeto de la primera es real, mientras que el de la segunda es irreal. Adopta este realismo escolástico, puesto que, argumenta, ninguna cognición nuestra está absolutamente determinada, los generales deben tener una existencia real. El nominalista requiere una incognoscible *cosa en sí* que esté por debajo del concepto general, lo que para Peirce es una ficción metafísica, que está basada en la noción de que la realidad es algo independiente de la relación representativa.

Puesto que lo absolutamente incognoscible no existe, la mente es un signo que evoluciona según las leyes de la inferencia. Añade que el hombre mismo es un signo, dado que todo pensamiento es un signo y que la vida es un continuo de pensamiento. Y, puesto que, según postulaba en la primera de las cuatro incapacidades: «no tenemos capacidad de introspección, sino que todo nuestro conocimiento del mundo interno se deriva por razonamiento hipotético a partir de nuestro conocimiento de los hechos externos»¹⁸; concluye que el hecho de que todo pensamiento es un signo externo demuestra que el hombre también lo es. En definitiva, el lenguaje que el hombre utiliza es la suma total de su persona; y su identidad consiste en la consistencia de lo que hace con lo que piensa, es decir, en su capacidad de expresión. Esto nos parece que tiene un

¹⁶ Véase el capítulo 8, «La amplitud y la profundidad lógicas».

¹⁷ W2: 213, 238.

¹⁸ W2: 213.

correlato con el aforismo de Wittgenstein en el *Tractatus*: «Los límites de mi lenguaje significan los límites de mi mundo»¹⁹. En este sentido debemos destacar que la profesora Cheryl Misak²⁰ está realizando en la actualidad un estudio detallado respecto a la conexión del pensamiento de Peirce con el de Wittgenstein a través de Frank P. Ramsey, cuando ambos coincidieron en la Universidad de Cambridge.

Por otro lado, puesto que la concepción de la realidad implica, para Peirce, la concepción de una comunidad de conocimiento, señala, por último, en este ensayo que, dado que la realidad depende de la convergencia final de las opiniones de esta comunidad, en un estado de información completa, el pensamiento se dirigirá siempre a un pensamiento futuro, como argumentaba asimismo en el capítulo 3, sobre el tiempo y el pensamiento.

En el tercer, y último, epígrafe de este capítulo hemos incluido un texto redactado para el proyecto de libro de lógica en 1873, «La lógica como estudio de los signos»²¹. En este manuscrito comienza definiendo la singularidad del signo, continua describiendo la variedad de las relaciones causales entre los objetos y sus signos, y finaliza con la necesaria apelación de todo signo a una mente. Es decir, el signo, su objeto y su *interpretante*.

Establece, a continuación, que existen ciertas leyes de los signos, o principios, que deben ser comunes para todas las mentes, por lo que propone, alejándose de cualquier psicologismo, limitarse a un estudio de los signos *qua* signos, como desarrollará en el resto de esta obra, señaladamente en los capítulos dedicados a la inferencia, a la lógica de las matemáticas y a los términos relativos y conjugativos, utilizando para ello lo que él denomina un álgebra de la lógica, que continuará perfeccionando en escritos posteriores, que rebasan el alcance actual de esta tesis.

Recomendamos para ampliar algunos aspectos de la teoría de los signos de Peirce la obra fundamental de John J. Fitzgerald²², en la que se propone articular esta con la máxima del pragmatismo, particularmente, en cuanto a que el *interpretante* final de un

¹⁹ Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*, 5.6. Madrid: Alianza Editorial, 1989. No es este el único punto de similitud respecto a los signos entre la obra de Peirce y el *Tractatus*, véanse, también, las secciones 3 y 4 del mismo.

²⁰ Profesora de filosofía en la Universidad de Toronto en la actualidad, experta en la teoría de la verdad de Peirce.

²¹ WMS221; W3: 82-84.

²² Fitzgerald, John J. *Peirce's Theory of Signs as Foundation for Pragmatism*. The Hague: Mouton, 1966.

signo serán los hábitos a los que dé lugar en la acción práctica. Fitzgerald parte de que la teoría de los signos de Peirce es consistente de principio a fin, aunque presente algunas modificaciones y numerosas ampliaciones.

Por otro lado, el significativo libro de T. L. Short²³ sobre el mismo tema, presenta una marcada debilidad en la exposición de la teoría temprana de los signos que aquí nos incumbe, en particular, debido al hecho de que no incluye las consideraciones que encontramos en «Sobre una nueva lista de categorías»²⁴ y que, como hemos visto, resultan fundacionales para la teoría de los signos de Peirce. Por lo que podemos observar que su crítica a la consistencia entre las que denomina la primera y la segunda teorías, está basada en una lectura incompleta de la primera. Debemos destacar en el volumen de las *Transactions of the Charles S. Peirce Society*²⁵ dedicado a esta obra del Profesor Short, las críticas enunciadas por los Profesores Mats Bergman, Christopher Hookway y Joseph Ransdell al respecto. También quisiéramos destacar la relevancia de un trabajo de ordenación como el que hemos emprendido con esta tesis, para poder permitir una crítica fundada e informada de la evolución de las distintas concepciones de Peirce sobre los elementos de su lógica en sus diferentes épocas.

Sin ánimo de agotar la literatura al respecto, que es abundante, debemos destacar, asimismo, la reciente obra del Profesor Cornelis de Waal²⁶ sobre el conjunto de la filosofía de Peirce, en la que ofrece, en su capítulo 5, titulado «La semiótica o doctrina de los signos», un recuento bastante equilibrado de la misma; teniendo en cuenta las dificultades que supone emitir juicios sobre el conjunto de una obra que, en nuestra opinión, no ha sido aún adecuadamente presentada en sus partes, es decir, con un riguroso orden temático-cronológico como el que proponemos en nuestra investigación respecto al temprano proyecto de un libro de lógica de este polifacético y riguroso filósofo-científico a caballo entre los siglos XIX y XX.

²³ Short, T. L. *Peirce's Theory of Signs*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

²⁴ Capítulo 4, epígrafe 3, del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* objeto de esta tesis.

²⁵ *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, vol. 43, n. 4, otoño 2007. Bloomington: Indiana University Press.

²⁶ De Waal, Cornelis. *Peirce: a Guide for the Perplexed*. (Guides for the Perplexed Series). London: Bloomsbury Academics, 2013.

4.7 Capítulo 6. La naturaleza de la inferencia

Hemos incluido como primer epígrafe de este capítulo la parte relativa a la inferencia¹ de lo publicado en «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»² de 1868, comenzando por las cuatro negaciones que resultaban de la crítica a ciertas facultades atribuidas al ser humano que había expuesto en el primer artículo de la serie del *Journal of Speculative Philosophy*. Esta parte precede en el susodicho artículo a la que hemos incluido en el segundo epígrafe del capítulo 5 sobre los signos. Reflejando de esta manera la práctica totalidad de este ensayo, que Peirce incluyó, más tarde, en la lista de lecturas recomendadas para sus cursos de lógica en la Universidad Johns Hopkins (1879-1883). Este texto completo muestra magistralmente la estrecha imbricación entre su teoría de los signos, fundada en las categorías, y su teoría de la inferencia.

A continuación, hemos incluido el texto de WMS217³, titulado por Peirce «Capítulo 5», fechado el 10 de marzo de 1873, de acuerdo con las instrucciones del primer índice que encontramos en WMS181 de 1872 y con el contenido del mismo. En WMS218, titulado por Peirce «Capítulo 6», menciona que en aquel capítulo 5, el anterior, ha considerado «cómo las cualidades generales de las cogniciones, o categorías, se dirigen ellas mismas a otras cogniciones»⁴, lo cual es una definición muy general del proceso de inferencia.

Tanto WMS217 como WMS218 plantean serios problemas respecto al segundo índice tentativo, WMS220. Como ya hemos explicado en la introducción, WMS181 acaba en un capítulo 5 «La naturaleza de la inferencia en general»; y, previamente ha listado un capítulo 4 sobre «La naturaleza de los signos»; y un capítulo 3 sobre «Las Categorías». WMS220 comienza con un capítulo 7, «De la lógica como estudio de los signos», al que sigue un capítulo 8, «De las tres clases de cualidades» (o las categorías). WMS217 habla tanto de la inferencia como de los signos, aunque nos dice, al principio, que «Ya hemos visto que una inferencia es el proceso por el que una creencia determina a otra»⁵. Y WMS218 comienza:

¹ W2: 213-223.

² W2: 211-242.

³ W3: 75-77.

⁴ W3: 78.

⁵ WMS204; W3: 55. «Capítulo IV. De la realidad». Lo hemos incluido en el capítulo 2, sobre la realidad, del *Tratado de Lógica*.

Hemos visto que una cognición es un signo, y que todo signo tiene estos tres elementos: primero, las cualidades que le pertenecen en sí mismo como objeto; segundo, el carácter de dirigirse él mismo a una mente; y, tercero, una conexión causal con la cosa que significa. En el capítulo 4 hemos visto cuáles son las cualidades generales de las cogniciones en ellas mismas⁶. En el último capítulo⁷ hemos considerado cómo se dirigen ellas mismas a otras cogniciones⁸. Ahora tenemos que considerar⁹ cuál es la naturaleza causal entre un pensamiento y la cosa con la que se relaciona¹⁰».

Aunque en este último manuscrito, de hecho, se extiende, de nuevo sobre el tema de la realidad¹¹ respecto al pensamiento. Hasta ahora todo parece respetar la cohesión con el índice de WMS181, salvo que se altera el orden de los capítulos referidos a las categorías y a los signos, en el segundo índice, WMS220. Sin embargo, en este último aprieta el nudo gordiano respecto a la estructura del libro. Este «Memorándum de temas probables para ser tratados», comienza con un capítulo 7, «De la lógica como estudio de los signos», y sigue con un capítulo 8, «De las tres clases de cualidades¹²». Con unos pocos días de diferencia, dado que tanto WMS217 y WMS218 están fechados con precisión, Peirce altera en WMS220, sin que hayamos podido encontrar ningún texto que lo justifique, su índice de los primeros 6 capítulos, considerando lo que había dicho en WMS181, WMS217 y WMS218.

Sin embargo, hemos optado por respetar el orden de los respectivos capítulos en WMS181, poniendo primero las categorías y, luego, los signos; porque es, precisamente, en su «Nueva Lista de categorías» de 1867 donde presenta la primera formulación consistente de su teoría de los signos antes que en los artículos, «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano» y «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades», ambos de 1868, de los que hemos extraído el contenido principal del capítulo dedicado a los signos.

Por otro lado, hemos incluido MS218, a la vista de su contenido, en el apéndice al capítulo 2, sobre la realidad. Lo que resulta evidente es que en el pensamiento de Peirce tanto el tema de los signos, como el de la realidad, como el de las categorías, como el de la inferencia están todos estrechamente imbricados.

⁶ Refiriéndose a las categorías.

⁷ WMS217, «Capítulo 5»

⁸ Refiriéndose a la inferencia.

⁹ «Capítulo 6».

¹⁰ Que es el tercer elemento de todo signo/pensamiento: la relación con su objeto.

¹¹ Por ello lo hemos incluido en el apéndice al capítulo 2, sobre la realidad, del *Tratado de Lógica*.

¹² Refiriéndose a las categorías.

En el primer epígrafe de este capítulo, extraído de «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades», Peirce considera que, debido al hecho de que la creencia en las premisas conduce, por lo general, a la creencia en la conclusión, en la mente debe ocurrir algo equivalente al proceso silogístico. Este es un aspecto de un pensamiento característico de Peirce: la mente humana está adaptada evolutivamente a la comprensión de la naturaleza.

Clasifica, a continuación las inferencias válidas en apodícticas o probables, lo que ilustra con algunos ejemplos. En su división de las inferencias en deducción, inducción e hipótesis; la primera sería apodíctica, y las otras dos, probables. No se extiende sobre la deducción, puesto que su interés se centra en los dos tipos de las inferencias probables, que relaciona de esta manera con los siguientes silogismos: la inducción, que considera un tipo de argumento *estadístico*, sería la inferencia de la premisa mayor de un silogismo, a partir de la premisa menor y la conclusión; y la hipótesis¹³ la inferencia de la premisa menor, a partir de la premisa mayor y de la conclusión¹⁴. Lo que vuelve a ilustrar con ejemplos.

Este planteamiento que, en su origen, es estrictamente aristotélico, lo fórmula en los siguientes términos a la luz de la concepción kantiana de categoría: «La función de una inducción es la de sustituir una serie de muchos sujetos, por uno único que los abarca y un número indefinido de otros»¹⁵; y «la función de la hipótesis es la de sustituir una gran serie de predicados que no forman ninguna unidad en sí mismos, por uno único (o un pequeño número de ellos) que los implica a todos, junto con (quizás) un número indefinido de otros»¹⁶. Frente al silogismo deductivo, entonces, el hipotético puede definirse como el razonamiento que va del consecuente al antecedente.

Se extiende, ahora, sobre el obstáculo que suponen las falacias para la reducción de la acción mental al tipo de las inferencias válidas. Un argumento falaz es el que no implica la verdad de un principio general. Sin embargo, ni un argumento válido a partir de premisas falsas, ni una inducción ni una hipótesis muy débiles, pueden considerarse falacias, aunque sus conclusiones sean falsas, siempre que respeten la verdad de un

¹³ Se extiende en una nota a pie de página para justificar, en la historia de la ciencia, su uso del término hipótesis como otra forma, distinta de la inducción, de reducción de la multiplicidad a la unidad, y no como analogía.

¹⁴ Véase el capítulo 7, sobre la cópula y el silogismo, para apreciar el detallado estudio de los silogismos que conduce a Peirce a estas definiciones.

¹⁵ *W2*: 217.

¹⁶ *W2*: 218.

principio general. Para el lógico formal, a diferencia del psicólogo, las únicas falacias serían las que implicasen un absurdo, donde la conclusión es inconsistente con las premisas, o una contradicción, donde las proposiciones están conectadas con una especie de conjunción ilativa que no puede conectarlas de forma válida.

Sin embargo, recomienda serenidad y cautela a la hora de concebir distintamente tanto las premisas como los principios, dado que podemos inclinarnos a inferir como verdadero aquello que deseamos que lo fuera - aquello que estamos inclinados a creer- o cualquier otra regla de inferencia errónea, que obstaculizaría la convergencia de los juicios de varios investigadores sobre la misma cuestión de acuerdo con sus concepciones de la investigación, la realidad y la opinión final para el método científico del razonamiento. Ya que demuestra, a continuación, que en toda falacia posible para la mente del ser humano, el procedimiento es conforme con la fórmula de la inferencia válida. Por ello considerará, con posterioridad, que la primera regla de la razón no sería un principio meramente lógico sino, más bien, ético, al que denomina la *voluntad de aprender*: «A esta primera, y en un sentido única regla de la razón, que para poder aprender debes desear aprender, y que al desear de este modo no debes estar satisfecho con lo que estás inclinado a pensar de antemano, le sigue un corolario que merece inscribirse en todas las paredes de la ciudad de la filosofía: ¡no obstaculices el camino de la investigación!»¹⁷.

En el último epígrafe de este capítulo, para cuyo contenido hemos seleccionado el texto de WMS217, comienza hablando de la inferencia, en términos muy generales del razonamiento humano, para continuar hablando de los signos; mostrando cómo un tema está estrechamente relacionado con el otro. Entre los elementos del conocimiento distingue los pensamientos, la conexión habitual entre ellos y los procesos que establecen esa conexión habitual. Estos procesos son las inferencias. Además, puesto que los pensamientos son signos, las inferencias también lo son; y ambos son signos de una creencia, que no está limitada a un pensamiento puntual, como hemos visto en el capítulo dedicado al tiempo y el pensamiento, sino que consiste en «una conexión habitual entre las cosas que están sucesivamente presentes»¹⁸, y que está en lugar de algún objeto con el cual se relaciona, como signo que es. De esta manera, el que una

¹⁷R442 y R825 (1898); CP 5.574-589; EP2: 42-46. Existen traducciones al español: <http://www.unav.es/gep/FirstRuleOfLogic.html> (consultada el 26 de noviembre de 2014); Peirce, Charles S. *Obra filosófica reunida*, volumen 2, cap. 5. México: Fondo de Cultura Económica, 2012.

¹⁸W3: 76.

creencia sea un motivo directo para la acción y que esta acción sea, a su vez, interpretable, refleja el carácter intelectual de la creencia, en el sentido de que puede traducirse indefinidamente de signo en signo. En definitiva, puesto que para Peirce todo conocimiento tiene la naturaleza del signo, el pensamiento es el signo de una creencia pero nunca la creencia misma. Este estudio del pensamiento como signo le parece que nos librará de las perplejidades a las que nos había conducido un pretendido estudio *directo* del mismo.

Finalmente, puesto que una creencia se traduce en una inferencia: «ningún conocimiento es tal o tiene significado intelectual por lo que es en sí mismo, sino solo por lo que es en sus efectos sobre otros pensamientos»¹⁹, y, por lo tanto, en su proyección al futuro.

En todo este texto está describiendo su concepción del proceso de inferencia como un proceso semiótico, lo que desarrollará ampliamente en todas sus consideraciones ulteriores respecto al estudio de la lógica considerada como semiótica.

Este capítulo podría haberse completado, alternativamente, con la sexta conferencia de las *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*, titulada «Deducción, inducción e hipótesis»²⁰. Hemos optado por respetar el sentido del título del capítulo en el índice de WMS181, que es «La naturaleza de la inferencia», y no «Las clases de inferencias», a lo que se adecúa el contenido que hemos seleccionado para el mismo. Por otro lado, este capítulo exige una lectura detallada del capítulo que le sigue, «La cópula y el silogismo simple», para entender el proceso intelectual que precedió a las reflexiones aquí presentadas. Adicionalmente, en el capítulo 11, «Las probabilidades», hemos incluido la que consideramos la mejor síntesis que hace Peirce al final de esta época acerca de la inferencia y la probabilidad, dentro de sus cursos de lógica en la Universidad Johns Hopkins. Continuamos, de esta manera, viendo como todos los temas del presente libro se van imbricando unos con otros en la continuidad del proceso semiótico en que consiste el pensamiento con signos.

¹⁹ W3: 77.

²⁰ W3: 323-338.

4.8 Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple

En el apéndice a este capítulo hemos incluido algunos textos desubicados anteriores a 1873, que, sin embargo, ilustran cuál era la posición de partida de Peirce respecto a sus estudios sobre el silogismo aristotélico-escolástico. En el primer manuscrito, WMS154, del otoño de 1869, titulado «Esbozo preliminar de lógica»¹, define, en 10 epígrafes, los conceptos esenciales referidos a la lógica como «la ciencia que se necesita para poner a prueba los argumentos»², con el que empieza la serie. A continuación procede a definir el argumento y sus partes; el argumento válido y las falacias; las condiciones de verdad de los argumentos; la indispensabilidad del principio rector y otros principios lógicos; la proposición y la enunciación; los términos significativos (los símbolos); los argumentos simples y complejos; la sustitución o deducción; y menciona otro principio de inferencia que no llega a completar aquí, presumiblemente la inducción.

El segundo texto que hemos incluido en el apéndice, WMS164, titulado por Peirce «Lecciones de lógica práctica»³, es el primero de los textos que los editores de *W2* incluyen en un apartado que titulan «Lógica práctica» y que les parece respondía a un proyecto de libro de lógica⁴ de Peirce. A nosotros nos parece, más bien, un manuscrito desubicado destinado a una serie de clases de lógica y desvinculado de los manuscritos adicionales de esta serie que sí responden a la concepción de un proyecto de libro de lógica, y de los que hemos incluido algunas partes, señaladamente, en el prólogo a este proyecto de libro y en el capítulo final, y de los que hemos extraído el título de Peirce para el proyecto en su conjunto, *Un tratado práctico de lógica y metodología*. Esta serie de manuscritos, WMS165 y WMS166 se encuentran completos en el apéndice dedicado a los manuscritos anteriores a 1870 del proyecto de libro, de acuerdo con la propuesta del Profesor Joseph Ransdell⁵.

Volviendo a WMS164, encontramos, primero, un párrafo explicativo de una lección 1, donde comienza definiendo la lógica como «el arte de investigar la verdad»⁶. Sin embargo, parece haber un ‘salto’ en el texto puesto que, tras una mención a la

¹ *W2*: 294-297.

² *W2*: 294.

³ *W2*: 348-350.

⁴ *W2*: 538-540.

⁵ <http://lyris.ttu.edu/read/archive?id=8117111>, consultada el 19 de diciembre de 2014.

⁶ *W2*: 348.

concepción kantiana de la lógica tal como la expone Mansel⁷ en sus *Prolegomena Logica*, de repente, nos encontramos, que bajo el encabezamiento de «Consecuencias», y tras la definición de esta noción lógica, como el enunciado de que un hecho se sigue de otro, añade que «la investigación de las consecuencias constituye la *Lógica*»⁸, y que «la distinción entre cuestiones materiales y formales, es una de las más importantes distinciones prácticas en toda la extensión de la lógica»⁹. Es por esta última parte que lo hemos incluido en el apéndice a este capítulo.

Concluimos el mismo con otro manuscrito desubicado de 1870, WMS 169, titulado por Peirce, «Un sistema de lógica»¹⁰, donde comienza, el esbozo de un «capítulo I», con el silogismo; justificando previamente la existencia de la lógica en el hecho histórico de que hayamos querido tener «una ciencia que ponga a prueba las inferencias»¹¹. El estudio que hace Peirce de los silogismos está fundado en el desarrollo escolástico que hizo Duns Escoto de la teoría aristotélica. Peirce considera, en esta época previa a su proyecto de libro de 1873, que el silogismo debe ser tratado antes que los términos y las proposiciones, y que el estudio de la lógica debería empezar por el mismo. En el segundo epígrafe de este texto, que titula «Sobre los caracteres esenciales de un argumento», explica un tipo de argumento diferente al silogismo, que fue llamado *consequentia*, y que ya había mencionado en el manuscrito anterior.

Es claro, pues, que Peirce consideraba que el estudio de la lógica debía empezar por el silogismo, tal como había hecho él mismo cuando comenzó a una edad muy precoz a estudiar los *Elementos de Lógica* del Obispo Whately¹². Sin embargo, el proyecto de libro de lógica de 1873 comienza por la creencia y la duda, y por los métodos para fijar la opinión, señaladamente el científico. Por lo que este proyecto, más elaborado, se inscribe dentro de una concepción más amplia de la lógica como teoría del razonamiento científico. Ahora bien, las herramientas lógicas fundamentales del

⁷ Mansel, Henry Longueville. *Prolegomena Logica: An inquiry into the Psychological Character of Logical Processes*. Oxford: Hammas, 1851. Filósofo británico y teólogo anglicano, conocido como divulgador de la filosofía y la lógica de Sir William Hamilton. En la tradición de Aristóteles, Kant y Thomas Reid, al igual que Peirce. Desarrolló el concepto de la lógica como ciencia del pensamiento *formal*.

⁸ W2: 349.

⁹ W2: 349.

¹⁰ W2: 430-432.

¹¹ W2: 430.

¹² Whately, Richard. *Elements of Logic*. Boston and Cambridge: James Munroe and Company, 1855. Lógico y Teólogo británico. Este libro era el manual de lógica de mayor difusión en el mundo anglosajón en aquella época. Peirce lo estudió en detalle a la edad de 12 años, según sus propias declaraciones recogidas por Max H. Fisch en la introducción a la edición de *Writings I* (p. xviii).

razonamiento científico, junto con la observación y la experiencia, son los métodos de inferencia: deducción, inducción e hipótesis, que en esta época Peirce consideraba estrechamente ligados a las formas del silogismo. Y, de hecho, no renuncia a incluir el estudio del mismo, junto con la cópula, tal como contempla en un capítulo 10 del segundo índice tentativo que encontramos en WMS220.

Nosotros hemos incluido este capítulo a continuación del referido a la naturaleza de la inferencia, aunque sería excelente introducción al mismo, porque así lo determinaba el primer índice tentativo de los primeros cinco capítulos que encontramos en WMS181, que no incluía ninguno respecto a la cópula y el silogismo.

Hemos comenzado este capítulo con el primero de los dos manuscritos que dedica a la cópula y al silogismo en 1873. En este WMS229¹³, que titula «Cap. VIII. De la cópula»¹⁴, comienza explicando su uso de la notación \rightarrow como expresión de la cópula. Este símbolo ya lo había introducido en su «Descripción de una notación para la lógica de relativos» en 1870, puesto que considera que la relación de inclusión es más amplia que la de igualdad como explica en la nota 1 que aparece en aquel trabajo, que hemos incluido en el apéndice al capítulo 10 sobre los términos relativos y conjugativos. Es destacable que en alguno de los ejemplos que presenta para familiarizar a los estudiantes de lógica con el uso de este símbolo, aparece, también, como alternativa a la implicación. A continuación explica los que considera los tres principios fundamentales de la cópula: el de identidad, el *dictum de omni* (como se presenta en el silogismo *Barbara*) y el de la *singularidad de lo mismo* (cuando dos sujetos tienen el mismo predicado). Finaliza este breve esbozo señalando que debemos repasar la lógica de las relaciones¹⁵ antes de poder hacer cualquier consideración adicional sobre ello.

El segundo manuscrito de 1873, WMS232¹⁶, titulado «Cap. X. La cópula y el silogismo simple», ahora en concordancia con el índice de WMS220, y que hemos incluido a continuación, comienza justificando la existencia de la cópula como el signo que conecta un sujeto con un predicado, y que considera el *alma* de la proposición, es decir, la cópula es el signo que significa que una cosa es signo de otra. Explica, a continuación, como toda proposición puede ser reducida a la forma *A es B*, donde la

¹³ W3: 90-92.

¹⁴ Aunque en el índice tentativo que presenta, con anterioridad, en WMS220 correspondería a un capítulo 10.

¹⁵ Véase el capítulo 10 al respecto.

¹⁶ W3: 95-98.

cópula significa que el sujeto y el predicado denotan lo mismo. Incluso demuestra que las proposiciones hipotéticas o condicionales son igualmente reducibles a este esquema, por ejemplo, «Si M ocurre, N ocurre» es equivalente a «todo estado de cosas en que M ocurre, es un estado de cosas en que N ocurre»¹⁷.

Los principios de la cópula en el texto del epígrafe anterior, son ahora *propiedades*. Al principio de identidad lo denomina aquí *el carácter equivalente (equiparante) de la cópula*. La segunda propiedad es el carácter transitivo de la cópula. Y la tercera la indistinción entre A y B , cuando A es B y B es A . De estos tres caracteres el más importante para la lógica formal es el de la transitividad que se traduce en la forma del silogismo simple: si A es B y B es C , entonces A es C . Insistimos aquí en el carácter inclusivo de la cópula en la lógica de Peirce, frente al de identidad propio de las matemáticas. Finalmente, destaca que estas consideraciones fueron señaladas, por primera vez, por De Morgan.

Hemos visto como en estos dos textos está apuntando hacia una revisión de la teoría de la cópula y del silogismo, desde la perspectiva de la lógica de las relaciones o de los términos relativos, como veremos en el capítulo 10. En el capítulo anterior sobre la inferencia ya hemos visto como apuntaba a la aplicación de las formas del silogismo a la deducción, la inducción y la hipótesis, lo que consumará en el capítulo 11 en su «Teoría de la inferencia probable».

No obstante, nos parece imprescindible incluir en este capítulo su primer trabajo en el que hace un desarrollo de la silogística escolástico-aristotélica, inspirado en Boole, que incluye las hipótesis y las probabilidades. Porque, además, estamos convencidos de que un manual para estudiantes de lógica como el aquí propuesto no puede obviar el estudio de este importante tema de la historia de la lógica, especialmente, por su señalado carácter formativo, como lo fue para el propio Peirce.

En el tercer epígrafe de este capítulo hemos incluido, por lo tanto, «Sobre la clasificación natural de los argumentos»¹⁸, el segundo trabajo de la serie de la *American Academy* de 1867. Debemos señalar que esta serie está incluida en su totalidad en el presente libro, en los capítulos respectivos o en sus apéndices.

¹⁷ W3: 97.

¹⁸ W2: 23-59.

En el § 4 de la Parte I de esa presentación, que titula «De un tipo general de argumentos silogísticos», habla detalladamente de cómo se aplican a los términos de un silogismo los conceptos de extensión y comprensión o, como prefiere denominarlos siguiendo a Hamilton, de amplitud y profundidad. Este aspecto lo revisamos en el comentario al capítulo que viene a continuación sobre ese tema.

Es, también, destacable en este texto, además del detallado estudio que hace de las formas de reducción de los distintos tipos del silogismo, que incluya entre los mismos a las hipótesis, las inducciones y las probabilidades. En la Parte III, «La inducción y la hipótesis» introduce los signos matemáticos Σ , para denotar la *suma* de todas las clases que están incluidas en el sujeto del principio rector, y Π para denotar la *conjunción* de todos los caracteres del predicado del principio rector. Iniciando de esta manera sus intentos por introducir una simbología formal para la cuantificación, como veremos en el capítulo 10, sobre los términos relativos. Utiliza el primer signo para la forma del silogismo que denomina *inducción formal*, cuando obtenemos el principio rector a partir de la conclusión y la premisa. Utiliza el segundo signo para la forma del silogismo que denomina *hipótesis formal*, cuando concluimos el principio rector a partir de dos premisas que comparten los predicados. En una extensa nota a pie de página se detiene a considerar su concepto de hipótesis¹⁹ o *razonamiento a partir de la definición*, que afirma coincide prácticamente con la definición de Kant: «Una hipótesis es el sostener por verdadero el juicio de la verdad de una razón en base a la suficiencia de sus consecuentes»²⁰; frente a la tesis positivista que postula que «ninguna hipótesis es admisible que no pueda ser verificada por observación directa»²¹, por lo que, en ningún caso, el positivismo contempla a la hipótesis como un modo de inferencia. Peirce considera que mantener esa posición excluiría prácticamente por completo de la investigación científica, por ejemplo, a la ciencia de la historia.

Podemos, también, destacar que incluye al final de este trabajo lo que denomina los modos de la inferencia probable, es decir, la inducción y la hipótesis. Según Peirce, ambos modos conducirían a partir de premisas verdaderas a una conclusión verdadera

¹⁹ En la nota 5 al primer epígrafe del capítulo anterior sobre la inferencia se extiende prolijamente en los ejemplos de justificación de su uso del término hipótesis en la historia de la filosofía y de la ciencia (W2: 218-219). Remitimos, también, a las partes de este epígrafe donde elabora su concepción de las hipótesis en relación al modo del silogismo que va del consecuente al antecedente (W2: 217-220).

²⁰ Kant, Immanuel. *Sämtliche Werke*. 12 partes en 14 volúmenes. Editado por Karl Rosenkranz y Friedrich Wilhelm Schubert. Leipzig: Leopold Voss, 1838-1842; 3:262 [*Logik*, Einleitung 10].

²¹ W2: 45, n. 8.

con mayor probabilidad, a la larga, que a una falsa; basándose en dos características: que los elementos de la inducción tienden a corregirse a la larga, y que los humanos tenemos la tendencia a hacer más inducciones acertadas que equivocadas, cuando contamos con un número suficiente de instancias. El Profesor John Jessup²² ha planteado algunas debilidades de los argumentos presentados en este ensayo respecto a la formulación de la probabilidad de la inducción, basándose en escritos posteriores de Peirce en que este añadiría el concepto de aproximación, derivado de las matemáticas y de la estadística, al referirse a la validez de las inducciones probables. En este sentido un argumento inductivo válido sería *aproximada y probablemente* verdadero²³.

Por otro lado, Peirce parece considerar aquí a la hipótesis como uno de los modos de la inferencia probable, tal como postularía, más adelante en «Una teoría de la inferencia probable»²⁴. Este y otros aspectos de su teoría del silogismo serían revisados por él mismo en escritos posteriores que todavía no han sido publicados en la edición de *Writings*, señaladamente en *La solicitud a la Institución Carnegie* de 1902.

Finalmente, remitimos al libro del Profesor Risto Hilpinen²⁵ para un estudio detallado del desarrollo que hace Peirce de la silogística aristotélico-escolástica.

²² Jessup, John. «Peirce's early account of induction» en *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 10 (otoño 1974): 224-234.

²³ Véase al respecto en el capítulo 11 «Una teoría de la inferencia probable».

²⁴ Véase al respecto el capítulo 11, «Las probabilidades». El propio Peirce fue el primero en percatarse de este error que corrigió, más adelante, especificando que confundió, en este caso, la denominación de hipótesis con la de inducción hipotética. Remitimos a la importante aclaración que hace al respecto en *La solicitud a la Institución Carnegie* (1902), publicada en las notas editoriales de *W4*: 588; y que hemos incluido destacadamente en el comentario al citado capítulo 11.

²⁵ Hilpinen, Risto. *Aristotelian Syllogistic as a Foundation of C. S. Peirce's Theory of Reasoning*. New York: Lang, 2000.

4.9 Capítulo 8. La amplitud y la profundidad lógicas

Debemos comenzar señalando que en el índice tentativo de la segunda parte del libro de lógica que Peirce proyectó en 1873, tal como aparece en WMS220, este sería un capítulo 11 sobre la amplitud y la profundidad lógicas, que se veía seguido, en el título, por los temas de la distribución y la composición, dos funciones matemáticas, de nuevo, aplicadas a la lógica. El caso es que no hemos podido encontrar ningún escrito de esa época en el que Peirce abordase esos dos temas adicionales.

Por otro lado, encontramos que para completar el contenido de este capítulo, los manuscritos del proyecto de 1873, el que hemos titulado «Denotación y connotación»¹ y «Sobre la amplitud y la profundidad lógicas»², no resultan suficientes; por lo que hemos tenido que recurrir, para el primer epígrafe, al último artículo de la serie de la *American Academy* de 1867, «Sobre la comprensión y la extensión lógicas»³, del que los dos anteriores suponen una revisión inacabada. En la séptima conferencia del Instituto Lowell de 1866 plantea este mismo tema en unos términos muy parecidos, como hemos comentado en la sección de Antecedentes de esta tesis.

Este artículo cimero se ve precedido, en aquella serie, por dos artículos que, en algún momento, apuntan hacia él, y que, también, hemos incluido en nuestro proyecto de *Tratado de Lógica*: «Sobre la clasificación natural de los argumentos», en el capítulo 7, y «Sobre una nueva lista de categorías», en el capítulo 4. En el primero de ellos dice al respecto, hablando del tipo general de los argumentos silogísticos:

Todo término tiene dos potencias o significaciones, según sea sujeto o predicado. La primera, que aquí será denominada su *amplitud*, incluye a los objetos a los que se aplica; mientras que la segunda, que aquí será denominada su *profundidad*, incluye a los caracteres que se atribuyen a todos y cada uno de los objetos a los que puede aplicarse. Esta amplitud y esta profundidad no deben confundirse con la extensión y la comprensión lógicas, como suelen adoptarse estos términos.

¹ WMS 223, *W3*: 84-89, titulado por Peirce, simplemente, «Capítulo 9». Sin embargo, en el índice de WMS220 aparece el tema de la amplitud y la profundidad lógicas como capítulo 11. El capítulo 9 según el mismo índice estaría dedicado a la concepción del espacio, esencial en lógica; para lo que no hemos encontrado ningún contenido en los escritos de la época que nos incumbe. El texto de este WMS habla de la denotación y la connotación, que era uno de los temas tratados en 1867 dentro del estudio de la comprensión y la extensión lógicas. Por lo que parece que Peirce pretendía dividir ese capítulo en dos partes, una sobre ese tema y la otra sobre la amplitud y la profundidad lógicas, que son los términos que prefiere, finalmente, utilizar en vez de comprensión y extensión.

² WMS 233, *W3*: 98-102, titulado por Peirce «Capítulo XI. Sobre la amplitud y la profundidad lógicas», esta vez en consonancia con el índice de WMS220.

³ P34, *W2*: 70-86.

Toda sustitución de una proposición por otras debe consistir en la sustitución de término por término. Una sustitución tal solamente puede justificarse en la medida que el primer término representa lo que está representado por el segundo. De ahí que las únicas sustituciones posibles son:

1ª. La sustitución por un término que realiza la función de un sujeto de otro cuya amplitud está incluida en la del primero; y

2ª. La sustitución por un término que realiza la función de un predicado de otro cuya profundidad está incluida en la del primero.

Si, en consecuencia, en cualquiera de las premisas aparece un término como sujeto que no aparece en la conclusión como sujeto, entonces la otra premisa debe declarar que la amplitud de ese término incluye la amplitud del término que lo sustituye en la conclusión. Pero esto es declarar que todo objeto del último término tiene todo carácter del anterior. El término eliminado, en consecuencia, si no realiza la función de predicado en una premisa, lo hace en la otra. Pero si el término eliminado realiza la función de predicado en una premisa, la otra premisa debe declarar que su profundidad incluye a la del término al que sustituye en la conclusión. Ahora bien, esto es declarar que todo carácter del último término pertenece a todo objeto del anterior. Por lo que, en la otra premisa, debe realizar la función de un sujeto. Por ello la fórmula general de todo argumento debe ser

$$\begin{array}{l} M \text{ es } P \\ S \text{ es } M \\ \therefore S \text{ es } P \end{array}$$

que debe ser entendido en este sentido, que los términos de todo argumento silogístico realizan las funciones de sujeto y predicado como se indica aquí, pero no que el argumento pueda ser expresado gramaticalmente de esta manera.⁴

Aquí, utiliza ya los términos amplitud y profundidad, en vez de los más comunes, extensión y comprensión, de cuyo uso habitual, dice, se distinguen, para explicar la estructura general del argumento silogístico. En «Sobre la comprensión y la extensión lógicas», que hemos incluido como primer epígrafe del capítulo, a pesar del título que da a esa presentación, tras una revisión histórica de la terminología al respecto, justifica detalladamente las denominaciones de amplitud y profundidad que adopta de Hamilton. Sin embargo, en «Sobre una nueva lista de categorías»:

Las otras divisiones de términos, proposiciones y argumentos surgen de la distinción entre extensión y comprensión. Me propongo tratar este tema en un escrito subsiguiente⁵. Pero anticiparé, por ahora, decir que hay, primero, la referencia directa de un símbolo a sus objetos, o su denotación; segundo, la referencia del símbolo a su fundamento, por medio de su objeto, esto es, su referencia a los caracteres comunes de los objetos, o su connotación; y tercero, su referencia a sus interpretantes por medio de su objeto, esto es, su referencia a todas las proposiciones sintéticas

⁴ W2: 26-27.

⁵ Véase el epígrafe 1 de este capítulo 8: «Sobre la comprensión y la extensión lógicas».

en que sus objetos en común son sujeto o predicado, y a esto lo denomino la información a la que da cuerpo. Y como toda adición a lo que denota, o a lo que connota, se efectúa por mediación de una proposición distintiva de este tipo, se sigue que la extensión y la comprensión de un término están en una relación inversa, mientras la información se conserve igual, y que todo incremento de información está acompañado de un incremento de una u otra de estas dos cantidades. Puede observarse que extensión y comprensión son, muy a menudo, tomadas en otros sentidos en los que esta última proposición no es verdadera.⁶

Donde, ahora, utiliza la terminología que había descartado en el texto anterior, y hace a la extensión y a la comprensión prácticamente sinónimos de denotación y connotación. A lo que añade el concepto fundamental de información, como ya había hecho en la séptima conferencia del Instituto Lowell, definiendo estas tres concepciones en los términos de sus categorías, destacadamente asociando el concepto de información a su recién creado concepto de *interpretante*. También, acepta aquí la doctrina comúnmente admitida de que la extensión y la comprensión de los términos están en una relación inversa respecto a una información estable, es decir, en las proposiciones analíticas cuando no hay aumento de información. Sin embargo, en las proposiciones sintéticas cuando hay un aumento de información, solo se incrementa una u otra de las variables sin que disminuya necesariamente la otra. Esta significativa aportación de Peirce al tema la estudia el Profesor De Tienne⁷, junto con su posterior concepto de *información genuina*, en un artículo, que, a su vez, es comentado por los Profesores Queiroz y El-Hani⁸, respecto a ciertos sistemas semióticos, específicamente, los que transmiten información biológica, ambos en sendos números de la revista brasileña *Cognitio*. Y por el Profesor Barbosa en otro artículo⁹ de la misma revista, respecto a la relación entre esos dos conceptos en las proposiciones analíticas y en las sintéticas, como hemos mencionado anteriormente. Nos resulta curioso que sean solo estos tres, prácticamente, todos los estudios que se han hecho sobre este sugerente tema que, cuando se combina con su teoría de la probabilidad estadística, que hemos visto en el capítulo 11 de este *Tratado de Lógica*, nos muestra a Peirce como un claro precursor,

⁶ W2: 58-59.

⁷ De Tienne, A. «Information in Formation: A Peircean approach». *Cognitio: Revista De Filosofia*, (2005) 6(2), 149-165.

⁸ Queiroz, J., & Niño El-Hani, C. «On Peirce's notion of information: Remarks on De Tienne's paper *Information in Formation*». (2007) *Cognitio: Revista De Filosofia*, 8(2), 289-298.

⁹ Barbosa, D. S. «Informação e verdade na filosofia de Peirce». *Cognitio: Revista De Filosofia*, (2008) 9(2), 281-323.

también, de la Teoría de la Información, que se reconoce desarrollada interdisciplinariamente solo a partir de 1940.

En el primer epígrafe del capítulo, «Sobre la comprensión y la extensión lógicas»¹⁰, Peirce comienza con un detallado repaso a las diferentes denominaciones de estas cantidades remontándose hasta el árbol de Porfirio y la filosofía escolástica. Continúa con dos términos que considera estrechamente relacionados con los anteriores, puesto que también se refieren al concepto de un término como compuesto de una totalidad de partes. Estos son, *claro* y *distinto*; respecto a los cuales la distinción que hace Leibniz le parece mucho más clara que la de Descartes.

Prosigue, en el segundo apartado de este texto, con las denominaciones contemporáneas, siendo la más comúnmente aceptadas *comprensión* y *extensión*, que fueron adoptadas por los lógicos de Port Royal, a quienes se atribuye su descubrimiento. No está de acuerdo con la opción alternativa de *intensión* para la comprensión, propuesta por Hamilton, ya que le parece que puede confundirse con intensidad. Añade que fue J. S. Mill el que introdujo las denominaciones de *denotación* y *connotación* para estas cantidades, aunque su uso por los escolásticos era bien distinto. Peirce finalmente adopta los términos de Hamilton, *amplitud* y *profundidad*, porque le parecen especialmente claros y distintos.

En el tercer apartado de este texto, analiza los diversos sentidos en que han sido empleados estos términos, bien porque diferentes autores se refieran con ellos a los conceptos, a los juicios, a las representaciones mentales, al conocimiento en general, a los términos, a los nombres, a las palabras, a los significados o a las clases y los atributos. En el apartado cuarto, continuando con la exposición de estos diferentes sentidos, introduce el cuestionamiento de la proporcionalidad inversa de estas dos cantidades y la propuesta de una tercera.

En el apartado quinto desarrolla los tres sentidos en que adoptará estos términos: la amplitud y la profundidad *informadas*, en un estado supuesto de información, que es la tercera cantidad que incorpora Peirce en este estudio; la amplitud y la profundidad *esenciales*; y la amplitud y la profundidad *sustanciales*.

En el apartado sexto relaciona las tres cantidades: la amplitud, la profundidad y la información de los términos; con sus tres categorías: cualidad, relación y

¹⁰ W2: 70-86.

representación; como había apuntado en el artículo de esta serie sobre las categorías, más explícitamente como la referencia a un fundamento, la referencia a un correlato y la referencia a un interpretante. Establece, a continuación, la relación entre las tres cantidades, donde la proporcionalidad inversa entre la amplitud y la profundidad solo se da cuando no hay aumento de la información puesto que, en el momento que hay algún aumento de la información, una de las otras cantidades aumenta independientemente de la otra. Lo que plasma en la fórmula: $\text{Amplitud} \times \text{Profundidad} = \text{Área}$; en que el área es equivalente a la cantidad de información.

Señala, a continuación, que, puesto que la contradicción consiste en confundir las amplitudes de dos términos, no habrá contradicción real, sino meramente verbal, cuando el sujeto del que se predicán no tenga amplitud real.

Y especifica, ahora, las relaciones de la fórmula anterior con los mecanismos más habituales del pensamiento; así, por ejemplo, en la generalización hay un aumento de amplitud y una disminución de profundidad sin cambio en la información; en la inducción hay un incremento de amplitud sin cambio de profundidad, por un aumento de la información; y en la abstracción hay una disminución de la profundidad sin cambio de amplitud, por una disminución de la información.

Aplica, asimismo, esta fórmula a los métodos de inferencia: en la deducción se respeta la proporcionalidad inversa de la amplitud y la profundidad dado que no hay cambio en la información. En la inducción, puesto que hay un incremento de la información, en una de las premisas aumenta la amplitud y en la otra la profundidad, sin que estos aumentos sean necesariamente proporcionales. En la hipótesis señala una distinción importante con la inducción: «[la inducción] incrementa potencialmente la amplitud de un término, e incrementa efectivamente la profundidad del otro, mientras que la [hipótesis] incrementa potencialmente la profundidad de un término, e incrementa efectivamente la amplitud del otro»¹¹.

Concluye este texto con una consideración acerca de que el argumento de la definición a lo definido es un tipo especial de hipótesis, y no una modificación de la deducción que va de lo definido a la definición.

En el segundo epígrafe de este capítulo, que hemos titulado «Denotación y connotación» en base a parte del contenido del mismo, comienza con un estudio de la

¹¹ W2: 85. Aclaraciones del traductor entre corchetes.

denotación para lo que introduce el signo que expresa la cópula en su notación, \rightarrow , el signo que significa que todo lo que se denota por el sujeto se denota por el predicado. Procede, a continuación, a explicar los principios y las propiedades de la cópula en relación con los métodos de la inferencia deductiva, o *dictum de omni*, y de la inductiva. Introduce el signo '1' para expresar *ens*, el término que puede ser predicado por todo otro término, y el signo '0' para expresar *nada*, el término del que se puede predicar cualquier otro. Adicionalmente explica las propiedades de las operaciones lógicas de la disyunción y de la conjunción de la cópula. Todo ello representa una introducción cabal a la notación, principios y propiedades de su propuesta de una lógica simbólica o formal, que veremos ampliamente desarrollada en el capítulo 10 sobre la lógica de los términos relativos, tras el interludio matemático que supone el capítulo 9.

Destaca, a continuación, la utilidad de las concepciones de amplitud y profundidad para el estudio de la lógica. Denotación y connotación no le parecen, en definitiva, términos apropiados porque en el siglo XII denotar era nombrar y connotar significar; los cuales no se corresponden con las concepciones lógicas contemporáneas de amplitud y profundidad.

Concluye este texto formulando, de nuevo, su concepción del aumento de la información: «en el aumento del conocimiento [la información], la amplitud y la profundidad conocidas [informadas] de los términos están constantemente aumentando, y la suma de las amplitudes y profundidades conocidas de cualquier producto, si le place, medirá el alcance hasta donde la investigación haya sido llevada»¹²; de una manera que apunta claramente a su concepción de la realidad en el método científico de razonamiento como era su propuesta en los dos primeros capítulos de este *Tratado de Lógica*.

Señala, a continuación, la aplicación de estas cantidades en las diferentes clases de razonamiento: deducción, inducción e hipótesis; como hemos visto algo más desarrollado en el epígrafe anterior.

En el tercer y último epígrafe de este capítulo, «Sobre la amplitud y la profundidad lógicas», lo más destacable es que denomina a los términos generales, como hombre, árbol, etc., *términos de segunda intención*, cuya amplitud serán todos los objetos de los que cada uno pueda ser predicado. La profundidad serán todos los atributos, caracteres,

¹² W3: 89. Aclaración del traductor entre corchetes.

marcas o cualidades que puedan ser predicados de un objeto, y será, también, un *término de segunda intención*, puesto que representa la semejanza en un cierto aspecto con otro u otros objetos. En este sentido divide los términos, a su vez, en concretos y abstractos.

Refiriéndose ahora explícitamente a la concepción de la realidad como expuso en el capítulo 2, afirma que «la información final es el hecho último»¹³; para cuyo análisis necesitamos, de nuevo, las concepciones de amplitud y profundidad informadas, amplitud y profundidad sustanciales y amplitud y profundidad esenciales. La profundidad esencial de un término, o su esencia, consiste en las cualidades realmente concebibles que se predicán de él en su definición, lo que considera una de las características más importantes de la lógica. El resto del texto continúa de forma muy parecida al del primer epígrafe que, de hecho, lo completa, puesto que este se detiene en la enunciación de la amplitud y la profundidad sustanciales que allí se encuentra desarrollada.

Finalmente, en la conferencia sobre sus clases de lógica en la Universidad Johns Hopkins que hemos incluido completa en el Epílogo a este *Tratado de Lógica*, cuando llega a la enumeración y al orden de presentación de los contenidos de su curso de lógica, introduce, claro está, el tema de la amplitud y la profundidad lógicas:

A continuación abordo el silogismo, la más baja y la más rudimentaria de todas las formas de razonamiento, sin embargo muy fundamental porque es rudimentaria. Lo trato según el estilo general de De Morgan, con referencias a la vieja doctrina tradicional. Luego viene el álgebra lógico de Boole, un tema en sí mismo extremadamente fácil, pero muy útil tanto desde un punto de vista teórico como, también, al proporcionar un método para resolver ciertos problemas enrevesados y bastante frecuentes. Desde este tema, me veo llevado naturalmente a la consideración de los términos relativos. La lógica de los relativos, en la medida que se ha investigado, es clara y fácil, y, al mismo tiempo, proporciona la clave para muchas de las dificultades de la lógica, y ya ha servido como instrumento de algunos descubrimientos en matemáticas. Una aplicación fácil de esta rama de la lógica es la doctrina de la amplitud y la profundidad lógicas, o de las relaciones entre objetos y caracteres. Luego introduzco la concepción del número, y, tras mostrar cómo tratar ciertos problemas estadísticos, me meto en la doctrina de las probabilidades. Un método matemático muy simple y elegante para tratar las ecuaciones de las diferencias finitas pone a los estudiantes en posesión de un potente instrumento para la solución de todos los problemas de probabilidad que no acarreen dificultades extrañas a la teoría de la probabilidad misma.

¹³ W3: 99.

Llegamos, de esta manera, al estudio de aquel tipo de inferencia probable que es realmente distintivo; es decir, la inducción en su sentido más amplio: *el razonamiento científico*. Se desarrolla cuidadosamente la teoría del tema con la ayuda de ejemplos reales de una gran variedad, y se dan las reglas para la realización de las operaciones. Estas reglas no han sido escogidas al azar, ni tampoco son meramente aquellas que recomienda la experiencia; se deducen metódicamente a partir de la teoría general.¹⁴

Este tema fundamental de su lógica, que define como la doctrina de las relaciones entre objetos y caracteres, aparece en este texto presentado como una aplicación de la lógica de los relativos, a diferencia del índice de WMS220 que hemos seguido para ordenar este proyecto de libro de lógica de Peirce, donde esta se presenta antes que aquella. El texto de esta conferencia es un excelente índice alternativo de aquel proyecto de libro con, prácticamente, los mismos contenidos. Puesto que las partes de la lógica, tal como las considera Peirce, están prácticamente todas imbricadas, en mayor o menor medida, en cada capítulo, podemos abordar este libro desde cualquiera de ellos, de una manera análoga a su propia concepción bien fundada del razonamiento.

¹⁴ W4: 381-382.

4.10 Capítulo 9. El método matemático de razonamiento

Entre los escritos de la época que estamos investigando para la confección de este temprano libro de lógica de Peirce, solo hemos encontrado un texto respecto al método matemático de razonamiento, el que hemos incluido en el cuerpo de este capítulo: «Sobre la lógica de las matemáticas»¹, también de la serie de la *American Academy*. Debemos hacer notar que el propio Peirce, con posterioridad, reconoció no estar satisfecho con el mismo. En todo caso, consideramos que ilustra adecuadamente lo que él entendía, entonces, por *método matemático de razonamiento*.

Debemos señalar que Peirce sí realizó un importante trabajo en matemáticas, posteriormente, a raíz de sus cursos en la Universidad Johns Hopkins, donde había entrado en contacto con los matemáticos más brillantes de su época en los EEUU, particularmente Sylvester y Cayley. Adicionalmente a la influencia de su padre, el gran matemático de Harvard, Benjamin Peirce, cuya obra *Álgebra lineal asociativa* revisó Peirce en la década de 1880. Prácticamente todos los escritos de Peirce referidos a las matemáticas, a partir de esa época, están recogidos en la edición que hizo la Profesora Carolyn Eisele de *Los Nuevos elementos de las matemáticas*², en cuatro volúmenes y cinco libros. Este importantísimo trabajo ha sido una gran fuente de inspiración metodológica para la elaboración de nuestro modesto *Tratado de Lógica*, puesto que todos esos escritos matemáticos no fueron publicados, tampoco, en forma de libro en vida de nuestro autor. La Profesora Eisele ha propuesto, asimismo, la realización de un proyecto parecido respecto a los numerosos escritos de Peirce sobre la Historia de la Ciencia.

Debemos destacar que Peirce optó desde un principio por el estudio de la lógica contra los deseos expresos de su padre. No obstante, su formación matemática fue de gran utilidad en el desarrollo de su lógica. De esta ciencia del razonamiento necesario extrajo herramientas que aplicó sistemáticamente a la lógica: primero, el álgebra y, más adelante, la combinación de la geometría con el álgebra para su elaborada teoría del pensamiento diagramático, hasta llegar a su concepción de los *gráficos existenciales*, objeto de numerosas investigaciones en la actualidad.

¹ W2: 59-69.

² Peirce, C. S. *The New Elements of Mathematics*. Editados por Carolyn Eisele. The Hague: Mouton Publishers, 1976.

Peirce no pretendía fundar la lógica en las matemáticas, como hicieron todos los proyectos logicistas desde Frege, sin embargo, conviene matizar esta afirmación, lo que haremos más adelante de acuerdo con el estudio de la Profesora Susan Haack al respecto.

En principio, adopta la definición de las matemáticas como *la ciencia que extrae conclusiones necesarias* tal como postulaba su padre; lo que matiza afirmando que es *la ciencia que extrae las consecuencias necesarias a partir de las hipótesis abstractas*. La principal diferencia entre los objetivos del matemático y los del lógico consiste en que el matemático quiere alcanzar una conclusión, mientras que el lógico desea entender el proceso por el que se obtiene un resultado, como señala la Profesora Eisele en su artículo «Los fundamentos matemáticos de la filosofía de Peirce»³. Por otro lado, esta autora afirma que «Peirce sostenía que había elementos de razonamiento matemático en todas las áreas del pensamiento humano, excepto en la formulación de las conjeturas (o hipótesis) y en los procesos del análisis lógico»⁴. Por ejemplo, respecto al razonamiento silogístico, Peirce señala que «el lógico procede, a partir de los hechos universalmente observados y que formula abstractamente, a deducir sus consecuencias por medio del razonamiento matemático»⁵.

Por otro lado, no puede caber duda de que sus concepciones del infinito y la continuidad, que tanta importancia tienen en su lógica (y en su sistema filosófico posterior), como hemos podido ver respecto a la realidad en el capítulo 2, y respecto al tiempo y el pensamiento en el capítulo 3, fueron adoptadas de las matemáticas. Al igual que la doctrina de las probabilidades o del azar.

En el primer artículo de esta serie, «Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole», que hemos incluido en el apéndice del capítulo 10, sobre los términos relativos, Peirce desarrolla los aspectos lógicos de este cálculo. En el presente artículo se centra, ahora, en los aspectos aritméticos del mismo. Comienza presentando las definiciones, luego, los teoremas que se siguen de ellas, las proposiciones y los corolarios, distinguiendo cuidadosamente cuáles son válidos tanto para la aritmética como para la lógica, a diferencia de aquellos que son válidos solo para una de ellas.

³ En *Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce*. Editado por R. M. Martin. The Hague: Mouton Publishers, 1979; p. 240.

⁴ *Íd.*, *ib.*, p. 237.

⁵ *Íd.*, *ib.*, p. 240.

Concluye este artículo con la demostración de que la *identidad* es equivalente a la *igualdad* solo en el rango numérico, o aritmético, pero nunca en lógica. En este sentido el ejemplo de la *identidad* entre el *número* de Estados de Nueva Inglaterra (6) y el *número* de las caras de un cubo (6), lo es solo respecto a la clase de los números; donde podemos aplicar el signo '=' estrictamente. Este aspecto lo desarrollará, también, en su posterior álgebra de la lógica. Otras consideraciones respecto a la comprensión y extensión de los términos que no permiten este uso en lógica las hemos visto en el capítulo anterior sobre la amplitud y la profundidad lógicas.

De cualquier modo, el comienzo de este texto suscita una interesante discusión sobre las relaciones entre las matemáticas y la lógica en el pensamiento de Peirce, cuando dice que «hay ciertas proposiciones generales a partir de las cuales la lógica de las matemáticas se sigue *silogísticamente*»⁶; tal como comenta la Profesora Haack en su artículo⁷ al respecto.

En el mismo comienza distinguiendo dos tesis del logicismo. La primera postula que las matemáticas (concretamente, la aritmética) es reducible a la lógica. La segunda que la fundamentación epistemológica de las matemáticas se encuentra en la lógica. La profesora Haack sostiene que Peirce parece adscribirse a la primera de las tesis, particularmente, en la segunda conferencia⁸ del Instituto Lowel de 1866 cuando afirma que «las demostraciones matemáticas *pueden* ser reducidas al silogismo»⁹, a la forma deductiva pura del mismo, claro está; y en el comienzo de este artículo, donde *silogísticamente* significa *deductivamente*. Sin embargo, en ningún caso se adscribiría a la segunda porque para Peirce, entre otras consideraciones, su concepción de la lógica es mucho más amplia y no meramente deductiva.

Asimismo, en «Sobre la clasificación natural de los argumentos», que hemos visto en el capítulo anterior, nos ofrece un ejemplo de lo que denomina *silogismos matemáticos*¹⁰, donde reduce la relación 'menor que' a la forma del silogismo. Aunque añade que para poder dar cuenta de las peculiaridades de estos silogismos, algunas proposiciones deberían tener tres términos: sujeto, predicado y objeto; y se dividirían en *activas* y *pasivas*. Todo esto está apuntando a su lógica de los términos relativos,

⁶ W2: 59. La cursiva es nuestra.

⁷ Haack, Susan. «Peirce on Logicism: Notes towards an Exposition». En *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 29.1 (Invierno 1993), pp. 33-56. Bloomington: Indiana University Press.

⁸ W1: 376-392. Comentada en la sección de Antecedentes y Contexto de esta tesis.

⁹ W1: 386.

¹⁰ W2: 42-43.

aunque allí optara por la reducción a la forma copulativa de la inclusión para todas las proposiciones.

Precisamente, en uno de los manuscritos para el proyecto de libro de 1873, «De la lógica como estudio de los signos», que hemos incluido en el último epígrafe del capítulo 5, Peirce es lo suficientemente explícito respecto a esta controversia cuando afirma que «el tema del álgebra, en su significación más general, es exhibir la manera de rastrear las consecuencias de suponer que ciertos signos están sujetos a ciertas leyes. Y, en consecuencia debe ser considerada como una parte de la lógica»¹¹. Esto que parecería una justificación de que la clase de la lógica contiene a la clase del álgebra que, a su vez, es una parte de las matemáticas; en realidad es la declaración de una opinión contraria a la que, al respecto, sostenía Jevons, quien afirmaba que el álgebra no es aplicable a la lógica.

La posición de Peirce es clara en el sentido de que valora en gran medida la utilidad de la notación algebraica para la lógica, lo que desarrollará en su importante obra de 1880 con el título, precisamente, de *Sobre el álgebra de la lógica*¹². En otras palabras, utiliza algunas herramientas de las matemáticas en su lógica. Como veremos, también, en el capítulo siguiente respecto a la lógica de los términos relativos. Más adelante expresará abiertamente su oposición a la tesis de Dedekind que considera a las matemáticas como una rama de la lógica.

Prácticamente todos los investigadores¹³ de la obra de Peirce están de acuerdo en que este no considera en ningún caso que las matemáticas estén fundamentadas en la lógica. Como, también, podemos observar en la clasificación¹⁴ que hace de las ciencias, en su versión ‘definitiva’ de 1903, por ejemplo, muy distinta de la de Comte: la ciencia teórica pura de las matemáticas aparece sola al principio de la clasificación. Luego, dentro de la filosofía, encontramos las ciencias normativas: estética, ética y lógica; fundamentadas cada una en la anterior en ese orden. La lógica, a su vez, la divide en Gramática Especulativa, Crítica y Metodéutica. Por lo que podemos apreciar que la

¹¹ W3: 83.

¹² W4: 163-209. Comentada, también, en la sección correspondiente de Antecedentes de esta tesis.

¹³ Houser, Nathan (Ed.). *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

¹⁴ Véase respecto a la clasificación de las ciencias de Peirce: De Waal, Cornelis. «Why Metaphysics needs Logic and Mathematics doesn't: Mathematics, Logic, and Metaphysics in Peirce's Classification of the Sciences». En *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 41.2 (Primavera 2005), pp. 283-297. Bloomington: Indiana University Press.

lógica, a su vez, no está en ningún caso fundamentada en las matemáticas. La lógica es distintamente para Peirce una ciencia normativa aplicable en la práctica a los procesos de la investigación científica, para poder determinar cuáles sean los métodos correctos de actuación que conducirán a la verdad, a la larga, respecto a cada cuestión, tal como aparece en este temprano proyecto de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*. Y, para ello, utiliza, entre otros, algunos recursos de las matemáticas.

Por otro lado, lamentamos no haber podido encontrar ningún escrito de la época que nos incumbe que hubiera completado el contenido de un capítulo 12 del índice tentativo de WMS220, titulado «De los sentidos colectivos de los términos y el número», que habría arrojado una nueva luz sobre esta relación entre la aritmética y la semiótica.

4.11 Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos

Puesto que consideramos que la lógica de los términos relativos de Peirce merece un libro propio, y no un mero capítulo en un libro de lógica como el que presentamos aquí, hemos incluido en el apéndice al mismo su primer trabajo más significativo al respecto, «Descripción de una notación para la lógica de los relativos resultante de una ampliación del cálculo lógico de Boole» (DNLR) de 1870, que debido a su extensión hubiera ocupado un número de páginas excesivo en relación con los otros capítulos de este *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*. Debemos señalar que no se había abordado con anterioridad la traducción al castellano de este importante trabajo de Peirce, primer fruto consumado de su aplicación del álgebra de las matemáticas al álgebra de la lógica. Respecto a esto el Profesor Murphey¹ dice:

Augustus De Morgan inició en su *Lógica formal* la labor de liberar el álgebra del concepto de cantidad asociado, hasta entonces, a las matemáticas; abriendo de esta forma el camino para el desarrollo de un álgebra de la lógica, precursor de la moderna lógica simbólica. Sin embargo, fue George Boole el que llevó a cabo esta empresa en sus obras *Análisis matemático de la lógica* (1847) y *Las leyes del pensamiento* (1854).²

Y, más adelante:

Hamilton siguiendo a Lobatchewski y otros en el desarrollo de las geometrías no-euclídeas, descubre el sistema de los cuaternios, o álgebra de cuatro términos, cuya característica principal es que no asume la ley conmutativa de la multiplicación. Esta investigación fue continuada por Benjamin Peirce en su *Álgebra asociativa lineal*.³

Esta obra de su padre fue revisada y comentada, con posterioridad, por Charles Peirce, dando lugar a sus propios desarrollos del álgebra de la lógica de la década de 1880. Lo que es claro respecto a este capítulo es que Peirce deriva su lógica de los términos relativos a partir del álgebra de Boole, y del álgebra de Hamilton. Y que parece llegar de forma independiente a un planteamiento parecido al que llegó De Morgan al respecto.

Por ello, para introducir el origen de esta notación, en este mismo apéndice presentamos, primero, su artículo de la serie de la *American Academy*, «Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole» (1867), a pesar de que en este ensayo no logra

¹ Murphey, Murray G.: *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1961. Cap. VIII, *Interludio matemático* (pp. 183-193).

² Íd., ib. p. 185.

³ Íd., ib. p. 188.

realmente mejorar este cálculo como demuestra la Profesora Geraldine Brady⁴ en el primer capítulo de su importante estudio sobre el alcance del posterior álgebra de la lógica de Peirce en la lógica formal del siglo XX. No obstante, al comienzo de este escrito Peirce hace dos puntualizaciones importantes respecto a la diferencia entre dos operaciones fundamentales en el álgebra de las matemáticas y en el álgebra de la lógica. Una es la igualdad, que equipara a la identidad numérica, utilizando el símbolo en la fórmula ' $a =, b$ ' para denotar, en lógica, a la misma colección de individuos en a o en b . La otra es la adición, para la que utiliza el símbolo '+', que difiere de la adición aritmética en dos aspectos: la referencia a la identidad y no a la igualdad, y porque lo que es común a a y a b no se cuenta dos veces, lo que hace a esta operación equivalente a la disyunción. Por otro lado, la multiplicación lógica sería equivalente a la conjunción.

Es destacable como en este primer trabajo Peirce se esfuerza por introducir un símbolo para la noción de *algún*, y poder así analizar el silogismo aristotélico, cosa que el álgebra de Boole no contempla. Peirce continuará, posteriormente, intentando reconciliar este álgebra con la silogística aristotélico-escolástica para poder resolver el problema de la expresión de la cuantificación.

Debemos destacar que Peirce aborda esta cuestión, junto con la de las categorías, los signos, la amplitud y la profundidad lógicas, y las probabilidades, en trabajos anteriores del período 1865-67, particularmente en la novena conferencia del Instituto Lowell que está publicada en *Writings I*, y comentada en la sección correspondiente de los Antecedentes de esta tesis. La Profesora Emily Michael⁵, que ha investigado los manuscritos disponibles al respecto, algunos de ellos no publicados en la edición cronológica, considera que el interés de Peirce por la lógica de los términos relativos aparece conectado con su concepción de la categoría de *relación*, y sus términos asociados: *relato* y *correlato*. Especialmente cuando Peirce intenta reducir a la forma del silogismo los términos relativos, por ejemplo, la relación expresada por 'menor que'. Considera, entonces, que las proposiciones tengan tres términos: sujeto, predicado y objeto; y dos formas: activa y pasiva. Aquí podemos detectar una de las mayores dificultades con las que se enfrenta Peirce: la diferencia entre una relación, expresada por un verbo, por ejemplo 'amar', y un término relativo como 'amante'. No percibir

⁴ Brady, Geraldine: *From Peirce to Skolem. A neglected chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000, pp. 14-17.

⁵ Michael, E. «Peirce's Early Study of the Logic of Relations, 1865-1867». *Transactions of the Charles S. Peirce Society: A Quarterly Journal in American Philosophy*, (1974) 10, 63-75. Bloomington: Indiana University Press.

claramente esta distinción, puede rendirnos ‘confusa’ DNLR, aspecto en el que insiste el Profesor Daniel D. Merrill⁶ en su estudio sobre las relaciones y la cuantificación en la lógica de Peirce.

En DNLR Peirce se inclina por estudiar los términos relativos, reducidos a la forma de las oraciones copulativas del silogismo, y no las relaciones verbales transitivas, lo que dificulta el desarrollo de las demostraciones en algunos casos, como apunta el Profesor Brink⁷ en su artículo al respecto. Donde manifiesta que, también, le parece que Peirce confunde los términos individuales con los términos de clase; y señala que a este cálculo le faltarían, entonces, las variables individuales; así como expresiones para la cuantificación hacia la que apunta. Peirce desarrollará estos aspectos en su posterior *Álgebra de la Lógica* y en otros escritos sobre la lógica de los relativos en torno a 1883, el más significativo de los cuales hemos incluido en el cuerpo de este capítulo. Por otro lado, al Profesor Brink le resulta sorprendente que no llegara a las conclusiones de Schröder cuando planteaba algunas cuestiones, por ejemplo, la teoría del binomio, en términos muy parecidos.

Como ya hemos comentado respecto al capítulo anterior sobre la lógica de las matemáticas, tanto Boole como Peirce intentan encontrar la forma en que poder utilizar la fuerza y la generalidad de las operaciones matemáticas en las inferencias lógicas, manteniendo la separación entre ambas ciencias. Este aspecto lo estudia, respecto a DNLR, el Profesor Van Evra⁸, quien destaca la fuerte conexión entre la multiplicación y la conjunción ‘y’, así como entre la adición y la disyunción ‘o’, y la aplicación de las propiedades asociativas y conmutativas, entre los aspectos en que la lógica se beneficia de las herramientas de las matemáticas. Sin embargo, la sustracción y la división son difícilmente aplicables a las operaciones lógicas. Según este investigador, en DNLR Peirce ‘estira’ la analogía entre las matemáticas y la lógica más allá de lo que intentara

⁶ Merrill, Daniel D. «Relations and Quantification in Peirce’s Logic, 1870-1885». En *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*, pp. 158-172. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

⁷ Brink, C. «On Peirce’s Notation for the Logic of Relatives». *Transactions of the Charles S. Peirce Society: A Quarterly Journal in American Philosophy*, (1978) 14, 285-304. Bloomington: Indiana University Press.

⁸ Van Evra, James. «Logic and Mathematics in Charles Sanders Peirce’s *Description of a Notation for the Logic of Relatives*». En *Studies in the Logic of C. S. Peirce*, pp. 147-157. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

Boole. Más adelante⁹, Peirce comenzó a corregir el abuso de esta analogía y empezó a investigar, también, los contrastes y las diferencias entre ambas ciencias.

De todas formas, la presentación que hace de este trabajo de 1870 el Profesor Daniel Merrill¹⁰ en la Introducción a *Writings 2* en 1984, nos parece la síntesis más cabal del mismo hasta la fecha. Aunque habría que matizarla con las consideraciones que hace el profesor Burch¹¹ al respecto de que un minucioso estudio de la operación lógica que Peirce denomina *la aplicación de una relación* en DNL (W2: 369), y que presenta como un tipo de multiplicación de dos términos. Estas aclaran perfectamente la cuestión que ha dado lugar a afirmar que esta versión de la multiplicación confunde las relaciones con los relativos, las relaciones con las clases y los términos individuales con los universales, como ha sido señalada por algunos investigadores, entre ellos el Profesor Merrill¹². Asimismo el Profesor Burch afirma que en este concepto de Peirce de la aplicación de una relación se encuentra el embrión de su tesis de reducción que desarrollará, posteriormente en su álgebra de la lógica a partir de 1885. Y que en DNL encontramos una lógica de las relaciones con el mismo grado, o mayor, de capacidad expresiva que la lógica de predicados de primer orden con la identidad añadida; en lo que coincide con las tesis de la Profesora Michael que hemos indicado anteriormente.

No obstante, para un estudio detallado de DNL remitimos a la obra de la Profesora Geraldine Brady¹³, que en el sumario del capítulo que dedica a este trabajo destaca los dos aspectos que le parecen los más importantes del mismo: primero, que Peirce adopta, por analogía con el trabajo de su padre sobre el álgebra lineal, el término individual como coordenada, el término absoluto como vector y el término relativo como matriz o transformación lineal. Lo que, posteriormente, daría lugar a la lógica de matrices. Y, segundo, que la lógica cuantificacional estaba implícita en esta lógica de relativos, pero que Peirce no llegó a darse cuenta de ello hasta la década de 1880. Por otro lado, añade que la lógica de primer orden es mucho más expresiva, gracias al uso de los cuantificadores, que el cálculo de relativos planteado en aquel trabajo.

⁹ WMS348, W4: 21. «Sobre los principios algebraicos de la lógica formal».

¹⁰ W2: xlii-xlviii.

¹¹ Burch, Robert W. «Peirce on the application of relations to relations». En *Studies in the Logic of C. S. Peirce*, pp. 206-233. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

¹² W2: xlviii.

¹³ Brady, Geraldine: *From Peirce to Skolem. A Neglected Chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000, pp. 23-49.

Más reciente, respecto a DNLR es, también, muy digno de destacar el estudio gráfico, en todos los sentidos, que ha hecho el investigador Jon Awbrey¹⁴ de las relaciones entre los componentes de los términos relativos en su página web, *Investigando la investigación*.

Por todo ello, para el cuerpo del capítulo hemos optado por presentar trabajos posteriores de Peirce al respecto, particularmente, la «Nota B» publicada en los *Estudios en Lógica* en 1883, fruto de sus clases en la Universidad Johns Hopkins. Aunque comenzamos con un breve manuscrito que Peirce escribió en 1873 para su proyecto de libro de lógica que nos parece una excelente y clara introducción al tema.

Respecto al texto que hemos escogido para el segundo, y central, epígrafe de este capítulo, la susodicha *Nota B*, que hemos titulado «Las fórmulas de agregación y composición de los términos relativos», el Profesor Anellis¹⁵ considera que fue este escrito el origen de la influencia de Peirce, a través de Schröder y Lowenheim, en el desarrollo que hizo A. Tarski de la lógica de relaciones. De todas formas, el estudio más completo sobre el mismo lo hace, de nuevo, la Profesora Brady en su principal obra¹⁶ sobre la lógica de Peirce, que desarrolla lo presentado, con anterioridad, en un artículo¹⁷ publicado en el destacado monográfico *Studies in the Logic of Charles S. Peirce* en 1997

Peirce afirma que adopta de su destacado estudiante en la Universidad Johns Hopkins, O. H. Mitchell¹⁸, la formalización de las nociones ‘para algún’ y ‘para todos’ con una notación cuantificacional. Sin embargo, es el propio Peirce el que, en esta *Nota B* sobre la lógica de los relativos, plantea por vez primera la expresión cuantificacional introduciendo, además, variables individuales con la fórmula:

$$\Pi_i \Sigma_j l_{ij}$$

Donde Π es el cuantificador universal y Σ el cuantificador existencial, que ya había utilizado en «Sobre la clasificación natural de los argumentos», i y j son variables

¹⁴ Awbrey, Jon. <http://inquiryintoinquiry.com/work/work-1/> (consultada el 11 de diciembre de 2014).

¹⁵ Anellis, Irving H. «Tarski’s development of Peirce’s logic of relations». En *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*, pp. 271-303. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

¹⁶ Brady, Geraldine. *From Peirce to Skolem. A Neglected Chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000, pp. 95-112.

¹⁷ Brady, Geraldine. «From the Algebra of Relations to the Logic of Quantifiers». En *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*, pp. 173-192. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

¹⁸ Mitchell, O. H. «On a New Algebra of Logic». En *Studies in Logic* by members of the Johns Hopkins University. Boston: Little, Brown and Company, 1883; pp. 72-106.

individuales de los dominios binarios I y J , y l es el término relativo, en este caso, ‘amante de’.

Según la Profesora Brady¹⁹, la extensión y la sistematización del cálculo de relativos que hizo Schröder en 1895 están basadas en el cálculo que Peirce presenta en este escrito. Por otro lado, en el prefacio al libro²⁰ en el que Tarski y Givant formalizan la teoría de conjuntos en el lenguaje del álgebra de relaciones, estos señalan que el marco del cálculo de relaciones que emplea Tarski se encuentra completo en esta *Nota B* de Peirce.

La presentación que hace Peirce de las operaciones en la lógica de los términos relativos en este escrito, es un ejemplo señalado de la aplicación de los métodos de las matemáticas a la lógica. Charles Peirce publicó en 1881 un apéndice al libro *Álgebras lineales asociativas* de su padre, ya fallecido. En el mismo Charles demuestra que solamente hay tres álgebras lineales asociativas y, también, su teorema de que cualquier álgebra asociativa puede ser puesta en forma relativa, es decir, representada como una matriz. Y es en este contexto que desarrolla las operaciones de agregación y composición de los términos relativos en lógica. Peirce considera las nociones matemáticas de adición y multiplicación como anteriores a las concepciones lógicas de conjunción y disyunción, a las que añade la negación como operaciones fundamentales. La suma y el producto de los términos relativos requieren alguna especie de cuantificación universal y existencial, como hemos visto anteriormente. La combinación de términos relativos, que van siempre en cursiva, la efectúa simplemente poniendo uno junto a otro, por ejemplo, lb será el amante de un benefactor. Y, en definitiva, la definición del producto relativo es la aplicación de la definición de la multiplicación de matrices.

En la segunda parte de este escrito demuestra que las ecuaciones del cálculo de relativos pueden tratar con los silogismos, lo cual era una vieja aspiración de su teoría silogística, como hemos visto en el capítulo 7. Plantea, pues, en el álgebra de los términos relativos cuatro formas normales para las proposiciones universales, otras cuatro para las proposiciones particulares, seis formas para las premisas afirmativas y

¹⁹ Brady, Geraldine. *From Peirce to Skolem. A Neglected Chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000, pp. 95-112.

²⁰ Tarski, A. y Givant, S. *Formalization of Set Theory without Variables*. Colloquium Publications, vol. 41, American Mathematical Society, Providence, R.I., 1987.

veintiún esquemas de reducción para las respectivas formas del silogismo aristotélico. Sentando, con ello, las bases de un cálculo consistente para la lógica de primer orden.

Es al final de este texto cuando introduce los cuantificadores universales y existenciales que hemos presentado anteriormente, y que son equivalentes a los cuantificadores que usamos en la actualidad. Y presenta las operaciones triples con términos relativos que son equivalentes a los términos conjugativos que había presentado en DNLR. Con todo ello, también, sienta las bases de la forma Prenex²¹ del cálculo de predicados. De acuerdo con la Profesora Brady, Peirce presenta aquí una parte de la *semántica* de la lógica de primer orden tal como la completará Tarski.

El ambicioso y bien fundamentado libro de la Profesora Brady se propone mostrar la importante influencia que, en el desarrollo de la lógica matemática, han tenido Charles S. Peirce y su estudiante de la Universidad Johns Hopkins, O. H. Mitchell, por mediación de la obra de Ernst Schröder, en la configuración de la lógica de primer orden de Leopold Löwenheim y Thoralf Skolem, en los siguientes términos: «El teorema de Löwenheim-Skolem es un desarrollo directo del *Álgebra de la lógica de Schröder* que, a su vez, era una elaboración sobre los trabajos de Charles S. Peirce y su estudiante O. H. Mitchell»²².

La Profesora Brady afirma que no se ha podido detectar ninguna influencia directa de Frege, Russell o Hilbert sobre el desarrollo del trabajo seminal de Löwenheim y Skolem, en contraste con la opinión comúnmente aceptada. Esto, a pesar del hecho de que Frege tiene una prioridad no disputada en el descubrimiento y la formulación de la lógica de primer orden. Por último, añade que existe una clara evidencia de que Gödel, cuando escribió su tesis en 1929 en la que demostraba el teorema de completitud del cálculo de predicados de primer orden, conocía la obra de Löwenheim y, algo más tarde, también la de Skolem.

Nos parece que la obra de la Profesora Brady ha puesto las aportaciones de Peirce en el lugar que les corresponde dentro de la lógica contemporánea, que hasta hace muy poco ignoraba su importante influencia por completo.

Finalmente, puesto que en el índice tentativo de WMS220 Peirce incluía un capítulo completo dedicado a los términos conjugativos, al igual que otro dedicado a los

²¹ En el cálculo de predicados de la lógica formal de primer orden, toda oración puede ser reducida a una oración equivalente expresada en la forma Prenex, es decir, de forma tal que todos los cuantificadores aparezcan al principio.

²² Brady, Geraldine. *From Peirce to Skolem. A Neglected Chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000, pp. 1-2.

términos relativos, nosotros lo hemos incluido en un epígrafe a este capítulo único que hemos titulado «Los términos relativos y conjugativos». Para ello nos hemos remitido al epígrafe correspondiente de DNLR, al que le siguen algunas consideraciones sobre los términos inversos y la conclusión del mismo.

Los términos conjugativos son aquellos que establecen una relación entre tres partes, a diferencia de las relaciones estrictamente binarias de los términos relativos. Así, por ejemplo, *donante* (de algo a alguien). La notación que propone Peirce para estos términos es la cursiva en negrita, por ejemplo, ***d***. Insistimos aquí, de nuevo, que Peirce no analiza la relación verbal transitiva *dar* (algo a alguien), sino el término relativo que puede ser sujeto o predicado dentro de las oraciones copulativas que puedan ser reducidas a las formas de los silogismos. En este epígrafe Peirce se limita a proporcionar las fórmulas, utilizando paréntesis y exponenciales, de las diferentes combinaciones de un término conjugativo con los universales y los particulares, afirmativos y negativos; y a introducir símbolos para expresar las operaciones con los mismos.

En todo caso, remitimos al texto original de Pierce en este, como en todos los capítulos, para alcanzar una comprensión cabal de sus planteamientos que, a nosotros, nos han llegado a ser perfectamente claros e inteligibles, especialmente si aplicamos su regla de afrontar cualquier tema sin prejuicios, tales como los expresados por los adjetivos ‘oscuro’ o ‘confuso’ que, pensamos, se han aplicado, en algunos casos, con demasiada ligereza a los muy sólidos argumentos y formulaciones de este autor. Este capítulo, además, es ejemplar en el sentido de la concepción de Peirce de la lógica como metodología para todas las ciencias, o como la aplicación de la metodología de una ciencia a otra, significativamente, en este caso, la aplicación de algunos métodos del álgebra aritmética a la, entonces, incipiente, álgebra de la lógica. Peirce desarrollará a partir de lo aquí presentado este álgebra de la lógica, especialmente, en 1885, lo que es merecedor de otro libro al respecto. Aunque, nosotros nos inclinemos por seguir la otra vertiente de su teoría del razonamiento en su época madura que alcanzará su mejor expresión en el proyecto *Cómo razonar* de 1894, que algunos investigadores han denominado la *Gran Lógica*, la publicación de cuyos manuscritos está pendiente de la largamente esperada edición de *Writings* 9. En su última época Peirce renunció al método algebraico para la lógica por un método diagramático que consumará en su proyecto de *Un sistema de lógica considerada como semiótica*.

4.12 Capítulo 11. Las probabilidades

Entre las opciones para la selección del texto del cuerpo de este capítulo se encontraban los tres ensayos de la serie de las *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia*, titulados «La doctrina de las probabilidades», «La probabilidad de la inducción» y «El orden de la naturaleza». Sin embargo, nos hemos inclinado por incluir el ensayo, fruto de sus clases de lógica en la Universidad Johns Hopkins, publicado en *Studies in Logic*, titulado «Una teoría de la inferencia probable», porque, como hemos explicado en la Introducción, es el más indicado al respecto en un manual para estudiantes de lógica, que es el formato por el que hemos optado para el *Tratado de Lógica* de Peirce frente a la posibilidad de un libro meramente divulgativo, que era la opción planteada por las *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*.

Además, este ensayo articula magistralmente su teoría de la inferencia con el tema de la probabilidad, o el tratamiento debido al azar en la investigación científica. Está muy relacionado, pues, con el capítulo 6, sobre la inferencia, y con el capítulo 7, sobre la cópula y el silogismo, de este proyecto de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*.

En el prefacio a *Studies in Logic*, Peirce afirma, acerca de este ensayo, que contiene la declaración de lo que le parece ser la verdadera teoría del proceso inductivo y de las máximas correctas para llevarlo a cabo.

Es un escrito que Peirce tenía en alta estima y del que, sin embargo, no estaba satisfecho con el apartado dedicado a la hipótesis, o abducción como más tarde la denominó. Podemos leer su rectificación al respecto en *La solicitud a la institución Carnegie* de 1902 (L75), a continuación:

Llegaré, entonces, a la importante cuestión de la clasificación de los argumentos. Mi ensayo de abril de 1867 sobre este tema¹ divide los argumentos en deducciones, inducciones, abducciones (el nombre general que doy a las hipótesis, y que defenderé) y argumentos mixtos. Considero que esta división es la clave de la lógica. Al mes siguiente, mayo de 1867, definí correctamente los tres tipos de argumentos simples en los términos de las categorías². Sin embargo, en mi ensayo sobre la inferencia probable en los *Estudios en Lógica* de la Johns Hopkins³, debido a la excesiva importancia que daba en ese tiempo a las consideraciones formalistas, caí en el error de dar el

¹ «Sobre la clasificación natural de los argumentos». Véase el capítulo 7 del *Tratado de Lógica*.

² «Sobre una nueva lista de categorías». Véase el capítulo 4 del *Tratado de Lógica*.

³ Publicados en 1882, fruto de sus cursos de lógica en esta universidad de 1878 a 1882. Este texto, que estamos comentando, es el cuerpo del capítulo 11, sobre las probabilidades, del *Tratado de Lógica*.

nombre⁴, cuyo sinónimo utilizaba entonces en vez de *abducción*, a una inferencia probable que describí correctamente, olvidando que, según mi anterior y correcta relación de la misma, la abducción no pertenece a las inferencias probables. Es curioso que haya hecho eso, cuando en el mismo ensayo menciono la existencia del modo de inferencia que es la abducción verdadera. De esta manera, el único error que ese ensayo contiene es la designación como abducción de un modo de inducción, que de alguna forma se parece a la abducción, y que puede llamarse con propiedad inducción abductiva. Fue esta semejanza la que me engañó y la que, subsiguientemente, me llevó a un error adicional contrario a mi propia enunciación previa y correcta. A saber, el continuar confundiendo abducción e inducción abductiva en reflexiones posteriores sobre la razón de la abducción, me llevó a ver que esta razón no era la que había dado de la inducción en mi ensayo para la Johns Hopkins; y en una declaración que publiqué en el *Monist*, fui llevado a dar la razón correcta de la abducción en su aplicación a la inducción abductiva y, así, de hecho, a toda la inducción. Todas las dificultades con las que me debatía entonces, están ahora completamente resueltas, al reconocer que la inducción abductiva es algo totalmente distinto de la abducción. Esta es una ilustración muy efectiva tanto de los peligros como de la fuerza de mi método heurístico. Puede que queden errores parecidos en mi sistema. Estaré muy agradecido a quienquiera que los pueda detectar. Pero, si sus errores se confinan a esa clase, la fábrica general de la doctrina es verdadera. Al principio [de mis investigaciones] observé que debiera haber tres tipos de argumentos relacionados respectivamente con las tres categorías; y los describí correctamente. Posteriormente, estudiando uno de estos tipos, encontré que, además de la forma típica, había otra, que se distinguía de la forma típica al estar relacionada con aquella relación de categoría a la que distingue la abducción. Precipitadamente la identifiqué con la abducción, no teniendo la cabeza lo suficientemente despejada para ver que, aunque estaba relacionada con la categoría, no está relacionada con ella de la manera precisa en que una de las divisiones primarias de los argumentos debería estarlo, según la teoría de las categorías. Esta es la forma de error a la que mi método de descubrimiento está particularmente inclinado. Uno ve que una forma tiene una relación con una cierta categoría y uno no puede, en ese momento, alcanzar la suficiente claridad de pensamiento para cerciorarse totalmente de que la relación es de la precisa naturaleza que se requiere. Si solo un punto fuera oscuro, pronto se aclararía: pero la dificultad es, al principio, que uno está navegando en una densa niebla por un mar desconocido, sin ni siquiera un punto de referencia. Solo puedo decir que si otros, después que yo, pueden encontrar alguna forma de hacer descubrimientos tan importantes en lógica como los que he hecho y, a la vez, cometer menos errores, nadie estará más intensamente encantado de lo que yo lo esté⁵.

Esta larga cita que los editores de *Writings 4* incluyen en las notas editoriales respecto a este texto no tiene desperdicio, no solo por la aclaración que hace de la cuestión sino, especialmente, porque es un señalado ejemplo de la actitud investigadora de Peirce que, capaz de reconocer los errores propios y corregirlos, invita a futuros

⁴ Hipótesis.

⁵ *W4*: 588.

investigadores a la detección de cualesquiera otros que, no le cabe duda, pueda haber en el resto de su obra. Este sentido de la auto-corrección según se avanza en la investigación, es el fundamento del método inductivo honestamente aplicado a la investigación científica como empresa colectiva.

Curiosamente este texto, que consideramos uno de los más importantes de Peirce en esta época, y en el que hace un detallado análisis de los métodos de inferencia y su relación con la teoría de las probabilidades, parece no haber sido comentado por los estudiosos de su obra, ya que no hemos podido encontrar bibliografía secundaria al respecto.

Comienza en el mismo por el silogismo singular en *Barbara* que pasa a traducir en los términos de la que denomina *deducción probable simple*, donde el sujeto del principio rector, «Todo *M* es un *P*», es, ahora, «La proporción ρ de los *Ms* son *Ps*», que junto con la misma premisa «*S* es un *M*», da la misma consecuencia matizada «*S* es un *P*, con la probabilidad ρ ». Añade que este método de razonamiento inclusivo, que es *probable* y no necesario, solo puede ser válido si todo el procedimiento ha sido conducido con honradez y buena fe, por ejemplo, el sujeto de la premisa «*S* es un *M*», debe haber sido verdaderamente extraído al azar. Para Peirce, esta es una máxima de la conducta respecto a este tipo de razonamiento.

A continuación, presenta la *deducción probable compleja* para conjuntos de objetos, donde añade que las extracciones individuales al azar deben ser, también, independientes. Esta forma le llevará a la siguiente que denomina *deducción estadística*, que es una *inferencia probable aproximada*, a la que se recurre cuando las instancias son numerosas y aplicando el método matemático de los límites de aproximación. Esta forma está en la base de la moderna Teoría de la Información.

Esta, a su vez, le lleva a la *inducción*, donde aplica la fórmula, que presentó en «Sobre la clasificación natural de los argumentos», de alterar el orden de las premisas, de donde resulta que la inducción es el argumento cuya conclusión es el principio rector a partir de la conclusión y de la premisa del argumento silogístico en *Barbara*; y matiza que esta conclusión del principio rector en el argumento inductivo lo será siempre solo *probable y aproximadamente*. Se detiene para considerar que las formas a las que denomina *deducción probable simple en profundidad* y *deducción estadística en profundidad* serían formas extremadamente análogas a la inducción.

Correspondiente a la inducción presenta el siguiente modo de inferencia, al que denomina *hipótesis*. Esta denominación es la que corrige en 1902, como aparece en la cita anterior, puesto que la hipótesis no es del modo de las inferencias probables. La denominación correcta sería, pues, la de *inducción hipotética*, término por el que debe sustituirse toda aparición del término hipótesis como inferencia probable en este texto. La define, con algunas reservas, como una inducción de *caracteres* o *cualidades*, y no de cosas como lo es la inducción propiamente dicha.

Hemos visto, entonces, que el razonamiento probable se divide en deductivo y en ampliativo o inductivo. Es aquí donde Peirce opta por el uso de la cópula de inclusión frente a la de identidad. Recomienda, marginalmente, prudencia con ciertas tendencias formalistas cuando afirma: «Pero la lógica formal no debe ser puramente formal en exceso; debe representar un hecho de la psicología o, si no lo hace, está en peligro de degenerar en recreación matemática»⁶. Este enunciado puede resultar paradójico en un pensador que, en la década de 1860 como hemos visto en los Antecedentes, se había estado esforzando por alejar a la lógica de cualquier tipo de psicologismo. Ahora bien, que Peirce pretendiera, en un principio, alejarse del psicologismo en la lógica, se refería, más bien, a que el objeto de la lógica no sería el estudio de cómo pensamos sino de *cómo deberíamos razonar*; y que para ello se precisa una formalización. Esto no quiere decir que no reconozca ciertas características ‘innatas’ del pensamiento humano, por ejemplo que en la base del mismo, expresado en términos lógicos, *una proposición se siga de otra*. Y, de hecho, tras la lectura de Wundt pasó paulatinamente a incorporar cuestiones psicológicas en el estudio de la lógica, de lo que el enunciado anterior es una buena muestra. Continúa, pues, afirmando que la implicación «Si A, entonces B» debe adoptarse como la forma típica del juicio: «El tiempo fluye; y, con el tiempo, a partir de un estado de convicción (representado por las premisas de un argumento) se despliega otro (representado por su conclusión). Una inferencia es correcta cuando la verdad del estado de cosas de las premisas está *incluida* en la verdad del estado de cosas de la conclusión»⁷. Con lo que justifica, de nuevo, la utilización de la cópula de inclusión ‘—<’, con un sentido, también, implicativo, como operación fundamental de la lógica.

Aplicando la máxima del pragmatismo, que había formulado en «Cómo aclarar nuestras ideas» como regla para alcanzar el tercer grado de claridad en la aprehensión

⁶ W4: 421.

⁷ W4: 421.

de los conceptos, afirma que el conocimiento de una regla es un hábito, o creencia, el conocimiento de un caso es una sensación, y el conocimiento de una conclusión, o resultado, es una decisión para actuar de una forma particular en una ocasión dada, es decir, un nuevo hábito/ creencia.

A continuación, pone un ejemplo de la fisiología de la transmisión nerviosa para justificar la afirmación de que «habitualmente, concebimos que la naturaleza está perpetuamente haciendo deducciones en *Barbara*»⁸. A esto Peirce lo considera el presupuesto de nuestra metafísica natural y antropomórfica. Por lo que la ciencia tendría tres tareas fundamentales, de acuerdo con cada modo de inferencia: 1. Descubrir leyes por medio de la inducción; 2. Descubrir, o plantear, causas por medio de la hipótesis; y 3. Predecir efectos por medio de la deducción. Le parece extremadamente útil adoptar un sistema de lógica que conserve estos tres métodos. La ciencia actual se ha inclinado por utilizar únicamente dos de ellos en la forma denominada hipotético-deductiva. La exclusión de la inducción ha sido debida a su poca fiabilidad. Ahora bien, si adoptáramos los presupuestos éticos de Peirce respecto a la honestidad de la investigación, estamos convencidos de que el método inductivo, que tan admirables resultados obtuvo, por ejemplo, en la ciencia del renacimiento, puede, y debe, ser restituido en la metodología de la investigación científica actual, donde muchas veces aparece encubierto.

Prosigue, afirmando que la validez y la fuerza de una inducción o de una inducción hipotética residen en la validez y en la fuerza de la correspondiente deducción estadística, de la que son sus inversos. Por otro lado, la deducción estadística es una relación convertible puesto que se basa en una relación de *igualdad aproximada* que es convertible, a diferencia de la relación de inclusión del silogismo simple que no lo es.

En el siguiente apartado se detiene a considerar el concepto de *muestra* que constituye la primera premisa de una inferencia científica, sea esta inductiva o inductivo-hipotética. Esta muestra debe ser escogida *al azar, imparcial e independientemente* del lote completo muestreado; y del que debemos excluir todos los objetos o caracteres de los que tengamos un conocimiento suficiente. Insiste en que este acto exige, ante todo, *honradez*.

⁸ W4: 422.

Añade entre las ventajas del método inductivo su tendencia auto-correctiva que aumenta con el número de *extracciones*. Recomienda, además, reforzar un método de investigación con otro, es decir, utilizar diferentes métodos con el mismo propósito a fin de alcanzar resultados que si son *aproximadamente* iguales, resultan en extremo esclarecedores en este tipo de razonamiento ampliativo.

Considera que otra regla fundamental para la deducción estadística simple es que el término *mayor* debe decidirse *antes* del examen de la muestra, y que para la deducción estadística en profundidad, el término *menor* debe decidirse *antes* del examen de la muestra. Puesto que la inducción y la inducción hipotética son las inversiones de estas formas, deben aplicarse las mismas reglas.

Procede, a continuación, a presentar diversos ejemplos de aplicación de estos métodos, y a detectar cuándo se incurre en errores al no respetar las reglas anteriores.

En el siguiente apartado considera el efecto de los conocimientos previos en el planteamiento de las inferencias inductivas. Por ejemplo, si sabemos que un cierto carácter es uniformemente común en un conjunto, tenderemos a inferir que cualquiera de las diferentes manifestaciones de ese carácter pertenecerá probablemente a todo el conjunto. Cita al respecto a Filodemo⁹ de Gadara, quien destacó la influencia de este tipo de uniformidad sobre las conclusiones inductivas en su *Sobre los métodos de inferencia*, donde defendía los métodos empíricos para la lógica de los epicúreos frente a los métodos de la lógica de los estoicos. J. S. Mill adoptó este concepto de uniformidad como central para su teoría de la inducción.

Peirce dice que ha esbozado aquí una teoría de la lógica de la verificación que se enfrenta a las objeciones de dos escuelas de lógica. La primera de estas explica la inducción por medio de la doctrina de las probabilidades inversas. Peirce considera que si ignoramos la frecuencia del suceso de un acontecimiento, cualquier frecuencia es igualmente probable. El planteamiento de esta escuela es que de un acontecimiento desconocido la probabilidad es de $\frac{1}{2}$. Peirce considera que de este valor no se puede

⁹ En *Studies in Logic* aparece publicado, también, un trabajo de Allan Marquand, uno de los alumnos de Peirce en los cursos de lógica de la Universidad Johns Hopkins, con el título de «La lógica de los epicúreos» (1-11), sobre la que realizaría su tesis doctoral a raíz de los descubrimientos en Herculano de algunos papiros atribuidos a Filodemo de Gadara, en los que este explica el método de razonamiento de Zenón. Encuentra en los mismos «una teoría de la inducción que se basa en la observación, sugiere la experimentación, asume la uniformidad de la naturaleza, y contempla la variación de los caracteres». Esta teoría se distingue tanto de la de Aristóteles como de la de los estoicos. No sería muy aventurado decir que Peirce, quien ayudó a Marquand con su tesis, mostrase simpatía por estos planteamientos de los epicúreos, tal como aquí lo manifiesta.

hacer ningún uso posible en el cálculo de probabilidades, lo que justifica con argumentos tomados de Boole. La segunda escuela, representada por Mill, sostiene que el valor de la inducción se sustenta en la uniformidad de la naturaleza. Peirce considera la cuestión desde otro ángulo cuando afirma, más bien, que el intelecto humano está adaptado a la comprensión de las leyes y los hechos de la naturaleza. Es en este sentido, únicamente, que contempla la *uniformidad de la naturaleza*: que el ser humano está adaptado a su entorno; llegando a decir que «Si la naturaleza nos parece extremadamente uniforme, esto solo es debido a que nuestras facultades están adaptadas a nuestros deseos»¹⁰. Hay que puntualizar que estos deseos no serían, evidentemente, los del capricho, sino los que exigen las duras condiciones de la realidad para la supervivencia, del individuo y de la especie. En muchos otros lugares de su obra, Peirce considera que la mente del ser humano está adaptada evolutivamente, o acabará estándolo, a la comprensión de su medio, esto es, de la naturaleza. De otra forma, la empresa investigadora no tendría fundamento ni habría sido posible.

Plantea, a continuación, que solamente ha tratado en este capítulo de una pequeña parte de la *lógica de la investigación científica*. Se propone ahora mencionar otras partes, aunque solo sea superficialmente. Por ejemplo, un observador externo solo podría determinar que ciertas condiciones son independientes de otras. Algo que, por otro lado, no hacen muchos investigadores que pretenden encontrar relaciones entre cualesquiera tipo de condiciones, y que no dejaría de producir resultados peregrinos, a menos que poseamos una gran cantidad de conocimientos diferentes que lo justifiquen. En este sentido, el ejemplo que presenta Peirce de la relación entre el régimen pluvial y la tasa de analfabetismo en diferentes regiones de EEUU es digno de destacar.

Concluye este texto con algunas consideraciones adicionales sobre la adaptación de la mente del ser humano a la comprensión de la naturaleza, es decir, la posibilidad de una fundamentación de la lógica. Hace esto sobre dos áreas básicas: a partir de la mecánica más simple habríamos derivado toda la física, y a partir del conocimiento propio y de nuestros semejantes, esto es, de la antropología, habríamos derivado todas las ciencias morales. Las últimas líneas son tajantes a este respecto: «Entonces, junto a la bien establecida proposición de que todo el conocimiento está basado en la experiencia, y que la ciencia solo avanza gracias a la verificación experimental de las teorías, tenemos que situar esta otra verdad igualmente importante, que todo el

¹⁰ W4: 446.

conocimiento humano, hasta los más altos vuelos de la ciencia, no es sino la evolución de nuestros instintos animales innatos»¹¹.

Más adelante, en su obra, llegará a distinguir entre un razonamiento práctico, que aplicaremos a las cuestiones *vitalmente importantes* donde debemos confiar en el instinto, y un razonamiento teórico, que será el que apliquemos a la investigación científica y que, además, debe ser totalmente altruista y desinteresado e, incluso, debe estar exento de cualquier consideración de utilidad práctica. Estas palabras en boca del fundador del ‘pragmatismo’ ponen esta filosofía en su lugar frente a las interpretaciones ‘utilitaristas’ derivadas de la versión que popularizó William James. Es para distinguirla de estas la razón por la que Peirce optara finalmente por denominar a su método de investigación ‘pragmaticismo’.

Por otro lado, el contenido de este capítulo sustenta unas posiciones indeterministas y falibilistas que ya estaban sugeridas en algunos escritos de la década de 1860, particularmente, en las primeras conferencias del Instituto Lowell como señala el Profesor Paul Forster¹². Cuando Peirce llega a aplicar los métodos de la lógica a una metafísica que él pretende científica, el concepto de azar, derivado de estas concepciones probabilísticas, ocupará un lugar central en la misma bajo la denominación de *tiquismo*; junto con la concepción de la continuidad derivada de sus consideraciones sobre la relación entre el pensamiento y el tiempo, como hemos visto en el capítulo correspondiente, bajo la denominación de *sinequismo*. Por lo que podemos afirmar con fundamento que las ideas centrales de la filosofía de Peirce se encontraban ya en sus primeros escritos consistentes como los que se presentan en este *Tratado de Lógica*.

Finalmente, debemos señalar que este desarrollo de una lógica, falibilista e indeterminista, como metodología para las ciencias, nos parece que está en la base de las consideraciones contemporáneas de la filosofía de la ciencia desde Karl Popper, pasando por Thomas Kuhn y Paul K. Feyerabend, hasta Imre Lakatos.

¹¹ W4: 450.

¹² Forster, Paul. «The Logical Foundations of Peirce’s Indeterminism». En *The Rule of Reason: The Philosophy of Charles Sanders Peirce* (Jacqueline Brunning y Paul Forster, eds). Toronto: University of Toronto Press, 1997.

4.13 Capítulo 12. Las máximas del razonamiento

Con este título, el lector esperaría de un capítulo en un libro de lógica la presentación de una serie de principios, leyes o axiomas que fundamentaran esta ciencia, tales como los de identidad, no-contradicción y tercio excluso. Sin embargo, Peirce, que desarrolla estos principios dentro de los apartados correspondientes a los silogismos y a los métodos de inferencia, prefiere presentar como máximas lo que podríamos definir como condiciones del razonamiento lógico, con una fuerte base ética que, si bien no es explícita en esta época, determinará la posterior clasificación que hizo de la lógica como ciencia normativa fundamentada en la ética que, a su vez, estaría fundamentada en la estética entendida como ciencia de lo humanamente admirable, independientemente de la *elegancia* del método matemático de razonamiento. En este sentido el *summum bonum* llegará a ser para Peirce aquello que denominará la *razonabilidad concreta*.

En el capítulo 6, sobre la inferencia, hemos presentado aquella parte de «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» que comienza con la lista de las cuatro consecuencias de las negaciones de aquellas facultades atribuidas al ser humano y que son, propiamente, cuatro principios del razonamiento:

1. Todo conocimiento del mundo se deriva por razonamiento hipotético a partir de nuestro conocimiento de los hechos externos.
2. Toda cognición está lógicamente determinada por cogniciones previas.
3. Todo pensamiento es en signos.
4. Lo absolutamente incognoscible es absolutamente inconcebible.

Por otro lado, en la parte de ese mismo artículo que hemos incluido en el capítulo 5, sobre los signos, ya hace mención a la importancia del concepto de comunidad para la racionalidad humana. Sin embargo, es en el siguiente artículo de aquella serie, «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica», que hemos incluido como primer epígrafe de este último capítulo, donde es meridianamente claro al respecto:

Puesto que quien reconoce la necesidad lógica de la completa autoidentificación de los intereses propios con los de la comunidad, y su existencia potencial en el ser humano, incluso si no la posee él mismo [la *facultad lógica*], percibirá que solamente las inferencias del ser humano que la tenga

son lógicas y, de esta forma, ve sus propias inferencias como válidas solo en la medida que fueran aceptadas por aquel ser humano¹.

Que es parte del desarrollo que hace de una afirmación anterior: «El principio social está intrínsecamente enraizado en la lógica»²; y que implica, a su vez, un principio de esperanza: «el único supuesto sobre el que puede actuar racionalmente [el ser humano en una situación límite] es la esperanza del éxito»³; por lo que concluye: «este sentimiento está rígidamente exigido por la lógica»⁴. Estos aspectos han sido cuidadosamente estudiados por el Profesor Christopher Hookway⁵ en relación con el papel del *sentimiento*⁶ en la filosofía de Peirce.

Este principio social de Peirce nos parece fuertemente inspirado, por un lado, en la concepción del bien común en la filosofía de Aristóteles⁷ y, por otro, en la segunda formulación del imperativo categórico kantiano⁸ respecto a la valoración ética de la humanidad como fin en sí mismo.

Algunos autores han definido esta posición de Peirce, claramente contrapuesta a la concepción dominante del ser humano individual como egoísta que persigue únicamente su propio placer, como de *Socialismo Lógico*⁹. No resulta de extrañar que, a tenor de este tipo de consideraciones, su obra se haya visto excluida durante tanto tiempo de la historia de la filosofía contemporánea. En escritos posteriores de índole metafísico-científica, Peirce llega a contraponer el que denomina *Evangelio del amor* (como *ágape*) al *Evangelio de la avaricia* que impera en la sociedad capitalista, entonces y ahora.

¹ W2: 271.

² W2: 271.

³ W2: 272.

⁴ W2: 272.

⁵ Hookway, Christopher. «Sentiment and Self-Control». En Brunning, J. y Forster, Paul (Ed.). *The Rule of Reason: The Philosophy of Charles Sanders Peirce*. Toronto: University of Toronto Press, 1997.

⁶ «Sentiment».

⁷ Aristóteles. «Politics». En Barnes, J. (ed.) *The complete Works of Aristotle*, vol. 2. Princeton: Princeton University Press, 1984. III, 9, 1280b-1281a y VII, 8, 1328a.

Aristóteles. «Nicomachean Ethics». En Barnes, J. (ed.). *The Complete Works of Aristotle*, vol. 2. Princeton: Princeton University Press, 1984. VII, 8, 1328a. I.1.

⁸ Kant, E. *Fundamentación de la metafísica de las costumbres*. Trad.: Manuel García Morente. México: Porrúa, 1986.

Kant, E. *La metafísica de las costumbres*. Trad.: Adela Cortina y Jesús Conill. Madrid: Tecnos, 1989.

⁹ Brent, J. *Charles Sanders Peirce. A life*. Bloomington: Indiana University Press, 1993, 1998. Véase la introducción. Y *The Essential Peirce (EPI)*, volumen 1. Editado por Nathan Houser y Christian Kloesel. Bloomington: Indiana University Press, 1992. Véase, también, la introducción.

Vemos, pues, que las máximas del razonamiento, o de la lógica en el sentido amplio que él contemplaba, no son los meros principios lógicos o las leyes de inferencia que determinan la validez de los argumentos. Lo que le preocupaba era el fundamento de la validez de los razonamientos, puesto que, como señala en la parte de «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» con la que concluimos el primer epígrafe del capítulo 6, sobre la inferencia: «en toda falacia posible para la mente del ser humano, el procedimiento de la mente es conforme con la fórmula de la inferencia válida»¹⁰. Por lo que es una condición indispensable de la mente lógica, que capacita al razonador científico, un compromiso inequívoco con la verdad del principio rector y de las premisas que plantee en cada argumento, esto es, una actitud ética.

Hemos incluido alguna de las consideraciones previas al respecto en los Antecedentes de esta tesis. Por ejemplo, en la primera conferencia de Harvard de 1865 considera imprescindible alejar el desarrollo de la lógica de cualquier principio psicológico. Y en la sexta conferencia¹¹ del instituto Lowell en 1866, donde más se extiende al respecto, establece los siguientes principios: 1. Cuidado con el silogismo; 2. Recuerde que una *hipótesis* debe tener más probabilidad antecedente que los hechos que explica, con una extensión del predicado lo mayor posible; 3. Al razonar desde los individuos a una clase completa, la clase debería ser aquella que incluya a aquellos individuos cuyo contenido es el mayor posible; 4. No hay inferencia válida de las partes al todo si las partes no se han cogido al azar; y 5. Todo puede ser explicado.

Del silogismo deductivo dice que es el modo de razonar a partir de lo preconcebido, al que son proclives las personas con prejuicios, que, además, incurren habitualmente en sus argumentaciones en la circularidad o petición de principio. Para la selección de las hipótesis recomienda un principio de prudencia y economía, y, un reconocimiento expreso de los propios errores y de las propias falsedades, a los que considera como el origen de la mayoría de las falacias. Para la inducción recomienda no tomar como muestra un espécimen seleccionado ni un grupo pequeño.

Adicionalmente, en la conferencia siguiente del Instituto Lowell, hablando de la amplitud y la profundidad lógicas, nos previene en cuanto a la selección de los términos, puesto que otro origen común para la mayoría de las falacias consiste en la amplitud y generalidad (y, por lo tanto, ambigüedad) de los términos escogidos.

¹⁰ W2: 223.

¹¹ W1: 440-454.

Vemos claramente que la responsabilidad del investigador es absoluta respecto a la elección de principios rectores y premisas exentos de falsedad, para poder cumplir con la regla fundamental del silogismo que dice que de premisas verdaderas, extraemos conclusiones verdaderas (aplicando principios rectores también verdaderos). Es, pues, ya tan temprano en su pensamiento, la honradez del investigador consigo mismo y con la comunidad el fundamento principal de la lógica para nuestro autor.

Hemos completado este capítulo, que también era el último del proyecto de libro de lógica de Peirce de 1873 en el índice de WMS220, con un manuscrito de 1869-70, WMS166, que contiene explícitamente lo que él denomina algunas máximas del razonamiento. En el apéndice hemos incluido un borrador del mismo que desarrolla algunas de ellas. Estas cuatro máximas son:

1. Donde no hay ninguna duda real, no puede haber ninguna investigación real;
2. Lo que es cuestionado por personas instruidas, no es cierto;
3. El objeto del razonamiento es el de resolver cuestiones;
4. Las cosas no son precisamente como elegimos pensarlas.

Las máximas 1, 2 y 3 están apuntando al capítulo 1, sobre el establecimiento de la opinión, y la 4, también, al capítulo 2, sobre la concepción de la realidad como aquello que es totalmente independiente de lo que cualquiera pueda pensar al respecto.

Hemos tomado el título de *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* para el proyectó de libro de lógica de 1873, del manuscrito de 1869-70, WMS165, en el que se encuentra el primer borrador¹² de este texto, junto con otro con recomendaciones sobre las reglas de la investigación para un razonamiento correcto, que hemos incluido en el Prólogo. El desarrollo de estas máximas, reconsideradas en 1872-73, concluiría en aquellos dos famosos artículos de 1878 de la serie de las *Ilustraciones de la lógica de la ciencia*: «La fijación de la creencia» y «Cómo aclarar nuestras ideas»; ya que estas pueden, además, ser perfectamente claras sin ser verdaderas como señalaba ahí mismo Charles S. Peirce, quien estaba absolutamente comprometido con la verdad como objeto de la lógica, es decir, con el sentido en que los signos se corresponden real y verdaderamente con sus objetos para que podamos rendir interpretaciones cabales de los mismos. Y, por extensión, con la verdad como convergencia de las opiniones de la comunidad respecto a cualquier tema al final de la investigación. En un sentido

¹² WMS165, W2: 350-356.

inspirado, también, a nuestro parecer en la concepción del juicio categórico aristotélico, que es aquel que atribuye un predicado a un sujeto acorde con la realidad como verdad.

Más adelante, en 1898, Peirce planteó una primera, y en algún sentido *única* regla de la razón en su concepción de la *voluntad de aprender*: «que para aprender, debes desear aprender; y al desear de este modo no debes estar satisfecho con lo que estás inclinado a pensar de antemano»¹³. No es ocioso señalar aquí, de nuevo, que la motivación para mi investigación actual surgió a raíz de la lectura de este texto, y otros asociados, que realicé dentro del trabajo de investigación sobre el concepto de creencia en el pensamiento pragmaticista de este autor para la obtención del Diploma de Estudios Avanzados del Tercer Ciclo en la Universidad de Granada en 2007. Espero, ahora, poder continuar con aquella investigación sobre una base mucho más sólida, ordenada y clara. En principio, puedo afirmar que hay una estricta coherencia entre las máximas aquí expuestas y lo que Peirce dice al respecto en la serie de «Las reglas de la razón» en 1902. Por ejemplo: «al razonar buscamos la verdad, desconociendo lo que esta verdad sea de antemano»¹⁴; y «buscamos reglas para distinguir entre razonamientos que son malos y razonamientos que son buenos y, dentro de estos, entre razones débiles y fuertes»; o «no dudes de aquello que no puedas dudar»¹⁵. Todo ello reflejo del continuo duda-creencia-hábito que está en la base del razonamiento pragmaticista maduro de Peirce, y que ya se encontraba en esta temprana obra que aquí presentamos.

Finalmente, hemos incluido en el Epílogo la «Conferencia introductoria al estudio de la lógica», que Peirce presentó en la Universidad Johns Hopkins en 1883. En ella hace un balance de los contenidos y de los objetivos de sus cursos de lógica en esta Universidad, que fue la primera dedicada a la investigación en los EEUU. Esta descripción se corresponde con bastante exactitud con la que proponemos en este proyecto de libro de lógica: el silogismo según De Morgan, el álgebra lógica de Boole, la lógica de los relativos, la doctrina de la amplitud y la profundidad lógicas, la doctrina de las probabilidades y la inferencia probable inductiva o método del razonamiento científico; por lo que podemos concluir, con fundamento, que estos cursos representaron un consumado reflejo de aquel proyecto de manual de lógica de 1873, que adoptaba contenidos de su trabajo desde 1867.

¹³ R442. EP2, 42-56. <http://www.unav.es/gep/FirstRuleOfLogic.html> (consultada el 26 de diciembre de 2014).

¹⁴ R597. <http://www.unav.es/gep/ReglasRazon.html> (consultada el 26 de diciembre de 2014).

¹⁵ R598. <http://www.unav.es/gep/ReglasRazon598.html> (consultada el 26 de diciembre de 2014).

EPÍLOGO

Todo comenzó con el estudio y la traducción de la edición de *La lógica de 1873* en el volumen 7, publicado en 1954, de los *Collected Papers*: la creencia nos había llevado al razonamiento, y este a la necesidad de recomponer aquella edición. Es verdad, que el editor de aquella, Arthur W. Burks, había señalado, especialmente en las notas, que esta pertenecía a un proyecto de libro de lógica de mayores dimensiones, que Peirce no había podido completar en su momento. Y estas mismas notas, en las que, también, afirmaba que había encontrado similitudes con otros escritos al respecto, nos remitían tanto hacia delante en el tiempo: «La fijación de la creencia» (1877) y «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878); como hacía atrás: «Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano» y «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades» (1868); en su obra publicada.

Ya hemos visto que la gestación del señalado artículo «La fijación de la creencia» se lleva a cabo prácticamente por completo en torno a 1873; y que los conceptos principales que encontramos en el otro señalado artículo de la serie de las *Ilustraciones de la Lógica de la Ciencia*, «Cómo aclarar nuestras ideas», están en muchos de los escritos en torno a 1870, que estarían, igualmente, vinculados a este proyecto de libro de Lógica.

Sin embargo, este editor eludió presentar los muy significativos trabajos sobre lógica formal, como aquellos referidos a la lógica de los términos relativos, que, indudablemente formaban parte del proyecto de aquel libro como muestran los índices tentativos que el propio Peirce planteó. Principalmente, pensamos, porque el volumen 3 de los *Collected Papers*, titulado «Exact Logic», que fue editado en 1933 por Charles Hatshorne y Paul Weiss, ya había incluido prácticamente todos los trabajos sobre lógica formal o simbólica publicados¹ en vida de Charles S. Peirce. Por razones parecidas, obviaron presentar ningún apartado sobre las teorías de las categorías, de los signos y de la inferencia de Peirce, que eran tres capítulos señalados del proyecto de libro de lógica.

¹ Entre otros: «Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole» (1867), incluido en el apéndice al capítulo 10 del *Tratado de Lógica*; «Sobre la lógica de las matemáticas» (1867), incluido como cuerpo del capítulo 9; «Descripción de una notación para la lógica de relativos» (1870), incluido en el apéndice al capítulo 10; «Sobre el álgebra de la lógica» (1880) y «Sobre la lógica del número» (1881), comentados en la sección de Antecedentes y Contexto; «La lógica de los relativos» (1883), incluido en el cuerpo del capítulo 10; y «Sobre el álgebra de la lógica: Una contribución a la filosofía de la notación» (1885), que hemos comentado, más adelante, en este Epílogo.

Por otro lado, Arthur W. Burks, en la bibliografía del volumen 8 de los *Collected Papers*, se tomó el trabajo de ofrecer un listado, cronológicamente ordenado, de los textos incluidos en los ocho volúmenes. Lo que permite leer de una forma más coherente aquella ambiciosa obra, y que ha culminado en la edición digital realizada por InteLex², que facilita el acceso a este ordenamiento. Esto resulta aún de máxima utilidad, debido al tiempo que está tomando completar la edición cronológica de los *Writings of Charles S. Peirce*, que llegará ser el referente principal para el conjunto de su obra; como lo ha sido para nosotros en el período que abarca nuestra tesis (1867-1883), y para lo que hemos podido disponer de las ediciones correspondientes, desde el volumen 1 al 5.

Por otro lado, la visión de conjunto de todo este proceso nos ha llevado a un límite cronológico más adelantado, que incluyera los cursos de Lógica que Peirce impartió en la Universidad Johns Hopkins de 1879 a 1883; en los que consideramos que aplicó los contenidos de aquel proyecto; como aparece en las descripciones de los contenidos de los mismos, y como hemos argumentado en diferentes lugares de esta tesis. Además, 1884, marca el inicio de un período de transición en el pensamiento de nuestro autor, como señala el Profesor Murray Murphey³. Vinculado, vitalmente, con la no renovación de su contrato para impartir clases de Lógica en la Johns Hopkins y con el comienzo de la insatisfacción con su trabajo para el Servicio Geodésico y de Costas de los EEUU, que había empezado a estar dirigido por burócratas y no por científicos. Lo que no fue óbice para que nuestro autor continuara trabajando infatigablemente en sus diversos proyectos lógico-filosóficos.

Respecto al límite cronológico anterior nos hemos remontado hasta 1867 para poder incluir la serie de la American Academy⁴, puesto que allí encontramos algunos de los contenidos a los que apuntaban, también, los índices tentativos del libro proyectado

² *Collected Papers of Charles S. Peirce*, vols. 1-8. Edición electrónica realizada por John Deely, Charlottesville, VA: InteLex, 1996.

³ Murphey, Murray G. *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1961.

⁴ «Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole», incluido en el apéndice al capítulo 10; «Sobre la clasificación natural de los argumentos», incluido en el cuerpo del capítulo 7; «Sobre una nueva lista de categorías», incluido en el cuerpo del capítulo 4; «Sobre la lógica de las matemáticas», incluido en el cuerpo del capítulo 9; «Sobre la comprensión y la extensión lógicas», incluido en el cuerpo del capítulo 8.

en 1873; al igual que habíamos incluido la serie del *Journal of Speculative Philosophy*⁵ de 1868-69, por las mismas razones.

También, es verdad, como hemos expuesto en la sección de Antecedentes y Contexto de esta tesis, que muchas de las ideas que desarrollaría en estas series, y en este proyecto de libro de Lógica, se pueden encontrar en las conferencias de Harvard de 1865 y del Instituto Lowell de 1866. Desafortunadamente estas conferencias no fueron publicadas y no se han podido reconstruir por completo, lo que nos hubiera proporcionado, sin duda, el resto de las claves para analizar la gestación de sus tempranas reflexiones lógico-filosóficas, tras un primer período al que podemos considerar ‘formativo’, y que darían lugar al proyecto de libro de lógica que nos incumbe. Cabría añadir dos textos fundamentales al período inmediatamente anterior al proyecto de libro de lógica de 1873: «La descripción de una notación para la lógica de los relativos» de 1870, que hemos incluido en el apéndice al capítulo 10, y «La reseña al libro de Fraser sobre la obra de George Berkeley» de 1871, donde plantea la concepción de ‘realidad’ que desarrollará ampliamente en los escritos destinados al capítulo 2 del *Tratado de Lógica*.

Tampoco hemos podido encontrar entre los textos de este período (1867-1883) los contenidos suficientes para completar dos de los capítulos del segundo índice tentativo que aparece en WMS220: la concepción del espacio como esencial en lógica y de los sentidos colectivos de los términos y del número. No obstante, como hemos señalado en la sección de Antecedentes y Contexto, sus concepciones tanto del espacio como del número contemplan una divisibilidad infinita o lo que él denomina, con más exactitud, «multitudes infinitesimales».

El trabajo fundamental de esta tesis, aparte de la ‘composición’, y traducción al castellano, del *Tratado de Lógica*, ha consistido en una detallada lectura, una reseña y un comentario de todos los textos vinculados a este proyecto que se pueden encontrar en los cuatro primeros volúmenes de la edición cronológica de los *Writings of Charles S. Peirce*. Ahora bien, dada la *continuidad evolutiva* de la obra de este pensador, resulta imprescindible en este Epílogo comentar someramente los textos vinculados que

⁵ «Cuestiones respecto a ciertas facultades vindicadas para el hombre», parcialmente incluido en el cuerpo del capítulo 5; «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades», parcialmente incluido en el cuerpo de los capítulos 5 y 6; y «Fundamentos de validez de las leyes de la lógica», parcialmente incluido en el cuerpo del capítulo 12.

encontramos en el volumen 5⁶, el siguiente en esta edición. Donde podemos ver, primero, como revisa y amplía, en 1884⁷, su proyecto de un «Algebra de la lógica» de 1880, que habíamos comentado en la sección correspondiente al volumen 4 de *Writings* en el apartado dedicado a los Antecedentes y el Contexto en esta tesis. El Profesor Prior⁸ considera que, en aquel álgebra de la lógica, Peirce sienta los fundamentos del cálculo proposicional clásico; que culminará en una nueva formulación en 1885 que titula «Sobre el álgebra de la lógica: una contribución a la filosofía de la notación»⁹, publicada en el *American Journal of Mathematics*. En este trabajo cimero Peirce aplica, por primera vez, su teoría de los signos al álgebra lógico: los signos que el álgebra requiere son *muestras*¹⁰ (signos convencionales que denominamos símbolos), *índices* (signos demostrativos) e *iconos* (signos de semejanza). En este artículo, asimismo, introduce los valores de verdad (**v** y **f**) en su procedimiento de decibilidad teorema, cuyo primer teorema demostrado: $((p \neg q) \neg p) \neg p$, que es necesario como axioma para hacer completo el cálculo proposicional sin la negación; ha venido a denominarse desde Lukasiewicz¹¹ la *Ley de Peirce*. Este paso decisivo marca la diferencia entre la lógica positiva y la clásica. También encontramos aquí los axiomas de la lógica de primer orden, una anticipación de las distinciones entre esta y la de segundo orden, la forma normalizada de los cuantificadores (con una notación diferente a la adoptada posteriormente), la base para una teoría completa de la cuantificación incluyendo la identidad; e, incluso, un fundamento para la lógica polivalente¹² en el primer párrafo de la Parte II como, asimismo, señala Lukasiewicz. En definitiva, este artículo está considerado como el trabajo en lógica formal más influyente de Peirce, en la línea Schröder-Lowenheim-Skolem investigada en profundidad por la Profesora Geraldine Brady¹³ y comentada en diversos lugares de esta tesis.

⁶ Véase la Introducción del Profesor Nathan Houser a esta edición, *W5*: xix-xlviii.

⁷ «Sobre el algebra de la lógica: Parte II», *WMS506*, *W5*: 107-108. «Fragmento sobre el álgebra de la lógica», *WMS507*, *W5*: 109-110. «Sobre el álgebra de la lógica (texto segundo)», *WMS508*, *W5*: 111-115.

⁸ Prior, Arthur N. «The Algebra of the Copula» en Moore, Edward C. y Robin, Richard S. (Eds.). *Studies in the Philosophy of Charles S. Peirce*. Amherst: University of Massachusetts Press, 1961, pp. 79-84.

⁹ P296, *W5*: 162-190.

¹⁰ En ingles, *tokens*.

¹¹ Guinness, Grattan and Ivor (Eds.). «Peirce» en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Oxon: Routledge, 1994, p. 608.

¹² Hiz, Henry. «Peirce's Influence on Logic in Poland» en Houser, Nathan et al. (Eds.) *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997, pp. 264-270.

¹³ Brady, Geraldine: *From Peirce to Skolem. A Neglected Chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000.

Este artículo se ve seguido, en esta edición, por unas interesantísimas «Anotaciones sobre el álgebra de la lógica»¹⁴, y por unos «Estudios en álgebra lógica»¹⁵, que formarían parte de un segundo artículo sobre este tema, y que él consideraba el principio de una nueva lógica formal. Desafortunadamente, el editor del *American Journal of Mathematics*, Simon Newcomb, pretendió que Peirce declarara este un tema matemático, a lo que Peirce se negó. La no publicación de este artículo supuso un duro revés para nuestro autor, y le dificultó continuar con esta fructífera línea de investigación. Debemos destacar que este álgebra de la lógica de Peirce desarrolla únicamente el método deductivo, en consonancia con el cariz que comienza a adoptar la lógica formal en estos años en Europa. Resulta curioso que Peirce no conociera la obra de Gottlob Frege¹⁶, publicada en 1879, aunque la verdad es que pasó bastante desapercibida en aquel momento. Frege parece que tampoco conocía la obra de Peirce; aunque ambos llegaron independientemente a proponer soluciones parecidas para la cuantificación y para el cálculo proposicional de primer orden. Un nuevo exponente de cómo los descubrimientos científicos convergen; siendo uno de los más destacados el que suscitó la polémica entre Newton y Leibniz¹⁷ respecto al cálculo infinitesimal, que sería uno de los ejemplos que mejor ilustrarían la lógica del descubrimiento científico de Peirce .

De acuerdo con el Profesor Murphey¹⁸, la revisión de su concepto de la *continuidad*, cuando estaba preparando esa entrada para el Diccionario *Century* en abril de 1884, fundamentaría sus teorías de conjuntos y del número anti-cantorianas lo que, junto con el descubrimiento de la cuantificación y de la importancia de los términos individuales, por mediación de O. H. Mitchell, uno de sus discípulos en la Johns Hopkins, le obligarían, asimismo, a emprender una revisión profunda de sus teorías de la realidad y de las categorías, tal como habían sido presentadas en el *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* objeto de esta tesis.

¹⁴ WMS538, W5: 191-203.

¹⁵ WMS539, W5: 204-220.

¹⁶ Frege, Gottlob. *Begriffsschrift* (Ideografía), un lenguaje fórmula para el pensamiento puro, según el modelo de la aritmética. Frege, Gottlob. «Begriffsschrift» en Heijenoort, Jean van (Ed.). *From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879-1931*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, pp. 1-82.

¹⁷ Véanse al respecto dos versiones de esta historia: Hall, A. Rupert. *Philosophers at War: The Quarrel between Leibniz and Newton*. Cambridge: University Press, 1980; y Hofmann, Joseph E. *Leibniz in Paris: 1672-1676*. Cambridge: University Press, 1974.

¹⁸ Murphey, Murray G.: *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1961. Capítulo 15.

La revisión de su teoría de la realidad, que podemos encontrar en su reseña de la obra de Josiah Royce¹⁹, derivada de su reconocimiento de la importancia de la referencia al término individual, resulta, según el Profesor Murphey en la transformación de lo que era un *principio constitutivo* en un *principio regulativo* más *débil* en los siguientes términos: «para asegurarnos de que el acuerdo es posible, es necesario tener la esperanza de que un acuerdo final devendrá»²⁰. El Profesor Hookway²¹, también, encuentra en esa reseña una primera muestra del *falibilismo moderado* de Peirce.

Es en este volumen 5 donde Peirce comienza a revisar su teoría de las categorías y de los signos, por primera vez en profundidad desde 1867²²; introduciendo los conceptos de primera, segunda y tercera. A este respecto, en primer lugar, encontramos una serie de manuscritos, sin título e incompletos²³, que los editores titularon «Anotaciones sobre las categorías»²⁴, y que distribuyeron en ‘segmentos’. En estas Anotaciones, Peirce reconoce que la aplicación original de las triadas en filosofía no es obra suya, puesto que Kant ya las utiliza en la concepción de sus categorías, que están formadas por las cuatro triadas de los juicios, donde cada una de ellas implica la concepción de primera, segunda y tercera. Por supuesto, Hegel utiliza, también, la conocida triada *tesis-antítesis-síntesis* para categorizar la experiencia, aunque, según afirma Peirce, este último no la hace derivar lógicamente.

En el segundo ‘segmento’ de este manuscrito, Peirce expone las ramificaciones de estas tres concepciones que son esenciales para la lógica formal, y que son las tres categorías fundamentales del pensamiento, en un sentido *a priori*: estas derivarían de las tres facultades fundamentales de la mente que, a su vez, derivarían de las tres funciones fundamentales de los nervios que, finalmente, derivarían de los tres elementos constituyentes del universo físico. Apela, ahora, a la generosidad del lector, quien deberá alcanzar la comprensión de las mismas por su propio esfuerzo. Y aclara que quizás no sea adecuado denominar concepciones a estas categorías, sino que, más bien,

¹⁹ W5: 221-234.

²⁰ Murphey, Murray G. *Ob. cit.*, p. 301.

²¹ Hookway, Christopher. *Peirce*. London: Routledge & Kegan Paul, 1985, p. 73. No obstante, el primer autor que emplea esta denominación de *falibilismo moderado* para referirse a la posición de Peirce respecto a la verdad en el método científico es Francis E. Reilly en *Charles Peirce's Theory of Scientific Method*, New York: Fordham University Press, 1970.

²² «Sobre una nueva lista de categorías». Véase en el capítulo 4. 3 del *Tratado de Lógica*.

²³ Debemos señalar que están incompletos porque se han extraviado algunas páginas, no porque Peirce no los completara. Esto se ve en el carácter de las interrupciones del texto (palabras cortadas, etc.).

²⁴ W5: 235-241. 1885.

serían *tonos* o *matices* de las concepciones. Tras un somero repaso a su artículo inaugural de 1867, donde pone el énfasis en los tres grados de separabilidad de una idea de otra: *disociación*, *prescisión* y *distinción*; inicia una aproximación a la primera categoría que describe como una primera impresión exenta de juicio, *libre*, cuya máxima dificultad para la aprehensión reside en que «está demasiado inmediatamente presente, más allá de cualquier representación»²⁵. La segunda es la más fácil de aislar porque, dice, impera en el pensamiento de su época: «un objeto o un acontecimiento definidos cuya existencia depende de alguna otra cosa, algo que está determinado por la limitación y que está en una relación real con algo, un choque, ...»²⁶. La tercera es el *medio*, la representación, la síntesis (y el análisis); el medio entre la primera y la segunda, lo que da lugar al par al establecer una relación.

Estas categorías, como ya hemos visto, están presentes en los tres géneros de las formas lógicas: términos, proposiciones y argumentos. En los argumentos, el principio rector sería la tercera. Las proposiciones, de las que dice que nunca estarán libres de ambigüedad, las divide triádicamente en *afirmativas*, *probables* y *negativas*; y en *universales*, *estadísticas* y *particulares*. Concluye el tercer ‘segmento’ con una aplicación, muy clarificadora de su teoría de las categorías a la proposición científica:

una proposición puede, en primer lugar, enunciar algo como un hecho libremente escogido o tomado al azar, dentro de unos límites establecidos. En segundo lugar, se puede enunciar una proposición como un resultado producto de las circunstancias. En tercer lugar, una proposición se puede enunciar como la regla directora de una experiencia, por la que a un hecho libremente escogido se le hace dar lugar a un resultado²⁷.

En este sentido, la inducción se correspondería, entonces, con la primera categoría, la deducción con la segunda y la hipótesis, a la que luego denominaría, primero retroducción y, finalmente, abducción, con la tercera.

Encontramos, también, en esta edición, cuatro manuscritos adicionales con versiones ligeramente diferentes del tema de las categorías que, según los editores de *Writings* 5, representarían el manifiesto de su nuevo sistema de pensamiento: su filosofía evolutiva y arquitectónica; que se desarrollaría en su posterior proyecto de libro «Una, dos, tres».

²⁵ W5: 239.

²⁶ W5: 239.

²⁷ W5: 241

En el primero de estos manuscritos²⁸, que se encuentra separado de los otros tres debido a la rigurosa disciplina cronológica de esta edición, Peirce comienza insistiendo en que fue Kant el que destacó la frecuencia de las *tricotomías* en el análisis lógico. No vamos a extendernos en todos los detalles de este interesante texto, que incluye conexiones con la división de los signos. No obstante, hemos percibido una continuidad respecto a aquellas «Anotaciones» anteriores al respecto. La primera derivación de las tres categorías: primera, segunda y tercera (uno, otro, medio) provendría, de alguna forma innata o *a priori*, de las tres facultades de la mente o, como dice ahora, de las verdaderas categorías de la conciencia. Tras una crítica a la división kantiana de estas facultades, propone una división propia basada en la psicología de su época:

1. Sensación, como conciencia pasiva de la cualidad, sin reconocimiento ni análisis;
2. Conciencia de una interrupción en el campo de la conciencia, sentido de resistencia, de un hecho externo, de un algo otro;
3. Conciencia sintética que une el tiempo, sentido de aprendizaje, pensamiento.

Las concepciones lógicas vinculadas serían, pues, la *cualidad*, la *relación* y la *mediación*, como en la primera formulación de esta teoría. Deriva, a continuación, estas categorías de la conciencia a partir de una explicación fisiológica de tres propiedades fundamentales del sistema nervioso, aunque reconoce que esto no ha sido aún investigado suficientemente: primero, la estimulación nerviosa que la sensación produce; segundo, la reacción nerviosa frente al conflicto; y, tercero, la formación de hábitos nerviosos por aprendizaje que Peirce vincula con la potencia de nutrición, crecimiento y desarrollo de la célula nerviosa. Desafortunadamente se han perdido las últimas páginas de este manuscrito, donde expondría la derivación de las categorías a partir de los *tres elementos constituyentes del universo físico*, como anunciaba en las «Anotaciones». No obstante, podemos colegir que estos serían el *azar*, primera, la *ley*, segunda, y el *hábito*, tercera. Debemos adelantar, aquí, que el principio pertenece a la primera categoría, el fin, a la segunda, y el medio, a la tercera. Por lo que, en el universo, el azar por mediación de los hábitos devendría ley, determinación.

Un año después, condensa su concepción de una filosofía evolutiva fundada en la lógica de las categorías, a lo que más adelante denominaría *metafísica científica*. En este singular texto²⁹ comienza afirmando: «Este es el día para dudar de los axiomas»; por

²⁸ «Una, dos, tres: las categorías fundamentales del pensamiento y de la naturaleza». *W5*: 242-247. 1885.

²⁹ «Una, Dos, Tres: Categorías kantianas». *W5*: 292-294 (1886). Encontramos una gran similitud entre este texto y aquel otro con el que concluíamos la sección de Antecedentes y Contexto respecto al volumen 4 de *Writings*, y al que los editores de aquel titularon «Diseño y azar» (1884): *WMS494*, *W4*: 544-554.

ejemplo, «el espacio, como un recipiente individual de cosas, es una ficción» y «No tenemos razón para pensar que el acuerdo de los fenómenos con las fórmulas es absolutamente exacto. Siempre que intentamos verificar el acuerdo de los hechos con las leyes, encontramos discrepancias que acertadamente atribuimos a errores de observación». Luego «debemos suponer un elemento de azar absoluto, juego, espontaneidad, originalidad, libertad, en la naturaleza»; que considera fue mayor en el pasado. Por lo tanto:

Si el universo está, de esta forma, progresando desde un estado de prácticamente puro azar a uno de prácticamente total determinación por las leyes, debemos suponer que hay una tendencia original y elemental en las cosas para adquirir determinadas propiedades, para adoptar hábitos. Este es el elemento *tercero* o mediador entre el azar que produce los acontecimientos *primeros* y originales, y las leyes que producen las secuencias o *segundos*.³⁰

A esto lo considera una hipótesis física racional que puede dar cuenta de prácticamente todo en el universo *excepto de la pura originalidad misma*. Nosotros consideramos a este pensamiento como ilustración señalada de lo que denominamos el *optimismo epistemológico* de Peirce, siendo otros ejemplos destacados: la no aceptación de los incognoscibles, es decir, que todo puede llegar a conocerse; la adecuación evolutiva de la mente del ser humano a la comprensión de la naturaleza; y la esperanza en el acuerdo de la comunidad en lo que será la opinión final acerca de cualquier cuestión. Aspectos que han aparecido reiteradas veces en el *Tratado de Lógica* que aquí presentamos.

En WMS573³¹ presenta un índice de este proyecto de libro respecto a las categorías, con capítulos dedicados a las diversas ciencias, comenzando por la lógica formal y, después, la metafísica. Se refiere a las tres concepciones elementales, de nuevo, más bien, como *tonos mentales*. La Primera es lo que primero se presenta. Elige, ahora, destacadamente el adjetivo *fresca* para referirse a ella, además de inmediata, libre, espontánea, irreflexiva, indiferenciada: «Lo que Adán, cuando abrió los ojos por vez primera, pensó acerca del mundo antes de examinarlo»³². La Segunda, o fin, es la otredad, la relación, la fuerza (que nos golpea), la realidad. La Tercera es el medio, lo que media entre la primera y la segunda (o última), la continuidad, la comparación, el signo, la representación, entre otros atributos. Debemos destacar, aquí, que el *signo*

³⁰ W5: 293.

³¹ «Una, Dos, Tres», W5: 294-298.

³² W5: 295.

pertenecería a la tercera categoría como mediador entre el *objeto*, primera, y el *interpretante*, segunda. Asimismo, en su división de los signos, los índices pertenecerían a la primera categoría, los iconos a la segunda, y los símbolos (muestras) a la tercera. El esbozo³³ que presenta del segundo capítulo, sobre la aplicación a la lógica de estos conceptos, es lo suficientemente ilustrativo al respecto.

Es, singularmente, la categoría primera, la más inmediata, la que suele resultar más difícil de entender. Hemos encontrado una sugerente ilustración de la misma cuando, en la década de 1890, establece la relación jerárquica entre las ciencias normativas: la primera es la estética³⁴, concebida como la ciencia de lo *admirable* en el sentido que acabamos de ver Peirce confiere a la categoría primera. Sobre esta se funda la ética, la ciencia de la correcta actuación, sobre la que, a su vez, se funda, finalmente, la lógica, la ciencia de los métodos correctos de razonamiento; donde, posteriormente, la *razonabilidad concreta* se erigiría como *summum bonum*.

Volviendo al texto de Peirce, nos encontramos con unas notas para un segundo epígrafe de este capítulo en las que se detiene a considerar el principio primero o *arché* en la filosofía griega, a lo que le ha llevado la consideración de la categoría primera. Afirma que fue Anaxímenes el primero que postuló que el primer principio, el aire, debía ser algo vivo, animado, no un mero principio mecánico, inerte. En griego *neuma* significa aire y alma. Acusa a Herbert Spencer de no haberse dado cuenta de este axioma:

Ninguna fuerza muerta, ninguna dura causación mecánica a partir de leyes fijas, podría ser suficiente para extraer la heterogeneidad organizada a partir de la homogeneidad desorganizada. Para efectuar eso, el material homogéneo debe tener vida o, si no, algún otro principio de espontaneidad si puede encontrarse otro. La libertad debe pertenecer a la esencia del material³⁵.

En definitiva, *la materia primaria debe ella misma estar viva*.

Una versión alternativa³⁶ del anterior texto comienza con el desarrollo de un primer capítulo respecto a la descripción de sus categorías en términos muy parecidos a los que estamos viendo. Apela, esta vez, a una actitud receptiva en el lector, que le permitirá

³³ «La lógica trata de los signos: Un signo es un tercero. Tres tipos de signos: Iconos, Índices, Muestras. Términos, proposiciones, argumentos. Las divisiones de las proposiciones son duales. Deducción, inducción e hipótesis. Las tres figuras del silogismo. Diferentes tipos de términos.» *W5*: 295.

³⁴ Respecto a la estética, debemos destacar la gran y temprana influencia que tuvo sobre el pensamiento de Peirce la lectura de las *Cartas estéticas* de Frederick Schiller. Schiller, Frederick. *The Aesthetic Letters, Essays and the Philosophical Letters of Schiller*. Traducido al inglés por J. Weiss. Boston: C. C. Little & J. Brown, 1845.

³⁵ *W5*: 296.

³⁶ «Una, dos, tres: una especulación evolutiva», *W5*: 298-302.

comprender su significado, y afirma, de una forma más sintética: «Lo primero es lo que tiene su ser o peculiaridad dentro de sí mismo. Lo segundo es lo que es por la fuerza de algo otro. Lo tercero es como es debido a otras cosas entre las que media»³⁷.

Respecto a la categoría segunda, introduce, ahora, por primera vez la distinción entre la *externa* o normal, el choque con la realidad, y la *interna* o degenerada³⁸. La identidad y la semejanza, la iconicidad, pertenecerían a este segundo tipo. La categoría tercera tendría dos grados de degeneración: los terceros accidentales y los terceros comparativos; sobre lo que no nos vamos a extender. Añade, aplicando los cuaternios matemáticos a la lógica, que todas las pluralidades pueden ser reducidas a terceridades.

Afirma que todo el mundo hace uso de estas categorías cotidianamente aunque sin una aprehensión completa; y explica sucintamente la que considera una de las diferencias principales entre su lógica y la de Hegel, que consiste en que este último solo considera la forma *interna* de la segunda categoría, y no la forma de la fuerza *externa*, más característica de la misma. Por lo que concluye declarando que él va a seguir un método lo más no-hegeliano posible.

En la última versión³⁹ de otro borrador para el proyecto de libro «Una, dos, tres» afirma al comienzo: «Ofrezco, entre otras cosas, una altamente especulativa teoría del origen de las cosas, una teoría del desarrollo del universo, de la que creo que todo hombre inteligente dirá que es merecedora de consideración»⁴⁰. Y, un poco después, que esta consiste en «la aplicación de ciertas concepciones que, según me parece, deberían reinar sobre todo departamento de la filosofía»⁴¹. Estas palabras ilustran la importancia que atribuye a su teoría de las categorías-signos en el sentido de que esta sería el eje articulador de todas las divisiones de la filosofía: lógica, epistemología y metafísica. Lo que culminará en su concepción de la lógica como semiótica en su obra ulterior.

Más adelante, cuando se aplica a fundamentar su metafísica científica en esta lógica entendida como semiótica, encuentra que necesita introducir el concepto fundamental

³⁷ W5: 299.

³⁸ Término este que adopta de la geometría de las curvas cónicas, significando una anomalía limitadora, sin ninguna connotación añadida.

³⁹ Titulado por los editores, «Primera, segunda, tercera», W5: 302-308.

⁴⁰ W5: 302.

⁴¹ W5: 302.

de *phaneron*⁴² para significar «todo aquello que está presente a la mente, sea un hecho o una ficción»⁴³, y afirma que cuando se para a discriminar los elementos del mismo - la complejidad de sus estructuras - alcanza, de nuevo, sus tres categorías. Esta nueva ciencia, una forma de fenomenología, a la que denomina *phaneroscopia* es la que estará, entonces, en la base del conocimiento.

Hemos considerado adecuado en este Epílogo extendernos en estas aclaraciones a su teoría de las categorías, central para su lógica y su sistema filosófico, y que vemos estrechamente vinculada con la denominada *máxima del pragmatismo*⁴⁴, que representa la fórmula para alcanzar el tercer grado de claridad en la aprehensión de los conceptos : donde el objeto, pertenecería a la categoría primera, los efectos prácticos, a la segunda, y la noción, el hábito-creencia al que dan lugar, a la tercera.

Creemos que con todo lo que hemos expuesto respecto a las categorías en la sección de Antecedentes y Contexto de esta tesis, en el capítulo del *Tratado de Lógica* dedicado a este tema y, finalmente, aquí; una lectura ordenada y atenta de los textos rinde perfectamente clara esta teoría hasta el final de la época que nos incumbe. También, es cierto, que esta se complicará en años sucesivos; pero, siempre, sobre esta base.

En 1886 plantea, asimismo, otro proyecto de libro al que titularía «Lógica cualitativa»⁴⁵, con un índice⁴⁶ en el que podemos apreciar la transición antes señalada en su concepción de la lógica formal. A nuestro parecer, lo más destacable, respecto a las diferencias con el *Tratado de Lógica* anterior, consiste en el desarrollo que hará de su nuevo álgebra de la lógica, la incorporación de los diagramas de la teoría de conjuntos para la interpretación de los silogismos y los dilemas⁴⁷, y su nueva notación para los términos relativos, que ya hemos señalado es sorprendentemente parecida a la de Frege,

⁴² En griego: lo visible.

⁴³ Borrador de carta a Mario Calderoni. CP 8.213 (c. 1905).

⁴⁴ «Cómo aclarar nuestras ideas»: «la regla para alcanzar el tercer grado de claridad de la aprehensión es la siguiente: consideremos qué efectos, que puedan concebiblemente tener repercusiones prácticas, concebimos que tiene el objeto de nuestra noción. Entonces, nuestra noción de estos efectos es la totalidad de nuestra noción del objeto.» W3: 266; incluido en el capítulo 2 del *Tratado de Lógica*.

⁴⁵ W5: 323-371.

⁴⁶ «Cap. I La asociación de ideas; Cap. 2 La consecuencia simple; Cap. 3 El *Modus Ponens*; Cap. IV El silogismo y la *Reductio ad Absurdum*; Cap. V El dilema; Cap. VI El álgebra lógica y la lógica de los relativos; Cap. VII Las inferencias de cantidad transpuesta; Cap. VIII La inferencia de Fermat; Cap. IX La inferencia de Ricardo; Cap. X Infinitud y continuidad.»

⁴⁷ De donde derivaría, posteriormente, sus *gráficos existenciales*.

particularmente los conectores⁴⁸. Un libro, de nuevo, destinado a estudiantes universitarios de lógica, y que no acabaría de completar. Aunque sentaría las bases para sus siguientes proyectos de la edad madura, titulados «Cómo razonar», o la «Gran lógica», junto con la «Lógica detallada». Estamos pendientes de la publicación cronológica de esos manuscritos en el largamente esperado volumen 9 de *Writings*, para poder dar el siguiente paso en nuestra investigación de la lógica de este autor. Si bien no el último, puesto que la culminación de su obra la encontraremos hacia el final de su vida en el proyecto «Un sistema de lógica considerada como semiótica», como, también, señalábamos en la Introducción a esta tesis.

Por otro lado, debemos destacar en aquel texto un esclarecedor enunciado sobre su concepción de la lógica, que está vinculado a su posterior distinción entre asuntos prácticos, o *vitalmente importantes*, y asuntos teóricos. Respecto a los prácticos dice que «los razonamientos ordinarios, cotidianos, se llevan mejor a cabo inconscientemente que si intentáramos interferir en ellos con una lógica capciosa e hipocondriaca»⁴⁹. Por lo que queda claro que su teoría lógica, y los desarrollos formales de la misma, lo que estamos presentando aquí, está destinada exclusivamente a la metodología de la investigación científica, sea esta de la índole que sea.

En otro manuscrito vinculado, «La lógica de relativos: cualitativa y cuantitativa»⁵⁰, manifiesta que su propósito es ofrecer una descripción lo más elemental posible de la misma. Peirce era ya plenamente consciente de que sus extensas elaboraciones lógico-formales no eran bien recibidas por un público culto pero no versado en lógica formal, como el que solía asistir a las conferencias divulgativas en las que era invitado a hacer presentaciones.

«Una descripción elemental de la lógica de los relativos»⁵¹ presenta, incluso, menos desarrollos de lógica formal que el anterior. Sin embargo, a diferencia del mismo, comienza introduciendo su teoría de los signos, la división en iconos, índices y muestras (símbolos), y, luego, un desarrollo de lo que denomina *La deducción cualitativa*, en la que explica la lógica de Boole como preámbulo a la presentación de los relativos⁵². La primera parte del texto introductorio sobre los signos y, luego, sobre el método

⁴⁸ Véase este texto junto con la obra anteriormente citada de Frege. Nos resulta claro que la prioridad le correspondería, aquí, a Frege.

⁴⁹ *W5*: 328.

⁵⁰ *W5*: 372-378.

⁵¹ *W5*: 379-387.

⁵² Como hemos presentado en el Apéndice al capítulo 10.

científico se ve interrumpida abruptamente. No obstante, debemos destacar la clara adscripción empirista de nuestro autor cuando afirma: «Toda investigación se lleva a cabo por medio de la experimentación, externa o interna»; y repite, como ilustración, aquello que ya había escrito en 1877: «Lavoisier hizo de sus alambiques instrumentos del pensamiento, dando una nueva concepción del razonamiento como algo que debe hacerse con los ojos abiertos»⁵³. Este énfasis en la observación y, en la detección de sus errores, está en el centro de la metodología lógico-científica de Charles S. Peirce, como hemos podido apreciar en el *Tratado Práctico de Lógica y Metodología*.

Al principio de este período de transición, hemos encontrado, asimismo, un estudio de carácter inductivo, probabilístico y estadístico titulado «Sobre las pequeñas diferencias en la sensación»⁵⁴, en el que, según el Profesor Stigler, Peirce muestra en 1884, junto con su alumno de la Johns Hopkins, J. Jastrow, «un esquema preciso y matemáticamente consistente de la randomización»⁵⁵, que estaría tres décadas adelantado a su tiempo.

Asimismo, en una célebre carta de nuestro autor a su antiguo discípulo en la Johns Hopkins, Allan Marquand, describe un diagrama de circuito que bien podría haber dado lugar a la moderna computación eléctrica. Sin embargo, Peirce no continuó con esta línea de investigación porque, según el Profesor Nathan Houser en la Introducción⁵⁶ a este volumen 5, Peirce no podía concebir computadoras capaces de un razonamiento inductivo efectivo, especialmente del tipo débil, que consideraba estaba en la base de la inteligencia humana. Debemos señalar que el desarrollo que hace Peirce de un método inductivo-probabilístico, complementario del hipotético y del deductivo, para la investigación científica, es otra de las características fundamentales del sistema lógico de este autor que no ha sido lo suficientemente investigada, aunque hemos encontrado, respecto a esto, una cierta continuidad en algunos trabajos de Rudolf Carnap⁵⁷.

⁵³ W5: 381.

⁵⁴ W5: 122-135.

⁵⁵ Stigler, Stephen M. "Mathematical Statistics in the Early States". *Annals of Statistics* 6 (1978): 248.

⁵⁶ W5: xlv.

⁵⁷ Véase: Carnap, Rudolf. *Logical Foundations of Probability*. Chicago: University of Chicago Press, 1950. Y, también, *The Continuum of Inductive Methods*. Chicago: University of Chicago Press, 1952.

En el proyecto de libro de lógica objeto de esta tesis, de acuerdo con las intenciones manifiestas de nuestro autor en esa época, hemos podido ver cómo se suceden textos de índole epistemológica y textos de lógica formal, en una concepción amplia de la lógica que, además de ser la ciencia de los métodos para todas las ciencias, que adopta recursos de las matemáticas, es una ciencia normativa fundada en la ética y en la estética, y llegará a ser el fundamento de lo que, más adelante, vino a denominar una *Metafísica Científica*.

Hemos dedicado cuatro años a poner orden en la presentación de una parte del pensamiento temprano, pero consistente, de este prolífico autor: la lógica que él consideraba fundamental en la filosofía. Pensamos que, quizás, la razón principal por la que este primer *Tratado de Lógica* de Peirce no fue completado y publicado en vida del autor, se debió a que sus obligaciones científicas para el Servicio de Costas y Geodésico de los EEUU no le permitieron disfrutar del tiempo requerido para realizar la revisión rigurosa, que él se auto-exigía⁵⁸, de los textos que lo compondrían, y que, como hemos podido ver estaban prácticamente todos redactados en torno a la época del proyecto original de 1873.

En todo caso, hemos pretendido con esta tesis rendir el pensamiento de Peirce de la forma más directa y respetuosa posible con sus indicaciones. La lectura del proyecto de libro de lógica de 1870 que hemos compuesto, y para el que hemos encontrado un título idóneo en uno de los esbozos preliminares del mismo: *Un Tratado Práctico de Lógica y Metodología*; da debida cuenta de lo que tenía que decir a ese respecto en aquella época.

Finalmente, reivindicamos, con esta obra y las que seguirán, un capítulo importante, que ya le pertenece, en la Historia de la Filosofía para este pensador. Un capítulo que, además, permanece abierto, tanto por el carácter evolutivo de su filosofía como porque a la edición cronológica de los *Writings of Charles S. Peirce* aún le faltan por realizar 17 volúmenes de los 24 proyectados. Este es el proyecto en el que deseamos participar desde ahora.

⁵⁸ Véase al respecto MS311 (1903), «Mis procesos para formar opiniones filosóficas», traducido al castellano por la Profesora Sara Barrena en www.unav.es/gep/OpinionesFilosoficas.html (consultada el 24 de marzo de 2015).

BIBLIOGRAFÍA

RECURSOS:

A Comprehensive Bibliography of the Published Works of Charles Sanders Peirce with a Bibliography of Secondary Studies, Second Edition, Revised. Ketner, Kenneth L. (Ed.). Bowling Green, Ohio: Philosophy Documentation Center, 1986.

Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce. Robin, R. Amherst: University of Massachusetts Press, 1976.

- «The Peirce Papers: A Supplementary Catalogue». *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 7 (1971): 37-57.

Circulars. Johns Hopkins University (1882). Baltimore, MD: John Murphy & Co. Woodworth, R.S. 1930.

Collected Papers of Charles Sanders Peirce (CP), vols. 1-8. Edición electrónica realizada por John Deely. Charlottesville, VA: InteLex, 1996 (2ª edición).

The Charles S. Peirce Papers [Microforma]. Cambridge, Mass: Harvard University, 1966.

Transactions of the Charles S. Peirce Society. Bloomington: Indiana University Press.

<http://www.commens.org/dictionary> (diccionario de citas de términos Peirceanos elaborado por el Grupo de Estudios Peirceanos de la Universidad de Helsinki).

OBRAS DE CHARLES S. PEIRCE:

Collected Papers of Charles Sanders Peirce (CP), volúmenes 1-6 editados por C. Harsthorne y P. Weiss; volúmenes 7 y 8, editados por A. W. Burks. Cambridge, MA: Belknap Press, 1965.

Writings of Charles S. Peirce: A Chronological Edition (W); volumen 1, editado por M. Fisch et al., 1982. Volumen 2, editado por E. C. Moore et al., 1984. Volumen 3, editado por C. J. W. Kloesel, 1986. Volumen 4, editado por Christian J. W. Kloesel et al., 1989. Bloomington: Indiana University Press. Volumen 5, editado por Kloesel, Christian W.J., Houser, Nathan, et al. Bloomington: Indiana University Press, 1993.

The Essential Peirce (EP1), volumen 1. Editado por Nathan Houser y Christian Kloesel. Bloomington: Indiana University Press, 1992.

The Essential Peirce (EP2), volumen 2. Editado por el Peirce Edition Project dirigido por Nathan Houser. Bloomington: Indiana University Press, 1998.

Studies in Logic. Editado por miembros de la Universidad Johns Hopkins y por Charles S. Peirce. Boston: Little Brown, and Company, 1883. Edición facsímil de Forgotten Books, 2012.

The New Elements of Mathematics, en cuatro volúmenes y cinco libros. Editados por Carolyn Eisele. The Hague: Mouton Publishers, 1976.

Philosophical Writings. Editado por Justus Buchler. Nueva York: Dover Publications, Inc., 1955 (reedición de la primera de Routledge, 1940).

Selected Writings (Values in a Universe of Chance). Editado por Philip P. Wiener. Nueva York: Dover Publications, Inc., 1966 (reedición de la primera de Doubleday & Company, 1958).

Philosophy of Mathematics. Moore, Matthew E. (Ed.). Bloomington: Indiana University Press, 2010.

OBRAS DE CHARLES S. PEIRCE EN ESPAÑOL:

El hombre, un signo. Traducción e introducción de José Vericat. Barcelona: Crítica, 1988.

Escritos filosóficos, vol. I (*Collected Papers*, vol. 1). I. Trad. Fernando Carlos Vevia Romero. Zamora: El Colegio de Michoacán, 1997.

Escritos lógicos. Traducción e introducción de Pilar Castrillo. Madrid: Alianza Editorial, 1988.

La lógica considerada como semiótica. Introducción, traducción y notas de Sara Barrena. Madrid: Biblioteca Nueva (colección Clásicos del Pensamiento), 2007.

Obra filosófica reunida, vols. 1 y 2. Traducción de EP, vols. 1 y 2, a cargo de Darin McNabb y Sara Barrena. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica, 2012.

Obra lógico-semiótica. Edición de Armando Sercovich. Madrid: Taurus, 1987.

BIOGRAFÍAS:

Brent, J. *Charles Sanders Peirce. A life*. Bloomington: Indiana University Press, 1993, 1998.

Deledalle, Gérard. *Charles S. Peirce: An Intellectual Biography*. Introducción y traducción al inglés de Susan Petrilli. Amsterdam: John Benjamins, 1990.

Ketner, Kenneth L. *His Glassy Essence: An Autobiography of Charles Sanders Peirce*. Nashville: Vanderbilt University Press, 1998.

OBRAS DE REFERENCIA:

LIBROS:

Almeder, Robert. *The Philosophy of Charles S. Peirce: A Critical Introduction*. Totowa, N.J.: Rowman and Littlefield, 1980.

Apel, Karl-Otto: *Charles S. Peirce, from Pragmatism to Pragmaticism*. New York: Humanity Books, 1995.

Aristóteles. «Politics». En Barnes, J. (ed.) *The complete Works of Aristotle*, vol. 2. Princeton: Princeton University Press, 1984. III, 9, 1280b-1281a y VII, 8, 1328a.

- «Nichomachean Ethics». En Barnes, J. (ed.) *The complete Works of Aristotle*, vol. 2. Princeton: Princeton University Press, 1984. VII, 8, 1328a. I.1.
- *Órganon. Tratados de lógica* (vol. 1). Madrid: Gredos, 1988.
- *Órganon. Tratados de lógica* (vol. 2). Madrid: Gredos, 1995.
- *Política*. Madrid: Tecnos, 2011.
- *Ética a Nicómaco*. Edición bilingüe y traducción por María Araujo y Julián Marías; introducción y notas de Julián Marías. Madrid: Centro de Estudios Constitucionales, 1999.

Brady, Geraldine: *From Peirce to Skolem. A neglected chapter in the History of Logic*. Amsterdam: Elsevier, 2000.

Boero, Hedy. *Charles S. Peirce: Claves para una ética pragmática*. Pamplona: EUNSA, 2014.

Boler, John F. *Charles Peirce and Scholastic Realism: A Study of Peirce's Relation to John Duns Scotus*. Seattle: University of Washington Press, 1963.

Brunning, J. y Forster, P. (Eds.). *The Rule of Reason: The Philosophy of Charles Sanders Peirce*. Toronto: University of Toronto Press, 1997.

Buchler, Justus: *Charles Peirce's Empiricism* (1939). The International Library of Philosophy. Abingdon y Nueva York: Routledge, 2010.

Cantor, Georg. *Contribution to the founding of the theory of transfinite numbers*. New York: Dover, 1955 (Edición original de 1915).

Carnap, Rudolf. *The Logical Structure of the World; Pseudo Problems in Philosophy*. Berkeley: University of California Press, 1967.

- *Formalization of Logic*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1943.
- *Logical Foundations of Probability*. Chicago: University of Chicago Press, 1950.
- *The Continuum of Inductive Methods*. Chicago: University of Chicago Press, 1952.

Castillo, Ramón del. *Conocimiento y acción: el giro pragmático de la filosofía*. Madrid: UNED/ Dptº Filosofía, 1995.

Colapietro, Vincent M. y Olschewsky, Thomas M. *Peirce's Doctrine of Signs: Theory, Applications, and Connections* [Charles S. Peirce Sesquicentennial International Congress]. *Approaches to Semiotics* [AS] 123. Berlin: De Gruyter Mouton, 1996.

Corrington, Robert. *An Introduction to C.S. Peirce*. Lanham (MD): Rowman & Littlefield, 1993.

De Waal, Cornelis: *Peirce. A guide for the perplexed* (Guide for the perplexed series). London: Bloomsbury Academic, 2013.

- (Ed.) *Illustrations of the Logic of Science*. Chicago: Open Court, 2014.

Eco, Umberto. *Kant and the Platypus*. Traducido del italiano por Alastair McEwen. Nueva York, San Diego: A Harvest Book/ Harcourt, inc., 1997/1999.

- *Tratado de semiótica general*. Barcelona: Lumen, 2000.

Esposito, Joseph L. *Evolutionary Metaphysics: The Development of Peirce's Theory of Categories*. Athens: Ohio University Press, 1980.

Deledalle, Gérard. *Charles S. Peirce's Philosophy of Signs. Essays in Comparative Semeiotics*. Bloomington: Indiana University Press, 2001.

Eisele, Carolyn. *Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce*. Editado por R. M. Martin. The Hague: Mouton Publishers, 1979.

- (Ed.) *Historical Perspectives on Peirce's Logic of Science: A History of Science*. Berlin: Mouton, 1985.

Escoto, Juan Duns. *Obras del Doctor Sutil. Cuestiones cuodlibetales*. Madrid: Editorial Católica, 1968.

Faerna, Ángel. *Introducción a la teoría pragmatista del conocimiento*. México: Siglo XXI, 1996.

Feyerabend, Paul. *Contra el método*. Madrid: Tecnos, 2007.

Fisch, Max. H. *Pierce, Semeiotic and Pragmatism*. Editado por Kenneth L. Ketner y Christian J. W. Kloesel. Bloomington: Indiana University Press, 1986.

Fitzgerald, John J. *Peirce's Theory of Signs as a Foundation for Pragmatism*. New York: Humanities Press, 1966.

Frege, Gottlob. *Estudios sobre semántica*. Traducción de Ulises Moulines, introducción de Jesús Mosterin. Barcelona: Ariel, 1973.

Foucault, Michel (1969). *La arqueología del saber*. Traducción de Aurelio Garzón del Camino. Madrid: Siglo XXI, 1979.

Galilei, Galileo. *Antología*. Edición de Víctor Navarro. Barcelona: Península, 1991.

- *Diálogo acerca de dos nuevas ciencias*. Edición anotada por Teófilo Isnardi, traducida por Josén San Román Villasante. Buenos Aires: Losada, 2003.

Gödel, Kurt. *Obras completas*. Introducción y traducción de Jesús Mosterín. Madrid: Alianza, DL, 1981.

- *Sobre las proposiciones formalmente indecibles de los "Principia mathematica" y sistemas afines*. Introducción de Manuel Garrido. Oviedo: KRK Ediciones, 2006.

Goudge, Thomas A. *The Thought of C. S. Peirce*. Toronto: University Press, 1950.

Habermas, Jürgen. *Conocimiento e interés*. Versión castellana de Manuel Jiménez, José F. Ivars y Luís Martín Santos (revisada por José Vidal Beneyto). Madrid: Taurus, 1982.

- Hall, A. Rupert. *Philosophers at War: The Quarrel between Leibniz and Newton*. Cambridge: University Press, 1980.
- Haack, Susan (1978). *Filosofía de las lógicas*. Traducción de Amador Antón y Teresa Orduña. Madrid: Cátedra, 1982.
- Hausman, Carl R. *Charles S. Peirce's Evolutionary Philosophy*. Cambridge: University Press, 1993.
- Heijenoort, Jean van (Ed.). *From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879-1931*. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1967.
- Hilpinen, Risto. *Aristotelian Syllogistic as a Foundation of C. S. Peirce's Theory of Reasoning*. New York: Lang, 2000.
- Hofmann, Joseph E. *Leibniz in Paris: 1672-1676*. Cambridge: University Press, 1974.
- Hookway, Christopher. *Peirce*. Londres: Routledge & Kegan Paul, 1985.
- *Truth, Rationality and Pragmatism: Themes from Peirce*. Oxford: University Press, 2000.
- Houser, Nathan et al. (Eds.). *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997.
- Hume, David. *A Treatise of Human Nature*. New York: Everyman's Library/ Dutton, 1977.
- *Tratado de la naturaleza humana*. Ed. De Félix Duque. Madrid: Tecnos, 2014.
- Kant, Immanuel. *Critique of Pure Reason*. New York: Everyman's Library/ Dutton, 1979.
- *Crítica de la razón pura: Prolegómenos a toda metafísica futura*. Madrid: Gredos, 2010.
 - *Fundamentación de la metafísica de las costumbres*. Traducción de Manuel García Morente. México: Porrúa, 1986.
 - *La metafísica de las costumbres*. Trad.: Adela Cortina y Jesús Conill. Madrid: Tecnos, 1989.
- Ketner, Kenneth. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995.

Kepler, Johannes. *El mensaje y el mensajero sideral/ Galileo-Kepler*. Introducción y traducción de Carlos Solís Santo. Madrid: Alianza, 1990.

- *El secreto del universo*. Introducción, traducción y notas de Eloy Rada García. Madrid: Alianza, D. L., 1992.

Kuhn, Thomas (1962). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: Fondo de Cultura Económica, 2005.

Lakatos, Imre. *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Universidad, 1986.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. *El cálculo infinitesimal: origen, polémica/ Gotifredo Guillermo Leibniz, Isaac Newton*. Buenos Aires: Eudeba, 1977.

- *Philosophical Writings*. Traducido del alemán por Mary Morris, Introducción de C. R. Morris. Londres: Everyman's Library/ J. M. Dent & Sons Ltd., 1965.

Locke, John. *Ensayo sobre el entendimiento humano*. Barcelona: Orbis, DL., 1985.

López Molina, Antonio M. *Teoría postmetafísica del conocimiento (Crítica de la filosofía de la conciencia desde la epistemología de Habermas)*. Madrid: Escolar y Mayo, 2012.

Lukasiewicz, Jan. *Selected Works*. L. Borkowski (Ed.). Amsterdam: North Holland, 1970.

- *Elements of Mathematical Logic*. Oxford: Pergamon Press, 1966.
- *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford: Clarendon Press, 1951.

Martin, Richard. *Peirce's Logic of Relations and Other Studies*. Dordrecht: Foris Publications, 1980.

Mill, John Stuart. *A System of Logic ratiocinative and inductive: Being a connected view of the principles of evidence and the methods of scientific investigation*. J. M. Robson (Ed.); introducción de R. F. McRae. Toronto: University Press; London: Routledge and Kegan Paul, 1981.

- *Sistema de Lógica: inductiva y deductiva*. Traducción de Eduardo Ovejero y Maury. Madrid: Daniel Jorro, 1917.

Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004.

- *Truth and the End of Inquiry (A Peircean Account of Truth)*. Oxford: Clarendon Press, 1991.

Moore, Edward C. y Robin, Richard S. (Eds.). *Studies in the Philosophy of Peirce: Second series*. Amherst: University of Massachusetts Press, 1964.

Murphey, Murray G.: *The Development of Peirce's Philosophy*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1961.

Newton, Isaac. *Principios matemáticos de filosofía natural*. Estudio preliminar y traducción de Antonio Escohotado. Madrid: Tecnos, 1997.

Ockham, Guillermo de. *Pequeña Suma de Filosofía Natural*. Introducción, traducción y notas de Olga L. Larre. Pamplona: EUNSA, 2002.

Ogden & Richards: *The Meaning of Meaning*. Londres: Routledge & Kegan Paul, 1969.

Oleksy, Mateusz W.. *Realism and Individualism: Charles S. Peirce and the Threat of Modern Nominalism*. Amsterdam: John Benjamins, 2015.

Ortega y Gasset, José. *¿Qué es filosofía?* Madrid: Espasa-Calpe (Colección Austral), 1984.

Pérez de Tudela, Jorge. *El pragmatismo americano: Acción racional y reconstrucción del sentido*. Madrid: Síntesis, 2007.

Popper, Karl. *The Logic of Scientific Discovery*. Londres y Nueva York: Routledge Classics, 2002.

Prior, Arthur N. «The Algebra of the Copula» en Moore, Edward C. y Robin, Richard S. (Eds.). *Studies in the Philosophy of Charles S. Peirce*. Amherst: University of Massachusetts Press, 1961.

Rábade Romeo, Sergio. *El empirismo. David Hume*. Edición de Concha Cogolludo/Xunta de Galicia. Madrid: Editorial Trotta, 2004.

Reilly, Francis E. *Charles Peirce's Theory of Scientific Method*, New York: Fordham University Press, 1970.

Shakespeare, William: *Measure for Measure*. The Arden Shakespeare. Nueva York: Methuen & Co., 1986. *Medida por medida*. Traducción y edición: Ángel Luis Pujante. Colección Austral. Madrid: Espasa, 2004.

Sebeok, Thomas. *Sherlock Holmes y Charles S. Peirce: el método de la investigación*. Barcelona: Paidós, 1987.

- *Signs: An Introduction to Semiotics*. Toronto: University Press, 1994.

Short, Thomas L.: *Peirce's Theory of Signs*. Nueva York: Cambridge University Press, 2007.

Tarski, Alfred. *Introducción a la lógica y a la metodología de las ciencias deductivas*. Traducción de T. R. Bachiller y J. R. Fuentes. Madrid: Espasa Calpe, 1977.

Thomson, Manley. *The Pragmatic Philosophy of C. S. Peirce*. Chicago: University Press, 1953.

Turing, A. M. *Alan Turing's Systems of Logic: The Princeton Thesis*. Edición e introducción de Andrew W. Appel. Princeton: Princeton University Press, 2012.

- *¿Puede pensar una máquina?* Traducción de Manuel Garrido y Amador Antón. Valencia: Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia, Universidad, 1974.

Turing, A.M.; Putnam, H.; Davidson, D. *Mentes y máquinas*. Madrid: Tecnos, D.L., 1985.

Venn, John. *The Logic of Chance*. New York: Chelsea Publishing Company, 1962.

- *Symbolic Logic*. London: MacMillan & Company, 1881.

Whately, Richard. (1826). *Elements of Logic by Richard Whately*; A Facsimile Reproduction with an Introduction by Ray E. McKerrow. Delmar, NY: Scholars' Facsimiles & Reprints, 1975.

Whitehead, Alfred North y Russell, Bertrand (1913). *Principia mathematica*. Cambridge: University Press, 1976.

Wittgenstein, Ludwig. *Investigaciones filosóficas*. Traducción: Alfonso García Suarez y Ulises Moulines. IEF/ UNAM. Barcelona: Editorial Crítica- Grupo Grijalbo, 1988.

- *Tractatus Logico-Philosophicus*. Traducción e introducción de Jacobo Muñoz e Isidoro Reguera. Madrid: Alianza Editorial, 1989.

ARTÍCULOS:

Anellis, Irving H. «Forty years of ‘Unnatural’ Natural Deduction and Quantification» en *Modern Logic* 2 (1991): 113-52.

- «Review of Volumes 1-4, *Writings of Charles S. Peirce*». *Modern Logic* 3 (1992): 77-92.
- «Tarski’s Development of Peirce’s Logic of Relations». *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997; pp. 271-203.

Apel, Karl-Otto. «Transcendental Semeiotic and Hypothetical Metaphysics of Evolution: A Peircean or Quasi-Peircean Answer to a Recurrent Problem of Post-Kantian Metaphysics». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 366-397.

Barbosa, D. S. «Informação e verdade na filosofia de Peirce». *Cognitio: Revista De Filosofia*, (2008) 9(2),: 281-323.

Boler, John. «Peirce and Medieval Thought». Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004; pp. 58-86.

Brady, Geraldine. «From the Algebra of Relations to the Logic of Quantifiers». *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997; pp. 173-192.

Brink, C. «On Peirce’s Notation for the Logic of Relatives». *Transactions of the Charles S. Peirce Society: A Quarterly Journal in American Philosophy*, 14 (1978): 285-304.

Burch, Robert W. «Peirce on the application of relations to relations». *Studies in the Logic of C. S. Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997; pp. 206-233.

Byrnes, John. «Peirce’s First Order Logic of 1885». *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, 34, 4 (Otoño 1998): 949-976.

Dauben, Joseph W. «Peirce and the History of Science». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 146-195.

Delaney, Cornelius J. «Peirce on the Reliability of Science: A Response to Rescher». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 113-119.

De Tienne, André. «Information in Formation: A Peircean Approach». *Cognitio: Revista de filosofía*, (2005) 6 (2):149-165.

De Waal, Cornelis. «Why Metaphysics needs Logic and Mathematics doesn't: Mathematics, Logic, and Metaphysics in Peirce's Classification of the Sciences». *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 41.2 (Primavera 2005): 283-297

Dippert, Randall R. «Peirce's Deductive Logic: Its Development, Influence, and Philosophical Significance». Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004; pp. 287-324.

- «Peirce's Underestimated Place in the History of Logic. A Response to Quine». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 32-58.

Eco, Umberto . «Unlimited Semeiosis and Drift: Pragmatism vs. "Pragmatism"». Ketner, Kenneth L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 205-221.

Eisele, Carolyn. «Charles S. Peirce, Mathematician» en Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 120-131.

Frege, Gottlob. «Begriffsschrift» en Heijenoort, Jean van (Ed.). *From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879-1831*. Cambridge (MA): Harvard University Press, 1967; pp. 1-82.

Fisch, Max H. «Peirce and Leibniz». *Journal of the History of Ideas*, vol. 33, nº 3 (Jul.-Sep. 1972): 485-496.

- «Peirce's General Theory of Signs». Fisch, Max H. *Peirce, Semeiotic and Pragmatism*. Indiana University Press, 1986; pp. 321-355.

Forster, Paul. «The Logical Foundations of Peirce's Indeterminism». Brunning, Jacqueline y Forster, Paul (Eds.). *The Rule of Reason: The Philosophy of Charles Sanders Peirce*. Toronto: University Press, 1997; pp. 57-80.

- «The Logic of Pragmatism: A Neglected Argument for Peirce's Pragmatic Maxim». *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, 39,4 (Otoño 2003): 525-554.

Génova, Gonzalo. *Charles S. Peirce: La lógica del descubrimiento*. Cuaderno del Anuario Filosófico. Serie Universitaria. Pamplona: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra, 1997; vol. XLV, pp. 1-82.

Guinness, Grattan and Ivor (Eds.). «Peirce». *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. Oxon: Routledge, 1994, pp. 607-610.

Haack, Susan. «Peirce on Logicism: Notes towards an Exposition». *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 29.1 (Invierno 1993): 33-56. .

Habermas, Jurgen. «Peirce and Communication». Ketner, Kenneth. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 243-266.

Hawkins, Jr., Benjamin S. «Peirce and Russell: The History of a Neglected 'Controversy'». *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997; pp. 111-146.

Hookway, C. «Metaphysics, Science, and Self-Control. A Response to Apel». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; p.p. 398-415.

- «Sentiment and Self-Control». Forster, Paul (Ed.). *The Rule of Reason: The Philosophy of Charles Sanders Peirce*. Toronto: University Press, 1997; pp. 201-222.

- «Truth, Reality and Convergence». Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004; p.p. 127-149.

Jessup, John. «Peirce's Early Account of Induction». *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 10 (otoño 1974): 224-234.

Leibniz, G. W. «New Essays on the Human Understanding» (On Locke). *Philosophical Writings*. Traducido del alemán por Mary Morris, Introducción de C. R. Morris. Londres: Everyman's Library/ J. M. Dent & Sons Ltd., 1934/ 1965; pp. 141-191.

Levi, Isaac. «Beware of Syllogism: Statistical Reasoning and Conjecturing According to Peirce». Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004; p.p. 257-286.

Levi, Isaac. «Induction According to Peirce». Ketner, K. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; p.p. 59-93.

López Molina, Antonio M. «El pragmatismo trascendental de Ch. S. Peirce». *Convivium, Revista de Filosofía, Segona Serie, Núm. 22*. Barcelona: Universitat de Barcelona/ Ressenyes, 2009, pp. 107-130.

Merrill, Daniel D. «Relations and Quantification in Peirce's Logic, 1870-1885». *Studies in the Logic of Charles. S. Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997; pp. 158-172.

Michael, E. «Peirce's early Study of the Logic of Relations, 1865-1867». *Transactions of the Charles S. Peirce Society: A Quarterly Journal in American Philosophy*, 10 (1974): 63-75.

Myers, C. Mason. «Peirce and the Concept of Reality». *Philosophy and Phenomenological Research*, vol. 44, nº 1 (Sep. 1983): 95-101.

Oehler, K. «A Response to Habermas». Ketner, K. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 1-22.

Putnam, Hilary. «Peirce's Continuum». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 1-22.

Pycior, Helena M.. «Peirce at the Intersection of Mathematics and Philosophy: A Response to Eisele» en Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 132-145.

Queiroz, J. y Niño El-Hani, C. «On Peirce's notion of information: Remarks on De Tienne's paper *Information in Formation*». *Cognitio: Revista De Filosofía*, (2007) 8(2): 289-298.

Quine, W. V. «Peirce's Logic». Ketner, K. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 23-31.

Rescher, Nicholas. «Peirce on the Validation of Science». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 103-112.

Sebeok, T. A. . «Indexicality». Ketner, K. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 222-241.

Short, T. L. «The Development of Peirce's Theory of Signs». Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004; pp. 214-240.

Skagestad, Peter. «Discussion: Peirce and the History of Science». Ketner, Kenneth L. (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 196-201.

Stigler, Stephen M. «Mathematical Statistics in the Early States». *Annals of Statistics* 6 (1978): 248.

Turquette, Adwell R. «Peirce's Icons for Deductive Logic». Moore, Edward C. y Robin, Richard S. (Eds.). *Studies in the Philosophy of Peirce: Second series*. Amherst: University of Massachusetts Press, 1964; pp. 95-108.

Ullian, J. S. «On Peirce on Induction: A Response to Levi». Ketner, Kenneth. L (Ed.). *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press, 1995; pp. 94-99.

Van Evra, James. «Logic and Mathematics in Charles Sanders Peirce's *Description of a Notation for the Logic of Relatives*». *Studies in the Logic of C. S. Peirce*. Bloomington: Indiana University Press, 1997; pp. 147-157.

Weiss, Paul. «Peirce». *Dictionary of American Biography*, vol. 14. Editado por D. Malone. New York: Scribner, 1934; pp. 398-403.

Wiggins, David. «Reflections on Inquiry and Truth arising from Peirce's Method for the Fixation of Belief». Misak, Cheryl (Ed.). *The Cambridge Companion to Peirce*. New York: Cambridge University Press, 2004; pp. 87-126.

Zeman, J. Jay. «Peirce's Philosophy of Logic». *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, 22 (1986): 1-22.

PÁGINAS WEB:

Awbrey, Jon. On the Logic of Relatives: <http://inquiryintoinquiry.com/work/work-1/> (28/02/2015).

Ransdell, Joseph. On the 1870's Logic:

<http://www.iupui.edu/~arisbe/menu/library/bycsp/bycsp.HTM> (30/10/2014).

Willgoose, Jim. On the Algebra of Logic (1880):

<http://permalink.gmane.org/gmane.science.philosophy.peirce/15768> (06/03/15)

<http://independent.academia.edu/JonAwbrey>(06/03/15)

<http://inquiryintoinquiry.com/>(06/03/15)

<http://stderr.org/pipermail/inquiry/>(06/03/15)

<http://intersci.ss.uci.edu/wiki/index.php/JLA>(06/03/15)

http://www.oeis.org/wiki/User:Jon_Awbrey (06/03/15)

PÁGINAS WEB EN ESPAÑOL:

www.unav.es/gep (Grupo de Estudios Peirceanos de la Universidad de Navarra):

www.unav.es/gep/bibliopeirceana.html

www.unav.es/gep/TesisDoctorales.html:

- Barrena, Sara: *La creatividad en Charles S. Peirce: Abducción y razonabilidad*, Universidad de Navarra, 2003 [Archivo PDF]
- Castañares, Wenceslao: *El signo: problemas semióticos y filosóficos*, Universidad Complutense de Madrid, 1985 [Archivo PDF]. 2005: *Veinte años después: Advertencia al lector*.
- Redondo, Ignacio: *El signo como medio: Claves del pensamiento de C. S. Peirce para una teoría constitutiva de la comunicación*, Universidad de Navarra, 2009 [Archivo PDF].

www.unav.es/gep/ReglasRazonMS596.html

www.unav.es/gep/ReglasRazon.html

www.unav.es/gep/ReglasRazon598.html

www.unav.es/gep/ReglasRazon599.html

www.unav.es/gep/ReglasRazonMS600.html

www.unav.es/gep/Logica1873.html

BIBLIOGRAFÍA DE REFERENCIAS DE PEIRCE

Abelard, Pierre. *Ouvrages inédits d'Abelard pour servir à l'histoire de la philosophie escolastique en France*. Editado por Victor Cousin. Paris: Imprimerie Royal, 1836.

- *Opera* (vol. 1). Editado por Victor Cousin. Paris: Imprimerie Royal, 1849.

Alejandro de Hales. *Summa theologica*. Editado por Bernardinus Klumper. Ad Claras Aquas: Collegium S. Bonaventurae, 1924.

Aldrich, Henry. *Artis logicae rudimenta*. 4ª ed. Editado por H. L. Mansel. London: Rivingtons, 1862.

Aristóteles. *Aristoteles Graece* (2 vols.). Editado por Immanuel Bekker. Berlin: Georg Reimer, 1831. (Vols. 1 y 2 de *Aristotelis Opera*, la famosa edición de Berlín en cinco volúmenes).

- *Aristotelis Organon graece* (2 vols.). Editado por Theodor Waitz. Leipzig: Hahn, 1844-46.
- *Operum Aristotelis Stagiritae philosophorum omnium longè principis nova editio, graecè et latinè*. Editado por Giulio Pace. Genevae: 1546.

Bachman, Karl Friedrich. *System der Logik: Ein Handbuch zum Selbst-Studium*. Leipzig, 1828.

Bacon, Francis. *Novum Organum; or, True Suggestions for the Interpretation of Nature*. Traducido por Andrew Johnson. London: Bell and Daldy, 1859.

Bain, Alexander. *Logic* (2 vols.). London: Longmans, Green, Reading and Dyer, 1870.

Baumgarten, Alexander Gottlieb. *Acroasis Logica*. 2ª ed. Halle, 1773.

Beneke, Friedrich Eduard. *System der Logik als Kunstlehre des Denkens* (2 vols.). Berlin: Ferdinand Dümmler, 1842.

Boole, George. *An Investigation of the Laws of Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. London: Walton and Maberly, 1854.

Bowen, Francis. *A Treatise on Logic; or, The Laws of Pure Thought – Comprising both the Aristotelic and Hamiltonian Analyses of Logical Forms, and Some Chapters of Applied Logic*. Cambridge, MA: Sever & Francis, 1864.

Chauvin, Etienne. *Lexicon philosophicum*. Leonardie: Franciscus Halma, 1713.

- *Lexicon rationale sive thesaurus philosophicus*. Rotterdam: Petrus vander Slaart, 1692.

Comte, Auguste. *Cours de philosophie positive* (2 vols.). Paris: Bachelier, 1835.

Cousin, Victor. *Fragments philosophiques: philosophie scolastique*. 2^a ed. Paris: Ladrangue, 1840.

Descartes, René. *Oeuvres choisies*. Paris: Garnier Frères, 1865.

- *Principia philosophiae*. Amsterdam: Ludovicus Elzevirius, 1650.

Duncan, William. *The Elements of Logic: In Four Books*. Edinburgh: Impreso para Bell & Bradfute, Peter Hill & Co., and Ogle, Allardice & Thomson, 1819.

Duns Escoto. *Questiones subtilissimae Scoti in methaphysicam Aristotelis*. Venecia, 1497.

- *Opera omnia* (12 vols.). Editado por Luke Wadding. Lugduni, 1639.
- *Questiones quodlibetales*. Editado por Thomas Penketh, Venecia, 1477.
- *Quaestiones Scoti super Universalia Porphyrij: necnon Aristotelis Praedicamenta ac Peryarmenias*. Venecia: B. Locatellus, 1508.

De Morgan, Augustus. *Formal Logic: or the Calculus of Inference, Necessary and Probable*. London: Taylor and Walton, 1847.

- «On the Syllogism, No. 4, and on the Logic of Relations». *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 10 (1864): 331-58.
- *Syllabus of a Proposed System of Logic*. London: Walton and Maberly, 1860.

Drobisch, Moritz Wilhelm. *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen: Mit Rücksicht auf Mathematic und Naturwissenschaft*. 3^a ed. Leipzig, Leopold Voss, 1863.

Eck, Johann. *In summulas Petri Hispani extemporaria et succinta sed succosa explanatio*. Augustae Vindelicorum, 1516.

Esser, Wilhelm. *System der Logik*. 2^a ed. Münster: In der Theissingschen Buchhandlung, 1830.

Eustachius a Sancto Paulo. *Summa philosophiae quadripartita, de rebus dialecticis, moralibus, physicis, et metaphysicis*. Cologne: Lazarus Zetzner, 1620.

Fischer, Frederick. *Lehrbuch der Logik, für academische Vorlesugen und Gymnasialvorträge*. Stuttgart, 1838.

Fowler, Thomas. *The Elements of Deductive Logic, Designed Mainly for the Use of Junior Students in the Universities*. Oxford: Clarendon, 1867.

Fries, Jakob Friedrich. *System der Logik: Ein Handbuch für Lehrer und zum Selbstgebrauch*. 3ª ed. Heidelberg: C. F. Winter, 1837.

Gerlach, Gottlieb Wilhelm. *Grundriss der Logik, zum Gebrauch bei Vorlesungen*. 2ª ed. Halle: Gebauersche Buchhandlung, 1822.

Guillermo de Ockham. *Summa logicae*. Paris: Johannes Higman, 1488.

- *Quodlibeta septem una cum tractatu de sacramento altaris*. Argentiae, 1491.

Gratry, [Abbé] Auguste Joseph Alfonse. *Logique*. 4ª ed. 2 vols. Paris: Douniol, 1858.

Hamilton, William. *Lectures on Metaphysics and Logic*. Editado por Henry L. Mansel y John Veitch. Boston: Gould and Lincoln, 1859.

Hamilton, William Rowan. *Lectures on quaternions*. Dublin: Hodges and Smith, 1853.

Herbart, Johann Friedrich. *Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie. Sämmtliche Werke* (Vol. 1): Editado por G. Hartenstein. Leipzig: Leopold Voss, 1850.

Hegel, Georg Wihelm Friedrich. *Werke: Vollständige Ausgabe durch einen Verein des Verewigten*. 18 vols. Editado por Philipp Marheineke et al. Berlin: Duncker y Humblot, 1832-1840; 2ª ed., 1840-1844.

- *Wissenschaft der Logik*. Vols. 3-5 de *Werke*, 1833-1834.

Hobbes, Thomas. *The English Works of Thomas Hobbes of Malmesbury*. 6 vols. Editado por Sir William Molesworth. London: John Bohn, 1839-1841.

Hume, David. *An Enquiry Concerning Human Understanding*, en el vol. 2 de *Essays and Treatises on Several Subjects*. London: Printed for T. Cadell et al., 1788.

- *A Treatise of Human Nature: Being an Attempt to Introduce the Experimental Method of Reasoning into Moral Subjects*. London: Printed for Thomas and Joseph Allman, 1817.

Jevons, W. Stanley. *Pure Logic or the Logic of Quality apart from Quantity: with Remarks on Boole's System and on the Relation of Logic and Mathematics*. London: Edward Stanford, 1864.

Kant, Immanuel. *Critik der reinen Vernunft*. Riga: Johann Friedrich Hartknoch, 1781.

- *Sämmtliche Werke*. 12 partes en 14 volúmenes. Editado por Karl Rosenkranz y Friedrich Wilhelm Schubert. Leipzig: Leopold Voss, 1838-1842.

Kepler, Johann. *Astronomia Nova AITIOΛOΓHTOΣ, seu Physica Coelestis, tradita commentariis de Motibus Stellae Martis*. Heidelberg: G. Voegelinus, 1609.

Kieseweter, J. G. C. C. *Grundriss einer allgemeinen Logik nach Kantischen Grundsätzen: zum Gebrauch für Vorlesungen*. 4ª ed. Leipzig: H. A. Köchly, 1824.

Laplace, Pierre Simon de. *Théorie Analytique des probabilités*. Paris: Courcier, 1820.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Opera omnia, nunc primum collecta, in classes distributa, praefationibus et indicibus exornata*. Editada por Ludwig Dutens. Geneve: Apud Fratres de Tournes, 1768.

- *Opera philosophica quae exstant latina gallica germania omnia*. Editado por Johannes Eduard Erdmann. Berlin: G. Eichler, 1840.

Lobatchewsky, Nikolai. *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*. Berlin: G. Fincke, 1840.

Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding; with Thoughts on the Conduct of the Understanding*. London: Printed for C. Bathurst et al., 1795.

Lotze, R. Hermann. *Logik*. Leipzig: Weidmann'sche Buchhandlung, 1843.

McGregor, P. A. *System of Logic, comprising a Discussion of the Various Means of Acquiring and Retaining Knowledge, and Avoiding Error*. New York: Harper & Brothers, 1862.

Mahan, Asa. *The Science of Logic; or, The Analysis of the Laws of Thought*. New York: A. S. Barnes, 1857.

Mill, James. *Analysis of the Phenomena of the Human Mind*. London: Longmans Green Reader and Dyer, 1869.

Mill, John Stuart. *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive: Being a Connected view of the Principles of Evidence, and the Methods of Scientific Investigation* (2 vols.). London: Longmans, Green & Co., 1865.

Montaigne, Michel Eyquem de. *Works of Michael de Montaigne*. W. Hazlitt/ O. W. Wight. New York: Hurd & Houghton, 1864.

Morin, Frédéric. *Dictionnaire de philosophie et de théologie scolastiques, ou études sur l'enseignement philosophique et théologique au moyen âge* (2 vols.). Paris: J. P. Migne, 1856.

Murphy, Joseph John. *Habit and Intelligence in their Connection with the Laws of Matter and Force: A Series of Scientific Essays*. 2 vols. London: Macmillan & Co., 1869.

Newton, Isaac. *Philosophiae Naturalis principia mathematica* (2 vols.). Editado por Thomas Le Seur y Franciscus Jacquier. Glasgow: T. T. & J. Tegg, 1833.

Ockham, William: *Summa Logicae* en *Ockham's Theory of Terms: Part I of the 'Summa Logicae'*. Traducción e Introducción de Michael J. Loux. Notre Dame, IN: University of Notre Dame Press, 1974;

Petrus Hispanus. *Compendiarius parvorum logicalium continens peritiles Petri Hispani Tractatus priores sex et clarissimi philosophi Marsilij dialectices documenta*. Editado por Konrad Pschlacher. Viena, 1512.

- *Summulae logicales*. Venecia, 1597.

Philodemus of Gadara. *Über Induktionsschlüsse nach der Oxforder und Neapolitaner Abschrift*. Editado por Theodor Gomperz, Leipzig: B G. Teubner, 1865.

Playfair, Lyon. «Note on the Numerical Relations between the Specific Gravities of the Diamond, Graphite, and Charcoal Forms of Carbon and its Atomic Weight». *Chemical News* 2 (1880): 1-3, 18.

Porfirio. *Isagoge. Scholia in Aristotelem*. Editado por Christian August Brandis. Berlin: Georg Reimer, 1836.

[Port-Royal Logic]. *Logique de Port-Royal*. Editada por Charles Jourdain. Paris Hachette, 1854

- *The Port-Royal Logic, by Antoine Arnauld y Pierre Nicole*. Traducida al inglés por Thomas Spencer Baynes. Edinburgh: Sutherland and Knox, 1851.

Prantl, Carl. *Geschichte der Logik im Abendlande* (3 vols.). Leipzig: S. Hirzel, 1855-1867.

Quételet, Adolphe. *Lettres sur la théorie des probabilités appliqué aux sciences morales et politiques*. Bruxelles: H. Hayez, 1846.

Reid, Thomas. *The Works of Thomas Reid: Now Fully Collected, with Selections from His Unpublished Letters*. Editado por William Hamilton. Edinburgh: Maclachlan & Stewart, 1858.

Reinhold, Ernst Christian Gottlieb. *Die Logik oder die allgemeine Denkformenlehre*. Jena: Cröker, 1827.

Ritter, Heinrich. *Abriss der philosophischen Logik: Für Vorlesungen*. 2ª ed. Berlin: T. Trautwein, 1829.

Rösling, Christian Lebrecht. *Die Lehren der einen Logik*. Ulm, 1826.

Salisbury, John. *Metalogicus*. Paris: Apud Hadrianum Beys, 1610.

Schulze, Gottlob Ernst. *Gründsatze der allgemeinen Logik*. 5ª ed. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1831.

Shedden, Thomas. *The Elements of Logic*. London: Longman. Green & Roberts, 1864.

Sigwart, Heinrich Christoph Wilhelm. *Handbuch zu Vorlesungen über die Logik*. 3ª ed. Tübingen: Osiander, 1835.

Spalding, William. *An Introduction to Logical Science* (reimpresión del artículo «Lógica» de la 8ª ed. De la Encyclopaedia Britannica). Edinburgh: A. and C. Black, 1857.

Schiller, Frederick. *The Aesthetic Letters, Essays and the Philosophical Letters of Schiller*. Traducido al inglés por J. Weiss. Boston: C. C. Little & J. Brown, 1845.

Stewart, Dugald. *Elements of the Philosophy of the Human Mind*. Vol. 3 de *The Collected Works of Dugald Stewart*. Editado por William Hamilton. Edinburgh: Thomas Constable & Co., 1854.

Strümpell, Ludwig. *Entwurf der Logik*. Mitau y Leipzig, 1846.

Tartaretus, Petrus. *Expositio magistri Petri Tatareti in summulas Petri Hyspani*. Lugduni, 1509.

Thomas Aquinas. *Opuscula Sancti Thome: quibus alias impressis nuperhec addidimus. vz. Summam totius logice. Tractatum celeberrimum de usuris nusquam alias impressum.* Venecia, 1508.

Thomson, William. *An Outline of the Necessary Laws of Thought: A Treatise on Pure and Applied Logic.* London: W. Pickering, 1857.

Trendelenburg, Friedrich Adolph. *Elementa Logices Aristoteleae in usum scholarum.* 5^a ed. Berlin: Gustav Bethge, 1862.

Überweg, Friedrich. *System der Logik und Geschichte der logischen Lehren.* Bonn: Adolph Marcus, 1857.

Venn, John. *The Logic of Chance: An Essay on the Foundations and Province of the Theory of Probability, with Especial Reference to Its Application to Moral and Social Science.* London & Cambridge: MacMillan & Co., 1866.

Vorlaender, Franz. *Wissenschaft der Erkenntniss: Im Abriss systematisch entworfen.* Marburg y Leipzig: Elwert'sche Universitäts-Buchhandlung, 1847.

Watts, Isaac. *Logick, or the Right Use of Reason in the Enquiry after Truth.* 5^a ed. Americana. Boston: West & Richardson, 1812.

[Wheeler], *A Brief Biographical Dictionary.* De Charles Hole y William A. Wheeler. New York: Hurd & Houghton, 1866.

Whewell, William. *Novum Organon Renovatum,* 3^a ed. London: John W. Parker and Son, 1858.

Wilson, W. D. *An Elementary Treatise on Logic; Part I. Analysis of Formulae, Part II. Method. With an Appendix of Examples for Analysis and Criticism. And a Copious Index of Terms and Subjects.* New York: D. Appleton and Company, 1857.

Wundt, Wilhelm. *Vorlesungen über die Menschen – und Thierseele.* 2 vols. Leipzig, Leopold Voss, 1863.

**LA GESTACIÓN DEL RAZONAMIENTO
PRAGMATICISTA EN CHARLES S. PEIRCE:
*UN TRATADO PRÁCTICO DE LÓGICA Y
METODOLOGÍA (1867-1883)***

**VOLUMEN II
APÉNDICES**

*Investigación para optar al grado de Doctor en Filosofía
presentada por*

Miguel Ángel Fernández Pérez

Director

Dr. Antonio Miguel López Molina

Universidad Complutense de Madrid

Madrid 2015

Hemos incluido en este segundo volumen de la tesis los apéndices referidos al material adicional con el que hemos trabajado para la composición del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Charles S. Peirce, por este orden:

1. Todos los restantes manuscritos no incluidos en el *Tratado de Lógica* vinculados a este proyecto que aparecen en la sección «Hacia un libro de lógica (1872-73)» en el volumen 3 de la edición de los *Writings of Charles S. Peirce*. Junto con aquellos que aparecen en el volumen 2 de esa edición, según el criterio del Profesor Joseph Ransdell, en la selección que denominó «Hacia un libro de lógica de la década de 1870». En estricto orden cronológico en sus capítulos correspondientes. Esto permite completar los mismos y optar por versiones alternativas. Debemos destacar que hemos completado lo máximo posible el capítulo 10 sobre los términos relativos y conjugativos; que consideramos merecería una edición independiente.
2. La sección titulada *La lógica de 1873* publicada en el volumen 7 de los *Collected Papers of Charles S. Peirce*; con la selección de textos que los editores del mismo consideraron oportuno realizar respecto al proyecto de libro de lógica de Peirce de aquellos años. Este fue el documento en el que se basó originalmente esta tesis; el cual hemos comentado extensamente en la Introducción a la misma.
3. La Introducción y un breve sumario de la tesis en inglés.
4. El *Tratado práctico de lógica y metodología* de Charles S. Peirce en inglés, compuesto en edición facsímil a partir de las ediciones de sus textos en los volúmenes 2, 3 y 4 de los *Writings of Charles S. Peirce*.

ÍNDICE

VOLUMEN II (APÉNDICES)

ÍNDICE	5
1. UN TRATADO PRÁCTICO DE LÓGICA Y METODOLOGÍA	
1.1 <i>Prólogo</i>	9
1.2 Capítulo 1. El establecimiento de la opinión	11
1.3 Capítulo 2. La realidad	23
1.4 Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento	53
1.5 Capítulo 5. Los signos	59
1.6 Capítulo 7. La copula y el silogismo simple	69
1.7 Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos	79
1.7.1 Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole	79
1.7.2 Descripción de una notación para la lógica de los relativos	91
1.7.3 Carta, Peirce a W. S. Jevons	159
1.7.4 Sobre la teoría de los errores de observación	162
1.8 Capítulo 11. Las probabilidades	165
1.9 Capítulo 12. Las máximas del razonamiento	169
2. LA LÓGICA DE 1873	173
2.1 Investigación	173
2.2 Lógica	178
2.3 Observación y razonamiento	179
2.4 Realidad	185
2.5 Tiempo y pensamiento	189
2.6 Creencia	192
2.7 Pragmatismo	194
2.8 Notas de los editores	196
3. INTRODUCTION AND SUMMARY	201
3.1 Methodology	201
3.2 Articulation of Chapters	207
3.3 Selection and Distribution of Contents	216
3.4 Summary	217

4. A PRACTICAL TREATISE ON LOGIC AND METHODOLOGY (1867-1883)	
By Charles S. Peirce	
<i>Prologue</i>	225
Chapter 1. The Settlement of Opinion	
1.1 Logic, Truth and the Settlement of Opinion	227
1.2 The Difference between Doubt and Belief	228
1.3 Inquiry	229
1.4 Four methods of Settling Opinion.	230
1.5 The Scientific Method	238
Chapter 2. Of Reality	
2.1 Sensation, Thought, Reality	241
2.2 Two Conceptions of Reality	243
2.3 Reality	248
2.4 Meaning, Reality, Time	252
Chapter 3. On Time and Thought	
3.1 The Conception of Time Essential in Logic	254
3.2 Ideas follow one another in Time	256
3.3 The Significance of Thought lies in its Reference to the Future	259
Chapter 4. The Categories	
4.1 Introduction	260
4.2 One, Two, and Three	260
4.3 On a New List of Categories	262
Chapter 5. Nature of Signs	
5.1 Whether we can Think without Signs	273
5.2 Thoughts and Signs	274
5.3 Of Logic as a Study of Signs	292
Chapter 6. Nature of Inference in general	
6.1 Inference	294
6.2 Categories and Inference	302
Chapter 7. Of the Copula and Simple Syllogism	
7.1 Of the Copula	305
7.2 The Copula and Simple Syllogism	307
7.3 On the Natural Classification of Arguments	309

Chapter 8. Of Logical Breadth and Depth	
8.1 Upon Logical Comprehension and Extension	334
8.2 Denotation and Connotation	349
8.3 On Logical Breadth and Depth	355
Chapter 9. Of the Mathematical Method of Reasoning	
9.1 Upon the Logic of Mathematics	359
Chapter 10. Of Relative and Of Conjunctive Terms	
10.1 Of Relative Terms	369
10.2 Aggregation and Composition of Relative Terms	371
10.3 Of Conjunctive Terms	383
Chapter 11. Of Probabilities	
11.1 A Theory of Probable Inference	388
Chapter 12. Of Maxims of Reasoning	
12.1 Grounds of Validity of the Laws of Logic	430
12.2 Maxims of Reasoning	435
<i>Epilogue</i>	438

1.1 Prólogo

WMS165. Un Tratado Práctico de Lógica y Metodología¹

«Todos los seres humanos anhelan, por naturaleza, el conocimiento»²

Capítulo 1. Del tema de este libro

La lógica o dialéctica (porque estos dos términos se han empleado a menudo sinónimamente) ha sido definida de muchas maneras diferentes. Ciertamente, la definición que un lógico da de su ciencia habitualmente indicará a qué escuela pertenece. Algunas de estas variaciones surgen de las diferentes maneras en que han sido clasificadas las ciencias sin implicar diferencia alguna ni en el tema de la lógica ni en el método de tratarla; porque, al referir una definición, normalmente, la palabra o cosa definida a una clase, el desacuerdo concerniente a la clasificación resultará en un desacuerdo concerniente a las definiciones. Otras variaciones han surgido a partir de opiniones diferentes respecto al método en que la lógica debería ser investigada. Pero también hay una gran diversidad de opiniones respecto a lo que debería y no debería ser tratado en un libro sobre la lógica.

Es un hecho histórico que la lógica se originó en un intento por descubrir un método de investigar la verdad. Además, las doctrinas de la lógica, tal y como existen, se centran en torno a las formas de inferencia. Sebastián Conto observó con agudeza que, aunque Escoto y su escuela profesan considerar la lógica como una ciencia puramente especulativa en todo su método; para tratar de ella, sin embargo, muestran que realmente la consideran desde un punto de vista práctico; y lo mismo puede decirse de otros autores que la denominan ciencia puramente especulativa. En su conjunto, por lo tanto, no podemos menospreciar totalmente esa definición con la que Petrus Hispanus abre su celebrada *Summulae*, la obra clásica sobre lógica de la edad media, «Dialectica est ars artium scientia scientiarum, ad omnium methodorum principia viam habens. Sola enim dialéctica probabiliter disputat de principiis omnium aliarum scientiarum». En resumen, podemos enunciar como un hecho histórico que la lógica ha sido esencialmente la ciencia de la estructura de los argumentos, con la cual podemos

¹ W2: 350-356. Fechado, sin precisión, en el invierno de 1869-70. Esta primera parte se corresponde con WMS165a, W2: 350-351; según la división del Profesor Joseph Ransdell. Este es el título que hemos escogido para el *Tratado de Lógica* que proyectó Peirce en esta época. Otro título, alternativo, hubiera sido *Lógica Práctica*, que aparece en el encabezamiento de WMS165c.

² Aristóteles. *Metafísica*, Libro 1, Parte 1ª, 1ª línea. En griego en el manuscrito original.

distinguir los buenos argumentos de los malos, podemos estimar el valor de un argumento, podemos determinar bajo qué condiciones es válido, cómo necesita ser modificado, y lo que puede inferirse a partir de un estado de hechos dado.

1.2 Capítulo 1. El establecimiento de la opinión

WMS165. Lógica práctica. Capítulo 2³

Ante todo, el estudiante debe adquirir una noción perfectamente definida de la verdadera función del razonamiento.

El siguiente axioma no requiere comentario, aparte de señalar que parece olvidarse a menudo. *Donde no hay una duda real o un desacuerdo, no hay cuestión y no puede haber investigación real.*

Al siguiente punto, de alguna manera, se le debe dedicar más pensamiento. Cualquier investigación útil debe conducir a alguna conclusión definida. Un método de investigación que llevase a hombres diferentes a resultados diferentes sin tender a llevarlos a un acuerdo, sería auto-destructivo y carecería de valor. Pero si gracias [a una experiencia y a un razonamiento]⁴ lo suficientemente extensos resulta un establecimiento de la opinión, esta concordancia (incluso si una exploración ulterior la alterase) es todo hacia lo que tiende realmente la investigación y es, en consecuencia, su único fin alcanzable. *El único objetivo legítimo del razonamiento es, pues, establecer qué decisión sería consensuada si la cuestión fuera lo suficientemente discutida.* A esto se podría objetar, primero, que el objeto primario de una investigación es el de establecer la verdad misma y no las opiniones que surgieran bajo cualesquiera circunstancias particulares; y, segundo, que la resolución de mi propia duda es más mi objeto en una investigación que la producción de unanimidad entre los otros. Indudablemente, a aquello que buscamos en una investigación se le denomina la verdad, pero es tan difícil decir qué noción precisa debiera ser adjuntada a esta palabra, que parece mejor describir el objeto de una investigación por medio de un carácter que ciertamente pertenezca a ella y solo a ella, y que no tenga ningún aura misteriosa ni vaga. De manera parecida, puede admitirse que una investigación genuina se adopta para resolver las dudas del investigador. Pero observen esto: *Ningún hombre sensato estará exento de duda en la medida que personas tan competentes para juzgar como él*

³ W2: 354-356. Fechado, sin precisión, en el invierno de 1869-70. Hemos extraído la segunda versión del «capítulo 2», WMS165c según el Profesor Ransdell, para el apéndice del capítulo 1, porque en él aparece, por primera vez, la cuestión de la fijación de la opinión y alguno de los métodos para ello. La segunda versión del «capítulo 1», WMS165b, ha sido incluida en el prólogo de nuestra edición del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Peirce.

⁴ Añadido por el traductor, puesto que facilita la legibilidad en castellano.

mismo difieran de él. Por lo que resolver las propias dudas es establecer a qué posición una investigación suficiente llevaría a todos los hombres.

Para alcanzar este acuerdo unánime -esta católica confesión-, se han seguido dos planes.⁵

El primero, el más simple, y el más habitual es el de adherirse pertinazmente a alguna opinión y esforzarse para unir a todos los hombres en torno a ella. El medio para llevar a los seres humanos a estar de acuerdo con una opinión fija tal consiste en una organización eficiente de hombres que se dediquen a propagarla, trabajándose las pasiones de la humanidad, y ganándose una ascendencia sobre ellos al mantenerlos en la ignorancia. Para guardarse contra toda tentación de abandonar su opinión, un hombre debe tener cuidado con lo que lee y debe aprender a considerar sagrada su creencia, indignarse ante cualquier cuestionamiento de ella y, especialmente, considerar a los sentidos como el medio principal por el que Satán gana acceso al alma; y como órganos que deben ser constantemente mortificados, despreciados y de los que se debe desconfiar. Con una determinación constante de cerrarse, de esta manera, a todas las influencias externas a la sociedad de aquellos que piensan como él, un hombre puede enraizar //opiniones/ fe// en sí mismo de forma permanente; y un cuerpo considerable de hombres tales, dedicando todas sus energías a la propagación de sus doctrinas, pueden producir un gran efecto bajo condiciones favorables. De ellos, y de sus seguidores, puede decirse con verdad que no son de este mundo. Sus acciones, a menudo, serán inexplicables para el resto de la humanidad, puesto que viven en un mundo que ellos llamarán *espiritual* y otros llamarán *imaginario*, en referencia al cual sus opiniones serán perfectamente verdaderas. La creencia de uno de esos hombres, aunque, quizás, sea el resultado, en gran medida, de la fuerza de las circunstancias, será también fortalecida por un esfuerzo directo de la voluntad y él, en consecuencia, firmemente considerará malvado y mal-intencionado permitir que la opinión propia sea formada, independientemente de lo que uno desea creer, por ese juego de los Sentidos que el diablo pone en su camino.

Este método (al que podemos denominar el método divino, espiritual o celestial) no servirá al propósito de los hijos de este mundo, puesto que el mundo en que están interesados tiene esta peculiaridad: que *las cosas no son precisamente como elegimos*

⁵ Aquí solo presenta un método, que incluye varios de los que, luego, desarrollará.

pensarlas. En consecuencia, el acuerdo de aquellos cuya creencia está determinada por un esfuerzo directo de la voluntad, no es la unanimidad que estas personas buscan.

WMS179⁶

(CP 7.321)⁷ La lógica es la doctrina de la verdad, de su naturaleza y de la manera en que se descubre.

(CP 7.322) La primera condición del aprendizaje es saber que somos ignorantes. Un hombre comienza a investigar y a razonar consigo mismo en cuanto realmente se cuestiona algo y cuando está convencido no razona más. La geometría elemental produce pruebas formales de las proposiciones que nadie duda, pero no puede llamarse propiamente razonamiento a lo que no nos lleva de lo conocido a lo desconocido, y el único valor de las primeras demostraciones de la geometría es que muestran la dependencia de ciertos teoremas de ciertos axiomas, algo que no está claro sin las demostraciones. Cuando dos hombres discuten una cuestión, al principio cada uno se esfuerza en suscitar una duda en la mente del otro, y esta es, a menudo, la mitad de la batalla. Cuando la duda cesa no tiene sentido seguir discutiendo. Por lo que la investigación real comienza cuando una duda genuina comienza y termina cuando esta duda concluye. Y las premisas del razonamiento son hechos indudables. En consecuencia, es inútil decirle a un hombre que comience dudando de las creencias familiares, a menos que digas algo que le haga dudar de ellas realmente. De nuevo, es falso decir que el razonamiento debe fundamentarse o bien en primeros principios o bien en hechos últimos. Pues no podemos ir más allá de lo que somos incapaces de dudar, pero no sería filosófico suponer que algún hecho particular nunca llegará a ponerse en duda.

(CP 7.323) Es fácil ver qué sería la verdad para una mente que no pudiera dudar. Esa mente no podría contemplar nada como posible excepto aquello en lo que creyera. Por todas las cosas existentes querría decir solo lo que pensaba que existía, y todo lo demás

⁶ W3:14-16. Titulado por los editores de W3: [LÓGICA, VERDAD Y EL ESTABLECIMIENTO DE LA OPINIÓN]; fechado, sin precisión, en el invierno-primavera de 1872. Este es el primer manuscrito que incluyen en el apartado de W3 titulado, también, por los compiladores de esta edición cronológica, [HACIA UN LIBRO DE LÓGICA, 1872-73].

⁷ Indica el párrafo de L1873 (CP 7.313- 7.361), para que podamos observar el proceso de articulación de esa otra obra respecto a los manuscritos originales. *La lógica de 1873* y sus notas aparece completa en un apéndice a esta tesis.

sería lo que querría decir por no-existente. En consecuencia, sería omnisciente en su universo. Decir que un ser omnisciente está necesariamente desprovisto de la facultad de razonar, suena paradójico; sin embargo, si el acto del razonamiento debe estar dirigido hacia un fin, cuando se alcanza ese fin el acto se hace naturalmente imposible⁸.

(CP 7.324) La única justificación del razonamiento es que establece dudas, y cuando la duda finalmente cesa, no importa cómo, se alcanza el fin del razonamiento. Que un hombre decida no cambiar nunca sus opiniones existentes, que obstinadamente cierre sus ojos a toda evidencia contraria a ellas, y si su voluntad es lo suficientemente fuerte para no vacilar en su fe, no tiene ningún motivo en absoluto para razonar, y sería absurdo para él hacerlo. Ese es el método número uno para alcanzar el fin del razonamiento, y es un método que se ha practicado mucho y ha contado con mucha aprobación, especialmente por personas cuya experiencia ha sido que el razonamiento solo lleva de una duda a otra duda. No hay ninguna objeción válida a este procedimiento cuando simplemente prospera. Es verdad que es totalmente irracional; es decir, es estúpido desde el punto de vista de los que razonan. Pero asumir este punto de vista es una petición de principio. Sin embargo, de hecho, no prospera; y la primera causa del fracaso es que personas diferentes tienen opiniones diferentes y el hombre que ve esto empieza a sentirse inseguro. Es, en consecuencia, deseable producir unanimidad de opinión y esto da lugar al método número dos, que es el de obligar a las personas por el fuego y la espada a adoptar una creencia, masacrar a todos los que disienten de ella y quemar sus libros. Esta forma de llegar a un consenso católico se ha demostrado muy exitosa durante siglos, en algunos casos, pero no es practicable en nuestros días. Una modificación de este es el método número tres, cultivar una opinión pública con la oratoria y la predicación y alentando ciertos sentimientos y pasiones en las mentes de los jóvenes. Este método es el que generalmente tiene más éxito en nuestros días⁹. El cuarto y último método es el de razonar. Nunca se adoptará cuando cualquiera de los otros tenga éxito y este mismo solo ha tenido éxito en ciertas esferas del pensamiento. No obstante, aquellos que razonan piensan que debe tener éxito finalmente, y así sería si todos los hombres pudieran razonar. Esto es lo que podemos decir en su favor. El que razona contemplará las opiniones de la mayoría de la humanidad con una indiferencia

⁸ Hemos incluido este texto, desde el principio hasta este punto, como introducción del capítulo 1.

⁹ Aquí plantea, como tercer método de establecer la opinión, el de «el cultivo de la opinión pública» que, luego, denominará «el desarrollo de la opinión pública» y que, finalmente, descartará por el del «*a priori*.»

desdeñosa; estas no alterarán en lo más mínimo sus opiniones. También ignorará las creencias de aquellos que no están informados, y entre el pequeño resto él puede honestamente esperar alguna unanimidad respecto a muchas cuestiones.

(CP 7.325) Espero que ahora esté claro para el lector que el único fundamento racional para preferir el método del razonamiento a los otros métodos es que fija la creencia con más seguridad. Un hombre que proponga adoptar el primer método puede hacerlo, con consistencia, simplemente porque escoge hacerlo. Pero si vamos a decidir a favor del razonamiento, deberíamos hacerlo sobre unos fundamentos racionales. Ahora bien, si la creencia ha sido fijada, no importa cómo, la duda, de hecho, ha cesado, y no hay ningún motivo, ni racional ni de otra índole, para razonar más. En consecuencia, cualquier establecimiento de opinión, si es completo y perfecto, es completamente satisfactorio y nada podría ser mejor. Es la peculiaridad del método del razonamiento, que si un hombre piensa que no se quemará si pone la mano en el fuego, el razonamiento no confirmará esa creencia sino que la cambiará. Esta es una gran ventaja para la mente del racionalista. Pero el abogado de cualquiera de los tres primeros métodos, podrá decir (si cualquiera de estos métodos diera una creencia fija), o bien que *sabe* mediante su método que el fuego quemará, por lo que el razonamiento es inferior a su método en que permite a un hombre, por un momento, dudar esto, o bien que él *sabe* que el fuego no quemará, por lo que el razonamiento nos confunde a todos. En consecuencia, en cualquier caso, él concebirá que aquello que al racionalista le parece la gran ventaja del razonamiento, es el gran fallo. Por lo que el único fundamento para una decisión honesta entre los métodos debe ser que uno, de hecho, tiene éxito mientras que los otros se resquebrajan y se diluyen. Bryant expresa la filosofía del asunto perfectamente:

La verdad aplastada en la Tierra se alzará de nuevo
Suyos son los eternos años de Dios
Mientras que el error... se retuerce de dolor
Y muere entre sus adoradores¹⁰.

¹⁰ Estrofa del poema *The battlefield* (*Campo de batalla*), escrito en 1839 por el norteamericano William Cullen Bryant.

WMS180¹¹

(CP 7.317) Hay una diferencia importante entre el establecimiento de la opinión que resulta de la investigación y cualquier otro establecimiento de la misma. Porque la investigación no fijará una respuesta a una pregunta ni a otra sino que, por el contrario, en un principio tiende a desestabilizar las opiniones, a cambiarlas y a confirmar una opinión determinada que depende solamente de la naturaleza de la investigación misma. El método para producir la fijación de la creencia que se adhiere obstinadamente a la propia creencia, tiende solo a fijar aquellas opiniones que cada hombre ya sostiene. El método de la persecución tiende solamente a extender las opiniones que resultan aprobadas por los gobernantes; y, excepto en la medida en que los gobernantes son proclives a adoptar opiniones de una índole determinada, no determina, en absoluto, qué opiniones llegarán a establecerse. El método de la opinión pública¹² tiende a desarrollar un particular cuerpo de doctrina en cada comunidad. Alguna creencia más ampliamente extendida y profundamente enraizada desplazará gradualmente a las opiniones opositoras, viéndose de alguna manera modificada por estas en la contienda. Pero diferentes comunidades, alejadas de la influencia mutua, desarrollarán cuerpos de doctrina muy diferentes, y en la misma comunidad habrá una tendencia constante a variar que puede, en cualquier momento, arrastrar a todo el público. Lo que sabemos del crecimiento, en general, muestra que esto tendrá lugar; y la historia nos lo confirma. La temprana historia de las ciencias, antes de que empezaran a ser realmente investigadas, especialmente de la psicología, de la metafísica, etc., ilustra, al igual que todo, el efecto puro de este método de fijar las opiniones. Las numerosas especies de doctrinas bien definidas que han existido sobre tales temas y su progresiva sucesión histórica dan a la ciencia de la historia de la filosofía un parecido considerable con la de la paleontología.

(CP 7.318) Por lo que ninguno de estos métodos puede, de hecho, alcanzar su fin de establecer las opiniones. Las opiniones de los hombres actuarán unas sobre otras y el método de la obstinación será infaliblemente seguido por el método de la persecución y

¹¹ W3: 16-18. Fechado, sin precisión, en el invierno-primavera de 1872. Titulado por los compiladores de W3: [LA INVESTIGACIÓN Y EL ESTABLECIMIENTO DE LA OPINIÓN].

¹² El tercer método como «el desarrollo de la opinión pública.»

este cederá, con el tiempo, ante el método de la opinión pública; y esto no produce un resultado estable.

(CP 7.319) La investigación difiere por completo de estos métodos en que la naturaleza de la conclusión final a la que conduce está, en todos los casos, destinada desde el principio, sin referencia al estado inicial de creencia. Que dos mentes investiguen independientemente cualquier cuestión y, si llevan el proceso lo suficientemente lejos, llegarán a un acuerdo que ninguna investigación ulterior podrá alterar¹³.

(CP 7.320) Pero esto no será verdad para cualquier proceso que alguien pueda elegir llamar investigación, sino solamente para la investigación que se haga de acuerdo con las reglas apropiadas. Aquí, en consecuencia, encontramos que hay una distinción entre la investigación buena y la mala. Esta distinción es el tema de estudio de la lógica. Algunas personas dudarán de si cualquier tipo de investigación resolverá todas las cuestiones. Sin embargo, yo me abstengo de discutir el asunto, porque me vería así conducido a anticipar lo que viene después, y porque tras cualquier demostración que yo pudiera dar todavía descansaría sobre *algún* supuesto y es tan fácil ver que la investigación asume su propio éxito como que asume cualquier otra cosa¹⁴.

¹³ Al final de esta página del manuscrito aparece una X, atribuida a Peirce, que tacha un párrafo y otra que tacha su continuación al principio de la página siguiente. Este párrafo dice lo siguiente: «Para que esto pueda ser verdad, sin embargo, es necesario que la investigación se lleve a cabo de acuerdo con unas reglas tales que Alguna respuesta a cada cuestión pueda ser determinada en todo estado de información por estas reglas y, segundo, que el proceso de investigación de cada investigador debería ser comunicado al otro de la misma manera en que su conclusión es comunicada y debería ser tan válida para ese otro como lo es la suya propia... No es aún el momento de mostrar cuáles son las reglas que cumplen estas condiciones, pero es claro que si se cumplen se deberá alcanzar un acuerdo final.»

¹⁴ En la edición de *W3* siguiendo WMS180 aparece aquí un breve párrafo que se encuentra en R364 (p.15) y que no me parece conectado. Este párrafo dice lo siguiente: «Si se objetase que [el método de la investigación] no supone necesariamente que pueda resolver *todas* las cuestiones, yo meramente respondería, por ahora, que, como mínimo, nunca concluirá positivamente que cuestión alguna sea absolutamente insoluble por lo que [la investigación] puede igualmente asumir que son solubles tras un tiempo indefinido. Es verdad que algunos filósofos consideran que algunas cuestiones son demostrablemente insolubles pero veremos más adelante que esto es un error. Paso rápidamente por estas cuestiones laterales para llegar a mi punto central.»

WMS181¹⁵. Capítulo 1.

(CP 7.315) La duda viva es la vida de la investigación. Cuando la duda descansa, la investigación debe detenerse¹⁶.

Cuatro métodos de efectuar un establecimiento de la opinión. El primero y el más simple, adherirse obstinadamente a cualesquiera resulten ser las opiniones propias existentes. Indudablemente esto se hace, de hecho, con un vago disgusto de las opiniones desestabilizantes. A veces quizá conscientemente adoptado. (La lectura del *Advertiser*¹⁷). ¿Qué puede decirse del hombre que adopta este método de establecer las cuestiones? (Avestruz). Él no evitará el dolor y obtendrá el placer como lo hará una persona racional. Sin embargo, la persona que sigue este método no necesita admitir esto. Al admitirlo él no necesita comportarse ni creer consistentemente. Este método no funciona duraderamente en la práctica (aunque puede hacerlo durante el término de la vida de un hombre) porque los hombres se influyen los unos a los otros, incluso si no lo hacen por la razón.

Esto sugiere el segundo método de establecer la opinión. Por persecución. El Método de la Iglesia. Cómo ha surgido. Cómo ha tenido éxito en la historia. Cuando ha fracasado parece haberlo hecho debido a la acción de influencias *naturales* que han causado a los hombres a creer en algo distinto. Las in-fluencias¹⁸ se demostrarán por lo general menos fuertes que la naturaleza. Puede señalarse que esta misma razón facilita el fracaso del método de la obstinación.

La causa del fracaso del método de persecución sugiere un tercer medio de establecer las opiniones. Esto es por el desarrollo natural de la opinión. En otras palabras, no intentar curar la enfermedad del error, sino seguir un tratamiento esperado. Hay un curso natural en el crecimiento de las opiniones. Siendo la historia de la filosofía el gran ejemplo. Pon la moralidad en cuestión y verás una determinación a no cuestionarla ni discutirla que muestra la fuerza de este método. La creencia tradicional permanece incólume hasta que una comunidad entra en contacto con otra. Entonces se

¹⁵ W3: 18-20. Fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1872. La segunda parte de este texto, no incluida en *L1873*, incluye el primer índice tentativo del libro de lógica de Peirce que ha sido una de nuestras guías principales en la articulación de la edición de este proyecto.

¹⁶ Ampliado en la nota 5 de *L1873*. Nosotros hemos incluido el texto completo del WMS a continuación.

¹⁷ Revista dogmática norteamericana de su época

¹⁸ Las páginas del WMS nos parece que no conectan bien aquí.

ve que el resultado es bastante accidental y dependiente de las circunstancias que lo envuelven, y las condiciones iniciales y la creencia se desestabilizan totalmente¹⁹.

De esta manera, una vez más, se impone al hombre la creencia de que la opinión de otro, si deriva por el mismo proceso que la propia, es tan buena como la suya, y adopta la opinión del otro como la suya propia. Entonces él dice *nosotros* en el sentido del mundo ilustrado. La individuación, el aislamiento, consiste en la imperfección individual.

(CP 7.316)²⁰ De esta noción surge el deseo de llegar a un establecimiento de la opinión en alguna conclusión que será independiente de todas las limitaciones humanas, independiente del capricho, de la tiranía, de los accidentes de la situación, de las condiciones iniciales; que no confirma creencia *alguna* sino que cuestiona y, entonces, resuelve²¹ - una conclusión a la que llegaría todo hombre que persiguiera el mismo método y que lo empujara lo suficientemente lejos. El esfuerzo para producir un establecimiento de opinión tal se denomina *investigación*. La lógica es la ciencia que enseña si tales esfuerzos están correctamente dirigidos o no lo están.

La investigación el procedimiento natural de la mente²².

Capítulo 2

Que la acción mental llamada investigación conduce finalmente a una conclusión que no depende de la condición inicial de la creencia. El proceso consiste de dos partes: la determinación de los juicios por juicios previos, y la creación de juicios nuevos.

La conclusión, por lo tanto, finalmente depende de estos juicios nuevos. Sin embargo, estos son completamente accidentales y variados. El hecho es que, entonces, estos están destinados a ser tales que una conclusión determinada resultará finalmente.

Dos visiones de la realidad²³.

Capítulo 3 Categorías

Capítulo 4 Naturaleza de los signos

Capítulo 5 Naturaleza de la inferencia en general

¹⁹ El tercer método como «el desarrollo natural de la opinión.»

²⁰ Aquí *L1873* retoma el WMS.

²¹ *L1873* omite esta frase

²² *L1873* tampoco incluye esta frase. Ni lo que viene a continuación en este WMS: un esbozo de capítulo 2 y un índice de los capítulos 3, 4 y 5.

²³ Planteadas, pero no desarrolladas, al final de WMS195.

WMS182. Capítulo 1 (Resumen ampliado) ²⁴

(CP 7.313)²⁵ La primerísima de las distinciones que la lógica supone es aquella entre la duda y la creencia, una pregunta y una proposición. La duda y la creencia son dos estados de la mente que se perciben diferentes, así que podemos distinguirlos por la sensación inmediata. Nosotros casi siempre sabemos, sin necesidad de experimento alguno, cuándo estamos en duda y cuándo convencidos. Esta es una diferencia tal como la que hay entre el rojo y el azul, o el placer y el dolor. Si fuera esta toda la distinción, prácticamente, no tendría ningún significado. Pero, de hecho, la mera discriminación sensible conlleva una importante diferencia práctica. Cuando creemos, hay una proposición que, de acuerdo con alguna regla, determina nuestras acciones. Así que si se conoce nuestra creencia, la forma en que nos comportaremos será deducida con certeza. Pero en el caso de la duda tenemos esa proposición más o menos distintamente en nuestra mente, pero no actuamos en base a ella. Hay algo más aparte de la creencia que la duda, es decir, no concebir la proposición en absoluto. Ni tampoco la duda está totalmente libre de efecto sobre nuestra conducta. Nos hace vacilar. La creencia nos determina a actuar de una forma particular mientras que, por sí sola, la pura ignorancia inconsciente, que es el verdadero contrario de la creencia, no tiene efecto alguno.

(CP 7.314) Puede concebirse que la creencia y la duda tengan sólo una distinción de grado²⁶.

WMS183²⁷. Capítulo 1 (Resumen ampliado)

La duda y la creencia son dos estados de la mente que se perciben diferentes. Prácticamente siempre podemos distinguir, por nuestra sensación inmediata, cuándo dudamos y cuándo estamos convencidos. Esta es una diferencia como la que hay entre el rojo y el azul, el placer y el dolor. Si fuera esta toda la distinción no tendría prácticamente significado alguno. Pero, de hecho, la discriminación sensible conlleva una importante diferencia práctica. Cuando creemos hay una proposición en nuestras

²⁴ W3: 20-21. Fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1872.

²⁵ Este es el primer párrafo de *L1873*.

²⁶ En *L1873* encontramos aquí una nota ampliativa (4), correspondiente a R363 y que, como señala el Profesor Joseph Ransdell, no se encuentra en la edición de W3: «La duda tiene grados y puede aproximarse indefinidamente a la creencia, pero cuando dudo, el efecto del juicio mental no se verá en mi conducta tan invariablemente o con toda la extensión que cuando creo. Por ello, si estoy perfectamente seguro de que una compañía de seguros cumplirá con sus compromisos, les pagaré una cierta suma por una póliza, pero si pienso que hay algún riesgo de que no cumplan, no les pagaré tanto.»

²⁷ W3: 21. Fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1872.

mentes que determina nuestra conducta de acuerdo con una regla, por lo que si se conoce nuestra creencia la forma en que nos comportaremos podrá deducirse con seguridad. En el caso de la duda tenemos una proposición tal en nuestras mentes pero no actuamos a partir de ella o, como mucho, ejerce una influencia limitada sobre nuestra acción. Si no llegamos siquiera a concebir la proposición que está por creer, hay tres casos: o nuestras acciones están totalmente desvinculadas con el asunto, o actuamos como si tuviéramos alguna creencia, o es por puro azar que actuamos. Los últimos dos son, prácticamente, la creencia y la duda respectivamente²⁸.

Pero esto no es todo. La creencia es satisfactoria; la duda es insatisfactoria. Es la vacilación de la duda lo que es insatisfactorio.

WMS240. Notas sobre el libro de lógica²⁹

Mostrar que el paso de la duda a la creencia es esencial para la cognición, o algo equivalente, de forma que la metafísica pueda ser deducida, simplemente, a partir de la cognición.

Supongamos que se muestra que un estado de cosas representativo conduce a otro como su consecuencia (segunda), y esto continuamente.

Entonces, lo que suceda dependerá de las relaciones de las cosas y, en consecuencia, además de relaciones fijas debe haber relaciones variables con una medida continua y, también, debe haber, continuamente, relaciones potenciales variables de las que dependa el cambio en las relaciones actuales.

²⁸ Muy parecido en el anterior WMS.

²⁹ W3: 108. Un breve, pero interesantísimo, fragmento, fechado en el verano de 1873, con el que los editores de W3 concluyen el apartado dedicado al proyecto de libro de lógica de la década de 1872-73. Tomado de R396. Que contiene 12 interesantísimas páginas manuscritas adicionales.

1.3 Capítulo 2. La realidad

WMS181. Capítulo 2¹

Que la acción mental llamada investigación conduce finalmente a una conclusión que no depende de la condición inicial de la creencia. El proceso consiste de dos partes: la determinación de los juicios por juicios previos, y la creación de juicios nuevos.

La conclusión, por lo tanto, finalmente depende de estos juicios nuevos. Sin embargo, estos son completamente accidentales y variados. El hecho es que, entonces, estos están destinados a ser tales que una conclusión determinada resultará finalmente.

Dos visiones de la realidad.

WMS191. Conferencia sobre Lógica Práctica²

Admito que la proposición fundamental a partir de la cual surge toda la metafísica es que las opiniones tienden hacia un convenio último y que este está predestinado. Acerca de la mayoría de los temas, como mínimo, un razonamiento, una experiencia y una discusión suficientes llevarán a las personas a un acuerdo; y otro grupo de personas por medio de una investigación independiente con un razonamiento, una experiencia y una discusión suficientes serán llevadas al mismo acuerdo que el primer grupo.

De esto inferimos que hay algo que determina las opiniones y que no depende de ellas. A esto le damos el nombre de lo *real*. Ahora bien, este *real* puede ser considerado bajo dos puntos de vista opuestos.

En primer lugar, decir que el pensamiento tiende a llegar a una conclusión determinada, es decir que tiende a un fin o que está influido por una causa final. Esta *causa final*, la opinión última, es independiente de cómo tú, yo, o un número cualquiera de personas piense. Que generaciones enteras piensen tan perversamente como quieran; únicamente podrán posponer la opinión última pero no podrán cambiar su carácter. Por lo que la conclusión última es aquello que determina las opiniones y no depende de ellas

¹ W3: 19-20. Fragmento de WMS181 (R360). Fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1872. En el mismo se refiere al tema de la realidad como contenido del capítulo 2 del libro de lógica proyectado entonces. Este WMS completo se encuentra en el apéndice al capítulo 1.

² W3: 8-9. Fechado, sin precisión, en verano-otoño de 1872. Al excluirlo del apartado, [HACIA UN LIBRO DE LÓGICA 1872-73], nos parece que los editores de W3 lo desubican cronológica y temáticamente. A nosotros sí que nos parece relacionado con ese apartado y, concretamente, con el capítulo 2, *La realidad*, por lo que lo hemos incluido en este apéndice. Los apéndices respetan el orden cronológico marcado por las ediciones de *Writings*.

y, por lo tanto, es el objeto real de la cognición. Esto es idealismo puesto que supone que lo real es de la naturaleza del pensamiento.

Pero, en segundo lugar, una causa precede a su efecto. Y, además, la conclusión última aunque es independiente de esta o aquella mente no es independiente de la mente en general. Lo real, en consecuencia, que determina al pensamiento pero no depende de él, no es la última conclusión sino la primera premisa o lo que produce la primera premisa, un algo fuera de la mente e inconmensurable con el pensamiento.

Dado que la experiencia procede de lo menos general a lo más general, la última conclusión es general y, por eso, el primer punto de vista es realista, mientras que el segundo, a partir de una razón parecida, es individualista. En el primer punto de vista, lo real, en un sentido, no se realiza nunca puesto que, aunque la opinión haya alcanzado de hecho un convenio en referencia a una cuestión cualquiera, siempre queda una posibilidad de que más razonamiento, experiencia y discusión cambiasen cualquier opinión dada. En el segundo punto de vista, lo real, también, es una especie de ficción porque aquello que es lógicamente singular, o está determinado en referencia a toda cualidad, no puede, por el cambio continuo que tiene lugar constantemente, permanecer estable en ningún intervalo de tiempo no importa lo corto que este sea, (Daniel Webster, por ejemplo, es una clase que incluye al Daniel Webster menor de 50 años y al Daniel Webster mayor de 50 años) y, consiguientemente, no existe como absolutamente determinado de ninguna manera.

Bajo cualquiera de estos dos puntos de vista, en consecuencia, lo real es algo ideal y nunca existe actualmente. Pero, por un lado, es verdad que el pensamiento tiende a una conclusión determinada y, por otro, si algo es verdad, un número indefinido de determinaciones verdaderas son verdad de ello. Debemos, en consecuencia, descartar el concepto de lo real como algo actual y decir simplemente que únicamente el pensamiento existe actualmente y que tiene una ley que no lo determina más que él mismo porque el modo en que actúa es lo que hace la ley. Solo que esta ley es tal que en un tiempo suficiente determinará el pensamiento hasta cualquier punto.

WMS192. Tercera conferencia³

[CÓMO PUEDE EL PENSAMIENTO PENSARSE A SÍ MISMO]⁴

Comienzo con el alma de la persona. Puesto que aprendemos por vez primera que los animales tienen almas a partir de los hechos del alma humana. Lo que los animales y otras personas hacen y sufren sería totalmente ininteligible para nosotros, si no tuviéramos la pauta con la que medir a otros dentro de nosotros mismos.

En el primer despuntar de la cognición comenzamos a comparar y a considerar los objetos en nuestro entorno. Nuestro pensamiento primero asignó a las cosas sus lugares adecuados y redujo el salvaje caos de las impresiones sensuales a un orden luminoso. Pero después de que el pensamiento hubiera clasificado todo quedaba un residuo, que no tenía lugar en la clasificación. Este era el pensamiento mismo. ¿Qué es esto que queda? Después de que el pensamiento ha considerado todo, está obligado, a continuación, a pensarse a sí mismo. Aquí están a la vez el medio y el fin. La pregunta es, *qué* es el pensamiento, y esta solo puede responderse *por medio del* pensamiento.

Esta es una circunstancia notable. Cómo puede el pensamiento pensarse a sí mismo, se pregunta; eso sería una contradicción insoluble. Es como si un tono se escuchara a sí mismo, o un rayo de luz se viera a sí mismo. Pero esta objeción le recuerda a uno los esfuerzos de la persona que intentó mirar a su propio ojo. Tras muchas dificultades llegó tan lejos como para ver la punta de su nariz, olvidando que sería mucho más simple mirarse en un espejo. El sentido común, que habitualmente da en el clavo, hace ya mucho que sostiene ese espejo ante el pensamiento. Si quiero representarme a mí mismo lo que el pensamiento es, (dice el sentido común) no tengo más que actuar como si mi pensamiento fuera un objeto externo que puedo considerar como consideraría algo que no es parte de mí mismo. Al pensamiento así considerado, el sentido común lo denomina alma. Por lo que si vamos a investigar la naturaleza del pensamiento de una manera científica, no necesitamos/podemos hacer nada más que considerar el alma como si fuera un objeto de la experiencia.

Todos conceden que el pensamiento es una forma de experiencia; de otra manera, no podríamos saber que pensamos. Todos, además, ven que tenemos en el pensamiento

³ W3: 10-11. Fechado, sin precisión, en el verano-otoño de 1872. Aducimos los mismos motivos del manuscrito anterior para incluirlo en el apéndice al capítulo sobre la realidad.

⁴ Título dado por los editores de W3.

una experiencia muy variada, puesto que cambia tanto con el objeto pensado como con el progreso mental que hemos alcanzado. De esta manera, unimos todas las experiencias que el pensamiento tiene en sí mismo y las sometemos a la consideración de nuestros pensamientos. También hay otras experiencias, que no son pensamientos propiamente, tales como las sensaciones y los sentimientos a los que denominamos fenómenos del alma, porque los reconocemos como productos inmediatos de una actividad interior a nosotros, la cual según nuestra observación no puede ser separada de la actividad del pensamiento.

WMS194. [SOBRE LA REALIDAD]⁵

La cuestión es, «Si correspondiéndose con nuestros pensamientos y sensaciones, y en algún sentido representadas por ellos, hay realidades, que no son solo independientes de tu pensamiento, y del mío, y del de cualquier número de hombres, sino que son absolutamente independientes del pensamiento en su conjunto». La opinión final objetiva es independiente de los pensamientos de cualesquiera hombres particulares, pero no es independiente del pensamiento *en general*. Es decir, si no hubiera pensamiento, no habría opinión y, en consecuencia, ninguna opinión final. Todo lo que experimentamos directamente es nuestro pensamiento – lo que pasa por nuestras mentes; y esto solo en el momento en que está pasando. Aquí vemos pensamientos que determinan y causan otros pensamientos; y se produce una cadena de razonamiento o de asociación. Pero el principio y el final de esta cadena no se perciben distintamente. Otra imagen con la que, a menudo, se habla del pensamiento, y quizás más adecuadamente, es la de una corriente. En particular, hemos dirigido la atención al punto hacia el que el pensamiento fluye, y el cual finalmente alcanza: un determinado nivel, como si dijéramos, de un recipiente determinado, donde la realidad se hace inmutable. Ha alcanzado su destino y esta permanencia, esta realidad fija, que todo pensamiento se esfuerza por representar e imaginar, la hemos situado en este punto objetivo, hacia el

⁵ W3: 28-32. Se corresponde con R370. Un manuscrito sin título que, sin embargo, los compiladores de W3 titulan «Sobre la realidad», puesto que aparece así en el encabezamiento del manuscrito pero con una letra distinta, probablemente de los compiladores de L1873 que, sin embargo, reconocen en la nota correspondiente que es un manuscrito sin título. Fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. Fue seleccionado como apartado 4 por los compiladores de L1873, al que titularon «La realidad», y lo dividieron en epígrafes que van del 7.336 al 7.345 en la edición de los CP. Aquí lo presentamos sin estas divisiones, tal como lo redactó Peirce de forma continua. Es un texto alternativo para el tema de «Las dos concepciones de la realidad» ya que, para el cuerpo del capítulo 2, hemos optado por la versión de WMS204. Véase, en el apéndice correspondiente, la versión completa de L1873 con sus notas originales.

que la corriente del pensamiento fluye. Pero este asunto, a menudo, se ha contemplado desde un punto de vista opuesto; dirigiéndose particularmente la atención a la fuente y al origen del pensamiento. Se dice que todos los demás pensamientos se derivan, en última instancia, de las sensaciones; que todas las conclusiones del razonamiento son válidas sólo en la medida en que son verdaderas respecto a las sensaciones; que la causa real de la sensación es, en consecuencia, la realidad que el pensamiento presenta. Ahora bien, tal realidad, que causa todo el pensamiento, parecería ser totalmente externa a la mente – al menos a la parte pensante de la mente, distinguida de la parte sensitiva; porque podría concebirse que, de alguna forma, es dependiente de la sensación. Hay aquí, entonces, dos modos opuestos de concebir la realidad. El que ha sido desarrollado antes con alguna extensión, y que resulta naturalmente de los principios que se han planteado en los capítulos previos de este libro, es una idea que estaba oscuramente en las mentes de los realistas medievales; mientras que el otro era el principio motor del nominalismo. Yo no pienso que estas dos concepciones sean absolutamente irreconciliables, aunque ambas hayan sido adoptadas desde puntos de partida muy separados entre sí. La concepción realista enfatiza, particularmente, la permanencia y fijeza de la realidad; la concepción nominalista enfatiza su externalidad. Pero los realistas no necesitan, y no deben, negar que la realidad existe externa a la mente; ni lo han hecho históricamente, como algo general. Aquello, que es lo que es, es externo a la mente, independientemente de cuáles sean nuestros pensamientos respecto a cualquier asunto; igual que aquello, que es lo que es, es real, independientemente de cuáles sean nuestros pensamientos respecto a esa cosa particular. Así, una emoción de la mente es real, en el sentido de que existe en la mente seamos o no distintamente conscientes de ella. Pero no es externa porque, aunque no depende de lo que pensemos acerca de ella, depende del estado de nuestros pensamientos acerca de algo. Ahora bien, el objeto de la opinión final, que hemos visto que es independiente de lo que cualquier persona particular piense, puede muy bien ser externo a la mente. Y no hay objeción en decir que esta realidad externa causa la sensación, y que por la sensación ha causado toda aquella línea de pensamiento que ha conducido finalmente a la creencia. A primera vista parece, sin duda, una afirmación paradójica que «El objeto de la creencia final, que existe solo en consecuencia de la creencia, produciría él mismo la creencia»; pero ha habido muchos casos en los que hemos adoptado una concepción de la existencia parecida a esta. Que el objeto de la creencia existe es verdadero solo porque la creencia

existe; pero esto no es lo mismo que decir que comienza a existir por primera vez cuando la creencia comienza a existir. Decimos que el diamante es duro. Y, ¿en qué consiste la dureza? Consiste meramente en el hecho de que nada lo rayará; en consecuencia, su dureza está totalmente constituida por el hecho de que algo se frote con fuerza contra ello sin rayarlo. Y si fuera imposible que algo se frotase contra ello de esta manera, carecería de significado decir que es duro, al igual que carece totalmente de significado decir que la virtud o cualquier otra abstracción es dura. Pero, aunque la dureza está enteramente constituida por el hecho de que otra piedra se frote con el diamante, no concebimos que empiece a ser duro cuando se frota con esta otra piedra; por el contrario, decimos que es realmente duro todo el tiempo y que ha sido duro desde que comenzó a ser diamante. Y, sin embargo, no había ningún hecho, ningún acontecimiento, nada en absoluto, que lo hiciera diferente de cualquier otra cosa que no fuera tan dura, hasta que se le frotó con la otra piedra. Así que decimos que el tintero que está encima de la mesa es pesado. Y, ¿qué queremos decir con esto? Sólo queremos decir que si se le quita el soporte, caerá al suelo. Esto, quizás, puede que no le ocurra nunca – y, sin embargo, decimos que es realmente pesado todo el tiempo; aunque no haya ningún aspecto de ningún tipo en el que sea diferente de lo que sería si no fuera pesado, hasta que se le retire el soporte. Lo mismo es verdadero respecto a la existencia de cualquier otra fuerza. Solo existe en virtud de una condición, la de que algo ocurrirá en determinadas circunstancias; pero no concebimos que comience a existir por vez primera cuando estas circunstancias surgen; por el contrario, existirá aunque las circunstancias nunca lleguen a surgir. Y, ahora bien, ¿qué es la materia misma? El físico está perfectamente acostumbrado a concebirla meramente como el centro de las fuerzas. En consecuencia, existe solo en la medida en que estas fuerzas existen. Puesto que, en consecuencia, estas fuerzas existen solo en virtud del hecho de que algo ocurrirá en determinadas circunstancias, se sigue que la materia misma solo existe de esta manera. Ni siquiera es esta concepción peculiar únicamente de los físicos y de nuestras concepciones del mundo externo. Se dice que un hombre sabe una lengua extranjera. ¿Y qué significa esto? Sólo que si la ocasión surge, las palabras de esa lengua vendrán a su mente; no significa que estén, de hecho, en su mente todo el tiempo. Y, sin embargo, no decimos que sólo sabe la lengua en el momento en que se le ocurren las palabras particulares que va a decir; porque de esa forma él nunca podría estar seguro de saber toda la lengua, si solo supiera la palabra particular necesaria en el momento. Por lo que

su conocimiento de algo que existe todo el tiempo, existe únicamente en virtud del hecho de que cuando una determinada ocasión surge, una determinada idea vendrá a su mente. Se dice que un hombre posee determinadas potencias y susceptibilidades mentales y le concebimos como constantemente dotado de estas facultades; pero estas sólo consisten en el hecho de que él tendrá determinadas ideas en su mente en determinadas circunstancias; y no en el hecho de que él tenga determinadas ideas en la mente todo el tiempo. Es perfectamente concebible que el hombre tuviera facultades que nunca se realizaran: en cuyo caso la existencia de las facultades depende de una condición que nunca ocurre. Pero, ¿qué es la mente misma sino el foco de todas las facultades? Y, ¿en qué consiste la existencia de la mente sino en estas facultades? ¿Cesa de existir la mente cuando duerme? Y, ¿es un hombre nuevo el que cada mañana se despierta? Parece ser, entonces, que la existencia de la mente, igual que la de la materia, de acuerdo con estos argumentos, que han llevado a esta concepción que sostienen todos los psicólogos, así como los físicos, depende solo de unas determinadas condiciones hipotéticas que pueden ocurrir por primera vez en el futuro, o que puede que no ocurran en absoluto. En consecuencia, no hay nada extraordinario en decir que la existencia de realidades externas depende del hecho de que la opinión se estabilizará finalmente en la creencia en ellas. Ni, tampoco, en que estas realidades existían antes de que la creencia surgiera e, incluso, fueron la causa de esa creencia, al igual que la fuerza de la gravedad es la causa de la caída del tintero – aunque la fuerza de la gravedad consista meramente en el hecho de que el tintero y otros objetos caerán. Pero, si se nos preguntara si no existen algunas realidades que sean completamente independientes del pensamiento; yo, a mi vez, preguntaría qué se quiere significar con tal expresión y qué puede significarse con ella. ¿Qué idea puede vincularse a aquello de lo que no hay idea? Porque si hubiera una idea de tal realidad, es el objeto de esa idea del que estamos hablando, el cual no es independiente del pensamiento. Es claro que está bastante más allá del poder de la mente el tener una idea de algo completamente independiente del pensamiento – tendría que extraerse ella misma de sí misma para ese propósito; y puesto que no hay tal idea, no hay significado en la expresión. La experiencia de la ignorancia, o del error, que tenemos, y a la que llegamos por medio de la corrección de nuestros errores, o ampliando nuestro conocimiento, nos capacita para experimentar y concebir algo que es independiente de nuestras propias concepciones limitadas; pero como no puede haber una corrección de la suma total de las opiniones, ni ninguna ampliación de la suma total

del conocimiento, no tenemos los medios, y no podemos tenerlos, de adquirir una concepción de algo independiente de todo pensamiento y de toda opinión.

WMS197. Sobre la realidad⁶

Denomino *nada* a eso, respecto a lo cual ninguna predicación puede tener significado alguno. Puedes, en consecuencia, predicar lo que quieras de ello formalmente, y la oración no será falsa porque carecerá de significado. Ahora, hay dos casos de nada.

1º Si entran contradictorios en la definición de un término, este es necesariamente nada. Este caso se denomina *absurdo*.

2º Un término puede no ser nada independientemente de alguna máxima lógica. Este es un caso de simple *irrealidad*.

Tenemos, entonces, algunos términos determinados a ser nada por su *esencia*, o el ideal punto inicial de información, otros determinados a ser nada en el progreso de la información. Y, finalmente, asignamos una meta ideal de información y podemos suponer a otros determinados a ser nada solo entonces, y no antes.

WMS200. Capítulo 4. De la realidad (primer borrador)⁷

Puesto que el único propósito de la investigación es el establecimiento de la opinión, hemos visto que cualquiera que investigue, es decir, que conduzca una investigación con el cuarto método, asume que ese proceso le conducirá, si se lleva lo suficientemente lejos, a cierta conclusión, que no conoce de antemano, pero que ninguna investigación ulterior cambiará. No importa cuáles puedan ser sus opiniones al comienzo, se asume que él concluirá en una creencia predeterminada. Por lo que parece que, en el proceso de la investigación, deben brotar en la mente ideas y elementos de creencia completamente nuevos, que no estaban ahí antes.

Algunos pensamientos son producidos por pensamientos previos de acuerdo con leyes regulares de asociación, de forma que si se conocen los pensamientos previos, y

⁶ *W3*: 37. Se corresponde con R375, fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. Consiste en un breve apunte sobre *nada* como absurdo o irrealidad.

⁷ *W3*: 40-47. Se corresponde con WMS200 en la edición de *W3* (R367). Titulado por Peirce «Capítulo 4. De la realidad (primer borrador)». Fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. Fue seleccionado como apartado 3 por los compiladores de *L1873*, al que titularon «Observación y razonamiento», y lo dividieron en epígrafes que van del 7.327 al 7.335 en la edición de los *CP*. No incluyeron el final del manuscrito. Aquí lo presentamos sin estas divisiones y completo, tal como lo redactó Peirce de forma continua. Véase, en el apéndice correspondiente, la versión completa de *L1873* con sus notas. Hemos explicado en la introducción por qué pensamos que Peirce consideró este un capítulo 4 en algún momento.

se da la regla de asociación, se puede predecir el pensamiento que se produce de esta manera. Esta es la operación elaboradora del pensamiento, o el pensar *par excellence*. Pero cuando surge una idea en la mente, que no tiene esta relación con ideas anteriores, sino que es algo nuevo para nosotros, decimos que está causada por algo fuera de la mente, y llamamos al proceso por el que brotan estos pensamientos, sensación. Y aquellas partes de la investigación que consisten principalmente en proveer estos materiales para que el pensamiento los elabore, combine y analice, se denominan observaciones. Entonces, la primera cosa que debe señalarse es que, puesto que la investigación nos conduce desde cualquier estado de opinión que nos pueda ocurrir que tengamos hasta una opinión que está predeterminada, debe ser que la investigación implica a la observación como una parte de ella y, de hecho, la conclusión a la que finalmente llegamos depende última y completamente de las observaciones.

Podemos detenernos aquí para hacer una aplicación práctica de este principio. Ningún argumento, que pretenda revelarnos un hecho totalmente nuevo, puede ser posiblemente correcto sin que esté basado en una nueva evidencia. Los metafísicos son dados a este tipo de razonamiento; incluso aquellos que mantienen más enérgicamente que todo nuestro conocimiento viene de los sentidos. Especialmente, los que escriben sobre la naturaleza de la mente humana han construido un gran cuerpo de doctrina sin la ayuda de ninguna observación ni de ningún hecho, excepto aquellos que son familiares a todo el mundo. Estas cosas excitan justamente nuestra sospecha. Cuando Hobbes, por ejemplo, nos persuade de que ningún hombre puede actuar de ninguna otra manera que no sea por placer, es claro que esta creencia modificaría profundamente nuestras nociones acerca del hombre, y nuestros planes de vida; pero cuando se pregunta qué fundamenta esta importante conclusión, y aprendemos que no es más que el simple hecho – si puede dignificarse con este nombre – de que todo hombre desea hacer lo que hace, nos lleva a sospechar, inmediatamente, que hay algo de sofística en el proceso por el que una conclusión tan novedosa pueda sacarse de una premisa tan familiar. Así que, cuando los necesitaristas modernos mantienen que todo acto de la voluntad procede del motivo más fuerte, establecen un principio del que se esperaría que diera lugar a una ciencia psicológica tan exacta como la mecánica, y que fuera capaz de reducir las acciones humanas a un cálculo preciso. Pero, cuando encontramos que los defensores de este principio no han hecho ningún experimento para probar su ley, nos inclinamos con

fuerza a pensar que ha habido algún malabarismo del razonamiento que les ha permitido, de esta manera, crear algo a partir de nada.

Una observación, como la hemos definido, es meramente una idea que surge en la mente y que no ha sido producida por ideas previas. Esta no es la descripción completa de la observación como la entienden los hombres de ciencia y debemos tener cuidado de que la palabra no nos lleve a conclusiones que no estamos autorizados aún a extraer. Por ejemplo, un sueño, un presentimiento o alguna imaginaria inspiración de lo alto pueden, en la medida que hemos visto hasta ahora, implicar completamente nuevos elementos de pensamiento y, en consecuencia, ser una observación en el sentido de nuestra definición, por lo que no estamos aún autorizados para decir que tales cosas no puedan ser el fundamento de un razonamiento legítimo. Esta es una cuestión que tendremos que examinar de nuevo cuando lleguemos a considerar aquellas máximas de la inferencia que dependen de la peculiar constitución del ser humano.

Pero la observación, por sí sola, no puede constituir la investigación; porque si lo hiciera la única parte activa que tendríamos que representar nosotros en este método de investigación sería simplemente la disposición para observar y no habría distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación. Pero hemos visto que esta distinción es esencial para la idea de investigación y que es, de hecho, lo único que separa a este del tercer método de investigación. Por lo tanto, debe ser que, además de la observación, también hay un proceso elaborador del pensamiento por el que las ideas dadas por la observación producen otras en la mente. Además, las observaciones son muy variadas y nunca se repiten ni se reproducen exactamente por lo que no pueden constituir esa opinión establecida a la que la investigación conduce. Dos hombres, por ejemplo, pueden estar de acuerdo en una opinión y si preguntas en qué basan sus opiniones quizás aleguen el mismo hecho. Pero sigue la pista del asunto un poco más; pregúntales de nuevo sobre qué fundamentos creen ese hecho y llegarás, eventualmente, a premisas diferentes. Dos mentes, por ejemplo, pueden haberse formado el mismo juicio sobre el carácter de una persona determinada y, aún así, pueden haber basado sus opiniones en la observación de su comportamiento en ocasiones diferentes. La rotación de la Tierra fue primero inferida a partir del movimiento de los cuerpos celestes; pero después, el modo en que un largo péndulo, si se le permitiera oscilar, giraría gradualmente y cambiaría su dirección de oscilación, ofreció una prueba completamente

nueva; y hay determinados movimientos muy pequeños de las estrellas que, si se les pudiera observar con la suficiente exactitud, mostrarían otro fundamento para la misma conclusión. En puridad, el hecho que un hombre observa no es, en ningún caso, precisamente el mismo hecho que otro hombre observa. Un astrónomo observa que la luna pasa por delante de una estrella de forma que la oculta en un determinado instante en su observatorio, otro astrónomo observa que la misma estrella se oculta en un determinado instante en su observatorio. Estos dos hechos no son el mismo, porque se refieren a distintas estaciones de observación. Lo que es tan claro respecto a la observación astronómica, porque estamos acostumbrados a la precisión del pensamiento acerca de esto, es igualmente verdadero respecto a los hechos más familiares. Tú y yo vemos un tintero sobre la mesa; pero lo que tú observas es que hay una determinada apariencia desde donde estás sentado y lo que yo observo es que hay una determinada apariencia desde donde estoy sentado. El hecho con el que estamos de acuerdo, que hay un tintero ahí, es lo que concluimos de las diferentes apariencias que nosotros respectivamente observamos. Podemos intercambiar el sitio y ni siquiera así alcanzaríamos a captar las observaciones del otro; porque entonces entra la diferencia en el tiempo. Puedo observar que ahora hay una apariencia tal como la que tú describes que ha existido unos momentos antes; pero yo no puedo observar si había una apariencia tal antes de haber ocupado tu lugar. Es innecesario multiplicar estos ejemplos, porque la reflexión más superficial los ofrecería en gran número; pero los que han sido aducidos son suficientes para mostrar que las observaciones son, para cada hombre, totalmente privadas y peculiares. Y no solo no puede hombre alguno hacer las observaciones de otro hombre, ni reproducirlas; sino que ni siquiera puede, en un momento dado, hacer aquellas observaciones que él mismo hizo en otro momento. Pertenecen a la situación particular del observador y al instante particular del tiempo.

De hecho, si distinguimos cuidadosamente aquello que se da primero a la sensación de la conclusión que inmediatamente sacamos de ello, no es difícil ver que observaciones diferentes ni siquiera son en sí mismas tan similares; porque, ¿en qué consiste la similitud entre dos observaciones? ¿Qué significa decir que dos pensamientos son similares? Sólo puede significar que cualquier mente que las comparase a la vez, afirmaría que son similares. Pero esa comparación sería un acto de pensamiento que no estaría incluido en las dos observaciones respectivamente; porque las dos observaciones que existen en tiempos diferentes, quizás en mentes diferentes, no

pueden juntarse para compararse directamente en sí mismas, salvo únicamente con la ayuda de la memoria, o de algún otro proceso, que produzca un pensamiento a partir de pensamientos previos y que, en consecuencia, no es una observación. Puesto que, en consecuencia, la similitud de estos pensamientos consiste totalmente en el resultado de la comparación, y la comparación no es observación, se sigue que las observaciones no son similares excepto en la medida en que se dé la posibilidad de algún proceso mental aparte de la observación.

Sin embargo, sin insistir sobre este punto que puede encontrarse demasiado sutil, queda el hecho de que las observaciones no son las mismas en el sentido en que las conclusiones a que dan lugar son la misma. Todos los astrónomos, por ejemplo, estarán de acuerdo en que la Tierra está a ciento treinta y ocho o ciento treinta y nueve millones de kilómetros del Sol. Y, aún así, uno basará su conclusión en las observaciones del paso de Venus delante del disco solar; otro en las observaciones del planeta Marte; otro en experimentos con la luz combinados con observaciones de los satélites de Júpiter. Y esto mismo es igualmente verdadero respecto a la mayor parte de los asuntos ordinarios de la vida.

Ahora bien, ¿cómo es que la irrupción en la mente de pensamientos tan desemejantes nos conduce inevitablemente, aunque a veces tras un largo tiempo, a una conclusión fija? Indudablemente ocurren disputas entre aquellos que persiguen un método apropiado de investigación. Pero estas disputas llegan a un fin. Al menos esto es lo que asumimos cuando nos adentramos en la discusión, porque a menos que la investigación conduzca a una opinión estable, esta no nos haría ningún servicio en absoluto. Nosotros creemos respecto a toda cuestión que intentamos investigar que las observaciones, aunque puedan ser tan variadas y desemejantes en sí mismas como sea posible, tienen algún poder para suscitar en nuestras mentes un estado predeterminado de creencia. Esto nos recuerda la especie de necesidad que se conoce como destino. Los cuentos de hadas están llenos de ejemplos como este: Un Rey encierra a su hija en una torre porque ha sido avisado de que ella está destinada a sufrir alguna desgracia al enamorarse antes de cierta edad y resulta que los mismos medios que él ha empleado para prevenir esto son justo los que llevan la profecía a su cumplimiento. Aunque hubiera seguido un curso de acción diferente, la idea parece ser que igualmente se habría producido el resultado destinado. Entonces, el destino es aquella necesidad por la

que un determinado resultado acaecerá con seguridad según el curso natural de los acontecimientos independientemente de cómo podamos variar las circunstancias particulares que preceden al acontecimiento. De la misma manera nosotros parecemos destinados a llegar a la conclusión final. Porque cualesquiera que sean las circunstancias en las que se hacen las observaciones y por las que se modifican, estas nos llevarán inevitable y finalmente a esta creencia. La extrañeza de este hecho desaparece por completo cuando adoptamos la noción de las realidades externas. Decimos que las observaciones son el resultado de la acción sobre la mente de las cosas externas, y que su diversidad es debida a la diversidad de nuestras relaciones con estas cosas; mientras que la identidad de la conclusión a la que la mente se ve conducida por ellas se debe a la identidad de las cosas observadas, sirviendo el proceso del razonamiento para separar en las múltiples observaciones que hacemos de la misma cosa el elemento constante que depende de la cosa misma de los variables y diferentes elementos que dependen de nuestras variadas relaciones con la cosa. Afirmando que esta hipótesis despeja la extrañeza del hecho de que, independientemente de que las observaciones sean diferentes, den un resultado idéntico. Despeja la extrañeza de este hecho al ponerlo en una forma y bajo un aspecto en el que se parece a otros hechos con los que estamos familiarizados. Estamos muy correctamente acostumbrados a pensar que las causas siempre preceden a sus efectos y a descreer del destino, que es una necesidad imaginaria por la que algún acontecimiento futuro, como si dijéramos, fuerza a las condiciones que le preceden a ser tales como aquellas que lo suscitasen. Las naciones occidentales están plena y correctamente convencidas de que no hay tal necesidad intrínseca e incondicionada que suscite los acontecimientos. Esta es la razón de que parezca extraño aseverar que la conclusión final de la investigación está predestinada y de que sea satisfactorio para la mente encontrar una hipótesis que asigne una causa que preceda a la creencia final que respondería de la producción de la misma, y de la verdad de esta noción de las realidades externas no puede haber duda. Incluso los idealistas, si se entienden correctamente sus doctrinas, normalmente no han negado la existencia de cosas externas reales. Pero aunque la noción no implica error y es conveniente para determinados propósitos, de ello no se sigue que nos brinde el punto de vista desde el que es adecuado mirar el asunto para entender su verdadera filosofía. Despeja la extrañeza de un determinado hecho al asimilarlo a otros hechos familiares; pero ¿no es este hecho, el que la investigación nos conduce a una conclusión definida, realmente de un carácter

tan diferente al de los acontecimientos ordinarios del mundo, a los que aplicamos la causalidad, que tal asimilación y clasificación del mismo lo pone bajo una luz que, aunque no totalmente falsa, no obstante no pone en una prominencia debida la peculiaridad real de su naturaleza? Que la observación y el razonamiento producen una creencia estable a la que denominamos la verdad parece un principio que debe ser situado a la cabeza de todas las verdades especiales, que solo son las creencias particulares a las que la observación y el razonamiento nos conducen en tales casos. Y es difícilmente deseable combinarlas con las otras por medio de una analogía que no sirve para ningún otro propósito⁸. Es bien conocido por los metafísicos que la concepción de las realidades externas es una cuestión muy embarazosa para las preguntas filosóficas que origina. Mientras que parece llevar el proceso de unidad de la acción mental a una analogía con la de otros hechos, crea inmediatamente la necesidad de suponer una excepción extraordinaria a las leyes ordinarias de la mecánica. Encontramos que hemos creado, con estos medios, dos mundos –un mundo mental de representaciones e imágenes, que las leyes de la reflexión deben mostrar que no pueden ser de la misma naturaleza de estos objetos externos, incluso si adoptamos la creencia de que la mente es meramente una función del cerebro. Y encontramos este mundo de ideas influido por los objetos externos de una manera que las leyes de la mecánica no pueden explicar y, a su vez, influyendo en los objetos externos de una manera que parece absolutamente contradictoria con los principios generales de la mecánica. Pero si reconocemos completamente la justicia de los principios que se han propuesto en los capítulos anteriores, creo que seremos llevados a la solución de estas dificultades que, sin impugnar la verdad de la creencia en un mundo externo, sin embargo, elucidará y traducirá en los términos de otras concepciones a las que no dio origen, (en los términos) de las dificultades metafísicas de esta hipótesis. Hemos sostenido y probado que el único propósito de la investigación es producir una opinión estable. El objeto al que únicamente aspiramos, entonces, en la pugna por la creencia, es el de hacer que nuestras creencias se conformen con aquella creencia final. La única cosa, entonces, que nuestro pensamiento se esfuerza por imaginar o representar es el objeto de la creencia final. Ahora bien, ¿cuál es la diferencia entre una realidad y una ficción? Una ficción es algo cuyos caracteres dependen de lo que pensemos acerca de ella; una realidad es lo

⁸ Hasta aquí llega 7.335 de *LI873* en los *CP*. Añadimos, a continuación, lo que falta del manuscrito de acuerdo con lo publicado en *W3*.

que es pensemos lo que pensemos acerca de ella. Cuando Swift escribió *Los viajes de Gulliver*, él tenía libertad para dotar a la isla de Brobdignag con cualesquiera cualidades que parecieran conformarse a su propósito. Y estos, en consecuencia, llegaron a ser los caracteres de esta isla imaginada. Pero si fuera a imaginar algo así acerca de la isla de Formosa, él no haría a la isla real, de esa forma, para nada; incluso si lo que imaginase sobre Formosa resultara ser verdad, habría una gran distinción entre lo que pensase, y el hecho; por la razón de que su concepción sería la que fuese simplemente porque así lo pensaba; mientras que la isla real no estaría afectada por su pensamiento. No debemos olvidar aquí la distinción entre (un) pensamiento como operación que tiene lugar en la mente, o en el alma, o en el cerebro y el pensamiento en el sentido de una imagen, o algún tipo de representación que el proceso de pensar nos presenta. Uno está afectado en un sentido literal; el otro solo en la medida en que se nos hace presente por el hecho de nuestro pensar, o de pasar por ese proceso del alma⁹.

Ahora bien, por ejemplo, si yo imagino un dragón gris el proceso de pensar que sucede en mi mente no es gris. El dragón que imagino es gris.

Sería muy absurdo tratar de ver cualquier tipo de parecido entre una isla o cualquier otro objeto exterior, y el proceso de pensar. Pero el pensamiento que es el producto del pensar y que, así, se nos hace presente difiere de la isla real solo en estos aspectos: primero; que puede ser una representación falsa o incompleta de la isla real y segundo; que de qué tipo sea depende de cómo pensamos que es; mientras que la isla real no tiene una dependencia tal de nuestra ayuda. Pero consideremos, ahora, el pensamiento final, que es aquel pensamiento que es el resultado final de la investigación—aquello a lo que siempre nos esforzamos por hacer que se conformen nuestros pensamientos. El pensamiento, entonces, ya no es más el de algún hombre en particular, ni el de número alguno de hombres. Los pensamientos de un hombre o de muchos hombres pueden concordar con ello (el pensamiento); pero, no importa lo mucho que concuerden, (el pensamiento) difiere de ellos en este aspecto: que sus pensamientos cambian si piensan de otra manera; pero que (el pensamiento) no cambia si piensan de otra manera. Ya que el prejuicio, la incompetencia o la ignorancia de un número cualquiera de hombres, o de generaciones de hombres, pueden posponer el acuerdo en la opinión final pero no pueden hacer que esa opinión final sea otra que la que tiene que

⁹ Aquí se produce un curioso salto en la edición del manuscrito original.

ser. Por lo que es bastante independiente de cómo piense un número cualquiera de hombres y, por ello, se distingue de otros pensamientos tan completamente como la realidad externa es. Y, en verdad, en este hecho de que ni siquiera es afectada por alusión alguna a los pensamientos tuyos o míos o de un número cualquiera de hombres, concuerda enteramente con la descripción que hemos dado de realidad, que debería ser lo que es pensemos lo que pensemos acerca de ella. Yo no digo que cualquier proceso de pensar es la realidad; pero digo que aquel pensamiento con el que nos esforzamos que coincidan nuestros pensamientos, es la realidad. [En consecuencia]¹⁰, cuando decimos que [hay] otras cosas externas, y que las observaciones son solo las apariencias que estas cosas producen en los sentidos por sus relaciones con nosotros, solo hemos aseverado de manera invertida el mismísimo hecho, y no otro, que aseveramos cuando decimos que las observaciones nos llevan inevitablemente a una conclusión predeterminada. Aún puede preguntarse si no pudiera haber alguna otra realidad que es externa a nosotros en algún otro sentido además de este. Esta creo que es una pregunta bastante ociosa. Porque la doctrina de las hipótesis de las realidades externas se adopta para simplificar y aclarar ciertos hechos que son llevados perfectamente a una unidad por este modo de concebir la realidad, al igual que por cualquier otro. Sin embargo, para no dejar ninguna porción de la cuestión sin tocar, me dispongo a mostrar que no puede significar nada en absoluto decir que alguna otra realidad aparte de esta existe¹¹.

WMS203. De la realidad¹²

De acuerdo con lo que se ha dicho todo el que investiga asume que la investigación llevará a alguna conclusión, no conocida de antemano pero predestinada en el sentido de que todo investigador que lleve su investigación lo bastante lejos ciertamente descansará en ella. Por esto, la conclusión que finalmente se alcanza es independiente del estado de opinión al comienzo. La investigación, en consecuencia, implica la irrupción de nuevos elementos de creencia en la mente. No hay un término que designe con precisión esta introducción de algo en el pensamiento no producido por nada que estuviera antes en la mente. Haremos bien en reservar la palabra *sensación* como el nombre del elemento introducido en la conciencia. [La operación de introducción misma puede ser denominada *impresión (afección) mental* y con menos

¹⁰ Entre corchetes aparecen añadidos aclaratorios del traductor.

¹¹ Así concluye el manuscrito según la edición de W3.

¹² W3: 47-54. Se corresponde con R373. Fechado, sin precisión, en el otoño de 1872.

exactitud aunque más expresivamente una *observación*.]¹³ Pero la *impresión (afección)* no es toda la investigación. También implica la producción de nuevas creencias a partir de las viejas de acuerdo con leyes lógicas. Este proceso es el *proceso lógico*, pero por extensión del significado de una palabra familiar también lo llamo *inferencia*. Que la inferencia es una parte esencial de la investigación no meramente para nosotros sino para cualquier mente que sea capaz de investigar, quizás, no es lo suficientemente claro. Yo, sin embargo, supongo que es así; porque de otra manera el proceso de investigación sería reducido a un simple ejercicio de la voluntad y no podría haber un método correcto y un método incorrecto. Ahora bien, la existencia de esta distinción es lo que separa a la investigación del tercer método de estabilizar la opinión que he descrito en el último capítulo.

La investigación, entonces, necesariamente consiste en observación e inferencia. En otras palabras, la conclusión de una investigación correctamente conducida depende, última y completamente, de las observaciones. Ahora bien, en unos pocos casos, si acaso, es necesario que los primeros productos de la observación sean los mismos para todos los investigadores que investigan con éxito un cuestión cualquiera. Las impresiones mentales, en verdad, no puede decirse, en ningún caso, que produzcan algo parecido a las sensaciones independiente de la inferencia, porque la semejanza consiste en el hecho de que cierta concepción resultará de una comparación y, por lo tanto, supone inferencia. Pero es concebible, quizás, que ningún hombre pueda alcanzar una conclusión cierta excepto por medio de una serie determinada de juicios.

Puede parecer concebible que dos investigadores cualesquiera recorran el mismo camino, y que todos sus pasos sucesivos deban ser los mismos si sus conclusiones van a estar de acuerdo. Esto, sin embargo, está muy lejos de ser el hecho. Podemos con la misma certeza inferir la rotación de la tierra a partir de los movimientos diurnos de los cuerpos celestes o a partir de la manera en que oscila un péndulo. Ni tampoco los observadores en situaciones diferentes o en momentos diferentes observan nunca los mismos hechos. En verdad, es imposible que dos investigadores estén de acuerdo hasta que se hayan tomado algunos pasos de inferencia; porque el acuerdo o la semejanza consiste únicamente en el hecho de que una comparación de dos objetos resultará en una

¹³ En las dos primeras páginas de este manuscrito hay muchas tachaduras. Esta frase aparece ella sola en la página 3 del mismo, y los compiladores de *W3* la han colocado entre sendas frases que se encuentran en la página 2.

concepción cierta, por lo que independiente de tal acto lógico los resultados inmediatos de dos impresiones mentales no concuerdan sino que son enteramente *sui generis*.

La conclusión final de una investigación depende, entonces, por completo de las observaciones y estas observaciones son totalmente privadas y peculiares para cada investigador. Aun así, las conclusiones mismas están necesariamente de acuerdo, si el proceso se ha llevado lo suficientemente lejos. Al igual que el *destino* en los cuentos de hadas es la inevitabilidad de cierto resultado, que se producirá no importa cuáles sean las condiciones antecedentes, es por lo que podemos decir que hay algo como esto en el hecho de que dos series de sensaciones, sin semejanza alguna experimentadas por dos mentes, les llevarán finalmente, con una certeza perfecta, a una conclusión¹⁴.

Es verdad que podemos evitar esta forma extraña y paradójica de concebir el hecho, dado que estamos bastante justificados por ello para decir que hay realidades externas ciertas, cuyos caracteres no dependen de lo que pensemos acerca de ellas y que estas cosas causan nuestras impresiones mentales a partir de las cuales, por el proceso lógico, llegamos a un conocimiento de cómo son las cosas externas. De esta manera, nuestras sensaciones son tan variadas como nuestras relaciones con las cosas externas. Pero la causa del acuerdo en nuestras conclusiones finales es la identidad en el objeto externo real que por medio de nuestras impresiones de los sentidos ha sido el origen de ellas. Esta exposición del tema está enteramente justificada sobre principios lógicos y, quizás, ningún filósofo moderno la ha cuestionado. Aun así, no albergo ninguna duda de que solo es otra forma de exponer el hecho de que un destino conduce a todo investigador a una conclusión predestinada, y no una solución a esa paradoja por medio de cualquier hecho nuevo. Si tuviera yo la ventaja de hacer uso de los principios de lógica que se van a demostrar, más adelante, en este libro, no pienso que tuviera mucha dificultad en convencer al lector de que esto es así. Pero sin esa ayuda, confieso que la cuestión es difícil de aclarar.

La distinción entre una realidad y una ficción es bastante evidente. Una ficción es algo cuyo carácter depende de lo que alguna mente imagine que es; una realidad es algo que es independiente de cómo tú o yo o cualquier número de personas piense sobre ella. La distinción entre lo externo y lo interno también es evidente. Lo interno es aquello cuya existencia real depende de lo que yo (o tú o alguien) piense acerca de algo. Lo

¹⁴ Esto está más extensamente desarrollado en WMS200.

externo es aquello que, en la medida en que es real, es independiente no solo de lo que yo piense acerca de ello sino también de lo que piense acerca de cualquier cosa. Pero la distinción entre lo que no es meramente externo a mi mente ni a la tuya, sino que es absolutamente independiente del pensamiento y de lo que existe en el pensamiento, hablando en general, está, pienso, lejos de estar tan clara.

Veamos, entonces, cómo adquirimos la concepción de la mente porque cuando lleguemos a esto estaremos en posesión de la distinción en cuestión.

Creo que es una opinión corriente que somos conscientes de nuestra propia existencia desde el momento mismo del nacimiento o antes; aunque Kant parece pensar que no nos damos cuenta del hecho hasta que tenemos tres o cuatro años de edad.

Al igual que nadie supone hoy que haya actualmente cualesquiera ideas innatas y, especialmente, puesto que la existencia de cualquier mente individual es un hecho contingente, debe aceptarse que el conocimiento de ello viene por la experiencia. Pero muchos filósofos sostienen que cualquier pensamiento nos informa instantáneamente que existimos. Conocer y saber que conozco son una y la misma cosa, dice Hamilton. El ‘yo pienso’ debe acompañar todos mis pensamientos, dice Kant. Si Hamilton quiere decir que no se puede hacer distinción entre saber y saber que uno sabe, es muy fácil refutarle. Hemos visto que los caracteres de la creencia son tres. Primero, hay una cierta sensación respecto a una proposición. Segundo, hay una disposición a estar satisfecho con la proposición. Y tercero, en consecuencia hay un impulso claro a actuar de ciertas maneras. Ahora bien, hay una distinción clara entre cualquier hecho y el hecho de mi creencia en ese hecho. Que el fuego quemará los dedos y que C. S. Peirce crea que el fuego quemará los dedos, son cosas distinguibles y tan distinguibles para mí como para cualquier otro. No hay nada auto-contradictorio, entonces, en suponer que una de estas aviva en mí una sensación diferente que la otra, y que debería tener una satisfacción con una que no tengo con la otra. Ni tampoco es inconcebible que yo debería actuar de una manera muy decidida cuando se planteé actualmente la cuestión de poner mis dedos en el fuego, aunque yo no estuviera, de forma alguna, seguro de que estuviera tan decidido; o yo pudiera pensar, por ejemplo, que estuviera decidido a poner mi mano en el fuego en vez de cometer algún acto desgraciado y, aun así, cuando el momento de la elección llegue, pudiera encontrarme indeciso o decidido por el otro curso de acción. Es perfectamente concebible, en consecuencia, que todos los tres caracteres de la creencia

estuvieran presentes en relación a una proposición y, aun así, ausentes en relación a la proposición «creo en esa proposición»; o *viceversa*. Pero no es necesario que el lector deba admitir tanto como esto. Es suficiente decir que es concebible que yo deba estar convencido de algo y, aun así, no haber reflexionado que es una creencia y no haber pensado en mí mismo en relación a ella, para nada. La tendencia a actuar de una cierta manera no implica pensamiento de uno mismo, porque incluso objetos inanimados tienen tendencia a actuar. Ni tampoco lo hace la ausencia de la irritación de la duda. La única cuestión es si el tener una sensación no implica un conocimiento de ella como una sensación y, en consecuencia, de mí mismo como sensible. La mayoría de los filósofos dicen que no a esto, pero James Mill y otros piensan que no hay distinción posible entre sentir y considerar ese sentir como la impresión de un *Ego* sensible; en resumen, ellos sostienen que las palabras sentir y auto-conciencia son sinónimas. Claro que en el momento que reflexionas sobre un sentir y lo retienes en la imaginación para examinarlo (que es el método de estudio que siguen estos psicólogos)¹⁵ lo consideras como un sentir. Pero, ¿es ese el caso con las incontables impresiones de los sentidos que no atraen ninguna atención particular? ¿Es auto-contradictorio decir que ello no es el caso? Es bien conocido que un hombre puede tener una sensación dispéptica y, aun así, no relacionarla con su estómago hasta pasadas varias horas, teniendo meramente el efecto de sembrar pesadumbre en su visión de las cosas. En el momento que lo considera separadamente, percibe lo que es. Parece extraño decir que pueda hacer esto y, sin embargo, negar que pueda olvidar un solo momento la relatividad de los objetos de su pensamiento e, incluso, insistir en que no hay significación literal alguna en las palabras olvido de sí mismo. Estos mismos escritores que dicen que no hay distinción concebible alguna entre el sentir y considerar ese sentir como algo que pertenece a uno mismo, se acreditan mucho ellos mismos de proclamar y extender la doctrina de la relatividad, que simplemente es que cada objeto es relativo a la mente como una impresión de ella. Ahora bien, si esto no puede obviarse por un instante, su doctrina es una mera forma de palabras, como *A* es *A*. No conozco que nadie intentara alguna vez ofrecer algún tipo de evidencia de que sentir y saber que uno siente son frases sinónimas. En ausencia de una evidencia tal tendríamos que suponer que, como distinción, parece ser claramente discernible que realmente hay una igual que la que hay entre ver y saber que el color existe solo en los ojos.

¹⁵ Paréntesis de Peirce.

Sin embargo, Kant sostiene que, aunque hay una distinción entre la cognición con auto-conciencia y la cognición sin auto-conciencia, el 'yo pienso' acompaña todos nuestros juicios; o más bien (si recuerdo correctamente) que debe *ser capaz de* acompañar a todo juicio. Porque, dice, si esto no fuera así no habría separación entre las proposiciones de las que estoy convencido y de las que no. Y continúa explicando cómo en su opinión la unidad del *ego* da razón de la consistencia de los hechos y de la continuidad del tiempo y del espacio. Él ciertamente parece haber mostrado que estas cosas están íntimamente conectadas. Pero solo es necesario para esto que debiera haber una unidad reconocida en los objetos del pensamiento y que debiera haber una unidad del ego, pero no que yo debiera siempre referir la una a la otra. Y esta parece ser casi la propia opinión de Kant. Porque él, si lo entiendo bien, no sostiene que el 'yo pienso' del que él habla es una percepción de la existencia propia o que es cualquier conocimiento de hecho en absoluto, sino solo que es una forma o punto de vista a partir del cual los objetos son concebidos. Pensar consistentemente es una cosa, pensar sobre nosotros mismos es ciertamente otra.

No hay duda de que la opinión común entre las personas que no han considerado el tema críticamente es que la mente tiene una experiencia directa de su propia existencia desde el momento en que es por primera vez consciente de cualquier cosa. Pero la sola cosa de la que podemos tener experiencia directa es una sensación. Puede decirse, sin embargo, que lo que constituye la existencia de la mente es la existencia de sus sensaciones, de forma que la experiencia de una sensación es la experiencia de la existencia de la mente. Hay alguna razón en esto, pero si fuera verdad, entonces, el conocimiento de una sensación como una sensación, es decir, que el conocimiento de ella como relativo a la mente no es ello mismo una sensación, puesto que, claramente, si hubiera nada más que una sensación, no importa cuál, no podría ser relativa a la mente si la mente es el único sistema de sensaciones, porque eso sería decir que la sensación es relativa a sí misma. Por lo que, tener una sensación es una cosa, pero conocerla como sensación no puede, bajo este punto de vista, ser una sensación. En verdad, si fuéramos a decir que la conciencia o tener sentir, o la capacidad de sentir, constituye, de alguna manera, la existencia de la mente -lo que ha sido una opinión muy común entre los filósofos, y a la que yo mismo me suscribo- entonces, decir que la existencia de una sensación es relativa a la mente solo puede significar que todo el sistema de sensaciones de una mente está conectado y que, para que una sensación entre en ese sistema, es

necesario que debiera producir un efecto sobre subsiguientes estados de conciencia y que, a menos que haga esto, no es una sensación para esa mente sino una perfecta no-entidad. Ahora bien, la acción de un estado de la mente sobre otro que le sigue no es una sensación directa sino que es lo que, en otro respecto, se llama inferencia. Por lo que, bajo este punto de vista acerca de la naturaleza de la mente, el reconocimiento de una sensación como tal es cuestión de inferencias. Esta debería ser la opinión de cualquier persona que sostiene que toda existencia es relativa; que las sensaciones existen relativamente a la mente, y la mente relativamente a las sensaciones. Sin embargo, este punto ha sido obviado por varios metafísicos de la escuela de la sensación.

Si, por otro lado, la mente tiene una existencia absoluta y es algo más que sensación o capacidad para las sensaciones, entonces, tanto más es el conocimiento de ella un asunto de inferencia y no dado en experiencia directa alguna que sea aceptada [por todos] ser mera sensación.

Los datos para extraer esta inferencia pueden estar presentes desde un período muy temprano de la vida pero no nos concierne tanto la cuestión de cuándo se extrae como la de cómo se extrae.

¿La conciencia general o sensación de vida, esa sensación que es fuerte cuando nos despertamos y en momentos de vigor, y débil en la ancianidad, la enfermedad y el adormecimiento, proporciona una base suficiente para inferir la existencia propia? Para responder correctamente a esta cuestión es necesario no perder nunca de vista el hecho de que una sensación como se presenta por primera vez no aparece como una cosa relativa sino absoluta. La palabra ‘objetivo’, etimológicamente y en su uso original, implica el aspecto de una sensación como relativo. Pero según son las palabras generalmente usadas ahora el aspecto subjetivo de una sensación es su aspecto relativo a la mente, y su aspecto objetivo es su aspecto como una auto-existencia absoluta. Una sensación, entonces, como se da por vez primera no aparece en su aspecto subjetivo sino como un objeto. La ambigüedad de las palabras ha producido gran confusión sobre este punto. Se ha dicho que porque el conocimiento de los relativos es uno, en consecuencia, al pensar en el color, por ejemplo, como un objeto, esto es como una auto-existencia, externa a nuestros cuerpos, sin referirla a los sentidos, ¡debemos también pensar en el *ego-sujeto*! Pero, de hecho, el color solo es pensado como un objeto en el sentido relativo cuando llegamos a reflexionar que es meramente una impresión de la visión.

Hemos demostrado, pues, que una sensación no es en su primera presentación, más que la mayoría de ellas lo son por lo común después, considerada como una sensación. La sensación de vida tiene una cierta analogía con la luz, y como aquella sería en principio objetivada – esto es, pensada como una existencia absoluta y no como en nosotros. No hay dificultad en referir la vivacidad de los momentos del despertar con la naturaleza, y hay una circunstancia particular que sustenta esta concepción; propiamente que estamos adormilados cuando nuestros alrededores están tranquilos y oscuros y más vivaces cuanto más ocurra en nuestro entorno. No hay ninguna sensación que no pueda ser y no sea así objetivada al principio. Aprendemos muy temprano que el hambre debe referirse por entero a nosotros mismos, pero no hay ninguna razón para dudar de que el bebé piensa solo que la leche es buena. Todo el mundo sabe cómo, cuando otros deseos se manifiestan por vez primera - con la primera experiencia de ellos -, la única concepción es la de la belleza y perfección del objeto, y que les toma un buen tiempo a un chico o a una chica descubrir que son solo ellos mismos los que están enamorados. Ya que todas las sensaciones se nos presentan primero como existencias independientes o dependientes solo la una de la otra, sin ser referidas a nosotros mismos, como la idea de un *ego* debe surgir primero cuando algo es pensado como relativo a ese *ego*, puesto que ya hemos visto que su existencia es solo inferida, por lo que solo es conocido por lo que es relativo a él, nuestro conocimiento de nosotros mismos debe aparecer como una *corrección* de nuestra visión objetiva original de las cosas. Este es un punto de extrema importancia y pido que el lector le preste su atención. Como hemos visto la mente es conocida solo por medio de las sensaciones y, en consecuencia, solo en sus relaciones con esas sensaciones. No puede, por lo tanto, haber otro conocimiento de la mente que el que llega por nuestro hallazgo de que las sensaciones son relativas a algo, porque esa es la única relación que las sensaciones tienen con la mente. Pero como las sensaciones primero aparecen y son interpretadas sin tener en cuenta su relatividad, nuestro conocimiento de la mente llega cuando encontramos necesario aplicar una corrección a nuestra interpretación basada en esto. Aquí el término sensación debe sostenerse que incluye todo lo que nos es conocido directamente por medio de nuestras sensaciones como un juicio o una imaginación, todos los cuales tienen una existencia relativa a la mente¹⁶.

¹⁶ Aquí concluye esta interesantísima digresión acerca del origen de la conciencia.

WMS205. Capítulo IV. De la realidad¹⁷

La investigación supone un verdadero y un falso, siendo la verdad y la falsedad independientes de toda opinión sobre el tema. El nombre *real* se aplica a aquello que es independiente de cómo tú o yo o cualquier número de mentes piensen que es.

Es una verdad incontestable decir que el carácter de lo que pienso depende enteramente de lo que pienso que es. Lo real, en consecuencia, no es *per se* un objeto inmediato de mi pensamiento, aunque mi pensamiento puede ocurrir que coincida con ello. Sin embargo, lo real debe influir al pensamiento o no podría, al seguir cualesquiera reglas de razonamiento, llegar a verdad alguna.

La investigación consiste necesariamente de dos partes, una por la que una creencia es generada a partir de otras creencias, que se llama *razonamiento*; y otra por la que nuevos elementos de creencia son aportados a la mente, que se llama *observación*. De esta forma, la conclusión depende enteramente de las observaciones. Pero mientras que la conclusión última es una y la misma en las mentes de todos los que impulsan la investigación lo bastante lejos, las observaciones de las que depende son para todo hombre privadas y peculiares. Las observaciones que hice ayer no son las mismas que hago hoy; ni tampoco lo son las observaciones simultáneas desde situaciones diferentes o en otras circunstancias diferentes. Dos hombres, en consecuencia, no pueden hacer la misma observación. Podemos ir más lejos y decir que ningunas dos observaciones son en sí mismas parecidas en grado alguno. El juicio de que son parecidas no está contenido en ninguna de las observaciones (ya que no se relacionan la una con la otra) sino que es una creencia generada por las dos creencias en que las dos observaciones resultan inmediatamente, por lo que es una inferencia del razonamiento, como acaba de ser definido. Por lo que nuestros razonamientos empiezan con las premisas más variadas, que no tienen en sí mismas nada en común, pero que determinan nuestras creencias de una manera tal como para conducirnos, al final, a una conclusión destinada.

Aquí está toda la declaración de hechos a partir de la que debemos inferir lo que sea que podamos conocer del modo de ser de lo real. Pero no hay ningún hecho adicional que podamos inferir a partir de estos hechos. Porque estos abarcan todo lo que

¹⁷ W3: 60-61. Así titulado por Peirce, otra versión de un capítulo IV. Se corresponde con partes de R371 y con la página 5 de R333. Fechado, sin precisión, en el otoño de 1872. Nos parece un borrador de WMS204, que hemos incluido en el cuerpo de este capítulo.

tiene lugar en el pensamiento, y respecto a algo fuera del pensamiento no podemos conocer nada.

WMS218. Capítulo 6¹⁸

Hemos visto que una cognición es un signo, y que todo signo tienes estos tres elementos: primero las cualidades que le pertenecen en sí mismo como un objeto; segundo el carácter de dirigirse a una mente; y, en tercer lugar, una conexión causal con la cosa que significa. En el Capítulo IV hemos visto lo que las cualidades generales de la cognición son en sí mismas. En el último capítulo hemos considerado cómo se dirigen ellas mismas a otras cogniciones. Ahora tenemos que considerar lo que es la naturaleza de la conexión causal entre un pensamiento y la cosa con la que se relaciona. Todo el esfuerzo de la investigación es hacer que nuestras convicciones representen a las realidades. ¿Qué es una realidad y cómo está conectada con el pensamiento? Una realidad se distingue de una ficción en que una ficción es cualquier cosa que pensemos que es. Mientras que una realidad es lo que es no importa lo que podamos pensar que es. Las realidades o bien están en la mente o bien fuera de la mente; porque un pensamiento es en sí mismo una realidad; algo en la mente. Una realidad externa es algo que no solo es lo que es no importa lo que podamos pensar que es, sino que también es independiente de lo que pensemos acerca de otras cosas. Una realidad interna tiene caracteres dependientes de nuestros pensamientos, aunque sus caracteres no se modifican porque pensemos que tiene un grupo diferente de caracteres de los que, hasta ahora, le hemos supuesto que tenía. Por esto, si yo tengo realmente la idea de un objeto rojo, esa idea es una realidad interna; su carácter depende de lo que estaba en mi mente en el momento que la tuve. Pero si hago un análisis falso, y pienso que lo que yo pensé consistía en pensar en una cierta frecuencia de vibraciones, eso no altera el hecho de que yo no estaba realmente pensando en esa frecuencia de vibraciones. Una realidad es aquello que está representado en la verdad, y la verdad es aquello a lo que apunta todo juicio. Pero hemos visto que la investigación y el razonamiento no son más que un caso particular de aquella pugna que está ocasionada por la irritación de la duda, y que la

¹⁸ W3: 77-81. Se corresponde con R379, fechado el 10 de marzo de 1873. Encontramos en él, al principio, una somera descripción del contenido de unos capítulos 3, 4 y 5, dedicados a los signos, las categorías y la inferencia, respectivamente. En este se propone explicitar la naturaleza de la conexión causal entre un pensamiento y la cosa con la que se relaciona. No obstante, el contenido propio del presente texto es una disquisición adicional sobre el tema de la realidad, por lo que los hemos incluido en el apéndice a este capítulo 2. El Profesor Ransdell tenía este texto en gran estima.

causa final de esa pugna no es más que una convicción estable; y, consecuentemente, en la investigación no aspiramos a nada más que a alcanzar la convicción final estable. Se sigue de esto que la realidad no es nada más que lo que está representado en la convicción final. La cuestión es, si esto se debe a alguna peculiar facultad nuestra por la que nuestra convicción final representará siempre la realidad que es independiente de ella, o si no se debe a ningún efecto particular de este tipo, sino meramente a la realidad y al objeto de la convicción final (dos modos diferentes de expresar la misma cosa); esto es a su ser idénticos, no meramente en nuestros casos, constituidos como estamos, sino a una identidad necesaria entre ellos, independiente de cualquier peculiaridad en la constitución de la mente. Ahora bien, en primer lugar, el hecho de que el fin de la pugna ocasionada por la irritación de la duda sea una convicción estable, no es algo que se infiera a partir de una particular ley de la mente, sino que solo afirma que dos formas de expresión son equivalentes en significado. Es solo un medio de expresar distintamente lo que queremos decir al decir que una pugna está ocasionada por la irritación de la duda. Ni tampoco hay implicada ninguna cuestión de hecho al decir que la verdad es el objeto al que se apunta en la investigación; porque la investigación implica que la concepción de la verdad sea desarrollada, y es absurdo suponer una mente que dijera esta es la verdad pero no la creo. Toda mente, en consecuencia, creará la verdad en cuanto la encuentre y, por lo tanto, este es el final de la investigación para cualquier mente. Por lo que el objeto de una opinión final estable no coincide meramente con la verdad, sino que es la verdad por la definición de las palabras. La verdad es independiente de lo que podamos pensar acerca de ella y el objeto de una opinión es una creación del pensamiento que es enteramente dependiente de lo que esa opinión es. Existe en virtud de esa opinión. Aquí parece haber una contradicción. Pero el secreto del asunto es este. La opinión final estable no es ninguna cognición particular, en tal y tal mente, en tal y tal momento, aunque una opinión individual pueda coincidir con ella por azar. Si una opinión coincide con la opinión final estable, es porque la corriente general de la investigación no la afectará. El objeto de esa opinión individual es lo que sea que se piense en ese momento. Pero si se piensa algo más que esa única cosa, el objeto de esa opinión cambia y, por ello, cesa de coincidir con el objeto de la opinión final que no cambia. La perversidad o la ignorancia de la humanidad puede hacer que esto o lo otro sea sostenido como verdadero, durante cualquier número de generaciones, pero no puede afectar a lo que sería el resultado de una experiencia y un razonamiento

suficientes. Y esto es lo que se significa por la opinión final estable. Esta, en consecuencia, no es ninguna opinión particular sino que es independiente de lo que tú o yo o un número cualquiera de hombres pueda pensar acerca de ella; y, en consecuencia, satisface directamente la concepción de la realidad. Pero el objeto de la opinión final es algo que puede ser pensado, y no trasciende por completo al pensamiento. Se sigue de nuestro razonamiento que esto no es solo un hecho, sino que está implicado en el significado de las palabras. La realidad de lo que existe es la más general de las expresiones; porque incluso una ficción es una realidad, como hemos visto, cuando se considera como algo en sí mismo, y no como representando a alguna otra cosa. Lo que se significa con la palabra existir, por lo tanto, es aquello en lo que todos los objetos concuerdan. Pero todos los objetos que podrían ser utilizados para formar tal observación general concuerdan en ser objetos del pensamiento. Y, consecuentemente, lo que existe debe ser ello mismo un objeto del pensamiento. Es decir que el pensamiento debe ser incluido como parte del significado de la palabra. No podemos tener concepción de cosa alguna que no sea un objeto del pensamiento; y una palabra a la que no se adjunta concepción alguna, no tiene ningún significado en absoluto. Consiguientemente un intento para encontrar una palabra que expresará algo que existe sin implicar que ese algo es un objeto posible del pensamiento, resultará simplemente en una expresión contradictoria o sin significado.

Definamos una cosa en ella misma que no es un objeto posible del pensamiento. El *es* es una palabra que significa un objeto del pensamiento. Por lo que una ‘cosa en sí misma’ significa un objeto del pensamiento que no es un objeto del pensamiento. Considere el asunto de una forma menos técnica. Supongamos una mente situada en un universo, parte de cuyos objetos pudieran ser objetos de su pensamiento y parte no. Esa mente estaría enteramente separada de la última parte de este universo. No podría tener ninguna idea de ningún tipo de esa parte, directa o indirecta, positiva o negativa. No podría tener idea alguna de ser excepto como una de las cosas de la primera parte de ese universo. No podría tener la idea general de ser, y la palabra que lo expresa no sería palabra para esa mente o, sino, sería utilizada en un sentido más estrecho. Nosotros, que estamos afuera de esa mente, podemos hablar de objetos que no pueden, de ninguna manera posible, ser pensados por ella, pero ella no podría utilizar una expresión tal ni adscribirle significado alguno. De la misma forma, es claro que nosotros tampoco

podemos transcender los límites de nuestra mente más de lo que ese ser puede transcender los límites de la suya; y aquello que no puede ser pensado por nosotros, de ninguna manera posible, es simplemente una expresión sin sentido. Consideremos la conexión causal entre el objeto de la cognición y la cognición misma. La realidad tiene un efecto en nuestro pensamiento y, en consecuencia, existe antes que ese pensamiento. Pero el objeto de la opinión final es contingente en base al acontecimiento futuro. Por ello, la existencia de algo en el presente depende del suceso condicional futuro de un cierto acontecimiento. Esto puede sonar extraño pero la extrañeza desaparecerá al considerar los numerosos ejemplos familiares del mismo tipo. Un diamante es realmente duro. Su dureza es una cualidad que posee todo el tiempo. Ahora bien, ¿en qué consiste esta dureza? No consiste en nada más que esto, que el cristal de roca no lo rayará. Si aún no se ha hecho el intento de rayarlo con cristal de roca, su dureza presente consiste enteramente en lo que ocurrirá en el futuro. El tintero encima de mi mesa es pesado. Y ¿en qué consiste su peso? Consiste en el hecho de que si fuera apartado de la mesa y se le dejara caer, caerá. Su peso, entonces que existe todo el tiempo, consiste en lo que ocurrirá si fuera apartado de la mesa y dejado caer. Lo que hace su peso consiste únicamente en el hecho de que se caerá siempre en una ocasión futura; y eso, aunque el que tenga peso sea la causa de su caída. Estas concepciones son perfectamente familiares para cualquiera que ha considerado el tema de las fuerzas. Toda fuerza que reside en un cuerpo consiste únicamente en el hecho de que ciertos fenómenos ocurrirán bajo ciertas condiciones. La materia es solo el centro de las fuerzas. Su existencia consiste solo en el hecho de que las atracciones y repulsiones se centran en ella. Y estas atracciones y repulsiones ellas mismas existen en lo que ocurrirá bajo ciertas condiciones. Por ello la existencia de la materia misma es del mismo tipo. Ya hemos visto que todas las cogniciones existen únicamente en el efecto que tendrán sobre cogniciones futuras. No es, en consecuencia, más que un pequeño paso afirmar que toda la realidad existe solo en virtud de lo que ocurrirá bajo ciertas condiciones en el futuro. En esta concepción del caso todas las leyes y regularidades de la naturaleza se resuelven en una necesidad histórica, en el proceso de la investigación por la que se llega a cierta conclusión. Los resultados finales de la investigación no están, en ningún grado, determinados por nuestras opiniones al principio pero están, como si dijéramos, predestinados. El método que perseguimos o la acción de nuestra voluntad, puede que acelere o retarde el momento cuando se alcance esta conclusión; pero esta está destinada

a emerger finalmente. Y toda cognición consiste en lo que la investigación está destinada en resultar.

1.4 Capítulo 3. El tiempo y el pensamiento

WMS215 [*SOBRE EL TIEMPO Y EL PENSAMIENTO*]¹

Toda mente que pasa de la duda a la creencia debe tener ideas que se siguen unas a otras en el tiempo. Toda mente que razona debe tener ideas que no solo se siguen de otras sino que están causadas por ellas. Toda mente que es capaz de crítica lógica de sus inferencias, debe ser consciente de esta determinación de sus ideas por ideas previas. Pero, ¿se presupone en la concepción de una mente lógica que la sucesión temporal en sus ideas es continua, y no paso a paso? Un continuo, tal como el que suponemos ser el espacio y el tiempo, se define como algo de lo que cualquier parte del mismo tiene partes del mismo tipo. Por lo que el punto del tiempo o el punto del espacio no es sino el límite ideal hacia el que nos aproximamos, pero que nunca podemos alcanzar al dividir el tiempo o el espacio; y, en consecuencia, nada es verdad de un punto que no sea verdad de un espacio ni de un tiempo. Un cuanto particular, por otra parte, tiene partes últimas que difieren de cualquier otra parte del cuanto en su separación absoluta unas de otras. Si la sucesión de imágenes en la mente se hace paso a paso, el tiempo para esa mente estará formado de instantes indivisibles. Cualquier idea singular será absolutamente distinguida de toda otra idea al estar presente solo en el momento transitorio. Y la misma idea no puede existir en dos momentos diferentes, a pesar de lo parecidas que se les haya permitido sentirse a las ideas, por mor del argumento, en los dos momentos diferentes. Ahora bien, una idea existe solo en la medida que la mente la piensa; y solo cuando está presente a la mente. Una idea, por lo tanto, no tiene caracteres ni cualidades sino lo que la mente piensa de ella en el momento cuando está presente a la mente. De esto se sigue que si la sucesión del tiempo fuera paso a paso, ninguna idea podría parecerse a otra; porque estas ideas, si son distintas, están presentes a la mente en momentos diferentes. Por lo tanto, en ningún momento cuando una está presente a la mente, está presente la otra. En consecuencia, la mente nunca las compara ni piensa que son parecidas; y, consecuentemente, no son parecidas; puesto que ellas son solo lo que se piensa que son en el momento que están presentes. Se pudiera objetar

¹ W3: 68-71. WMS215, de 8 de marzo de 1873. Es una versión, a nuestro parecer, algo menos elaborada de WMS216. Por lo que hemos optado para el cuerpo principal del capítulo por este último, al igual que hicieron los compiladores de *L1873* en el volumen 7 de los *CP*. El manuscrito no tiene título, el título «Sobre el tiempo y el pensamiento» fue añadido por los editores de *W3*. Los compiladores de *L1873*, o alguien, anotaron sobre el encabezamiento del propio manuscrito: «La sucesión temporal de ideas como continuo».

que, aunque la mente no piensa directamente que ellas sean parecidas; pudiera pensar reproducciones agrupadas de ellas, y así pensar que son² parecidas. Esta sería una objeción válida si no fuera necesario, en primer lugar, para que una idea fuera la representante de otra, que se pareciera a esa idea, lo que solo podría hacer por medio de alguna representación de ella otra vez, y así hasta el infinito; el enlace que debe unir a las dos primeras que vayan a ser pronunciadas parecidas, nunca se encontrará. En resumen, el parecido de las ideas implica que dos ideas, que están presentes a la mente en dos momentos diferentes, sean pensadas juntas. Y esto nunca podrá ser, si los instantes están separados unos de otros por pasos absolutos. Esta concepción, en consecuencia, debe ser abandonada y se debe reconocer, como ya presupuesto en la concepción de una mente lógica, que el flujo del tiempo es continuo. Entonces consideremos ahora cómo vamos a concebir lo que está presente a la mente. Estamos acostumbrados a decir que nada es presente salvo un instante fugaz, un punto del tiempo. Pero esta es una visión incorrecta del asunto porque un punto no difiere en ningún aspecto de un espacio de tiempo, excepto en que es el límite ideal que, en la división del tiempo, nunca alcanzamos. No puede ser, en consecuencia, que difiera de un intervalo de tiempo en este aspecto de que lo que está presente lo es solo en un instante fugaz, y no ocupa un intervalo de tiempo completo, a menos que lo que está presente sea un algo ideal que nunca se puede alcanzar, y no algo real. La concepción verdadera es que las ideas que se suceden unas a otras en un intervalo de tiempo se hacen presentes a la mente por medio de la presencia sucesiva de las ideas que ocupan las partes de ese tiempo. Por lo que las ideas que están presentes en cada una de estas partes están más inmediatamente presentes, o más bien menos mediatamente presentes que aquellas del tiempo completo. Y esta división pudiera ser llevada a cualquier extensión. Pero tú nunca llegas a una idea que esté lo bastante inmediatamente presente a la mente, y no sea hecha presente por las ideas que ocupan las partes del tiempo que ella ocupa. En concordancia, toma tiempo para que las ideas estén presentes a la mente. Están presentes durante un tiempo. Y están presentes por medio de la presencia de las ideas que están en las partes de ese tiempo. Nada está, en consecuencia, presente a la mente en un instante, sino solo durante un tiempo. Los acontecimientos de un día están menos mediatamente presentes a la mente que los acontecimientos de un año; los

² En el manuscrito original aparece, aquí, un pequeño espacio en blanco.

acontecimientos de un segundo menos mediatamente presentes que los acontecimientos de un día.

Queda mostrar que, adoptando esta concepción, se hace inteligible la posibilidad de la semejanza de dos ideas; y que, en consecuencia, no es inconcebible que una idea siguiera a otra, de acuerdo con una regla general. En primer lugar, entonces, se debe observar que bajo esta concepción, dos ideas pueden estar ambas presentes a la mente durante un intervalo más largo, mientras que están separadamente presentes en intervalos más cortos que forman el intervalo más largo. Durante este intervalo más largo están presentes a la mente como diferentes. Se las piensa como diferentes. Y este intervalo más largo abarca intervalos aún más cortos que aquellos hasta ahora considerados, durante el cual hay ideas que están de acuerdo en los aspectos que son definidos por cada una de las dos ideas, que se ven diferentes. Durante el intervalo más largo, en consecuencia, las ideas de estos intervalos más cortos se piensan como parcialmente parecidas y como parcialmente diferentes. No hay, en consecuencia, ninguna dificultad en la concepción de la semejanza de ideas. Veamos ahora lo que es necesario para que las ideas determinen unas a otras, y que la mente sea consciente de que se determinan unas a otras. Para que haya cualquier parecido entre ideas, es necesario que durante un intervalo de tiempo haya algún elemento constante en el pensamiento o en la sensación. Si imagino algo rojo, me requiere un cierto tiempo hacerlo. Y si los otros elementos de la imagen varían durante ese tiempo, en una parte debe ser invariable, debe ser constantemente rojo. Y, en consecuencia, es apropiado decir que la idea de rojo está presente a la mente en todo instante. Porque no estamos diciendo ahora que una idea está presente a la mente en un instante en el sentido objetable que ha sido referido antes, según el cual un instante diferiría de un intervalo de tiempo; sino que solo estamos diciendo que la idea está presente en un instante, en el sentido de que está presente en toda parte de un cierto intervalo de tiempo; sea lo corta que sea esa parte. La primera cosa, en consecuencia, que es requisito para una mente lógica es que haya elementos de pensamiento que estén presentes en instantes en este sentido. La segunda cosa que es requisito es que lo que está presente un instante tenga un efecto sobre lo que está presente durante el lapso de tiempo que sigue a ese instante. Este efecto solo puede ser una reproducción de una parte de lo que estaba presente en el instante; porque lo que está presente en el instante, está presente durante un intervalo de tiempo durante todo el cual el efecto estará presente. Y, en consecuencia, ya que todo lo

que está presente durante este intervalo está presente en cada instante, se sigue que el efecto de lo que está presente en cada instante está presente en ese instante. Por lo que este efecto es una parte de la idea que lo produce. En otras palabras, es meramente una reproducción de una parte de esa idea. Este efecto es la memoria en su forma más elemental. Pero se requiere algo más que esto para que la conclusión se produzca a partir de una premisa; propiamente, un efecto producido por la sucesión de una idea sobre otra.

WMS238 Capítulo IV. La concepción del tiempo, esencial en lógica³

La investigación, si se lleva lo suficientemente lejos, llevará a todas las mentes a la misma convicción, independientemente de cuáles fueran sus opiniones al inicio. El proceso es, por lo tanto, claramente uno que introduce nuevos elementos de pensamiento; y a estos se les denomina *sensaciones*. Todo pensamiento, que no sea una sensación, está determinado por algo que estaba previamente en la mente. Tal determinación de un pensamiento por otro debe, también, entrar en el proceso de investigación, o seríamos perfectamente pasivos en el asunto y no habría distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación, lo cual se presupone en lógica.

Toda mente que pasa de la duda a la convicción de alguna manera debe tener ideas que se siguen unas a otras en el tiempo. Pero toda mente que razona debe tener ideas que no solo se siguen de otras en el tiempo sino que están causadas por ellas; y toda mente que razona conscientemente - que critica argumentos - debe ser consciente de esta influencia de una idea sobre otra.

De esta manera, una sucesión de tiempo entre ideas se presupone, obviamente, en la noción de una mente lógica, pero que este tiempo necesita progresar merced a un flujo continuo, como de hecho hace el tiempo, en vez de a pasos discontinuos, no está tan claro de primeras.

Un *continuo* (tal como el espacio y el tiempo de hecho lo son) se define como algo de lo que cualquier parte, no importa lo pequeña que ella misma sea, tiene partes

³ W3: 105-106. WMS238, fechado el 1 de Julio de 1873. Nos parece una versión menos elaborada, aunque muy interesante, de WMS237, que hemos incluido en el cuerpo de este capítulo. Los compiladores de *L1873* mencionan ambos manuscritos, como relacionados, en la nota 17 de su última sección, a la que denominan PRAGMATISMO, donde incluyeron únicamente WMS239: «Que el significado del pensamiento reside en su referencia al futuro.»

del mismo tipo. Toda parte de una superficie es una superficie, y toda parte de una línea es una línea. El punto del tiempo o del espacio no es nada más que el límite ideal hacia el que nos aproximamos indefinidamente más cerca sin alcanzarlo nunca al dividir el tiempo o el espacio. Aseverar que algo es verdad de un punto no es más que decir que es verdad de tiempos y espacios, no importa lo pequeños que sean, o, si no, que es más y más casi verdad cuanto más pequeño el tiempo o el espacio, y tan cerca como queramos de ser verdad de un intervalo lo suficientemente pequeño. Por ejemplo, decimos que un cuerpo no puede ocupar más que una posición en cualquier instante. Ahora bien, de hecho, los cuerpos existen en el tiempo y se están moviendo siempre. Pero lo que es verdad es que cuanto más corto el tiempo en el que se considera la posición de un cuerpo, más determinado es y que, al adoptar este tiempo lo suficientemente corto, el rango extremo de sus posiciones puede hacerse menor que cualquier diferencia asignada. Y, entonces, nada es verdad de un punto que no está al menos en el límite de lo que es verdad para espacios y tiempos.

Un *cuanto discontinuo*, por otro lado, a diferencia de un continuo tiene partes últimas singulares, que difieren de todas las partes mayores en su separación absoluta unas de otras, ninguna dos de ellas teniendo ninguna parte similar en común.

Cualquier colección de cosas es un continuo del tipo mencionado. Tiene partes que son ellas mismas colecciones, y diferentes colecciones pueden tener partes en común. Pero en el proceso de separar una cantidad como esta llegas, finalmente, a las cosas singulares y estas no son ya susceptibles de una división de este tipo.

1.5 Capítulo 5. Los signos

WMS171. Apuntes para las conferencias sobre lógica que se impartirán en el primer trimestre del curso 1870-71¹

1. La verdad pertenece a los signos, en particular, y a los pensamientos como signos². La verdad es el acuerdo de un significado con una realidad.

2. El significado –τὸ λεκτόν– es el aspecto en que los signos que se traducen unos a otros se concibe que concuerdan. Es algo independiente de cómo la cosa significada es realmente y depende únicamente de lo que se transmite a quienquiera que interprete el signo correctamente. Si este significado es algo exterior a la mente o está solo en la mente o no es nada en absoluto (como mantenían los estoicos que originaron el término λεκτόν) es una cuestión que no puede afectar a lo apropiado de la definición de verdad que se da aquí.

3. El significado debe ser cuidadosamente distinguido del signo mismo y de la cosa significada.

Una cosa real es algo cuyos caracteres son independientes de cómo cualquier representación la represente ser.

Independiente, en consecuencia, de cómo cualquier número de hombres piense que es. El idealismo no refuta la definición.

La siguiente cuestión es en qué sentido puede decirse, de dos cosas tan inconmensurables como un significado y una realidad, que concuerdan.

El punto de contacto es la mente viva que es afectada de una manera parecida por las cosas reales y por sus signos. Y este es el único punto de contacto posible.

Yo digo «cierta cosa es azul». La imagen de lo azul que esto provoca en la mente no es copia de azul alguno en la oración. Por lo tanto, incluso si la sensación de azul es

¹ W2: 439-40. Se corresponde con R587. Fechado, sin precisión en la primavera de 1870. Estos apuntes estaban destinados a una serie de conferencias sobre lógica en Harvard, que tuvieron que ser canceladas debido a los viajes que Peirce debía realizar a Europa para el Servicio de Costas y Geodésico de los EEUU. El único ‘manuscrito’ respecto a los signos en W2. No obstante, en el cuerpo del capítulo hemos incluido la parte correspondiente a los signos del ensayo «Algunas consecuencias de cuatro incapacidades», publicado en 1868; W2, P27. El Profesor Ransdell también tenía este manuscrito en gran estima.

² Signo verdadero es aquel que significa como algo es realmente. [Nota de Peirce].

una copia del azul externo de la cosa azul, no puede haber acuerdo alguno entre la oración y la cosa salvo que ellas transmiten la misma noción a la mente.

4³. El acuerdo entre el significado de un signo y una realidad consiste en que el primero provoca la misma noción en la mente que la que provoca la realidad.

Esto es, obviamente, demasiado vago y nos muestra la necesidad de empezar con un análisis sistemático de la noción de signo.

Pero antes de proceder con este análisis podemos hacer un determinado uso de esta proposición vaga.

Esto muestra que debemos llegar a una doctrina idealista respecto a la verdad. Debemos significar por cómo son las cosas, cómo somos afectados por ellas.

Sin embargo, también existe una distinción entre una idea verdadera y una falsa. Entonces, por la verdad respecto a una cosa no significamos cómo un hombre cualquiera es afectado por una cosa.

Ni cómo una mayoría es afectada.

Sino cómo un hombre sería afectado tras una experiencia, una discusión y un razonamiento suficientes.

5⁴. Que hay una verdad acerca de todo implica que una experiencia, una discusión y un razonamiento suficientes conducirían a un hombre a una opinión determinada⁵.

Entonces, puesto que decir que una cosa es de tal y cual manera es lo mismo que decir que es verdad que es de tal y cual manera, se sigue que

6. La cosa Real es la opinión última acerca de ella.

Acerca de *ella*, es decir, acerca de la opinión última, pero no implicando la reflexión de que la opinión es ella misma esa opinión última y es la cosa real. De hecho, esta opinión es, en un sentido, un ideal en la medida que siempre se podrá tener más experiencia y más razonamiento.

³ La doctrina de la individualidad debería ir aquí. [Nota de Peirce].

⁴ La doctrina de la contradicción debería ir antes de esto. [Nota de Peirce].

⁵ La causa final actúa en la historia de la opinión. [Nota de Peirce].

WMS212 Sobre las Representaciones⁶

Una representación es un objeto que está en lugar de otro de manera tal que una experiencia del primero nos proporciona un conocimiento del segundo. Hay tres condiciones esenciales con las que toda representación debe concordar. Debe, en primer lugar y al igual que cualquier otro objeto, tener cualidades independientes de su significado. Es solo por medio de un conocimiento de estas que adquirimos cualquier información respecto al objeto que representa. De esta forma, la palabra ‘hombre’, como aparece impresa, tiene seis letras; estas letras tienen ciertas formas, y son negras. Denomino a tales caracteres, las cualidades materiales de la representación. En segundo lugar, una representación debe tener una conexión causal real con su objeto. Si una veleta indica la dirección del viento es porque el viento realmente la hace girar. Si el retrato de un hombre de una generación pasada me dice el aspecto que tenía es porque su apariencia determinó realmente la apariencia del cuadro por medio de un tren de causación, actuando en la mente del pintor. Si una predicción es digna de confianza es porque esos antecedentes, de los que el acontecimiento predicho es la consecuencia necesaria, tenían un efecto real en la producción de la predicción. En tercer lugar, toda representación se dirige ella misma a una mente. Es solo en la medida en que hace esto que es una representación. La idea de la representación misma suscita en la mente otra idea y para que pueda hacer eso es necesario que ya esté establecido en la mente algún principio de asociación entre las dos ideas. Estas tres condiciones sirven para definir la naturaleza de una representación.

Toda idea es una representación. Es algo que se nos presenta, que está en lugar de la existencia real que la produce. La percepción de la rojez, por ejemplo, está, para nosotros, en lugar de la especial longitud de vibración entre las partículas del cuerpo que suscita esa sensación. Una idea, al igual que cualquier otra representación, tiene sus cualidades materiales o la mera sensación de ella en sí misma y es esto lo único que nos permite discriminar una idea de otra. También tiene una conexión causal real con su objeto. Pero no está tan claro que sea parecida a otras representaciones en que se dirige a la mente. Parece, a primera vista, que está completa en sí misma. No puede siquiera tener cualidades materiales a menos que la mente sea consciente de ella, y si la mente es consciente de ella eso parecería ser suficiente. Me esforzaré por mostrar que esta visión

⁶ W3: 62-65. WMS212; fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1873.

del asunto es incorrecta. Se dará por supuesto, sin dificultad, que toda idea produce otra en la mente. Las ideas están agrupadas y, de esta manera, la mente establece relaciones entre ellas. Una idea que está presente en un momento se concibe como la misma que una idea que está presente en otro momento. Concibo que la rojez que percibo ahora es la misma cualidad que la que percibí hace un momento. Pero, puesto que una idea consiste solo en lo que se piensa en un momento particular, es solo lo que se piensa que es en el momento en que se piensa. Si dos ideas se piensan en momentos diferentes no son literal y estrictamente la misma. Cuando una está presente la otra está ausente y, puesto que una idea solo puede ser pensada cuando está presente, el pensamiento de una no está presente en el de la otra. Por lo que, la idea de un momento no es de ninguna manera la misma o similar a la idea de otro momento (aparte de lo que la idea sugiere a la mente). De la misma idea no puede, en consecuencia, decirse que existe en momentos diferentes; sino que cada idea debe ser estrictamente momentánea; pero un estado mental que no puede existir durante un cierto espacio de tiempo no existe en absoluto. Porque nada es verdad en un punto en el tiempo que no sea verdad en un lapso de tiempo, excepto lo que está contenido al decir que es el límite ideal de un intervalo. En consecuencia, una idea que debiera existir solo por un momento, que nunca antes de esto hubiera tenido existencia alguna en la mente en ningún momento anterior no importa lo próximo que fuese y que no hubiera tenido existencia alguna en ningún momento posterior no importa lo próximo que fuese, no tendría existencia en absoluto y, por lo tanto, una idea aparte de lo que representa y sugiere a la mente, aparte de su apelación a otra idea en la mente, no existe en la mente en absoluto. Es, por ello, una propiedad esencial de una idea que se dirija a la mente en otro momento. De esta forma, una idea es en su sentido más estricto una representación y la afirmación de que es necesario que una representación suscite una idea en la mente diferente de su propia idea se reduce a la afirmación de que una representación es algo que produce otra representación del mismo objeto; y en esta interpretación segunda o *interpretante*, la primera representación se representa como representando a cierto objeto. Esta segunda representación debe ella misma tener una representación *interpretante* y así *ad infinitum*, de manera que el proceso completo de representación nunca alcanza terminación. Una representación es tal solo en la medida que se concibe que es una. Se representa como representando a un cierto objeto. Este objeto debe, en consecuencia, estar indicado en la representación independientemente de esa parte de la

representación que lo representa que existe de una determinada manera. O podemos expresarlo así: Debe haber conectada con cualquier representación de un objeto otra representación que representa a ese objeto independientemente y debe haber una representación de que uno representa lo que sea que el otro represente. Cuando dijimos que toda representación debe dar origen y producir otra representación del mismo objeto hemos dicho que la inferencia o el silogismo es una parte esencial del proceso de representación, y cuando ahora decimos que conectada con cualquier representación de un objeto hay otra representación –una representación independiente del mismo objeto– y que la representación debe ser representada que representa otra representación del mismo objeto, hemos dicho que una proposición o un juicio es una parte esencial de la representación del objeto. Puesto que ‘A es B’ es una representación que representa que sea lo que sea se representa por la representación A es representado por la representación B, decir que ‘el hombre es mortal’ es decir que, sea la palabra o la cosa la que sea por la que ‘hombre’ está en su lugar, la palabra ‘mortal’ también está en lugar de ella. La representación no solo tiene cualidades materiales sino que también imputa ciertas cualidades a su objeto. A estas las podemos llamar sus cualidades imputadas. Por ejemplo, la palabra ‘blanca’ impresa en un libro es ella misma negra en la medida que concierne a sus propias cualidades materiales pero su cualidad imputada es blanca. El término lógico o nombre es una representación mutilada e imperfecta porque no dice nada. Necesita que se le añada algo para hacerlo referirse a cualquier objeto particular como una aseveración de que ese objeto tiene tal nombre aplicable a él, y está fijo, para empezar ese proceso interminable de sugerencia o inferencia que constituye la esencia misma de la representación. La proposición lógica ‘ello es’ falta en este último elemento, pero como la mente, por lo general, suplirá todo eso por su propia acción, se dice en términos gramaticales que está completa. A la proposición le falta la referencia a una representación *interpretante* pero no la referencia explícita a su objeto. Al término lógico le falta no solo su referencia a la representación *interpretante* sino también su referencia explícita a su objeto. Es como si meramente fuera la materialización representativa de la cualidad imputada. Esto es principalmente obvio en adjetivos como negro y similares pero estos no difieren, en forma alguna, de los nombres sustantivos. ‘hombre’ y ‘humano’ son sinónimos en la medida que concierne a la lógica aunque el uso ha discriminado entre las ocasiones en que se utilizan los dos elementos. Podemos distinguir entre diferentes tipos de signos según la relación entre sus cualidades

materiales e imputadas. Hay algunos signos cuyas cualidades imputadas se derivan y son similares a sus cualidades materiales como en el caso de un cuadro. Los colores de un paisaje no son, es verdad, los mismos que los de la naturaleza. No se corresponden exactamente pero son lo bastante parecidos a ellos como para inmediatamente sugerir a la mente la apariencia que tiene la intención de ser representada. En otros casos la conexión es puramente convencional como en el caso de la mayoría de las palabras. En la tercera clase de casos la conexión se debe a la causación natural. No puede decirse que sea meramente convencional –aunque no haya parecido alguno. Si señalo un objeto con el dedo para distinguirlo no hay parecido entre mi dedo y el objeto, pero yo imito el efecto de una fuerza de atracción aplicada al dedo que, naturalmente, lleva los pensamientos de la persona a quien me estoy dirigiendo hacia el objeto señalado.

WMS213 Sobre las Representaciones⁷

Una representación es un objeto que está en lugar de otro, de forma que una experiencia del primero nos proporciona un conocimiento del segundo. Para su existencia tres cosas son esenciales. En primer lugar debe, al igual que cualquier otro objeto, tener cualidades independientes de su significado. La palabra impresa ‘hombre’, por ejemplo, consiste de seis letras que tienen ciertas formas. Es solo por medio de una familiarización con tales caracteres distintivos que somos capaces de penetrar el significado de un signo. Denomino a tales cualidades las cualidades materiales de la representación, para distinguirlas de esas cualidades imputadas que solo pueden ser vistas por el ojo de la mente. La palabra impresa *blanca* es blanca en lo que se refiere a su cualidad imputada pero materialmente hablando es negra o roja según el color de la tinta. En segundo lugar, una representación verdadera debe tener una conexión real con su objeto. Si una veleta indica la dirección del viento es porque el viento realmente la hace girar. Si el retrato de un hombre de una generación pasada me muestra el aspecto que tenía, es porque su apariencia determinó realmente la apariencia del cuadro por un tren de causación actuando en la mente del artista. Si una predicción es digna de confianza, es porque esos antecedentes de los que el acontecimiento predicho se sigue como una consecuencia han tenido un efecto real en dar origen a la predicción. En tercer

⁷ W3: 65-66. WMS213; fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1873. Parece un borrador del anterior.

lugar, no podemos llamar una representación a nada que no apela a mente alguna. La idea del objeto representante suscita en la mente una idea del objeto representado, según algún principio de asociación ya establecido como hábito de esa mente.

Pero para entender correctamente esta tercera propiedad de la representación es requisito detenerse un momento a considerar la naturaleza de una idea. Una idea es, en primer lugar, un objeto o algo que se nos presenta. Tiene una cierta sensación que la distingue de toda otra idea. Las ideas de rojo o azul, por ejemplo, se sienten de manera diferente. Además, toda idea está conectada con algún acontecimiento real, algo que tiene lugar en los nervios o el cerebro y en muchos casos también con algún objeto externo. Por esto tiene las dos primeras de las tres propiedades de las representaciones.

Me aplicaré a mostrar que también tiene la tercera propiedad.

WMS214 Sobre la naturaleza de los signos⁸

Un signo es un objeto que está en lugar de otro para alguna mente. Me propongo describir los caracteres de un signo. En primer lugar, al igual que cualquier otra cosa, debe tener cualidades que le pertenecen se le considere o no un signo. Por ello una palabra impresa es negra, tiene un cierto número de letras y esas letras tienen unas ciertas formas. A tales caracteres de un signo les denomino su cualidad material. En siguiente lugar, un signo debe tener alguna conexión real con la cosa que significa de forma que cuando el objeto está presente o lo está como el signo lo significa estar, el signo lo significará así y no de otra manera. Lo que quiero decir se entenderá mejor con una ilustración. Una veleta es un signo de la dirección del viento. No lo sería a menos que el viento la hiciera girar. Debe haber una conexión física tal entre todo signo y su objeto. Tomemos un retrato pintado. Es el signo de la persona para quien se destina. Es un signo de esa persona en virtud de su parecido con esa persona: pero eso no es bastante – no se puede decir de cualesquiera dos cosas que son parecidas que una es un signo de la otra, pero el retrato es un signo de esa persona porque fue pintado a partir de esa persona y la representa. La conexión aquí es indirecta. La apariencia de la persona produjo una cierta impresión en la mente del pintor y eso actuó para causar que el pintor hiciera un cuadro tal como el que hizo, por lo que la apariencia del retrato es realmente

⁸ W3: 66-68. WMS214; fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1873;

un efecto de la apariencia de la persona para la que estaba destinado. Una fue la causa de la otra por medio de la mente del pintor. Tomemos cualquier afirmación que se haga concerniente a una cuestión de hecho. Está causada o determinada por el hecho. El hecho ha sido observado y la percepción del hecho que fue causado por él es causa, a su vez, de que se haga la enunciación. Sin embargo, quizás, el hecho no se percibió directamente. La enunciación puede ser una predicción. En ese caso no se puede decir que lo que la sigue ha causado lo que la precede, la predicción, pero si el acontecimiento que ha sido predicho lo ha sido por medio de algún conocimiento de su causa y esta misma causa que precede al acontecimiento también precede a alguna cognición de la mente que dio origen a la predicción, entonces, hay una conexión causal real entre el signo y la cosa significada aunque esta no consista en que uno sea el efecto de la otra, sino en que ambos son el efecto de la misma cosa. Denominaré a este carácter de los signos su pura aplicación demostrativa. En tercer lugar es necesario para que un signo sea un signo que sea considerado como un signo ya que solo es un signo para esa mente que así lo considera, y si no es un signo para cualquier mente no es un signo en absoluto. Debe ser conocido por la mente, primero, en sus cualidades materiales pero también en su pura aplicación demostrativa. Esa mente debe concebirlo conectado con su objeto de forma que sea posible razonar desde el signo a la cosa. Veamos ahora lo que implica la apelación de un signo a la mente. Produce una cierta idea en la mente, que es la idea de que es un signo de la cosa que significa, y una idea es ella misma un signo puesto que una idea es un objeto y representa a un objeto. La idea misma tiene su cualidad material que es la sensación que hay en el pensamiento. Por lo que el rojo y el azul son diferentes en la mera sensación. Esta diferencia no se asemeja de ninguna manera a la distinción que hay entre aquellas cosas en el mundo exterior que se dicen rojas y aquellas cosas que se dicen azules. Esas cosas únicamente difieren en la rapidez con que sus partículas vibran. Para que los sentidos discriminen entre los dos casos es necesario que haya alguna diferencia en la sensación pero es enteramente indiferente, en la medida que concierne a la diferencia de sensación, que sea una vibración más corta o más larga la que produce esa sensación peculiar que producen las cosas rojas. Todo lo que parece rojo puede parecer azul y viceversa y la representación será igualmente veraz con los hechos. Por ello nuestras meras sensaciones son solo la cualidad material de nuestras ideas consideradas como signos. Nuestras ideas tienen también una conexión causal con las cosas que representan sin la cual no habría conocimiento real.

No es tan claro a primera vista que nuestras ideas se asemejen a sus signos en que necesariamente apelan a alguna mente. Esa apelación podría no ser más que la producción de ciertas otras ideas en las que la primera estaría reproducida virtualmente y, según la concepción ordinaria de la mente, una vez que la idea ha llegado a la conciencia la correlación es completa. No obstante, considero esto un error de un carácter muy importante.

1.6 Capítulo 7. La cópula y el silogismo simple

WMS154. Esbozo preliminar de lógica¹

§1. La *Lógica* es la ciencia que se necesita para poner a prueba los argumentos.

La ciencia que se requiere para cualquier puesta a prueba es una que meramente divide su objeto en sus tipos naturales y describe los caracteres de cada tipo. De esta forma, ‘un detector de billetes bancarios’ proporciona el conocimiento requerido para poner a prueba billetes bancarios y meramente describe cada tipo de billete bancario, sin entrar en un cómputo de su manufactura. A tal conocimiento se le denominará ciencia *clasificatoria* en oposición a una ciencia *demonstrativa* o *causal*.

§2. Un *argumento* es un enunciado que se supone *apela* a alguna persona. Apelar es tener una relación tal con una persona que esta considerará el enunciado como si admitiera que todo conjunto de hechos, tomado como aquellos enunciados han sido tomados, determina por ciertas relaciones otro enunciado posible, y que este sería más apto de ser verdad a la larga cuando los hechos enunciados sean verdad, que lo sería una aseveración al azar².

A aquello que se pone de manifiesto se le denomina la *premisa* o *premisas*; a la proposición determinada con que la *premisa* o premisas están relacionadas se le denomina la *conclusión*; y a la implicación de que tal conclusión es habitualmente verdadera si lo son las premisas se le denomina el *principio rector*.

§3. Un argumento *válido* (opuesto a un argumento *falaz* o *falacia*) es aquel cuyo principio rector es verdadero.

Un argumento *demonstrativo* (opuesto a meramente *probable*) es aquel cuyo primer principio haría verdadera a *toda* conclusión tal y no meramente al mayor número de ellas.

§4. Un argumento determina que su conclusión sea verdadera, únicamente si tanto el principio rector como las premisas son verdaderos. Todo lo que se requiera, aparte de las premisas, para determinar la verdad de la conclusión está *ipso facto* implicado en el

¹ W2: 294-97. Se corresponde con R742, fechado, sin precisión, en el otoño de 1869. Es un manuscrito desubicado en W2 que, sin embargo es pertinente para el capítulo dedicado a la cópula y el silogismo.

² Esto plantea suficientemente los elementos esenciales de un argumento; pero no lo define, puesto que al introducir la noción de verdad comete un dilema o petición de principio. [Nota de Peirce].

principio rector. Por esto, todo hecho (no superfluo) que se desprenda de las premisas se añade al principio rector; y no se puede eliminar ningún hecho del principio rector sin haberlo añadido a las premisas. Sin embargo, no todo lo que está en las premisas puede ser incluido en el principio rector, puesto que no hay argumento alguno que enuncie nada. Ni tampoco hay un argumento sin principio rector, porque si nada se implica la conclusión está ya enunciada en las premisas. Pero un mero enunciado no es un argumento.

§5. Que hay un cierto principio rector mínimo, del que no se puede prescindir, puede ilustrarse como sigue. Sea un cierto argumento A y su conclusión, B. Entonces podemos decir que el principio rector es que «Si A es verdad, B es verdad». Tomemos esto como una premisa adicional y el argumento resulta:

Si *A*, *B*

Pero *A*

Ergo B.

El principio rector de esto es claramente que si dos hechos están relacionados como razón y consecuente y la razón es verdad, el consecuente es verdad. Hagamos otra premisa de esto y el argumento resulta: Si un enunciado se relaciona con otro de forma que si el primero es verdadero, el segundo también lo es.

A está relacionado así con *B* y es verdadero

Ergo B es verdadero.

Ahora bien, el principio rector de esta es claramente el mismo que el de la última forma previa del argumento. Aquí, en consecuencia, hay un principio rector del que no se prescinde al incluirlo en la premisa. Y como es absurdo decir que cualquier cosa puede ser eliminada del principio rector al quitar cualquier cosa de las premisas, es claro que este principio debe haberse ocultado en el principio rector incluso en la primera forma del argumento.

A un argumento en el que se ha eliminado, de esta manera, todo lo que puede eliminarse del principio rector se le denomina un argumento *completo* en oposición a un argumento *incompleto* o *retórico*, o *entimema* ³.

³ Aristóteles identifica el argumento retórico con el probable. Esto es un error. [Nota de Peirce]. Un entimema es un argumento en el que se obvia una de las premisas. [Nota del traductor].

La lógica no es la enciclopedia, claro. Aquellas cosas a las que posiblemente puede requerirse ser enunciadas, no tienen como tales una verdad en común y son, en detalle, el objeto de las diversas ciencias. Por esto, la lógica no da cuenta de la verdad de las premisas, ni de nada que pudiera aparecer como premisa si el argumento fuera puesto en la forma completa. Por otra parte, todo lo que no puede ser eliminado del primer principio se da por supuesto para cada ciencia y no se pone de manifiesto; por esto, la lógica no da cuenta de estas cosas. La lógica puede, claro está, definirse como la ciencia de los primeros principios de los argumentos completos; y a tales primeros principios se les denomina, apropiadamente, *principios lógicos*.

El ejemplo de principio lógico que hemos dado más arriba ilustra un carácter importante de todos estos principios; señaladamente, que no solo no pueden enunciarse en argumentos sin superfluidad sino que, en un sentido, no pueden enunciarse en absoluto. El enunciado que contiene solamente un principio lógico no contiene hecho alguno. Para inferir de forma que estemos en concordancia con los principios lógicos, debemos inferir una conclusión determinada, pero para *enunciar* aquello que implicará un principio lógico no estamos obligados, de ninguna manera, a hacer enunciado definido alguno.

§6. Una *proposición* es una disposición de términos significativos, así dispuestos para enunciar algo.

Enunciar es proponer representar un objeto – o, en otras palabras, representar que, todo lo que representa un cierto término significativo, se representa con otro término significativo.

A la manera en que los términos significativos son juntados – o al signo de que son así juntados – se le denomina la *cópula*. Esto es esencialmente lo mismo para todas las proposiciones.

Al término cuyo objeto se dice que está representado por otro se le puede denominar el *sujeto verdadero*; a aquello que se dice que representa al objeto de otro puede denominársele el predicado verdadero.

§7. Un *término significativo* es algo que está en lugar de un objeto, por medio de su relación con un cierto símbolo o unos ciertos símbolos.

Un *símbolo* es algo a lo que se *imputa* un cierto carácter, es decir, que está en lugar de todo objeto que pueda tener ese carácter.

§8. La mera iteración no es un argumento, porque no apelaría a ninguna mente que no admitiera el hecho aseverado, y a una que ya lo hubiera admitido no le afectaría. En resumen, no cae estrictamente bajo la definición de argumento ni tampoco es análogo a ella. Toda conclusión, en consecuencia, enuncia algo diferente de cualquiera de sus premisas. Pero la cópula es la misma para todas las proposiciones. Por esto, la conclusión debe obtenerse a partir de cualquier premisa por la sustitución de uno o varios términos significativos.

Que otro u otros términos significativos puedan sustituirse por un término o unos términos de una premisa, requiere que sean puestos dentro de otra premisa en un argumento completo, a menos que la sustitución esté totalmente determinada por un principio implicado por toda sustitución argumentativa como esta. Pero en este caso el principio estaría implicado en la propia premisa misma y, en consecuencia, la conclusión meramente repetiría una parte de lo que está implicado en la premisa, lo que acabamos de ver que es imposible. En todos los caso, en consecuencia, se requiere una segunda premisa para expresar la condición que hace posible sustituir la conclusión por la primera premisa.

Si se requiere más de una premisa para expresar el hecho de que la conclusión puede ser sustituida por cualquier premisa dada, entonces, o estas otras premisas por sí mismas producen una conclusión que expresa este hecho o se pueden hacer sustituciones sucesivas con proposiciones singulares. Por esto, todo argumento con más de dos premisas puede ser dividido en argumentos de dos premisas. A estos argumentos se les denomina *simples*, en oposición a los argumentos *complejos*.

§9. La sustitución de la conclusión por una premisa es, como hemos visto, la sustitución de un término por otro.

Ahora bien, es evidente que la única sustitución de este tipo que produce necesariamente una conclusión verdadera, a partir de premisas verdaderas, es la sustitución por un sujeto o un predicado de otro término que no tiene como sujeto o predicado ninguna función o ningún valor más allá del que tiene el término por el que es sustituido.

De esta forma obtenemos un argumento como este:

S no tiene ninguna fuerza como sujeto más allá de M

P no tiene ninguna fuerza como predicado más allá de M

... S es P

O, en otro lenguaje:

S es denotado por M

M connota P

... S es P

Este principio es el de la *deducción*.

§10. Pasando por alto, de momento, las divisiones de modo y figura y, también, la cuestión de si hay otra forma de predicación excepto aquella en que *se dice que el predicado denota el sujeto y que es connotado por el sujeto*, llegamos a otro principio de inferencia⁴.

WMS164. Lecciones de lógica práctica⁵

Lección 1

El objeto de este curso es el de enseñar algo acerca del arte de investigar la verdad.

Es realmente una cuestión de poca consecuencia si esta es una definición apropiada de la lógica o no. Eso es una mera cuestión de palabras; pero los seres humanos, que no han estudiado la lógica concienzudamente, son muy capaces de confundir cuestiones de palabras y cuestiones de hecho – tanto al considerar las discusiones verbales como discusiones reales como al considerar las discusiones reales como meramente verbales -, que haré bien en decir unas pocas palabras en defensa del nombre que he dado a este curso de lecciones. Y, además, estoy, quizás, obligado a mostrar que el tema con que la instrucción se relaciona realmente es el mismo que el anunciado.

⁴ Así acaba este WMS. Probablemente continuaría con la inducción.

⁵ *W2*: 348-350. Fechado, sin precisión, en el invierno de 1869-70. Otro manuscrito que nos parece desubicado en *W2*, aunque los editores lo incluyeron, junto con WMS165 y WMS166, en un apartado que denominaron «Lógica práctica». A nosotros nos parece pertinente para el apéndice del capítulo de la cópula y el silogismo del libro proyectado en 1872-73, especialmente la segunda parte dedicada a las *consecuencias*. También está incluido en el apéndice dedicado a los textos adicionales para el proyecto de libro de lógica según el criterio del Profesor Ransdell.

Ahora bien, si examinan la lógica de Hamilton o cualquiera de esas lógicas que son el resultado inmediato del kantismo puro como lo era la suya (no su sistema peculiar, sino sus conferencias en las que su sistema no aparece como fue desarrollado después) encontrarán a la lógica definida como la ciencia del pensamiento como pensamiento – o algo parecido. Esta es una noción del tema extremadamente diferente de aquella de la que yo parto. Tomen, por ejemplo los admirables *Prolegomena Logica* del Sr. Mansel donde la noción kantiana de la lógica se despliega de la manera más consistente y bella.

Consecuencias

Una *consecuencia* es el enunciado de que un hecho se sigue de otro.

A la expresión del primer hecho se le denomina el *antecedente*.

A la expresión del segundo hecho se le denomina el *consecuente*.

Nota. La investigación de las consecuencias constituye la *Lógica*. Todas las cuestiones de la psicología son, en consecuencia, irrelevantes para la ciencia de la lógica por lo general, aunque pueden, sin duda, ser importantes en referencia a algunos tipos de consecuencias particulares cuando un hecho psicológico está explícita o implícitamente implicado en el antecedente.

Las consecuencias pueden dividirse, en primer lugar, en *materiales* y *formales*. Si el hecho expresado en el consecuente es el mismo que el expresado en el antecedente o es una parte de él, entonces la consecuencia es una expresión vacía y sin significado a menos que las formas de expresión del antecedente y del consecuente difieran, en cuyo caso la consecuencia es el enunciado de un hecho concerniente a la relación de estas formas de expresión. A tal *consecuencia* se le denomina *formal*; pero a una que exprese un hecho concerniente a las materias en cuestión y no meramente concerniente a la expresión de ellas se le denomina *material*.

Si Sócrates es mortal, Sócrates es mortal

es una expresión vacía. Es una forma particular de sin sentido. No implica ningún absurdo, no carece de significado en su construcción gramatical pero no llega a decir nada.

Tomen esta

Sócrates muere; ergo, Sócrates es mortal

Esta es una consecuencia formal. El significado del consecuente está implicado en el significado del antecedente.

Sócrates muere valerosamente; ergo Sócrates es mortal.

Sócrates muere antes que Platón; ergo Sócrates es mortal.

Sócrates muere y Platón vive; ergo Sócrates es mortal.

Sócrates muere y Platón es un hombre; ergo Sócrates es mortal.

Algún ser humano muere y otro vive; ergo, algún ser humano muere.

Algún ser humano muere y, también, mueren todos los demás;
ergo, algún ser humano muere.

Todo ser humano muere; ergo, algún ser humano muere.

Estas son todas consecuencias formales.

La siguiente es una consecuencia material

Sócrates es un ser humano; en consecuencia, Sócrates es mortal

Porque si un ser humano descubriera el elixir de la vida, no por ello cesaría de ser un ser humano.

Esta distinción entre consecuencias materiales y formales es una de las más importantes prácticamente en toda la extensión de la lógica.

WMS169. Un Sistema de Lógica⁶

Capítulo I. El silogismo

§1. Por qué comenzamos con el silogismo.

La causa de la existencia de la lógica ha sido, como hecho histórico, el deseo de tener una ciencia que ponga a prueba las inferencias. Admito que la lógica sirve a otros fines y es susceptible de una definición más digna; pero eso no puede entenderse al comienzo.

Antes de Aristóteles la lógica consistía en un método inductivo de alcanzar definiciones, y en una gran cantidad de sofismas. Lo primero era un modo de extraer inferencias de forma que fueran ciertas. Y, ¿cuál era el interés de los sofismas? Demostrar, quizás, que las cosas eran auto-contradictorias. Pero, hasta ahí, no producían

⁶ W2: 430-32. Otro manuscrito desubicado en W2, fechado, sin precisión, en invierno-primavera de 1870.

ningún conocimiento lógico; solo cuando el interés de ellas llegó a ser la prueba de la suficiencia y validez de las formas adoptadas del pensamiento se hizo, de repente, necesario tener una ciencia del silogismo. Pienso que debe haber sido que el examen de esos sofismas hizo mucho para crear la teoría silogística de Aristóteles. En la medida en que esto sea un relato verdadero del origen de la lógica, esta se originó en el deseo de diseñar una teoría de la inferencia.

Pero, como muestra Duns Escoto⁷, trate de lo que trate la lógica, además de las inferencias, es decir, de las proposiciones y de los términos, estos son solo partes de los silogismos y solo se trata sobre ellos en lógica en su referencia al silogismo. ¿Por qué es el tratamiento gramatical de las proposiciones tan diferente al de la lógica? Meramente porque la lógica solo considera aquellas diferencias entre las proposiciones de las que dependen las diferencias entre los silogismos. La lógica no dice nada acerca de las oraciones interrogativas, imperativas y optativas, que son de una importancia fundamental en la teoría general de las proposiciones; pero, por otro lado, a las distinciones de afirmativo y negativo, universal y particular, que apenas merecen ser mencionadas en la gramática, se les permite, siempre, tener la más distinguida importancia en la lógica.

La razón sencillamente es que las interrogaciones, las órdenes y los deseos no pueden formar parte de un silogismo, mientras que la diferencia entre un silogismo válido y uno no válido dependerá, a menudo, de la diferencia entre una proposición universal y una particular o entre una proposición afirmativa y una negativa. Lo mismo puede decirse de los términos. Los principios de extensión y comprensión, distinción y confusión, son los que la lógica considera importantes en lo relativo a la teoría de la inferencia, mientras que las distinciones de nombre y adjetivo, nombres simples y compuestos, singulares y plurales, junto con las innumerables distinciones de verbos, que omite, no tienen ningún peso sobre la inferencia.

Con esta convicción, creo que es por completo incorrecto tratar las proposiciones y los términos antes que el silogismo; puesto que no se introduce ninguna distinción de proposiciones y términos que la teoría del silogismo no requiera, no debería introducirse ninguna antes de que la teoría del silogismo muestre la necesidad de hacerlo.

⁷ *Super Universalia*., quaestio 3. Escoto sostiene que el objeto de la lógica es el silogismo. [Nota de Peirce]. Duns Scotus. *Quaestiones Scoti super Universalia Porphyrij: necnon Aristotelis Praedicamenta ac Peryarmenias*. Venecia: B. Locatellus, 1508.

[Ver nota A. sobre la definición de lógica]⁸

§2. Sobre los caracteres esenciales de un argumento

Durante el siglo XIII entró en uso una forma de argumento diferente del silogismo, que fue llamada la *consequentia* y que merece consideración. He aquí un ejemplo real de este argumento que copio de Duns Escoto, y del que haré un texto explicativo.

Es un argumento para mostrar que el tema del libro de las categorías de Aristóteles no son las diez categorías, fundado en el supuesto de que es una obra de lógica. Resumo someramente el argumento.

De istis est scientia realis; non ergo Logica. Consequentia partet per Aristotelem 3. de Anima, cont. 38. *Scientiae secantur, ut res*; sed Logica est diversa ab omni scientia reali; ergo subiectum eius a subiecto cuiuslibet scientiae realis et diversum. Probatio antecedentes; quia de istis determinat Metaphysicus, ut patet 5 Metaph. Cont. 14. et inde, et 7. Metaphysicae, cont. 1. et inde.

Lo que traduciré como sigue. Una ciencia real trata de las diez categorías; la lógica, en consecuencia, no lo hace. La consecuencia (la validez del nexo entre antecedente y consecuente) aparece, en lo que Aristóteles dice, en el tercer libro, *De Anima* contexto 38. «Las divisiones de las ciencias siguen las divisiones de los objetos con los que se relacionan». Ahora bien, la lógica es otra que cualquier ciencia real y, por consiguiente, su tema es otro que el de cualquier ciencia real. Prueba del antecedente: La metafísica trata de las diez categorías, como aparece en dos pasajes de Aristóteles.

Se percibirá que esta forma de plantear un argumento supone que un argumento está compuesto de un antecedente, o premisa, y de un consecuente (*consequens*) o conclusión; mientras que la validez del argumento depende de la verdad de un principio general llamado la *consecuencia* (*consequentia*).

⁸ No hemos podido encontrar esta nota A.

1.7 Capítulo 10. Los términos relativos y conjugativos

1.7.1 P30. Sobre una ampliación del cálculo lógico de Boole¹

El uso principal del cálculo lógico de Boole reside en su aplicación a los problemas que conciernen a la probabilidad. Consiste, esencialmente, en un sistema de signos para denotar las relaciones lógicas de clases. Los datos de cualquier problema pueden expresarse por medio de estos signos, si se permite que las letras del alfabeto estén en lugar de las clases mismas. A partir de tales expresiones, por medio de ciertas reglas de transformación, se pueden obtener expresiones para las clases (de sucesos o de cosas) cuya frecuencia se busque, en los términos de aquellas cuyas frecuencias son conocidas. Finalmente, si se conocen ciertas relaciones entre las relaciones lógicas y las operaciones aritméticas, estas expresiones para los sucesos pueden convertirse en expresiones de su probabilidad.

Se propone, primero, mostrar el sistema de Boole de forma modificada y, segundo, examinar la diferencia entre esta forma y la del propio Boole.

Permítase que las letras del alfabeto denoten clases sean estas de cosas o de sucesos. Es obvio que un suceso puede ser o bien singular como ‘este amanecer’ o bien universal como ‘todos los amaneceres’. Permítase que el signo de igualdad con una coma debajo exprese la identidad numérica, de forma que $a =, b$ signifique que a y b denotan a la misma clase, a la misma colección de individuos.

Permítase que $a +, b$ denote a todos los individuos contenidos en a y b juntas. La operación que, aquí, se realiza diferirá de la adición aritmética en dos aspectos: primero, porque tiene una referencia a la identidad, no a la igualdad; y, segundo, porque aquello que es común a a y a b no se cuenta dos veces, como ocurriría con la aritmética. La primera de estas diferencias, sin embargo, no representa nada, en la medida que el signo de identidad indicase la distinción en la que se funda; y, en consecuencia, pudiéramos decir que

$$(1.) \quad \text{Si ningún } a \text{ es } b \quad a +, b =, a + b$$

Es claro que

¹ W2: 12-23. Fechada el 12 de marzo de 1867. La primera de las presentaciones de la *American Academy Series*. El contenido es relevante, también, para el apéndice al capítulo 11 sobre las probabilidades. Lo hemos incluido aquí porque introduce parte de la notación que adoptará para las operaciones con los términos relativos.

$$(2.) \quad a +, a =, a$$

y, también, que el proceso denotado por $+, ,$ al que llamaré el proceso de la *adición lógica*, es tanto conmutativo como asociativo. Es decir

$$(3.) \quad a +, b =, b +, a$$

y

$$(4.) \quad (a +, b) +, c =, a +, (b +, c)$$

Permítase que a, b denote a los individuos contenidos, a la vez, en las clases a y b ; de los que a y b son la especie común. Si a y b fueran sucesos independientes, a, b denotaría al suceso cuya probabilidad es el producto de las probabilidades de cada uno. Basada en la fuerza de esta analogía (por no hablar de ninguna otra), a la operación que indica la coma puede llamársele la *multiplicación lógica*. Es claro que

$$(5.) \quad a, a =, a$$

La multiplicación lógica es, evidentemente, un proceso conmutativo y asociativo. Esto es

$$(6.) \quad a, b =, b, a$$

$$(7.) \quad (a, b), c =, a, (b, c)$$

La adición lógica y la multiplicación lógica son doblemente distributivas, de forma que

$$(8.) \quad (a +, b), c =, a, c +, b, c$$

Y

$$(9.) \quad a, b +, c =, (a +, c), (b +, c)$$

Prueba. Permítase que $a =, a' + x + y + o$

$$b =, b' + x + z + o$$

$$c =, c' + y + z + o$$

donde cualquiera de estas letras puede desaparecer. Estas fórmulas comprenden toda posible relación de a, b y c ; y se sigue de ellas que

$$a +, b =, a' + b' + x + y + z + o \quad (a +, b), c =, y + z + o$$

Pero

$$a, c =, y + o \quad b, c =, z + o \quad a, c +, b, c =, y + z + o \quad \dots (8.)$$

Por lo que

$$a, b =, x + o \quad a, b +, c =, c' + x + y + z + o$$

Pero

$$(a +, c) =, a' + c' + x + y + z + o \quad (b +, c) =, b' + c' + x + y + z + o$$

$$(a +, c), (b +, c) =, c' + x + y + z + o \quad \dots (9.)$$

Permítase que $-$, sea el signo de la *sustracción lógica*, definido tal que

$$(10.) \quad \text{Si } b +, x =, a \quad x =, a -, b$$

Aquí se observará que x no está completamente determinado. Puede variar desde a hasta a sustraído de b . Este mínimo puede denotarse con $a - b$. Debe, también, observarse que si la esfera de b alcanza, en alguna medida, más que a , la expresión $a -, b$ no es interpretable. Entonces, si denotamos al negativo contradictorio de una clase con la letra que denota a la clase misma, con una línea por encima², y si denotamos con v a una clase totalmente indeterminada, y si permitimos que $[0 -, 1]$ sea un símbolo que no se pueda interpretar de ninguna manera, tenemos

$$(11.) \quad a -, b =, v, a, b + a, b^- + [0 -, 1], a^-, b$$

que no es interpretable a menos que

$$a^-, b =, 0.$$

Si definimos *cero* con las identidades siguientes, en que x puede ser cualquier clase.

$$(12.) \quad 0 =, x -, x = x - x$$

entonces *cero* denota a la clase que no va más allá de ninguna clase, esto es *nada*, o la no entidad.

Léase $a; b$ como a dividido lógicamente entre b , y defínase con la condición que

$$(13.) \quad \text{Si } b, x =, a \quad x =, a; b$$

X no está completamente determinado por esta condición. Variará desde a hasta $a + b^-$, y no será interpretable si a no está completamente contenido en b . Por ello, permitiendo que $[1; 0]$ sea algún símbolo no interpretable,

² De forma que, por ejemplo, a^- denote no- a . [Nota de Peirce].

$$(14.) \quad a; b =, a, b + v, a^-, b^- + [1;0] a, b^-$$

que no es interpretable a menos que

$$a, b^- =, 0.$$

La unidad puede definirse con las siguientes identidades en las que x puede ser cualquier clase.

$$(15.) \quad 1 =, x; x = x: x.$$

Entonces la *unidad* denota a la clase de la que cualquier clase es una parte; es decir, *lo que es o ens*.

Es claro que, si, por el momento, permitimos que $a: b$ denote al valor máximo de $a; b$, entonces

$$(16.) \quad x^- =, 1 - x =, 0: x.$$

De forma que

$$(17.) \quad x, (1 - x) =, 0 \quad x +, 0: x =, 1.$$

Las reglas para la transformación de las expresiones que implican a la sustracción y a la división serían muy complicadas. Por lo que se recurre al método siguiente.

Es claro que cualquier operación que consista únicamente en la adición y la multiplicación lógicas, y que se realice sobre símbolos interpretables, no puede dar como resultado algo no interpretable. Por ello, si $\varphi + \times x$ significa una operación tal realizada sobre símbolos de los que x es uno de ellos, tenemos

$$\varphi + \times x =, a, x + b, (1 - x)$$

donde a y b son interpretables.

Es claro, también, que todas las cuatro operaciones cuando se realizan de cualquier forma sobre cualesquiera símbolos darán, por lo general, un resultado del cual un término es interpretable y el otro no lo es; aunque uno cualquiera de estos términos pueda desaparecer. Tenemos, entonces,

$$\varphi x =, i, x + j, (1 - x).$$

Hemos visto que, si cualquiera de los coeficientes i y j no es interpretable, el otro factor del mismo término no es nada o, en caso contrario, toda la expresión no es interpretable. Pero

$$\varphi(1) =, i \quad y \quad \varphi(0) =, j.$$

Por ello,

$$(18.) \quad \varphi x =, \varphi(1), x + \varphi(0), (1 - x)$$

$$\varphi(x \text{ e } y) =, \varphi(1 \text{ y } 1), x, y + \varphi(1 \text{ y } 0), x, y^- + \varphi(0 \text{ y } 1), x^-, y + \varphi(0 \text{ y } 0), x^-, y^-.$$

$$(18'.) \quad \varphi x = (\varphi(1) +, x^-), (\varphi(0) +, x)$$

$$\varphi(x \text{ e } y) =, (\varphi(1 \text{ y } 1) +, x^- +, y^-), (\varphi(1 \text{ y } 0) +, x^- +, y),$$

$$(\varphi(0 \text{ y } 1) +, x +, y^-), (\varphi(0 \text{ y } 0) +, x +, y).$$

Desarrollando $x -, y$ por (18), tenemos,

$$x -, y =, (1 -, 1), x, y + (1 -, 0), x, y^- + (0 -, 1), x^-, y + (0 -, 0), x^-, y^-.$$

Por lo que, por (11),

$$(19.) \quad (1 -, 1) =, v \quad 1 -, 0 =, 1 \quad 0 -, 1 =, [0 -, 1] \quad 0 -, 0 =, 0.$$

Desarrollando $x; y$ de la misma manera, tenemos³

$$x; y =, 1; 1, x, y + 1; 0, x, y^- + 0; 1, x^-, y + 0; 0, x^-, y^-.$$

De forma que, por (14),

$$(20.) \quad 1; 1 =, 1 \quad 1; 0 =, [1; 0] \quad 0; 1 =, 0 \quad 0; 0 =, v.$$

Boole da (20), pero no (19).

Al resolver identidades debemos recordar que

$$(21.) \quad (a +, b) - b =, a$$

$$(22.) \quad (a -, b) +, b =, a.$$

El valor de b no puede obtenerse a partir de $a -, b$.

$$(23.) \quad (a, b) / b =, a$$

$$(24.) \quad a; b, b =, a.$$

El valor de b no puede determinarse a partir de $a; b$.

Dada la identidad $\varphi x = 0$.

Se requiere eliminar x .

³ $a; b, c$ deben adoptarse siempre como $(a; b), c$, no como $a; (b, c)$. [Nota de Peirce].

$$\varphi(1) =, x, \varphi(1) + (1 - x), \varphi(1)$$

$$\varphi(0) =, x, \varphi(0) + (1 - x), \varphi(0).$$

Multiplicando lógicamente estas identidades, obtenemos

$$\varphi(1), \varphi(0) =, x, \varphi(1), \varphi(0) + (1 - x), \varphi(1), \varphi(0).$$

Puesto que dos términos desaparecen, por (17).

Pero, tenemos, por (18),

$$\varphi(1), x + \varphi(0), (1 - x) =, \varphi x =, 0.$$

Multiplicando lógicamente por x obtenemos

$$\varphi(1), x =, 0$$

y por $(1 - x)$ obtenemos

$$\varphi(0), (1 - x) =, 0.$$

Sustituyendo los valores de arriba, tenemos

$$(25.) \quad \varphi(1), \varphi(0) =, 0 \text{ cuando } \varphi x =, 0.$$

Dado $\varphi x =, 1$.

Se requiere eliminar x .

Sea $\varphi'x =, 1 - \varphi x =, 0$

$$\varphi'(1), \varphi'(0) =, (1 - \varphi(1)), (1 - \varphi(0)) =, 0$$

$$1 - (1 - \varphi(1)), (1 - \varphi(0)) =, 1.$$

Ahora, desarrollando según (18), solo que en referencia a $\varphi(1)$ y $\varphi(0)$ en vez de a x e y ,

$$1 - (1 - \varphi(1)), (1 - \varphi(0)) =, \varphi(1), \varphi(0) + \varphi(1), (1 - \varphi(0)) + \varphi(0), (1 - \varphi(1))$$

Pero, por (18), también tenemos

$$\varphi(1) +, \varphi(0) =, \varphi(1), \varphi(0) + \varphi(1), (1 - \varphi(0)) + \varphi(0), (1 - \varphi(1)).$$

De forma que

$$(26.) \quad \varphi(1) +, \varphi(0) =, 1 \text{ cuando } \varphi x =, 1.$$

Boole da (25), pero no (26).

Pasamos ahora de la consideración de las *identidades* a la de las *ecuaciones*.

Permítase que toda expresión de una clase tenga un segundo significado, que sea su significado en una ecuación. Propiamente, permítasele que denote a la proporción de individuos de esa clase que se encuentren entre todos los individuos de esa clase a la larga.

Entonces tenemos

$$(27.) \quad \text{Si } a =, b \quad a = b$$

$$(28.) \quad a + b = (a +, b) + (a, b).$$

Permítase que b_a denote a la frecuencia de bs entre los as . Entonces, considerada como una clase, si a y b son sucesos, b_a denota el hecho de que si a ocurre b ocurre.

$$(29.) \quad ab_a = a, b.$$

Será conveniente manifestar algunas propiedades fundamentales y obvias de la función b_a .

$$(30.) \quad ab_a = ba_b$$

$$(31.) \quad \varphi(b_a \text{ y } c_a) = (\varphi(b \text{ y } c))_a$$

$$(32.) \quad (1 - b)_a = 1 - b_a$$

$$(33.) \quad b_a = \frac{b}{a} + b_{(1-a)} \left(1 - \frac{1}{a}\right)$$

$$(34.) \quad a_b = 1 - \frac{1-a}{b} b_{(1-a)}$$

$$(35.) \quad (\varphi a)_a = (\varphi(1))_a.$$

La aplicación del sistema a las probabilidades puede mostrarse mejor con unos pocos ejemplos, algunos de los cuales seleccionaré de la obra de Boole, para que las soluciones que se ofrecen aquí puedan compararse con las suyas.

Ejemplo 1. Dadas la proporción de los días en que graniza y la proporción de los días en que truena. Se requiere la proporción de los días en que ocurren las dos cosas.

Permítase que

$1 =$, días,

$p =$, días en que graniza,

$q =$, días en que truena,

$r =$, días en que graniza y truena.

$$p, q =, r$$

Entonces, por (29),

$$r = p, q = pq_p = qp_q.$$

Respuesta. La proporción requerida es una fracción desconocida de la menor de las dos proporciones dadas, no menor que $p + q - 1$.

Por p puede haberse denotado la probabilidad de la premisa mayor, y por q la de la menor, de un silogismo hipotético de la siguiente forma:

Si se escucha un ruido, siempre ocurre una explosión;

Si se aplica una cerilla a un barril de pólvora, se escucha un ruido;

. . Si se aplica una cerilla a un barril de pólvora, siempre ocurre una explosión.

En este caso, el valor dado a r habría representado la probabilidad de la conclusión. Ahora bien, Boole (p.284) soluciona este problema con su método no modificado, y obtiene la respuesta siguiente:

$$r = pq + a(1 - q)$$

donde a es una constante arbitraria. Aquí, si $q = 1$ y $p = 0$, $r = 0$.

Es decir, su respuesta implica que si la premisa mayor es falsa, y la menor verdadera, la conclusión debe ser falsa. Que esto no es realmente así lo muestra el ejemplo anterior. Boole (p.286) se ve obligado a concluir que «las proposiciones que, cuando son verdaderas, son equivalentes, no son necesariamente equivalentes cuando se las considera solo probables». Esto es absurdo, porque la probabilidad pertenece a los sucesos denotados, y no a las formas de expresión. La probabilidad de un suceso no se ve alterada por la traducción de un lenguaje a otro.

Boole, de hecho, plantea el problema en forma de ecuación de una manera errónea (un error cuya prevención es el propósito principal del cálculo lógico), y procede como si el problema fuera como sigue:

Siendo conocidas cuál sería la proporción de Y , si X ocurriera, y cuál sería la probabilidad de Z , si Y ocurriera; ¿cuál sería la probabilidad de Z , si X ocurriera?

Pero, incluso este problema ha sido erróneamente resuelto por él. Puesto que, según su solución, donde

$$p = Y_X \quad q = Z_Y \quad r = Z_X,$$

r debe ser al menos tan grande como el producto de p y q . Pero si X es el suceso de que un determinado hombre es negro, Y el suceso de que ha nacido en Massachusetts, y Z el suceso de que es blanco, entonces ni p ni q es *cero*, y, a pesar de ello, r desaparece.

Este problema puede resolverse correctamente como sigue:

$$\text{Sean } p' =, Yp =, X, Y$$

$$q' =, Zq =, X, Z$$

$$r' =, Zr =, X, Z.$$

$$\text{Entonces, } r' =, p', q'; \quad p' =, p', q'; \quad q'.$$

Desarrollando estas expresiones por (18) tenemos

$$\begin{aligned} r' &= p', q' + r'_{p', q'} (p', q') + r'_{\bar{p}', \bar{q}'} (\bar{p}', \bar{q}') \\ &= p', q' + r'_{\bar{p}', q'} (\bar{p}', q') + r'_{p', \bar{q}'} (p', \bar{q}'). \end{aligned}$$

La comparación de estas dos identidades muestra que

$$r' = p', q' + r'_{\bar{p}', \bar{q}'} (\bar{p}', \bar{q}').$$

$$\text{Sea } V = r'_{\bar{p}', \bar{q}'} = \frac{x, \bar{y}, z}{\bar{x}, y, \bar{z} + \bar{y}}$$

$$\text{Ahora bien } p', q' =, p' - p', q'^- =, q' - q', p'^-$$

$$p'^-, q'^- =, q'^- - p', q'^- =, p'^- - q', p'^-$$

$$\text{Y } p', q'^- =, p' - p'_{q'}, q' =, q'^- - q'^-_{p'}, p'^-$$

$$p'^-, q' =, q' - q'_{p'}, p' =, p'^- - p'^-_{q'}, q'^-$$

Entonces sean

$$\begin{aligned} A &= p'_{q'} = \frac{x, y, z}{y, z} \\ B &= \bar{q}'_{p'} = \frac{\bar{x}, y, \bar{z} + \bar{x}, \bar{y}, z + x, \bar{y}, z + \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}{1 - x, y} \\ C &= \bar{p}'_{q'} = \frac{\bar{x}, y, \bar{z} + \bar{x}, \bar{y}, z + x, \bar{y}, z + \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}}{1 - y, z} \\ D &= q'_{p'} = \frac{x, y, z}{x, y} \end{aligned}$$

Y tenemos

$$\begin{aligned}
r &= \frac{y}{z}p + V\left(\frac{1}{z} - q\right) - (1 + V)\left(\frac{y}{z}p - Aq\right) \\
&= \frac{y}{z}p + V\left(\frac{1}{z} - q\right) - (1 + V)\left(\frac{1}{z} - q - B\left(\frac{1-y}{z}\right)\right) \\
&= q + V\left(\frac{1-y}{z}\right) - (1 + V)\left(\frac{1-y}{z} - C\left(\frac{1}{z} - q\right)\right) \\
&= q + V\left(\frac{1-y}{z}\right) - (1 + V)\left(q - D\frac{y}{z}p\right)
\end{aligned}$$

Ejercicio 2. (Véase Boole p. 276) Dados r y q ; encontrar p .

$p =, r; q =, r + v, (1 - q)$ porque p es interpretable.

Respuesta. La proporción que se requiere se encuentra en algún punto entre la proporción de días en los que graniza y truena, a la vez, y eso añadido a uno menos la proporción de días en que truena.

Ejercicio 3. (Véase Boole, p. 279) Dado: del número de preguntas hechas a dos testigos, y respondidas con un *sí* o un *no*, la proporción que cada uno responde con verdad, y la proporción de aquellas cuyas respuestas están en desacuerdo. Se requiere: de aquellas en que hay acuerdo, la proporción que responden con verdad y la proporción que responden con falsedad.

Sean $1 =,$ las preguntas hechas a los dos testigos,

$p =,$ aquellas que el primero responde con verdad,

$q =,$ aquellas que el segundo responde con verdad,

$r =,$ aquellas en que no están de acuerdo,

$w =,$ aquellas que los dos responden con verdad,

$w' =,$ aquellas que los dos responden con falsedad.

$$w =, p, q \quad w' =, p^-, q^- \quad r =, p +, q - w =, p^- +, q^- - w'.$$

Ahora bien, por (28)

$$p +, q = p + q - w \quad p^- +, q^- = p - p + 1 - q - w'.$$

Sustituyendo y transponiendo,

$$2w = p + q - r \quad 2w' = 2 - p - q - r.$$

Ahora bien

$$w_{1-r} = \frac{w, (1-r)}{1-r}$$

$$w'_{1-r} = \frac{w', (1-r)}{1-r}$$

$$w_{(1-r)} = \frac{p+q-r}{2(1-r)}$$

pero

$$w, (1-r) \neq w.$$

$$w', (1-r) = w'$$

$$w'_{(1-r)} = \frac{2-p-q-r}{2(1-r)}.$$

Las diferencias entre el sistema de Boole, tal como lo presenta él mismo, y la modificación que se da aquí, son tres.

1. Boole no hace uso de las operaciones que aquí denominamos la adición y la sustracción lógicas. Las ventajas que se obtienen al introducirlas son tres, a saber: dan unidad al sistema; abrevian en gran medida la labor de trabajar con él; y nos permiten expresar proposiciones *particulares*. Este último punto requiere una ilustración. Sea i una clase solo determinada para ser tal que únicamente un individuo de la clase a pertenezca a ella. Entonces $a-i$, a es la expresión de algún a . Boole no puede expresar algún a apropiadamente.

2. Boole hace uso del signo ordinario de la multiplicación para la multiplicación lógica. Esto le impide convertir toda identidad lógica en una igualdad de probabilidades. Antes de que pueda hacerse la transformación tiene que darse a la ecuación una forma particular, y hace falta mucho trabajo para llegar a llevarla a esa forma.

3. Boole no tiene una función tal como a_b . Esto le embrolla en dos dificultades. Cuando se requiere la probabilidad de una función tal, él solo puede obtenerla desligándose de la rigidez de su sistema. Y debido a la ausencia de ese símbolo, se ve llevado a declarar que si no se adopta el principio de que los sucesos simples y no condicionados, cuyas probabilidades están dadas, son independientes, un cálculo lógico aplicable a las probabilidades sería imposible.

La cuestión respecto a la adopción de este principio no es ciertamente una de meras palabras. La manera en que se responde a ella, sin embargo, determina, en parte, el sentido en que se adopta el término 'probabilidad'.

Para la propiedad del lenguaje, la probabilidad de un hecho o bien depende de la fuerza del argumento a su favor o bien es esa misma fuerza, suponiendo todas las relaciones relevantes de todos los hechos conocidos que constituyen ese argumento. Ahora bien, la fuerza de un argumento consiste únicamente en la frecuencia con que *tal* argumento dará una conclusión verdadera cuando sus premisas son verdaderas. Por ello, la probabilidad depende únicamente de la frecuencia relativa de un suceso específico (propia, que un cierto tipo de argumento da una conclusión verdadera a partir de premisas verdaderas) respecto a un suceso genérico (propia, que ese tipo de argumento ocurre con premisas verdaderas). Así, cuando una persona cualquiera dice que es muy probable que llueva, hace referencia a ciertas indicaciones de lluvia, esto es, a un cierto tipo de argumento acerca de que lloverá, que es de un tipo del que solo una pequeña proporción falla. ‘Probabilidad’, en el sentido no técnico es, por lo tanto, una palabra vaga, en la medida que no indica cuál, de los numerosos géneros subordinados y coordinados a los que pertenece todo argumento, es aquel que expresa su frecuencia relativa de verdad. Es el caso, habitualmente, que haya un entendimiento tácito sobre este punto, basado, quizás, en la noción de una *infima species* de argumento. Pero una *infima species* es una mera ficción en lógica. Y, muy a menudo, la referencia lo es a un género muy amplio.

El sentido en que el término debería hacerse técnico es aquel que sirviera mejor los propósitos del cálculo en cuestión. Ahora bien, el único uso posible del cálculo de una probabilidad es la seguridad a la larga. Pero no puede cuestionarse que una compañía de seguros, por ejemplo, que asumiese que los sucesos fueran independientes sin razón alguna para pensar que realmente fuera así, estaría sujeta a un riesgo muy grande. Supongamos, dice el Sr. Venn, que una compañía de seguros supiese que nueve de diez ingleses que van a Madeira mueren, y que nueve de diez de los tísicos que van allí se curan. ¿Cómo deberían tratar a un inglés tísico? El Sr. Venn ha cometido un error al responder a la cuestión, pero esta ilustración aclara la ventaja de dejar de hablar de probabilidad, y hablar solamente de la frecuencia relativa de este suceso respecto a aquel otro.⁴

⁴ Véase el aviso, *Logic of Chance* de Venn, en la *North American Review* de julio 1867. [Nota de Peirce].

1.7.2 P52. Descripción de una notación para la lógica de los relativos, resultante de una ampliación de los conceptos del Cálculo Lógico de Boole⁵

Los términos relativos, habitualmente, reciben un tratamiento algo ligero en las obras sobre lógica, sin embargo, la única investigación destacable de las leyes formales que los gobiernan se contiene en un valioso ensayo del Sr. De Morgan en el volumen décimo de las *Transacciones Filosóficas de Cambridge*⁶. Él utiliza allí una notación algebraica conveniente, que se forma al añadir a los bien conocidos *spiculae*⁷ de ese escritor los signos utilizados en los ejemplos siguientes.

$X \dots LY$ significa que X es alguno de los objetos del conocimiento que están con Y en la relación L , o que es uno de los L s de Y .

$X \dots LMY$ significa que X no es un L de un M de Y .

$X \dots (L,M)Y$ significa que X es o bien un L o bien un M de Y .

LM' un L de todo M . L,M un L solamente de los M s.

$L^{[-1]}$ Y algo para lo que Y es L . l (L minúscula) no- L .

Este sistema deja aún algo que desear. Además, el álgebra lógico de Boole tiene una belleza tan singular, hasta donde llega, que es interesante investigar si no pudiera extenderse a todo el ámbito de la lógica formal, en vez de estar restringida a la más simple y menos útil parte del tema, la lógica de los términos absolutos que, cuando él escribía, era la única lógica formal conocida. El objeto de este ensayo es mostrar que se puede dar una respuesta afirmativa a esta cuestión. Pienso que no puede haber duda de que un *calculus*, o arte de extraer inferencias, basado en la notación que voy a describir, sería perfectamente posible, e incluso prácticamente útil, en algunos casos difíciles y particularmente en la *investigación* de la lógica. Lamento no estar en una situación que me permita realizar este trabajo, pero la relación que se da aquí de la notación misma proporcionará el fundamento de un juicio respecto a su probable utilidad.

Al extender el uso de viejos símbolos a nuevos temas, debemos, claro está, guiarnos por ciertos principios de la analogía, los cuales, cuando se formulan, se convierten en definiciones nuevas y más amplias de estos símbolos. Puesto que vamos a

⁵ *W2*: 359-429. Presentado en la *American Academy of Arts and Sciences* el 26 de enero de 1870. Publicado en los Anales de la misma Academia, 9 (1873): 317-78.

⁶ Parte de una memoria en cuatro partes dedicada al silogismo y publicada en los volúmenes IX y X de las citadas Transacciones. Esta parte se refiere a la lógica de las relaciones.

⁷ Fue Sir William Hamilton el que denominó ‘*spiculae*’ a algunos de los símbolos propuestos por Augustus De Morgan.

emplear los signos algebraicos habituales tanto como sea posible, es apropiado comenzar sentando las definiciones de las diversas relaciones y operaciones algebraicas. Lo siguiente, quizás, no encontrará objeciones.

DEFINICIONES GENERALES DE LOS SIGNOS ALGEBRAICOS

Estar incluido en o ser tan pequeño como es una relación *transitiva*. La consecuencia sostiene que⁸

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & x \prec y, \\ \text{e} & y \prec z, \\ \text{entonces} & x \prec z. \end{array}$$

La *igualdad* es la conjunción de ser tan pequeño como y su inverso. Decir que $x = y$ es decir que $x \prec y$ e $y \prec x$.

Ser menor que es ser tan pequeño como, con la exclusión de su inverso. Decir que $x < y$ es decir que $x \prec y$, y que no es verdadero que $y \prec x$.

Ser mayor que es el inverso de ser menor que. Decir que $x > y$ es decir que $y < x$.

La ADICIÓN es una operación *asociativa*. Eso es decir⁹,

$$(x +, y) +, z = x +, (y +, z).$$

La adición es una operación *conmutativa*. Esto es,

$$x +, y = y +, x.$$

La *adición invertible* es la adición cuyo inverso correspondiente es determinante. Las últimas dos fórmulas son válidas para ella y, también, la consecuencia que

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & x + y = z, \\ \text{y} & x + y' = z, \\ \text{entonces} & y = y'. \end{array}$$

La MULTIPLICACIÓN es una operación *doblemente distributiva con respecto a la adición*. Esto es,

⁸ Utilizo el signo \prec en lugar de \leq . Mis razones para desechar este último signo es que no puede escribirse con la rapidez suficiente, y que parece representar la relación que expresa como compuesta de otras dos que en realidad son complicaciones de esto. Se admite universalmente que un concepto más elevado es lógicamente más simple que uno más bajo que está incluido en él. De lo que se sigue, a partir de las relaciones de extensión y comprensión, que en cualquier estado de información un concepto más amplio es más simple que otro más estrecho que esté incluido en él. Ahora bien, toda igualdad es inclusión, pero lo inverso no es verdad; de ahí que la inclusión sea un concepto más amplio que la igualdad y, en consecuencia, lógicamente más simple. Por el mismo principio, la inclusión es, también, más simple que ser menos que. El signo \leq parece implicar una definición por enumeración; y una definición así contraviene las leyes de la definición. [Nota de Peirce].

⁹ Escribo una coma bajo el signo de adición, excepto cuando (como en el caso del álgebra ordinario) la correspondiente operación inversa (la sustracción) es determinante. [Nota de Peirce].

$$x(y +, z) = x y +, x z ,$$

$$(x +, y) z = x z +, y z .$$

La multiplicación es casi invariablemente una operación *asociativa*.

$$(x y) z = x (y z) .$$

La multiplicación no es, por lo general, conmutativa. Si escribimos la multiplicación conmutativa con una coma, tenemos

$$x , y = y , x .$$

La *multiplicación invertible* es aquella cuya correspondiente operación inversa (la división) es determinante. Podemos indicar esto con un punto; y, entonces, la consecuencia sostiene que

$$\begin{array}{ll} \text{Si} & x \cdot y = z , \\ \text{y} & x \cdot y' = z , \\ \text{entonces} & y = y' . \end{array}$$

La *multiplicación funcional* es la aplicación de una operación a una función. Puede escribirse como la multiplicación ordinaria; pero, entonces, habrá generalmente ciertos puntos donde el principio asociativo no se sostiene. De esta manera, si escribimos (sen *abc*) *def*, hay uno de estos puntos. Si escribimos (log_(base *abc*) *def*) *ghi*, hay dos de estos puntos. El número de estos puntos depende de la naturaleza del símbolo de la operación, y es necesariamente finito. Si hubiera muchos de estos puntos, en cualquier caso, sería necesario adoptar un modo de escritura diferente de estas funciones del que se emplea, ahora, habitualmente. Podríamos, por ejemplo, dar a ‘log’ un significado tal que lo siguiente hasta un cierto punto indicado por una † denotaría la base del sistema, lo que siguiera a eso hasta el punto indicado por un ‡ sería la función sobre la que se operase, y lo que siguiera a eso estaría fuera de la influencia del signo ‘log’. De esta manera, log *abc* † *def* ‡ *ghi* sería (log *abc*) *ghi*, siendo la base *def*. En este escrito adoptaré una notación muy parecida a esta, que se describirá más convenientemente más adelante.

La operación de INVOLUCIÓN obedece a la formula¹⁰

$$(x^y)^z = x^{yz} \quad (x^y)^z = x^{(zy)}$$

¹⁰ En la notación de los cuaternios, (William Howard) Hamilton ha asumido $(xy)z = x(yz)$, en vez de $(xy)z = x(yz)$, aunque parece haber muy poca diferencia en lo que adopta. Quizás deberíamos asumir dos involuciones, de forma que $(xy)z = x(yz)$, $z(yx) = (zy)x$. Pero en este escrito solo se requiere la primera de estas. [Nota de Peirce].

La involución, también, sigue el *principio indicial*.

$$x^{y^{+},z} = x^y, x^z.$$

La involución, también, satisface el *teorema del binomio*.

$$(x +, y)^z = x^z +, \Sigma_p x^{z-p}, y^p +, y^z,$$

donde Σ denota que p debe tener todo valor menor que z , y debe ser extraído de z de todas las maneras posibles, y que debe adoptarse la suma de todos los términos así obtenidos de la forma x^{z-p}, y^p . Entonces tendremos que

$$(x -, y) +, y = x ,$$

$$(x - y) + y = x ,$$

$$(x + y) - y = x .$$

La DIVISIÓN es la operación inversa a la multiplicación. Puesto que la multiplicación no es, por lo general, conmutativa es necesario tener dos signos para la división. Adoptaré

$$(x : y) y = x ,$$

$$x^{y^-}_x = y .$$

La división inversa a la multiplicación que se indica con una coma puede indicarse con un punto y coma. De forma que

$$(x ; y) , y = x .$$

La EVOLUCIÓN y ADOPTAR EL LOGARITMO son las operaciones inversas a la involución.

$$({}^x\sqrt{y})^x = y ,$$

$$x^{\log x y} = y .$$

A estas condiciones debe considerárseles imperativas. Pero adicionalmente a ellas hay otros caracteres determinados que es muy deseable que debieran poseer las relaciones y las operaciones, si se les van a aplicar los signos ordinarios del álgebra. Me esforzaré en enumerarlos aquí.

1. Es un motivo adicional para utilizar un signo matemático para significar una operación o relación determinada que el concepto general de esta operación o relación se pareciese al de la operación o relación significada habitualmente con el mismo signo. En particular, estará bien que la relación expresada con $-<$ implicase el concepto de que un miembro está dentro de otro; la adición, el de que se adoptan juntos; la

multiplicación, el de que un factor se adopta relativamente al otro (como escribimos 2×3 para una trio *de* pares, y D_ϕ para la derivada de ϕ); y la involución, el de que la base se adopte para toda unidad del exponente.

2. En segundo lugar, es deseable que, en ciertas circunstancias generales, los números determinados puedan sustituirse por las letras con las que se opera, y que cuando así sustituidos las ecuaciones se sostengan bien cuando se interpreten de acuerdo con las definiciones ordinarias de los signos, de forma que el álgebra aritmética se incluyese en la notación empleada como un caso especial de la misma. Con este fin, debiera haber un número conocido o desconocido que se sustituya apropiadamente, en ciertos casos, por cada una, al menos, de alguna clase de letras.

3. En tercer lugar, es prácticamente esencial para la aplicabilidad de los signos de adición y de multiplicación, que sean posibles un *cero* y una *unidad*. Con *cero* significo un término tal que

$$x +, 0 = x ,$$

sea cual sea la significación de x ; y con una *unidad* un término para el que la fórmula general correspondiente

$$x \cdot 1 = x$$

se sostenga bien. Por otro lado, no debiera haber ningún término a tal que $a^x = x$, independientemente del valor de x .

4. También será un motivo fuerte para adoptar una notación algebraica, si otras fórmulas que se sostienen bien en la aritmética, tales como

$$x^z, y^z = (x, y)^z ,$$

$$1^x = x ,$$

$$x^1 = x ,$$

$$x^0 = 0 ,$$

continúan sosteniéndose bien; si, por ejemplo, el concepto de un diferencial es posible, y el Teorema de Taylor se sostiene, y \mathbb{G} o $(1 + i)^{1/i}$ representa un papel importante en el sistema, si hubiera un término que tuviese las propiedades de \mathbb{O} (3.14159), o propiedades parecidas a las del espacio debiera, por otra parte, mostrarse con la

notación, o si hubiera una expresión absurda que tuviera las propiedades y usos de $\sqrt{-1}$ o la raíz cuadrada del negativo.

APLICACIÓN DE LOS SIGNOS ALGEBRAÍCOS A LA LÓGICA

A la vez que nos sentimos libres para usar los signos del álgebra en cualquier sentido conforme con las anteriores condiciones absolutas, encontraremos conveniente restringirnos a una interpretación particular excepto cuando otra esté indicada. Procedo a describir la notación especial que se adopta en este escrito.

Uso de las letras

Las letras del alfabeto denotarán signos lógicos. Ahora bien, los términos lógicos son de tres grandes clases. La primera abarca a aquellos cuya forma lógica implica únicamente el concepto de cualidad y que, en consecuencia, representan a una cosa simplemente como ‘un _____’. Estos discriminan a los objetos de la manera más rudimentaria, que no implica ninguna conciencia de discriminación. Consideran un objeto como es en sí mismo como *tal (quale)*; por ejemplo, como caballo, árbol u hombre. Estos son *términos absolutos*. La segunda clase abarca a los términos cuya forma lógica implica el concepto de relación, y que necesitan la adición de otro término para completar la denotación. Estos discriminan a los objetos con una conciencia clara de discriminación. Consideran un objeto como frente a otro, eso es como relativo; como padre de, amante de, o sirviente de. Estos son los *términos relativos simples*. La tercera clase abarca a los términos cuya forma lógica implica el concepto de poner las cosas en relación, y que requieren la adición de más de un término para completar la denotación. No solo discriminan con conciencia de discriminación, sino con conciencia de su origen. Consideran un objeto como medio o tercero entre otros dos, eso es como *conjugativo*; como ‘donante de _____ a _____’, o ‘comprador de _____ a _____ para _____’. A estos puede denominárseles *términos conjugativos*. El término conjugativo implica el concepto de TERCERO, el relativo el de segundo u OTRO, el término absoluto simplemente considera UN objeto. No existe ninguna clase cuarta de signos que implique el concepto de *cuarto*, porque cuando se introduce el de *tercero*, ya que implica el concepto de poner los objetos en relación, todos los números superiores se dan a la vez, en la medida que el concepto de poner los objetos en relación es independiente del número de miembros de la relación. Si esta *razón* para el hecho de que no haya ninguna cuarta clase de términos fundamentalmente diferente de la tercera

es satisfactoria o no, el hecho mismo se hace perfectamente evidente con el estudio de la lógica de relativos. Denotaré los términos absolutos con el alfabeto latino, *a, b, c, d*, etc.; los términos relativos con la cursiva, *a, b, c, d*, etc.; y los términos conjugativos con una clase del tipo denominado Madisoniano, *a, b, c, d*, etc.

Por lo común, denotaré los términos individuales con mayúsculas, y los generales con minúsculas. Los símbolos generales de los números se imprimirán en negrita, así, **a**, **b**, **c**, **d**, etc. Las letras griegas denotarán operaciones.

Para evitar repeticiones, doy aquí un catálogo de las letras que usaré en los ejemplos de este escrito, con las significaciones que les adscribo.

a. animal.	p. Presidente del Senado de los Estados Unidos.
b. negro.	r. persona rica.
f. Francés.	u. violinista.
h. caballo.	v. Vice-Presidente de los Estados Unidos.
m. hombre.	w. mujer.

<i>a.</i> enemigo.	<i>h.</i> marido.	<i>o.</i> propietario.
<i>b.</i> benefactor.	<i>l.</i> amante.	<i>s.</i> sirviente.
<i>c.</i> conquistador.	<i>m.</i> madre.	<i>w.</i> esposa.
<i>e.</i> emperador.	<i>n.</i> no.	

g. donante de ____ a ____ . *b.* traidor de ____ a ____ .
w. ganador de ____ para ____ . *t.* transferidor de ____ a ____ .

Números correspondientes a letras

Propongo utilizar el término ‘universo’ para denotar a aquella clase de individuos *acerca de* la que únicamente se entiende que versa todo el discurso. El universo, en consecuencia, en este sentido, como en el del Sr. De Morgan, es diferente en ocasiones diferentes. En este sentido, además, el discurso puede versar sobre algo que no es una parte subjetiva del universo; por ejemplo, sobre las cualidades o las colecciones de los individuos que contiene.

Propongo asignar a todos los términos lógicos, números; a un término absoluto, el número de individuos que denota; a un término relativo, el número medio de las cosas así relacionadas con un individuo. De esta forma, en un universo de hombres perfectos, el número de ‘dientes de’ sería 32. El número de un relativo con dos correlatos sería el número medio de las cosas así relacionadas con un par de individuos; y así en adelante para los relativos con números mayores de correlatos. Propongo denotar el número de un término lógico poniendo el término entre corchetes, así, $[t]$.

Los signos de inclusión, igualdad, etc.

Seguiré a Boole al adoptar el signo de igualdad con el significado de identidad. De esta manera, si v denota al Vice-Presidente de los Estados Unidos, y p al Presidente del Senado de los Estados Unidos,

$$v = p$$

significa que todo Vice-Presidente de los Estados Unidos es Presidente del Senado, y todo Presidente del Senado de los Estados Unidos es Vice-presidente¹¹. El signo ‘menor que’ debe adoptarse de forma que

$$f < m$$

signifique todo francés es un hombre, pero hay más hombres aparte de los franceses. Drobisch ha utilizado este signo con el mismo sentido¹². Se sigue a partir de estas significaciones de $=$ y $<$ que el signo \prec (o \leq , ‘tan pequeño como’) significará ‘es’. De esta forma,

$$f \prec m$$

significará «todo francés es un hombre», sin decir si hay o no cualesquiera otros hombres. Así

$$m \prec l$$

significará que toda madre de algo es amante de la misma cosa; aunque esta interpretación anticipa en algún grado una convención que se hará más adelante. Estas

¹¹ Compárese con Frege, *Sobre sentido y referencia*. Estos dos términos tendrían la misma referencia pero diferente sentido [Nota del traductor].

¹² Según De Morgan, *Formal Logic*, p. 334. De Morgan se refiere a la primera edición de la *Lógica* de Drobisch. La tercera edición no contiene nada parecido [Nota de Peirce]. De Morgan, Augustus. *Formal Logic: or, The Calculus of Inference, Necessary and Probable*. London: Taylor and Walton, 1847. Drobisch, Moritz Wilhelm. *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen: Mit Rücksicht auf Mathematic und Naturwissenschaft*. 3ª ed. Leipzig, Leopold Voss, 1863.

significaciones de $=$ y $<$ se conforman claramente con las condiciones indispensables. El silogismo depende del carácter transitivo de estas relaciones, puesto que, en virtud de este, a partir de

$f \prec m$

y $m \prec a$,

podemos inferir que $f \prec a$;

esto es, de todo francés ser un hombre y de todo hombre ser un animal, que todo francés es un animal. Pero las significaciones de $=$ y $<$ aquí adoptadas no solo cumplen con todos los requisitos absolutos, sino que tienen la virtud supererogatoria de ser muy aproximadamente iguales a las significaciones comunes. La igualdad es, de hecho, nada salvo la identidad de dos números; los números que son iguales son aquellos que son predicables de las mismas colecciones, al igual que los términos que son idénticos son aquellos que son predicables de las mismas clases. Por ello, escribir $5 < 7$ es decir que 5 es una parte de 7, al igual que decir $f \prec m$ es decir que los franceses son parte de los hombres. Verdaderamente, si $f < m$, entonces el número de franceses es menor que el número de hombres, y si $v = p$, entonces el número de Vice-Presidentes es igual al número de Presidentes del Senado; por lo que los números pueden ser siempre sustituidos por los términos mismos, en el caso que no se encuentre ningún signo de operación en las ecuaciones ni en las desigualdades.

Los signos de adición

Boole adopta el signo de adición, de forma que

$$x + y$$

denota todo lo que denota x y, además, todo lo que denota y . Por ello

$$m + w$$

denota a todos los hombres y, además, a todas las mujeres. Esta significación para este signo se necesita para conectar la notación de la lógica con la de la teoría de las probabilidades. Pero si hay algo que se denota con ambos términos de la suma, el último no está ya más en lugar de cualquier término lógico en base a su implicación de que los objetos denotados con un término se deben adoptar, *además*, de los objetos denotados con el otro. Por ejemplo,

$$f + u$$

significa todos los franceses además de todos los violinistas y, en consecuencia, considerado como un término lógico, implica que todos los violinistas franceses son *además de sí mismos*. Por esta única razón, en un escrito publicado en las Actas de la Academia de Marzo de 1867¹³, preferí adoptar como adición regular de la lógica un proceso no-invertible, tal que

$$m +, b$$

está en lugar de todos los hombres y de todas las cosas negras, sin ninguna implicación de que las cosas negras deban adoptarse además de los hombres; y el estudio de la lógica de relativos me ha suplido con otras razones de peso para la misma determinación. Desde la publicación de aquel escrito, he encontrado que el Sr. W. Stanley Jevons, en un tratado llamado *Pure Logic, or the Logic of Quality*, se me había anticipado al sustituir la adición de Boole por la misma operación, aunque rechaza por completo la operación de Boole y escribe la nueva con el signo + a la vez que rehúsa darle el nombre de adición¹⁴. Es claro que tanto la adición regular no-invertible como la adición invertible satisfacen las condiciones absolutas. Pero la notación tiene otras recomendaciones. El concepto de *adoptar juntos* implicado en estos procesos es fuertemente análogo al de la suma, la suma de 2 y 5, por ejemplo, siendo el número de una colección que consiste en una colección de dos y en una colección de cinco. Cualquier ecuación o desigualdad lógica que no implica ninguna otra operación salvo la adición puede convertirse en una ecuación o desigualdad numérica al sustituir los términos mismos por los números de los diversos términos - siempre que todos los términos sumados sean mutuamente excluyentes. Al adoptar la adición en este sentido, no puede denotarse *nada* con el *cero*, porque entonces

$$x +, 0 = x,$$

sea lo que sea denotado por *x*; y esta es la definición de *cero*. Boole da esta interpretación, y es muy nítida, respecto a la semejanza entre el concepto ordinario de *cero* y el de *nada*, y porque así tendremos

$$[0] = 0.$$

¹³ «Sobre una mejora del cálculo lógico de Boole». *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, Marzo 1867. P30, W2: pp 12-23.

¹⁴ En otro libro usa el signo . | . en vez de +.

Los signos para la multiplicación

Adoptaré para el concepto de la multiplicación *la aplicación de una relación*, de manera que, por ejemplo, lw denotará a todo lo que sea amante de una mujer. Esta notación es la misma que la utilizada por el Sr. De Morgan aunque parece que él no tenía a la multiplicación en su mente. « $s(m +, w)$ » denotará, entonces, a todo lo que sea sirviente de algo compuesto de la clase compuesta por los hombres y las mujeres adoptados juntos. De forma que

$$s(m +, w) = s m +, s w.$$

$(l +, s) m$ denotará a todo lo que sea amante o sirviente de una mujer, y

$$(l +, s) w = l w +, s w.$$

$(sl) m$ denotará a todo lo que esté respecto a una mujer en la relación de sirviente de un amante, y

$$(sl) w = s(l w).$$

De esta manera se satisfacen todas las condiciones absolutas de la multiplicación.

El término ‘idéntico a _____’ es una unidad para esta multiplicación. Esto es decir, si denotamos ‘idéntico a _____’ con I tenemos

$$x I = x,$$

sea x el término relativo que pueda ser. Porque lo que es amante de algo idéntico a algo, es lo mismo que un amante de ese algo.

Un término conjugativo como *donante* requiere naturalmente dos correlatos, uno que denota a la cosa dada, el otro al receptor de lo dado. Debemos poder distinguir, con nuestra notación, al donante de A a B del donante a A de B y, en consecuencia, supongo que la significación de la letra equivalente a ese relativo distingue los correlatos como primero, segundo, tercero, etc., de forma que ‘donante de ____ a _____’ y ‘donante a _____ de ____’ se expresarán con letras diferentes. Que g denote al último de estos términos conjugativos. Entonces, los correlatos o multiplicandos de este multiplicador no pueden estar directamente a continuación de este, como es habitual en la multiplicación, pero pueden estar dispuestos tras él en un orden regular, de forma que

$$gxy$$

denotará al donante a x de y . Pero según la notación, aquí x multiplica y , por lo que si ponemos propietario (o) en vez de x , y caballo (h) en vez de y ,

$$goh$$

parece denotar al donante de un caballo al propietario de un caballo. Pero sean los caballos individuales $H, H', H'',$ etc. Entonces

$$h = H +, H' +, H'' +, \text{etc.}$$

$$goh = g o (H +, H' +, H'' +, \text{etc.}) = g o H +, g o H' +, g o H'' +, \text{etc.}$$

Ahora bien, este último miembro debe interpretarse como donante de un caballo al propietario de *ese* caballo y esta, en consecuencia, debe ser la interpretación de goh . Esto es muy importante siempre. *Un término multiplicado por dos relativos muestra que EL MISMO INDIVIDUO está en las dos relaciones.* Si intentamos expresar el donante de un caballo al amante de una mujer y, con ese propósito, escribimos

$$g/wh,$$

hemos escrito donante de una mujer a un amante de ella, y si añadimos paréntesis, de esta manera,

$$g(lw)h,$$

abandonamos el principio asociativo de la multiplicación. Un poco de reflexión mostrará que el principio asociativo debe, de una manera u otra, abandonarse llegados a este punto. Pero mientras que el principio, a veces, es falsado, más a menudo se sostiene, y debe adoptarse una notación que muestre esto cuando se sostiene. Ya hemos visto que no podemos expresar la multiplicación escribiendo el multiplicando directamente detrás del multiplicador; adjuntemos a las letras, entonces, números subyacentes para mostrar dónde deben encontrarse sus correlatos. El primer número denotará cuántos factores deben contarse de derecha a izquierda para llegar al primer correlato, el segundo cuántos *más* deben contarse para llegar al segundo, y así en adelante. Entonces el donante de un caballo a un amante de una mujer puede escribirse

$$g_{12}l_1 wh = g_{11}l_2 hw = g_{2-1}hl_1 w.$$

Claro que un número negativo indica que el correlato anterior sigue al posterior con el correspondiente número positivo. Un *cero* subyacente hace al término mismo el correlato. Así,

$$l_0$$

denota al amante de *ese* amante o al amante de sí mismo, igual que *goh* denota que se da el caballo al propietario del mismo, porque hacer de un término un correlato doblemente es, por el principio distributivo, hacer a cada individuo un correlato doblemente, de forma que

$$l_0 = L_0 +, L_0' +, L_0'' +, \text{etc.}$$

Un signo subyacente de infinitud puede indicar que el correlato es indeterminado, de forma que

$$l_\infty$$

denotará a un amante de algo. Tendremos una confirmación de esto ahora.

Si el último número subyacente es un *uno* puede omitirse. Por ello tendremos

$$l_1 = l,$$

y

$$g_{11} = g_1 = g.$$

Esto nos permite conservar nuestras expresiones anteriores *lw*, *goh*, etc.

El principio asociativo no se sostiene en esta cuenta de factores. Porque no se sostiene, estos números subyacentes no son, con frecuencia, convenientes en la práctica y, en consecuencia, también uso otro modo de mostrar dónde se pueda encontrar el correlato de un término. Esto es por mediación de las marcas de referencia, $\dagger \ddagger \parallel \S \P$, que se sitúan subyacentes al término relativo, y antes y arriba del correlato. Por ello, donante de un caballo a un amante de una mujer puede escribirse

$$g_{\dagger \ddagger} \dagger l_{\parallel} \parallel w \ddagger h.$$

el asterisco lo uso exclusivamente para referir al último correlato del último relativo del término algebraico.

Ahora bien, considerando que el orden de la multiplicación es: un término, un correlato del mismo, un correlato de ese correlato, etc.; no hay ninguna violación del principio asociativo. Las únicas violaciones del mismo en este modo de notación son que, al pasar así del relativo al correlato, no saltamos los factores de una manera irregular, y que no podemos sustituir en una expresión como *goh* ninguna letra por *oh*. Sugeriría que esta notación puede encontrarse útil al tratar otros casos de multiplicación no-asociativa. Al comparar esto con lo que se dijo anteriormente respecto a la

multiplicación funcional, aparece que la multiplicación por un término conjugativo es funcional, y que la letra que denota a este término es un símbolo de operación. Estoy, en consecuencia, utilizando dos alfabetos, el griego y el madisoniano, donde solo era necesario uno. Pero es conveniente utilizar ambos.

Hasta ahora, hemos considerado solo la multiplicación de términos relativos. Puesto que nuestro concepto de la multiplicación es la aplicación de una relación, solo podemos multiplicar los términos absolutos al considerarlos como relativos. Ahora bien, el término absoluto ‘hombre’ es realmente equivalente exactamente al relativo ‘hombre que es ____’, y así con cualquier otro. Escribiré una coma tras cualquier término absoluto para mostrar que así se le considera como un término relativo. Entonces, el hombre que es negro se escribirá

$m,b.$

Pero no solo puede cualquier término absoluto considerarse así como un término relativo, sino que cualquier término relativo puede de la misma manera considerarse como un relativo con un correlato más. Es conveniente adoptar este correlato adicional como el primero. Entonces

l,sw

denotará a un amante de una mujer que es un sirviente de esa mujer. La coma tras la l aquí no debiera considerarse como que altera por completo el significado de l , sino solo como un signo subyacente, que sirve para alterar la disposición de los correlatos. De hecho, puesto que de esta manera se puede añadir una coma a cualquier término relativo, puede añadirse a uno de estos mismos relativos formados con una coma, y así con la adición de dos comas un término absoluto deviene un relativo de dos correlatos. Por lo que

$m,,b,r ,$

interpretado como

$goh,$

significa a un hombre que es un individuo rico, y que es un negro el que es ese individuo rico. Pero esto no tiene otro significado que

$m,b,r ,$

o un hombre que es un negro que es rico. Con lo que vemos que, tras añadir una coma,

la adición de otra no cambia nada el significado, por lo que todo lo que tenga una coma detrás debe considerarse como que tiene un número infinito de comas. Si, en consecuencia, $l_{,sw}$ no es lo mismo que l_{sw} (y claramente no lo es, porque el último significa un amante y sirviente de una mujer, y el primero un amante y un sirviente de una mujer e igual a una mujer), esto es simplemente porque escribir la coma altera la disposición de los correlatos. Y si fuéramos a suponer que los términos absolutos son multiplicadores de alguna manera (como nos exige la generalidad matemática que debíamos hacer), debemos considerar todo término como relativo que requiere un número infinito de correlatos para su infinita serie virtual ‘que es ____ y es ____ y es ____ etc.’ Ahora bien, un relativo formado con una coma por supuesto que recibe sus números subyacentes igual que cualquier relativo, pero la pregunta es, ¿Cuáles van a ser, para estos correlatos implicados, los números subyacentes implicados? Puede considerarse que cualquier término tiene un número infinito de factores, siendo los del final *unos*, por ello,

$$l_{,sw} = l_{sw}, l, l, l, l, l, l, l, \text{ etc.}$$

Un número subyacente puede, en consecuencia, ser tan grande como queramos. Pero todos estos *unos* denotan al mismo individuo idéntico denotado con m ; entonces ¿Cuáles pueden ser los números subyacentes que se apliquen a s , por ejemplo, en base a sus infinitos de ‘*que es*’? ¿Qué número pueden separarlo de ser idéntico a w ? Solo hay dos. El primero es *cero*, que claramente neutraliza la coma por completo, ya que

$$s_{,0}w = sw,$$

y el otro es el infinito; porque como 1^∞ es indeterminado en el álgebra ordinario, así se mostrará en adelante que lo es aquí, por lo que quitar el correlato con el producto de una serie infinita de *unos* es dejarlo indeterminado. De acuerdo con esto,

$$m_{,\infty}$$

debiéra considerarse que expresa *algún* hombre. Entonces, cualquier término debe considerarse propiamente que tiene un número infinito de comas, algunas o todas de las cuales se neutralizan con ceros.

Entonces, ‘algo’ puede expresarse con

$$l_{\infty}.$$

En aras de la brevedad expresaré frecuentemente esto con una figura antigua del uno (1). ‘Cualquier cosa’ con

$$I_0.$$

También escribiré, a menudo, el 1 normal por *cualquier cosa*.

Es obvio que la multiplicación en un multiplicando indicado con una coma es conmutativa¹⁵, esto es,

$$s, l = l, s.$$

Esta multiplicación es efectivamente la misma que la de Boole en su cálculo lógico. La unidad de Boole es mi 1, esto es, denota a todo lo que es.

La suma $x + x$ no denota, por lo general, a ningún término lógico. Pero $x, \infty + x, \infty$ puede considerarse que denota a algunos dos xs. Es natural escribir

$$x + x = 2.x,$$

y
$$x, \infty + x, \infty = 2.x, \infty,$$

donde el punto muestra que esta multiplicación es invertible. También podemos utilizar las formas antiguas de manera que

$$2.x, \infty = 2x,$$

al igual que
$$I_\infty = 1.$$

Entonces el **2** solo denotará a algunas dos cosas. Pero esta multiplicación no es, por lo general, conmutativa, y solo resulta así cuando afecta a un relativo que imparte una relación tal que una cosa solo la mantiene con *una* cosa. Por ejemplo, los amantes de dos mujeres no es lo mismo que dos amantes de las mujeres, esto es,

$$1\ 2. w \text{ y } 2. 1 w$$

son desiguales; pero los maridos de dos mujeres es lo mismo que dos maridos de mujeres, esto es,

¹⁵ Será conveniente, a menudo, hablar de la operación completa de añadir una coma y, luego, multiplicar como de una multiplicación conmutativa, cuyo signo es la coma. Pero, aunque esto sea permisible, caeremos en la confusión de inmediato si alguna vez nos olvidamos de que, de hecho, no es una multiplicación diferente, solo es una multiplicación por un relativo cuyo significado – o, más bien, su sintaxis – ha sido ligeramente alterada; y que la coma es realmente el signo de esta modificación del término precedente. [Nota de Peirce].

$$h \ 2. \ w = 2. \ h \ w,$$

y, en general, $x \ , \ 2. \ y = 2. \ x \ , \ y.$

El concepto de la multiplicación que hemos adoptado es el de la aplicación de una relación a otra. De forma que, siendo un cuaternio la relación de un vector con otro, la multiplicación de cuaternios es la aplicación de una relación tal a una segunda. Incluso la multiplicación numérica ordinaria implica la misma idea, puesto que 2×3 es un par de triples, y 3×2 es un triple de pares, donde ‘triple de’ y ‘par de’ son, evidentemente, relativos.

Si tenemos una ecuación de la forma

$$x \ y = z,$$

y hay justo tantas *xs* por *y* como hay cosas del universo *por* cosas, entonces, también, tenemos la ecuación aritmética,

$$[x][y] = [z].$$

Por ejemplo, si nuestro universo es el de los hombres perfectos, y un francés (perfecto, por supuesto) tiene tantos dientes como tiene cualquiera de este universo, entonces,

$$[t] \ [f] = [t \ f]$$

se sostiene aritméticamente. Por lo que si los hombres pueden ser negros como pueden serlo, en general, las cosas,

$$[m,] \ [b] = [m, \ b],$$

donde no debe obviarse la diferencia entre $[m]$ y $[m,]$. Se observa que

$$[I] = 1.$$

Boole fue el primero en mostrar esta conexión entre la lógica y las probabilidades. Sin embargo, él estaba restringido a los términos absolutos. No recuerdo haber visto ninguna extensión de la probabilidad a los relativos, excepto la teoría ordinaria de las *expectativas*.

Entonces, nuestra multiplicación lógica satisface las condiciones esenciales de la multiplicación, tiene una unidad, tiene un concepto semejante al de las multiplicaciones admitidas, y contiene la multiplicación numérica como un caso de ella.

El signo de involución

Adoptaré la involución en el sentido de que x^y denotará a todo lo que es una x para todo individuo de y . Así l^w será un amante de toda mujer. Entonces, $(s^l)^w$ denotará a todo lo que esté con toda y cada mujer en la relación de sirviente de todo amante de ella; y $s^{(l^w)}$ denotará a todo lo que sea un sirviente de todo lo que sea amante de una mujer. Por lo que

$$(s^l)^w = s^{(l^w)}.$$

Un sirviente de todo y cada hombre y de toda y cada mujer se denotará con $s^{m+, w}$, y s^m , s^w denotará a un sirviente de todo y cada hombre que es un sirviente de toda y cada mujer. Por lo que

$$s^{m+, w} = s^m, s^w.$$

Aquello que es emperador o conquistador de todo y cada francés se denotará con $(e+, c)^f$, y $e^f+, \sum_p e^{f-p}, c^p+, c^f$ denotará a todo lo que es emperador de todo y cada francés o emperador de algunos franceses y conquistador de todos los demás, o conquistador de todo y cada francés. Consecuentemente,

$$(e+, c)^f = e^f+, \sum_p e^{f-p}, c^p+, c^f.$$

Cierto que podemos escribir el teorema del binomio de forma que podemos conservar todos sus coeficientes habituales; porque tenemos

$$(e+, c)^f = e^f+, [f]. e^{f-\dagger 1}, c^{\dagger 1}+, [f].([f]-1)/2 . e^{f-\ddagger 2}, c^{\ddagger 2}+, \text{etc.}$$

Esto es decir, aquellas cosas cada una de las cuales es emperador o conquistador de todo francés consisten, primero, de todos aquellos individuos cada uno de los cuales es un conquistador de todo francés; segundo, de un número de clases igual al número de franceses, consistiendo cada clase de todo lo que es un emperador de todo francés excepto uno y es un conquistador de ese uno; tercero, de un número de clases igual a la mitad del producto del número de franceses por uno menos que ese número, consistiendo cada una de estas clases de todo individuo que es un emperador de todo francés excepto dos determinados, y es conquistador de esos dos, etc. Así mismo, este teorema se sostiene igualmente bien con la adición invertible, y cualquiera de los dos términos del binomio puede ser negativo siempre que asumamos

$$(-x)^y = (-)^{[y]}. x^y.$$

Adicionalmente a las ecuaciones anteriores que se requiere se sostengan bien con la definición de involución, la siguiente también se sostiene,

$$(s, l)^w = s^w, l^w,$$

al igual que lo hace en la aritmética.

La aplicación de la involución a los términos conjugativos presenta poca dificultad tras las explicaciones que se han dado bajo el encabezamiento de la multiplicación. Es obvio que el traidor a todo enemigo debería escribirse

$$b^a,$$

al igual que el amante de toda mujer se escribe

$$l^w.$$

Pero $b = b_{11}$ y, en consecuencia, al contar hacia delante como indican los números subyacentes, contaríamos los exponentes, así como los factores, de la letra a la que los números subyacentes están adjuntos. Entonces, tendremos, en el caso de un relativo de dos correlatos, seis formas diferentes de unirle los correlatos, así,

- bam traidor de un hombre a un enemigo de él;
- $(b a)^m$ traidor de todo hombre a algún enemigo de él;
- $b a^m$ traidor de cada hombre a un enemigo de todo hombre;
- $b^a m$ traidor de un hombre a todos los enemigos de todos los hombres;
- $b^a m$ traidor de un hombre a todo enemigo de él;
- b^{am} traidor de todo hombre a todo enemigo de él.

Si los dos correlatos son términos absolutos, los casos son

- $b mw$ traidor de una mujer a un hombre;
- $(b m)^w$ traidor de cada mujer a algún hombre;
- $b m^w$ traidor de todas las mujeres a un hombre;
- $b^m w$ traidor de una mujer a todo hombre;
- $b^m w$ traidor de una mujer a todos los hombres;
- b^{mw} traidor de toda mujer a todo hombre.

Estas interpretaciones no son obvias de ninguna manera, pero mostraré que son correctas más adelante.

Se percibirá que aún se sostiene aquí la regla que

$$(b^a)^m = b^{(am)},$$

lo que es decir que aquellos individuos que están para todo hombre en la relación de traidor a todo enemigo de él, son idénticos que aquellos individuos cada uno de los cuales es un traidor de ese hombre a todo enemigo de un hombre.

Si la proporción de amantes de cada mujer entre los amantes de otras mujeres es igual al número medio de amantes que tienen individuos singulares del universo completo, entonces

$$[l^w] = [l^{w'},] [l^{w''},] [l^{w'''},] \text{ etc.} = [l]^{[w]}.$$

De esta manera la involución aritmética se manifiesta como un caso especial de la involución lógica.

FÓRMULAS GENERALES

Las fórmulas que hemos obtenido de esta manera hasta ahora, exclusivas de las meras explicaciones de los signos y de las fórmulas relacionadas con los números de las clases, son:

- (1.) Si $x \prec y$ e $y \prec z$, entonces $x \prec z$.
- (2.) $(x +, y) +, z = x +, (y +, z)$. (Jevons.)
- (3.) $x +, y = y +, x$. (Jevons.)
- (4.) $(x +, y)z = xz +, yz$.
- (5.) $x(y +, z) = xy +, xz$.
- (6.) $(xy)z = x(yz)$.
- (7.) $x, (y +, z) = x, y +, x, z$. (Jevons.)
- (8.) $(x, y), z = x, (y, z)$. (Boole.)
- (9.) $x, y = y, x$. (Boole.)
- (10.) $(x^y)^z = x^{(y^z)}$.
- (11.) $x^{y+,z} = x^y, x^z$.
- (12.) $(x +, y)^z = x^z +, \sum_p (x^{z-p}, y^p) +, y^z = x^z +, [z] \cdot x^{z-\dagger 1}, y^{\dagger 1} +, [z].[z-1]/2 \cdot x^{z-\ddagger 2}, y^{\ddagger 2} +, [z].[z-1].[z-2]/2-3 \cdot x^{z-\parallel 3}, y^{\parallel 3} +, \text{ etc.}$
- (13.) $(x, y)^z = x^z, y^z$.
- (14.) $x + 0 = x$. (Boole.)
- (15.) $x I = x$.
- (16.) $(x + y) + z = x + (y + z)$. (Boole.)

$$(17.) x + y = y + x. \quad (\text{Boole.})$$

$$(18.) x + y - y = x. \quad (\text{Boole.})$$

$$(19.) x, (y + z) = x, y + x, z. \quad (\text{Boole.})$$

$$(20.) (x + y)^z = x^z + [z] \cdot x^{z-\dagger 1}, y^{\dagger 1} + \text{etc.}$$

También tenemos las siguientes, que están implícitamente implicadas en las explicaciones que se han dado.

$$(21.) x \prec x +, y.$$

Este, supongo, es el principio de identidad, porque de esto se sigue que $x = x$.

$$(22.) x +, x = x. \quad (\text{Jevons.})$$

$$(23.) x, x = x. \quad (\text{Boole.})$$

$$(24.) x +, y = x + y - x, y.$$

El principio de contradicción es

$$(25.) x, n^x = 0, \quad \text{donde } n \text{ representa 'no'. El principio del tercio excluso es}$$

$$(26.) x +, n^x = 1.$$

Es una proposición idéntica que, si ϕ es determinante, tenemos

$$(27.) \text{Si } x = y \quad \phi x = \phi y.$$

Los seis siguientes son derivables a partir de las fórmulas ya dadas:

$$(28.) (x +, y), (x +, z) = x +, y, z.$$

$$(29.) (x - y) +, (z - w) = (x +, z) - (y +, w) + y, z(1 - w) + x, (1 - y), w.$$

En las siguientes, ϕ es una función que implica solamente las operaciones conmutativas y sus operaciones inversas¹⁶.

$$(30.) \phi x = (\phi 1), x + (\phi 0), (1 - x). \quad (\text{Boole.})$$

$$(31.) \phi x = (\phi 1 +, (1 - x)), (\phi 0 +, x).$$

¹⁶ El lector puede querer información acerca de las pruebas de las fórmulas (30) a (33). Cuando la involución no está implicada en una función, ni ninguna multiplicación excepto aquella para la que $x, x = x$, es claro que ϕx es de primer grado y, en consecuencia, ya que todas las reglas del álgebra ordinario se sostienen, tenemos como en aquella, $\phi x = \phi 0 + (\phi 1 - \phi 0), x$. A partir de ahora, encontraremos que cuando ϕ tiene un carácter aún más general, tenemos, $\phi x = \phi 0 + (\phi 1 - \phi 0), x$. La primera de estas ecuaciones con una transformación simple da (30). Si consideramos $(\phi 1), (\phi 0)$ como una función de x y la desarrollamos por (30), tenemos, $(\phi 1), (\phi 0) = x, (\phi 1), (\phi 0) + (\phi 1), (\phi 0), (1 - x)$. Comparando estos términos, separadamente, con los términos del segundo miembro de (30), vemos que, $(\phi 1), (\phi 0) \prec \phi x$. Esto da inmediatamente (32), y da (31) tras realizar la multiplicación indicada en el segundo miembro de esa ecuación e igualando ϕx a su valor como se da en (30). Si $(\phi 1 +, \phi 0)$ se desarrolla como una función de x por (31), y se comparan los factores del segundo miembro con los del segundo miembro de (31), obtenemos, $\phi x \prec \phi 1 +, \phi 0$, a partir de la cual se sigue inmediatamente (33). [Nota de Peirce].

(32.) Si $\phi x = 0$ $(\phi 1), (\phi 0) = 0$. (Boole.)

(33.) Si $\phi x = 1$ $\phi 1 +, \phi 0 = 1$.

Propiedades del cero y de la unidad

La definición simbólica de cero es

$$x + 0 = x,$$

de forma que por (19) $x, a = x, (a + 0) = x, a + x, 0$.

De aquí, a partir del carácter invertible de esta adición, y de la generalidad de (14), tenemos

$$x, 0 = 0.$$

Por (24) tenemos, en general,

$$x +, 0 = x + 0 - x, 0 = x,$$

o $x +, 0 = x$.

Por (4) tenemos $ax = (a +, 0)x = ax +, 0x$.

Pero si a es una relación absurda, $ax = 0$,

de forma que $0x = 0$,

que debe sostenerse invariablemente.

De (12) tenemos $a^x = (a +, 0)^x = a^x +, 0^x +, \text{etc.}$

de donde por (21) $0^x -< a^x$.

Pero si a es una relación absurda, y x no es cero,

$$a^x = 0,$$

y, en consecuencia, a menos que $x = 0$, $0^x = 0$.

Cualquier relativo puede ser concebido como una suma de relativos $X, X', X'', \text{etc.}$, de forma que únicamente hay un individuo para el que cualquier cosa es X , únicamente uno para el que cualquier cosa es X' , etc. Por ello, si x denota “causa de”, X, X', X'' denotarían diferentes tipos de causas, dividiéndose las causas según las diferencias de las cosas de las que son causas. Entonces tenemos

$$Xy = X(y +, 0) = Xy +, X0,$$

sea lo que sea y . De ahí, puesto que y puede adoptarse de forma que

$$Xy = 0,$$

tenemos $X0 = 0$;

y, de una manera parecida,

$$X^0 0 = 0, X'^0 0 = 0, X''^0 0 = 0, \text{ etc.}$$

Entonces tenemos

$$x0 = (X +, X' +, X'' +, X''' +, \text{ etc.})0 = X0 +, X'^0 +, X''^0 +, X'''^0 +, \text{ etc.} = 0.$$

Si se divide el relativo x , de esta manera, en X, X', X'', X''' , etc., de forma que x es aquello que es o bien X o bien X' o bien X'' o bien X''' , etc., entonces $\text{no-}x$ es aquello que, a la vez, es $\text{no-}X$ y $\text{no-}X'$ y $\text{no-}X''$, etc.; esto es decir,

$$\text{no-}x = \text{no-}X, \text{no-}X', \text{no-}X'', \text{no-}X''', \text{ etc.}$$

donde $\text{no-}X$ es tal que hay algo (Z) tal que todo es $\text{no-}X$ para Z ; y lo mismo con $\text{no-}X'$, $\text{no-}X''$, etc. Ahora bien, $\text{no-}x$ puede ser cualquier relativo. Sustituyamos, entonces, y por él; e Y, Y' , etc. por $\text{no-}X, \text{no-}X'$, etc. Entonces tenemos

$$y = Y, Y', Y'', Y''', \text{ etc.};$$

$$\text{y} \quad Y'Z' = 1, \quad Y''Z'' = 1, \quad Y'''Z''' = 1, \text{ etc.},$$

donde Z', Z'', Z''' son términos individuales que dependen, para lo que denotan, de Y', Y'', Y''' . Entonces tenemos

$$1 = Y'Z' = Y'^{z'+,0} = Y'^{z'}, \quad Y'^0 = Y'Z', \quad Y'^0,$$

$$\text{o} \quad Y'^0 = 1, \quad Y''^0 = 1, \quad Y'''^0 = 1, \text{ etc.}$$

$$\text{Entonces} \quad y^0 = (Y', Y'', Y''', \text{ etc.})^0 = Y'^0, Y''^0, Y'''^0, \text{ etc.} = 1.$$

Tenemos, por definición, $x I = x$.

$$\text{De ahí, por (6),} \quad ax = (aI)x = a(Ix).$$

Ahora bien, a puede expresar cualquier relación, pero las cosas que están relacionadas con todo de la misma manera son las mismas. De ahí,

$$x = Ix.$$

$$\text{Tenemos, por definición,} \quad 1 = I_0.$$

$$\text{Entonces, si } X \text{ es cualquier individuo} \quad X, 1 = X, I_0 = X, IX.$$

$$\text{Pero} \quad IX = X.$$

$$\text{De ahí} \quad X, 1 = X, X;$$

$$\text{y por (23)} \quad X, 1 = X;$$

$$\text{de donde si adoptamos} \quad x = X + X' + X'' + X''' + \text{ etc.},$$

donde $X, X',$ etc. denotan individuos (y por el significado mismo de un término general esto siempre puede hacerse, sea x lo que sea)

$$x, 1 = (X + X' + X'' + \text{etc.}), 1 = X, 1 + X', 1 + X'', 1 + \text{etc.} = X + X' + X'' + \text{etc.} = x, \text{ o } x, 1 = x.$$

$$\text{Tenemos, por (24), } x +, 1 = x + 1 - x, 1 = x + 1 - x = 1,$$

$$\text{o } x +, 1 = 1.$$

Podemos dividir todos los relativos en limitados e ilimitados. Los relativos limitados expresan relaciones tales como la que nada tiene con todo. Por ejemplo, nada es conocedor de todo. Los relativos ilimitados expresan relaciones tales como la que algo tiene con todo. Por ejemplo, algo es tan bueno como cualquier cosa. Entonces, para los relativos limitados podemos escribir

$$p^1 = 0.$$

Lo inverso de un relativo ilimitado expresa una relación que todo tiene con algo. Así, algo es tan malo como cualquier cosa. Denotando este relativo con q ,

$$q^1 = 1.$$

Estas fórmulas le recuerdan a uno un poco el álgebra lógico de Boole, porque una de ellas se sostiene bien en la aritmética únicamente para el *cero*, y la otra únicamente para la *unidad*.

$$\text{Tenemos, por (10), } 1^x = (q^0)^x q^{(0x)} = q^0 = 1,$$

$$\text{o } 1^x = 1.$$

$$\text{Tenemos, por (4), } 1x = (a +, 1)x = ax +, 1x,$$

$$\text{o, por (21), } ax \prec 1x.$$

Pero todo está, de alguna manera, relacionado con x a menos que x sea 0; de ahí, a menos que x sea 0,

$$1x = 1.$$

Si a denota ‘aquello que posee’, e y ‘el carácter de aquello que se denota con x ’,

$$x = a^y = a^{(y^1)} = (a^y)^1 = x^1,$$

$$\text{o } x^1 = x.$$

Puesto que 1 significa idéntico con todo individuo de una clase; y, en consecuencia, 1^x es cero, a menos que x denote solo a un individuo cuando 1^x llega a ser igual a x . Pero las ecuaciones fundadas en la interpretación puede que no se sostengan en los casos en que los símbolos no tengan interpretación racional.

Recopilando todas las fórmulas relacionada con el *cero* y la *unidad*, tenemos

$$(34.) \quad x +, 0 = x. \quad (\text{Jevons.})$$

$$(35.) \quad x +, 1 = 1. \quad (\text{Jevons.})$$

$$(36.) \quad x 0 = 0.$$

$$(37.) \quad 0 x = 0.$$

$$(38.) \quad x , 0 = 0. \quad (\text{Boole.})$$

$$(39.) \quad x^0 = 1.$$

$$(40.) \quad 0^x = 0, \text{ siempre que } x > 0.$$

$$(41.) \quad Ix = x.$$

$$(42.) \quad x , I = x_0.$$

$$(43.) \quad x^I = x.$$

$$(44.) \quad I^x = 0, \text{ a menos que } x \text{ sea individual, cuando } I^x = x.$$

$$(45.) \quad q 1 = 1, \text{ donde } q \text{ es el inverso de un relativo ilimitado.}$$

$$(46.) \quad 1 x = 1, \text{ siempre que } x > 0.$$

$$(47.) \quad x , 1 = x. \quad (\text{Boole.})$$

$$(48.) \quad p^1 = 0, \text{ donde } p \text{ es un relativo limitado.}$$

$$(49.) \quad 1^x = 1.$$

Estas, de nuevo, nos dan las siguientes: -

$$(50.) \quad 0 +, 1 = 1. \quad (64.) \quad 0^1 = 0.$$

$$(51.) \quad 0 +, I = I. \quad (65.) \quad I I = I.$$

$$(52.) \quad 0 0 = 0. \quad (66.) \quad I, I = I.$$

$$(53.) \quad 0 , 0 = 0. \quad (67.) \quad I^I = I.$$

$$(54.) \quad 0^0 = 1. \quad (68.) \quad 1 1 = 1.$$

$$(55.) \quad I 0 = 0. \quad (69.) \quad 1 , 1 = 1.$$

$$(56.) \quad 0 I = 0. \quad (70.) \quad 1^1 = 1.$$

$$(57.) \quad 0 , I = 0. \quad (71.) \quad 1 I = 1.$$

$$(58.) \quad 0^I = 0. \quad (72.) \quad I 1 = 1.$$

$$(59.) \quad I^0 = 1. \quad (73.) \quad I , 1 = I.$$

$$(60.) \quad 0 1 = 0. \quad (74.) \quad 1^I = 1.$$

$$(61.) \quad 1 0 = 0. \quad (75.) \quad I^1 = 0.$$

$$(62.) \quad 0 , 1 = 0. \quad (76.) \quad 1, = I.$$

$$(63.) \quad 1^0 = 1.$$

De (64) podemos inferir que 0 es un relativo limitado, y de (60) que no es el inverso de un relativo ilimitado. De (70) podemos inferir que 1 no es un relativo limitado, y de (68) que es el inverso de un relativo ilimitado.

Fórmulas relacionadas con los números de los términos

Ya hemos visto que

(77.) Si $x \prec y$, entonces $[x] \prec [y]$.

(78.) Cuando $x, y = 0$, entonces $[x +, y] = [x] +, [y]$.

(79.) Cuando $[x y]:[n^x y] = [x]:[n^x]$, entonces $[x y] = [x][y]$.

(80.) Cuando $[x \parallel y] = [x][\parallel y][1]$, entonces $[x^y] = [x]^{[y]}$.

Se observará que las condiciones a las que deben ajustarse los términos, para que las ecuaciones aritméticas se sostengan, aumentan en complejidad cuando pasamos de las relaciones y de los procesos más simples a los más complejos.

Hemos visto que

(81.) $[0] = 0$.

(82.) $[1] = I$.

Lo más común es que el universo sea ilimitado, y entonces

(83.) $[1] = \infty$;

y las propiedades generales de 1 se corresponden con las de infinito. De ahí,

$x +, 1 = 1$ se corresponde con $x + \infty = \infty$,

$q 1 = 1$ “ “ “ $q \infty = \infty$,

$1 x = 1$ “ “ “ $\infty x = \infty$,

$p^1 = 0$ “ “ “ $p^\infty = 0$,

$1^x = 1$ “ “ “ $\infty^x = \infty$.

Las fórmulas que implican a la multiplicación conmutativa se derivan de la ecuación

$1, = I$. Pero si 1 se considera infinito, no es un infinito absoluto; porque $1 0 = 0$. Por otro lado, $I^1 = 0$.

Es evidente, de la definición del número de un término, que

(84.) $[x,] = [x]:[1]$.

En consecuencia, tenemos que, si la probabilidad de que un individuo sea x para cualquier y es independiente de lo que cualquier otro y sea para x , y si x es independiente de y ,

$$(85.) [x^y,] = [x,]^y.$$

MÉTODO GENERAL PARA TRABAJAR CON ESTA NOTACIÓN

El álgebra lógico de Boole no contiene ninguna operación excepto nuestra adición invertible y nuestra multiplicación conmutativa, junto con las correspondientes sustracción y división. Solo tiene, en consecuencia, que expandir las expresiones que implican a la división, por medio de (30), para liberarse así de todas las operaciones no-determinativas, para poder usar los métodos ordinarios del álgebra que están, además, grandemente simplificados por el hecho de que

$$x, x = x.$$

La modificación del Sr. Jevons del álgebra de Boole implica solo a la adición no-invertible y a la multiplicación conmutativa, sin las correspondientes operaciones inversas. Él puede reemplazar la sustracción por la multiplicación, debido al principio de contradicción, y reemplazar la división por la adición, debido al principio del tercio excluido. Por ejemplo, si x es desconocido, y tenemos

$$x +, m = a,$$

o lo que se denota con x junto con hombres, que hace animales, solo podemos concluir, en referencia a x , que denota (entre otras cosas, quizás) a todos los animales no hombres; esto es, que los x s no hombres son los mismos que los animales no hombres. Que m^- denote a los no-hombres; entonces por la multiplicación tenemos

$$x, m^-, m, m^- = x, m^- = a, m^-,$$

porque, por el principio de contradicción,

$$m, m^- = 0.$$

O, supongamos, siendo x , de nuevo, desconocido, que hemos dado

$$a, x = m.$$

Entonces todo lo que podemos concluir es que los x s consisten en todos los m s y, quizás, algunos o todos los no- a s, o que los x s y los no- a s juntos hacen por los m s y los no- a s juntos. Si, entonces, a^- denota no- a , añadimos a^- a ambos lados y tenemos

$$a, x +, a^- = m +, a^-.$$

$$\text{Entonces por (28)} \quad (a +, a^-)(x +, a^-) = m +, a^-.$$

Pero por el principio del tercio excluido,

$$a +, a^- = 1$$

$$\text{y, en consecuencia,} \quad x +, a^- = m +, a^-.$$

No me consta que el Sr. Jevons utilice, de hecho, este último proceso, pero depende de él hacerlo. De esta manera, el álgebra del Sr. Jevons resulta decididamente más simple que, incluso, la de Boole.

Es obvio que cualquier álgebra para la lógica de relativos debe ser mucho más complicada. En la que yo propongo, trabajamos con las desventajas de que la multiplicación no es, por lo general, conmutativa, de que las operaciones inversas son habitualmente indeterminadas, y de que las ecuaciones trascendentales e, incluso, las ecuaciones como

$$a^{bx} = c^{de x} + f^x + x,$$

donde los exponentes son de profundidad tres o cuatro, son comunes en exceso. Es obvio, en consecuencia, que este álgebra es mucho menos manejable que el álgebra aritmético ordinario.

Podemos hacer un uso considerable de las fórmulas generales dadas hasta ahora, especialmente de (1), (21) y (27), y también de las siguientes que se derivan a partir de ellas:

(86.) Si $a \prec b$ entonces hay un término x tal que $a +, x = b$.

(87.) Si $a \prec b$ entonces hay un término x tal que $b, x = a$.

(88.) Si $b, x = a$ entonces $a \prec b$.

(89.) Si $a \prec b \quad c +, a \prec c +, b$.

(90.) Si $a \prec b \quad c a \prec c b$.

(91.) Si $a \prec b \quad a c \prec b c$.

(92.) Si $a \prec b \quad c^b \prec c^a$.

(93.) Si $a \prec b \quad a^c \prec b^c$.

(94.) $a, b \prec a$.

Hay, sin embargo, muchísimos casos en los que las fórmulas dadas hasta ahora sirven de poco.

La demostración del tipo denominado matemático se funda en supuestos de casos particulares. El geómetra dibuja una figura; el algebrista asume que una letra significa una cantidad única que cumple con las condiciones requeridas. Pero, cuando el matemático supone un caso individual su hipótesis es, sin embargo, perfectamente general, porque no considera ningún carácter del caso individual salvo aquellos que deben pertenecer a todo tal caso. La ventaja de su procedimiento se basa en el hecho de

que las leyes lógicas de los términos individuales son más simples que las que se refieren a los términos generales, porque los términos individuales son o bien idénticos o bien mutuamente exclusivos, y no pueden intersectarse ni estar subordinados el uno al otro como pueden hacerlo las clases. La demostración matemática no está, en consecuencia, más restringida respecto a los temas de la intuición que cualquier otro tipo de razonamiento. Claro está que el álgebra lógico demuestra conclusivamente que las matemáticas se extienden por todo el dominio de la lógica formal; y que debe abandonarse cualquier teoría del conocimiento que no pueda ajustarse a este hecho. Podemos sacar provecho de todas las ventajas que se supone el matemático deriva de la intuición haciendo, simplemente, suposiciones generales de casos individuales.

En referencia a la doctrina de los términos individuales, deben tenerse presentes dos distinciones. El átomo lógico, o término incapaz de división lógica, debe ser aquel del cual todo predicado puede ser universalmente afirmado o negado. Puesto que, sea A este término. Entonces, si no es verdadero que todo A es X ni que ningún A es X, debe ser verdadero que algún A es X y algún A es no X; y, en consecuencia, A puede dividirse en el A que es X y en el A que es no X, lo cual es contrario a su naturaleza como átomo lógico. Un término tal no puede realizarse ni en el pensamiento ni en la sensación. En la sensación no, porque nuestros órganos de los sentidos son especiales - el ojo, por ejemplo, no nos informa inmediatamente del sabor, por lo que una imagen en la retina es indeterminada respecto al dulzor o no-dulzor. Cuando veo una cosa, no veo que no sea dulce, ni tampoco veo que sea dulce; y, en consecuencia, lo que veo es capaz de división lógica entre lo dulce y lo no-dulce. Es costumbre asumir que las imágenes visuales son absolutamente determinadas respecto al color pero incluso esto puede dudarse. No conozco ningún hecho que demuestre que nunca haya la más mínima vaguedad en la sensación inmediata. En el pensamiento, no puede realizarse un término absolutamente determinado porque, al no estar dado por los sentidos, un concepto tal tendría que formarse por síntesis, y no habría fin a la síntesis porque no hay límite para el número de predicados posibles. Un átomo lógico, entonces, al igual que un punto en el espacio, implicaría para su determinación precisa un proceso infinito. Solo podemos decir, de una forma general, que un término, sea lo indeterminado que sea, puede hacerse aún más determinado, pero no que pueda hacerse absolutamente determinado. Un término como 'el segundo Felipe de Macedonia' es aún capaz de división lógica, en 'Felipe borracho' y 'Felipe sobrio', por ejemplo; pero lo denominamos individual

porque lo que denota está únicamente en un lugar en un momento. Es un término no *absolutamente* indivisible, sino divisible en la medida que obviemos las diferencias de tiempo y las diferencias que las acompañan. Habitualmente descartamos estas influencias en la división lógica de las sustancias. En la división de relaciones, etc., por supuesto que no descartamos estas diferencias pero descartamos algunas otras. No hay nada que pueda prevenir que, prácticamente cualquier tipo de diferencia, sea convencionalmente obviada en algún discurso, y si *I* fuera un término que a consecuencia de esa negligencia se hace indivisible en ese discurso, tenemos en ese discurso,

$$[I]=1.$$

Esta distinción entre lo absolutamente indivisible y aquello que es uno en número desde un punto de vista particular, se muestra en las dos palabras *individual* (τὸ ἄτομον) y *singular* (τὸ καθ' ἑκάστων); pero como los que han utilizado la palabra *individual* no han sido conscientes de que la individualidad absoluta es meramente ideal, esta ha llegado a ser usada en un sentido más general¹⁷.

Los lógicos antiguos distinguen entre *individuum signatum* e *individuum vagum*. 'Julio Cesar' es un ejemplo del primero; 'cierto hombre', del segundo. El *individuum vagum*, en los días en que tales nociones eran exactamente investigadas, ocasionaba una gran dificultad por tener una cierta generalidad, siendo capaz, aparentemente, de división lógica. Si incluimos en el *individuum vagum* un término como 'cualquier hombre individual', estas dificultades aparecen bajo una fuerte luz, porque lo que es verdadero de cualquier hombre individual es verdadero de todos los hombres. Este término no es, en un sentido, un término individual; porque representa a todo hombre. Pero representa a cada hombre como capaz de ser denotado por un término que es individual; y, por eso, aunque no sea él mismo un término individual, está en lugar de cualquiera de una clase de términos individuales. Si llamamos a un pensamiento sobre

¹⁷ El término individual absoluto no solo no puede ser realizado en la sensación ni en el pensamiento, sino que no puede existir, hablando con propiedad. Ya que cualquier cosa que dure algún tiempo, por corto que sea, es capaz de división lógica, porque en ese tiempo sufrirá algún cambio en sus relaciones. Pero lo que no existe durante ningún tiempo, por corto que sea, no existe en absoluto. En consecuencia, todo lo que percibimos o pensamos, o que existe, es general. Hasta ahora hay verdad en la doctrina del realismo escolástico. Pero todo lo que existe es infinitamente determinado, y lo infinitamente determinado es lo absolutamente individual. Esto parece paradójico, pero la contradicción se resuelve fácilmente. Aquello que existe es el objeto de una noción verdadera. Esta noción puede hacerse más determinada que cualquier noción asignable; y, en consecuencia, nunca es tan determinada que no sea capaz de más determinación. [Nota de Peirce].

una cosa, en la medida que es denotado por un término, una *segunda intención*, podemos decir que un término como ‘cualquier hombre individual’ es individual por segunda intención. Las letras que utiliza el matemático (tanto en álgebra como en geometría) son estos términos individuales por segunda intención. Tales términos individuales son uno en número, porque cualquier hombre individual es un hombre; pueden también considerarse como incapaces de división lógica, puesto que cualquier hombre individual, aunque pueda ser francés o no, es, sin embargo, totalmente un francés o totalmente no, y no algo de lo uno y algo de lo otro. De esta manera, todas las leyes de la lógica formal referidas a términos individuales serán válidas para estos términos individuales por segunda intención y, al mismo tiempo, una proposición universal puede, en cualquier momento, ser sustituida por una proposición acerca de ese término individual, puesto que nada puede predicarse de este término individual que no pueda predicarse de toda la clase.

Hay en la lógica de relativos tres tipos de términos que implican suposiciones generales de casos individuales. El primero son los términos *individuales*, que denotan solo a individuos; el segundo son aquellos relativos cuyos correlativos son individuales; denomino a estos *relativos infinitesimales*; el tercero son los relativos *infinitesimales individuales*, y a estos los denomino relativos *elementales*.

Términos individuales

Las fórmulas fundamentales referidas a la individualidad son dos. Los términos individuales se denotan con mayúsculas.

$$(95.) \text{ Si } x > 0 \quad x = X +, X' +, X'' +, X''' +, \text{ etc.}$$

$$(96.) \quad y^X = yX.$$

También, tenemos las siguientes que son fácilmente deducibles a partir de estas dos:

$$(97.) (y, z)X = (yX), (zX). \quad (99.) [X] = 1.$$

$$(98.) X, y_0 = X, yX. \quad (100.) I^X = X.$$

Ya hemos visto que

$$I^X = 0, \text{ siempre que } [x] > 1.$$

Como ejemplo del uso de las fórmulas que hemos obtenido hasta ahora, investiguemos las relaciones lógicas entre «benefactor de un amante de todo sirviente de toda mujer», «aquello que está para todo sirviente de alguna mujer en la relación de

benefactor de un amante de él», «benefactor de todo amante de algún sirviente de una mujer», «benefactor de todo amante de todo sirviente de toda mujer», etc. Entonces, en primer lugar, tenemos por (95)

$$sw = s(W' +, W'' +, W''' +, \text{etc.}) = sW' +, sW'' +, sW''' +, \text{etc.}$$

$$s^w = s^{W' +, W'' +, W''' +, \text{etc.}} = s^{W'}, s^{W''}, s^{W'''}, \text{etc.}$$

De la última ecuación tenemos por (96)

$$s^w = (sW'), (sW''), (sW'''), \text{etc.}$$

Ahora, por (31) $x' +, x'' +, \text{etc.} = x', x'', x''', \text{etc.} +, \text{etc.},$

o (101.) $\Pi' \prec \Sigma',$

donde Π' y Σ' significan que debe usarse la adición y la multiplicación con comas. De esto se sigue que

(102.) $s^w \prec sw.$

Si w desaparece, esta ecuación falla, porque en ese caso (95) no se sostiene.

De (102) tenemos

(103.) $(ls)^w \prec lsw.$

Ya que $a = a, b +, \text{etc.}, b = a, b +, \text{etc.}$

tenemos $la = l(a, b +, \text{etc.}) = l(a, b) +, l(\text{etc.}),$

$$lb = l(a, b +, \text{etc.}) = l(a, b) +, l(\text{etc.})$$

Multiplicando conmutativamente estas dos ecuaciones tenemos

$$(la), (lb) = l(a, b) +, \text{etc.}$$

o

(104.) $l \Pi' \prec \Pi' l.$

Ahora $(ls)^w = (ls)^{W' +, W'' +, W''' +, \text{etc.}} = \Pi' (ls)^w = \Pi' lsw,$

$$Ls^w = ls^{W' +, W'' +, W''' +, \text{etc.}} = l \Pi' s^w = l \Pi' sW.$$

De ahí,

(105.) $ls^w \prec (ls)^w,$

o todo amante de un sirviente de todas las mujeres está para toda mujer en la relación de amante de un sirviente de ella.

De (102) tenemos

$$(106.) \quad l^{s \text{ exp } w} \prec l^s w.$$

Por (95) y (96) tenemos

$$\begin{aligned} l^s w &= l^s (W' + W'' + W''' + \text{etc.}) \\ &= l^s W' + l^s W'' + l^s W''' + \text{etc.} \\ &= l^{s W'} + l^{s W''} + l^{s W'''} + \text{etc.} \end{aligned}$$

$$\text{Ahora } s^w = s^{W' + W'' + W''' + \text{etc.}} = s^{W'} s^{W''} s^{W'''} \text{ etc.}$$

$$\text{Por lo que por (94)} \quad s^w \prec s^{W'} \prec s^{W''}.$$

$$\text{De ahí por (92)} \quad l^{s W'} \prec l^{s \text{ exp } w}, \quad l^{s W''} \prec l^{s \text{ exp } w}, \quad l^{s W'''} \prec l^{s \text{ exp } w}.$$

$$\text{Añadiendo} \quad l^{s W'} + l^{s W''} + l^{s W'''} \prec l^{s \text{ exp } w};$$

o

$$(107.) \quad l^s w \prec l^{s \text{ exp } w}.$$

Esto es, todo amante de todo sirviente de cualquier mujer en particular es un amante de todo sirviente de todas las mujeres.

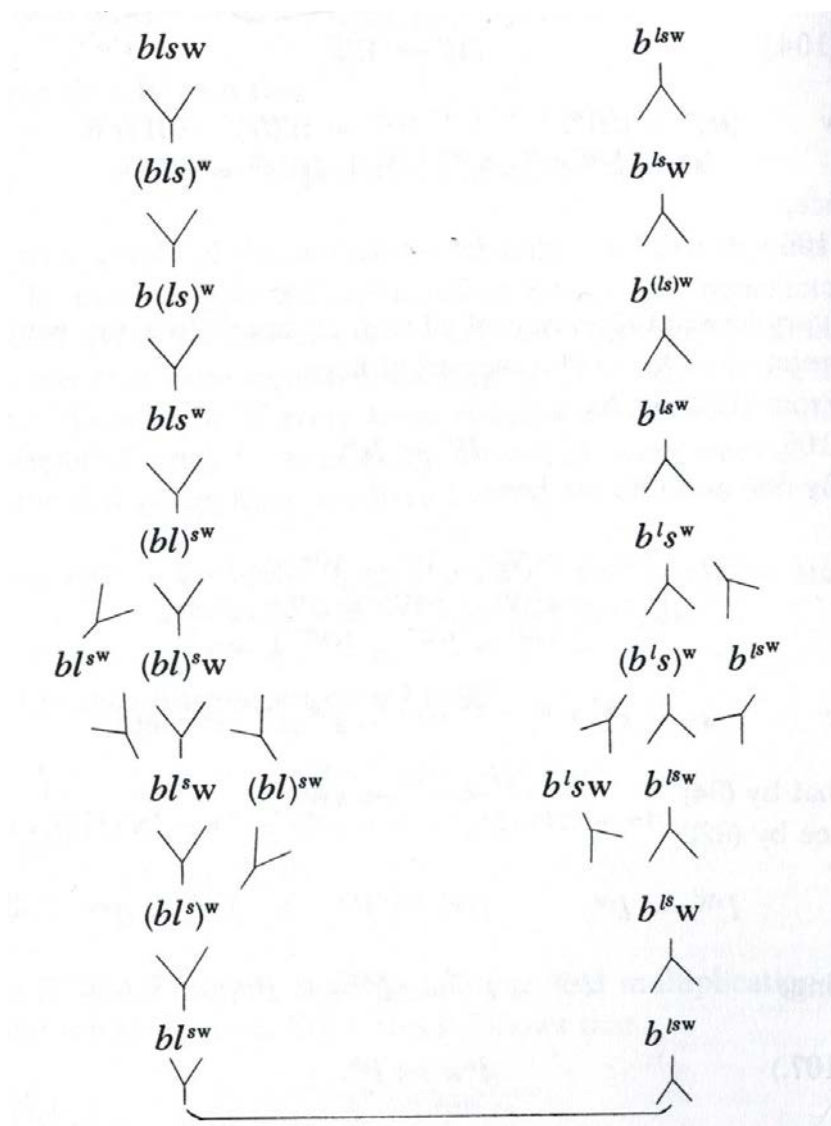
Por (102) tenemos

$$(108.) \quad l^{s w} \prec l^s w.$$

De esto, tenemos

$$l^{s w} \prec l^s w \prec l^{s \text{ exp } w} \prec l^s w \prec (l^s)^w \prec l^s w.$$

Por un razonamiento similar podemos fácilmente establecer las relaciones que se muestran en la siguiente tabla. Debe recordarse que las formulas no se sostienen, por lo general, cuando desaparecen los exponentes.



Me parece que la ventaja de la notación algebraica comienza ya a ser perceptible, aunque sus capacidades están todavía muy imperfectamente desarrolladas. De todas formas, me parece que el caso *prima facie* está suficientemente desarrollado por lo que el lector que aún niegue la utilidad del álgebra debería no ser tan indolente como para intentar escribir en lenguaje ordinario y con precisión lógica los 22 términos anteriores. Habiéndolo hecho, solo tiene que desordenarlos y, luego, restaurar el orden con la lógica ordinaria, para de esta forma demostrar el álgebra en la medida que está desarrollada hasta ahora.

Relativos infinitesimales

Tenemos por el teorema del binomio, por (49) y por (47),

$$(1+x)^n = 1 + \sum_p x^{n-p} + x^n.$$

Ahora bien, si suponemos que el número de individuos para los que cualquier cosa es x se reduce a un número cada vez más pequeño, alcanzamos como nuestro límite

$$x^2 = 0,$$

$$\sum_p x^{n-p} = [n] \cdot 1^{n-1}, x^1 = xn,$$

$$(1+x)^n = 1 + xn.$$

Si, en base a la pérdida de su potencia, llamamos a x un infinitesimal aquí y lo denotamos con i , y si ponemos

$$xn = in = y,$$

nuestra ecuación se convierte en

$$(109.) \quad (1+i)_i^y = 1+y.$$

Poniendo $y = I$, y denotando $(1+i)_i^I$ por \mathbb{G} , tenemos

$$(110.) \quad \mathbb{G} = (1+i)_i^I = 1+I.$$

De hecho, esto concuerda con el álgebra ordinario mejor de lo que parece; porque I es propiamente un infinitesimal, y \mathbb{G} es \mathbb{G}^I . Si las potencias mayores de I no se perdieron, obtendremos el desarrollo normal de \mathbb{G} .

Las potencias positivas de \mathbb{G} son absurdas en nuestra notación. Para las potencias negativas tenemos

$$(111.) \quad \mathbb{G}^{-x} = 1-x.$$

Hay dos formas de elevar \mathbb{G}^{-x} a la potencia y . En primer lugar, por el teorema del binomio,

$$(1-x)^y = 1 - [y] \cdot 1^{y-1} + [y] \cdot [y-1]/2 \cdot 1^{y-2} \cdot x^2 - \text{etc};$$

y, en segundo lugar, por (111) y (10).

$$\mathbb{G}^{-xy} = 1-xy.$$

De esta forma parece que la suma de todos los términos del desarrollo del binomio de $(1-x)^y$, después del primero, es $-xy$. La verdad de esto puede mostrarse con un ejemplo. Supongamos que el número de y s es cuatro, Y' , Y'' , Y''' e Y'''' . Utilicemos x' , x'' , x''' y x'''' en un sentido tal que

$$xY' = x', \quad xY'' = x'', \quad xY''' = x''', \quad xY'''' = x''''.$$

Entonces los negativos de los diferentes términos del desarrollo del binomio son,

$$\begin{aligned} [y].1^{y-1}.x^1 &= x' + x'' + x''' + x'''. \\ - \frac{[y].[y-1]}{2}.1^{y-2}.x^2 &= -x',x'' - x',x''' - x'',x''' \\ &\quad - x'',x'''' - x''',x'''. \\ + \frac{[y].[y-1].[y-2]}{2.3}.1^{y-3}.x^3 &= x',x'',x''' + x',x'',x'''' + x',x''',x'''' \\ &\quad + x'',x''',x'''. \\ x^y &= -x',x'',x''',x'''. \end{aligned}$$

Ahora bien, puesto que está adición es invertible, en el primer término, x' que es x'' , se cuenta dos veces, y lo mismo ocurre con todo otro par. El segundo término sustrae cada uno de estos pares, de forma que solo se cuenta una vez. Pero en el primer término la x' que es x'' que es x''' se cuenta solo tres veces, mientras que en el segundo término se sustrae tres veces; particularmente, en (x', x'') , en (x', x''') y en (x'', x''') . En conjunto, por lo tanto, un terno no se representaría en la suma de ningún modo, si no fuera añadido por el tercer término. Todo el cuartete está incluido cuatro veces en el primer término, es sustraído seis veces por el segundo término y se añade cuatro veces en el tercer término. El cuarto término lo sustrae una vez, y así en la suma de estos términos negativos cada combinación acaece una vez, y solo una; esto es decir que la suma es

$$x' + x'' + x''' + x'''' = x(Y' + Y'' + Y''' + Y''') = xy.$$

Si escribimos $(ax)^3$ por $[x]. [x-1]. [x-2]. 1^{x-3}. a^3$, esto es por todo lo que sea a para cualesquiera tres xs , respetando el orden de las xs ; y empleamos los números modernos como exponentes con esta significación generalmente, entonces

$$1 - ax + \frac{1}{2!} (ax)^2 - \frac{1}{3!} (ax)^3 + \text{etc.}$$

es el desarrollo de $(1-a)^x$ y, consiguientemente, se reduce a $1 - ax$. Esto es,

$$(112.) \quad x = x - \frac{1}{2!} x^2 + \frac{1}{3!} x^3 - \frac{1}{4!} x^4 + \text{etc.}$$

$1 - x$ denota todo excepto x , esto es, todo lo que sea otro que todo x ; de forma que

\mathbb{G}^- significa 'no'. Adoptaremos $\log x$ en un sentido tal que

$$\mathbb{G}^{\log x} = x.^{18}$$

¹⁸ Que el $\log 0 = -1$ resulta en otra semejanza entre 1 e infinito. [Nota de Peirce].

Defino la primera diferencia de una función con la fórmula habitual,

$$(113.) \quad \Delta\varphi x = \varphi(x + \Delta x) - \varphi x,$$

donde Δx es un relativo indefinido que nunca tiene un correlato en común con x .

De forma que

$$(114.) \quad x, (\Delta x) = 0 \quad x + \Delta x' = x + \Delta x.$$

Diferencias mayores pueden definirse con las fórmulas

$$(115.) \quad \Delta^n x = 0 \text{ if } n > 1.$$

$$\Delta^2 \varphi x = \Delta \Delta x = \varphi(x + 2.\Delta x) - 2.\varphi(x + \Delta x) + \varphi x,$$

$$\Delta^3 \varphi x = \Delta \Delta^2 x = \varphi(x + 3.\Delta x) - 3.\varphi(x + 2.\Delta x) + 3.\varphi(x + \Delta x) - \varphi x.$$

$$(116.) \quad \Delta^n \varphi x = \varphi(x + n.\Delta x) - n.\varphi(x + (n-1).\Delta x) + \frac{n.(n-1)}{2}.\varphi(x + (n-2).\Delta x) - \text{etc.}$$

Los exponentes que aquí se han añadido a Δ denotan el número de veces que debe repetirse esta operación y, por ello, tienen una significación completamente diferente a la de los coeficientes numéricos en el teorema del binomio. He indicado la diferencia poniendo un punto tras los exponentes significativos de repetición operacional. Así, m^2 puede denotar a la madre de una pareja determinada, m^2 a una abuela materna.

Otra circunstancia que debe observarse es que, al adoptar la segunda diferencia de x , si distinguimos los dos incrementos que x recibe sucesivamente como $\Delta'x$ y $\Delta''x$, entonces, por (114)

$$(\Delta'x), (\Delta''x) = 0$$

Si Δx es relativa a un número tan pequeño de individuos que si el número se disminuyera una unidad $\Delta^n \varphi x$ desaparecería, entonces, denomino a estas dos diferencias correspondientes *diferenciales*, y las escribo con d en vez de con Δ .

La diferencia de la suma invertible de dos funciones es la suma de sus diferencias; dado que por (113) y (18),

$$(117.) \quad \Delta(\varphi x + \psi x) = \varphi(x + \Delta x) + \psi(x + \Delta x) - \varphi x - \psi x =$$

$$\varphi(x + \Delta x) - \varphi x + \psi(x + \Delta x) - \psi x = \Delta\varphi x + \Delta\psi x.$$

Si a es constante, tenemos

$$\begin{aligned}
 (118.) \quad \Delta a \varphi x &= a(\varphi x + \Delta \varphi x) - a \varphi x = a \Delta \varphi x - (a \Delta \varphi x), a \varphi x, \\
 \Delta^2 a \varphi x &= -\Delta a \varphi x, a \Delta x, \text{ etc.} \\
 \Delta(\varphi x) a &= (\Delta \varphi x) a - ((\Delta \varphi x) a), \varphi x a, \\
 \Delta^2(\varphi x) a &= -\Delta(\varphi x) a, \text{ etc.}
 \end{aligned}$$

$$(119.) \quad \Delta(a, \varphi x) = a, \Delta \varphi x.$$

Diferenciemos las potencias sucesivas de x . Tenemos, en primer lugar,

$$\Delta(x^2) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = 2.x^{2-\dagger 1}, (\Delta x)^{\dagger 1} + (\Delta x)^2.$$

Aquí, si suponemos Δx relativa a solo un individuo, $(\Delta x)^2$ desaparece y tenemos, con la ayuda de (115),

$$d(x^2) = 2.x^1, dx.$$

Considerando a continuación la siguiente tercera potencia, tenemos, para el primer diferencial,

$$\Delta(x^3) = (x + \Delta x)^3 - x^3 = 3.x^{3-\dagger 1}, (\Delta x)^{\dagger 1} + 3.x^{3-\dagger 2}, (\Delta x)^{\dagger 2} + (\Delta x)^3, d(x^3) = 3.x^2, (dx).$$

Para obtener el segundo diferencial, procedemos como sigue:

$$\begin{aligned}
 \Delta^2(x^3) &= (x + 2.\Delta x)^3 - 2.(x + \Delta x)^3 + x^3 \\
 &= x^3 + 6.x^{3-\dagger 1}, (\Delta x)^{\dagger 1} + 12.x^{3-\dagger 2}, (\Delta x)^{\dagger 2} \\
 &\quad + 8.(\Delta x)^3 - 2.x^3 - 6.x^{3-\parallel 1}, (\Delta x)^{\parallel 1} \\
 &\quad - 6.x^{3-\S 2}, (\Delta x)^{\S 2} - 2.(\Delta x)^3 + x^3 \\
 &= 6.x^{3-\dagger 2}, (\Delta x)^{\dagger 2} + 6.(\Delta x)^3.
 \end{aligned}$$

Aquí, si Δx es relativo a menos de dos individuos, $\Delta \varphi x$ desaparece. Haciéndolo relativo a dos solamente tenemos, entonces,

$$d^2(x^3) = 6.x^1, (dx)^2.$$

Estos ejemplos son suficientes para mostrar lo que serán los diferenciales de x^{\parallel} . Si sustituimos el número \parallel por el término lógico n , tenemos

$$\Delta(x^n) = (x + \Delta x)^n - x^n = [n].x^{n-\dagger 1}, (\Delta x)^{\dagger 1} + \text{etc.}$$

$$d(x^n) = [n].x^{n-1}, (dx).$$

De esta forma encontraremos rápidamente

$$(120.) \quad d^m(x^n) = [n].[n-1].[n-2] \dots [n-m+1].x^{n-\dagger m}, (dx)^{\dagger m}.$$

A continuación, diferenciemos t^x . Tenemos, en primer lugar,

$$\Delta l^x = l^{x+\Delta x} - l^x = l^x, t^{\Delta x} - l^x = l^x, (l^{\Delta x} - 1).$$

El valor de $l^{\Delta x} - 1$ es el siguiente a encontrar.

Tenemos por (111), entonces, pero por (10):

$$\begin{aligned} G^{l^{\Delta x}} - 1 &= l^{\Delta x}, \\ l^{\Delta x} - 1 &= \log l^{\Delta x}, \\ \log l^{\Delta x} &= (\log l) \Delta x. \end{aligned}$$

Sustituyendo este valor de $t^{d \exp x} - 1$ en la ecuación que hemos encontrado últimamente por dt^x tenemos

$$(121.) \quad dl^x = l^x, (\log, l) dx = l^x, (l - 1) dx = -l^x, (1 - l) dx.$$

Al imprimir este escrito, hago aquí un añadido que suple una omisión en la anterior relación de la involución en este álgebra. Hemos visto que todo término que no desaparece es concebible como divisible lógicamente en términos individuales. Así podemos escribir

$$s = S' + S'' + S''' + \text{etc.}$$

donde no más de un individuo está en cualquiera de estas relaciones con el mismo individuo, aunque no hay nada que evite que la misma persona esté así relacionada con muchos individuos. De esta manera ‘obispo de la sede de’ puede dividirse en primer obispo, segundo obispo, etc., y solo una persona puede ser el enésimo obispo de cualquier sede, aunque la misma persona puede (donde se permite la traslación) ser el enésimo obispo de varias sedes. Ahora bien, denotemos lo inverso de x con Kx ; así, si s es ‘sirviente de’, Ks es ‘señor o señora de’. Entonces tenemos

$$Ks = KS' + KS'' + KS''' + \text{etc.};$$

y aquí cualquiera de los términos del segundo miembro expresa evidentemente una relación tal que la misma persona no puede estar así relacionada con más de uno, aunque más de uno puede estar así relacionado con el mismo. De esta manera, lo inverso de ‘obispo de la sede de ____’ es ‘sede uno cuyo obispo es ____’, lo inverso de ‘primer obispo de ____’ es ‘sede cuyo primer obispo es ____’, etc. Ahora bien, La misma sede no puede ser una sede cuyo enésimo obispo es más de un individuo, aunque varias sedes pueden estar así relacionadas con el mismo individuo. A tales relativos los denomino infinitesimales a causa de la desaparición de sus potencias más altas. Todo relativo tiene un inverso, y dado que este inverso es concebible como divisible en

términos individuales, el relativo mismo es concebible como divisible en términos infinitesimales. Para indicar esto podemos escribir

$$(122.) \text{ Si } x > 0 \quad x = X' +, X'' +, X''' +, \text{ etc.}$$

Puesto que un término que desaparece no es un individuo, ni está compuesto de individuos, entonces tampoco es ni un infinitesimal ni está compuesto de infinitesimales.

Al igual que escribimos $l S', l S'', l S''', \text{ etc.} = l^s$,
podemos escribir

$$(123.) \quad L' s, L'' s, L''' s, \text{ etc.} = l^s.$$

Pero como la primera fórmula está afectada por la circunstancia de que *cero* no es un individuo, de forma que $l^s w$ no desaparece porque ninguna mujer tenga el tipo particular de sirviente denotado por S'' , $l^s w$, que denota meramente a todo amante de cualquier sirviente que haya de cualquier mujer; por lo que la segunda fórmula está afectada de una manera parecida, de forma que la desaparición de L, s no hace que l^s desaparezca, sino que esto debe interpretarse como que denota a todo lo que es un amante, *de cualquier forma que lo sea de alguna manera*, de un sirviente. Entonces, al igual que tenemos por (112) que

$$(124.) \quad l^s = 1 - (1 - l)s;$$

Igualmente tenemos

$$(125.) \quad l^s s = 1 - l(1 - s).$$

El Sr. De Morgan denota l^s y $l^s s$ por LS' y $L' S$ respectivamente, y ha diseñado en detalle la manera de formar el inverso y el opuesto de estas funciones. Para el inverso de m , escribo w , y para el de n , u .

x	$\mathcal{K}x$	\mathcal{G}^{-x}	$\mathcal{K}\mathcal{G}^{-x}$
mn	uu	$(1-m)^n = m(1-n)$	$u(1-u) = (1-uu)^u$
$m^n = (1-m)(1-n)$	$u^u = (1-u)^{(1-u)}$	$(1-m)n$	$uu(1-u)$
$m^n = (1-m)^{(1-n)}$	$u^u = (1-u)^{(1-u)}$	$m(1-n)$	$(1-uu)u$

Denominaré a la operación por la que w se cambia a $l^s w$, *involución inversa*. Todas las leyes de esta menos una son las mismas que las de la involución ordinaria, y la única

excepción es del tipo, se dice, que demuestra la regla. Es aquella que, mientras en la involución ordinaria tenemos

$$(l^s)^w = l^{(sw)};$$

en la involución inversa, tenemos

$$(126.) \quad l^s(w) = (l^s)w;$$

esto es, las cosas que no son amantes de nada salvo de las cosas que no son sirvientes de nada salvo de mujeres, son las cosas que son amantes de sirvientes de nada salvo mujeres.

Las otras fórmulas fundamentales de la involución inversa son como sigue:

$$(127.) \quad l^{+,s}w = l_w, {}^s w,$$

o, las cosas que son amantes o sirvientes de nada salvo mujeres son las cosas que son amantes de nada salvo mujeres y sirvientes de nada salvo mujeres.

$$(128.) \quad l(f, u) = l_f, l_u,$$

o, las cosas que son amantes de nada salvo violinistas franceses son las cosas que son amantes de nada salvo franceses y amantes de nada salvo violinistas. Esto, quizás, no es totalmente axiomático. Se demuestra como sigue. Por (125) y (30)

$$l(f, u) = G^{-l(1-f, u)} = G^{-l(1-f) + l(1-u)}$$

Por (125), (13), y (7),

$$l_f, l_u = G^{-l(1-f)}, G^{-l(1-u)} = G^{-l(1-f) + l(1-u)}.$$

Finalmente, el teorema del binomio se sostiene con la involución inversa. Ya que aquellas personas que son amantes de nada salvo franceses y violinistas consisten, primero, de aquellas que son amantes de nada salvo franceses; segundo, de aquellas, que de alguna manera, son amantes de nada salvo franceses y, en todas las otras maneras, de nada salvo violinistas, y, finalmente, de aquellas que son amantes solo de violinistas. Esto es,

$$(129.)$$

$$l(u + f) = l_u + \sum_p l^{-p}u, {}^p f + l_f.$$

Para conservar los coeficientes numéricos, debemos permitir que $\{l\}$ sea el número de personas de las que una persona es amante. Podemos escribir entonces

$${}^l(u + f) = {}^l u + \{l\}^l - {}^1 u, {}^1 f + \frac{l(l-1)}{2} {}^l - {}^2 u, {}^2 f + \text{etc.}$$

Tenemos, también, la siguiente fórmula que combina las dos involuciones:

$$(130.) \quad {}^l(s^w) = ({}^l s)^w;$$

esto es, las cosas que son amantes de nada salvo de las que son sirvientes de todas las mujeres son las mismas que las cosas que están relacionadas con todas las mujeres como amantes de nada salvo de sus sirvientes.

Merece la pena mencionar, de pasada, una proposición singular derivable de (128). Puesto que por (124) y (125)

$${}^x y = (1 - x)^{(1-y)},$$

y puesto que

$$1 - (u + f) = \mathcal{G}^{-(u+f)} = \mathcal{G}^{-u}, \mathcal{G}^{-f} = (1 - u), (1 - f),$$

(128) nos da,

$$\begin{aligned} (1 - l)^{(1-u), (1-f)} &= (1 - l)^{(1-u)} \\ &\quad + \sum_p (1 - (l - p))^{(1-u)}, (1 - p)^{(1-f)} \\ &\quad + (1 - l)^{(1-f)}. \end{aligned}$$

Esto es, por supuesto, tan verdadero para u y f como para $(1 - u)$ y $(1 - f)$. Haciendo esas sustituciones, y quitando la negación de ambos lados, tenemos, por (124)

$$(131.) \quad l(u, f) = (lu), \Pi'_p((l - p)u +, pf), (lf),$$

O, los amantes de violinistas franceses son aquellas personas que, en referencia a todo modo de amar lo que sea, o bien de esa manera aman a algunos violinistas, o bien de alguna otra manera aman a algunos franceses. Esta proposición lógica no es, ciertamente, auto-evidente, y su importancia práctica es considerable. De una manera parecida, de (12) obtenemos

$$(132.) \quad (e, c)f = \Pi'_p(e(f - p) +, cp),$$

esto es, decir que una persona es tanto un emperador como un conquistador del mismo francés es lo mismo que decir que, tomando cualquier clase de franceses que sea, esta persona es o bien un emperador de alguno de esta clase, o bien conquistador de alguno entre los franceses restantes.

Las propiedades del cero y de la unidad, con referencia a la involución inversa, se derivan facilmente a partir de (125). Las doy aquí en comparación con las fórmulas correspondientes para la involución directa.

$$(133.) \quad {}^0x = 1 \quad \quad \quad x^0 = 1.$$

$$(134.) \quad {}^q0 = 0 \quad \quad \quad 0^r = 0,$$

donde q es el inverso de un relativo ilimitado, y r es mayor que cero.

$$(135.) \quad {}^Ix = x \quad \quad \quad x^I = x.$$

$$(136.) \quad {}^yI = y \quad \quad \quad I^z = z,$$

donde y es infinitesimal y z es individual. De otra manera, ambos desaparecen.

$$(137.) \quad {}^Is = 0 \quad \quad \quad p^I = 0,$$

donde s es menor que la unidad y p es un relativo limitado.

$$(138.) \quad {}^x1 = 1 \quad \quad \quad 1^x = 1.$$

En otros respectos las fórmulas para las dos involuciones no son tan análogas como pudiera suponerse; y esto se debe a la semejanza entre términos individuales e infinitesimales. Tenemos, es verdad, que si X es un infinitesimal y X' un término individual,

(139.) , (140.) y (141.)

$$\begin{array}{ll} X, (y, z) = X, y, X, z & \text{like } (y, z)X' = yX', zX'; \\ X, y_0 = X, X, y & \text{" } X', y_0 = X', yX'; \\ \{X, \} = 1 & \text{" } [X'] = 1. \end{array}$$

También tenemos

$$(142.) \quad X, y \prec^X y.$$

Pero *no* tenemos ${}^Xy = X, y$ y, consiguientemente, *no* tenemos ${}^sw \prec sw$, porque esto falla si hay algo que no sea un sirviente de alguna manera, mientras que la fórmula correspondiente $s^w \prec sw$ solo falla si no hay nada que sea una mujer. Ahora bien, es más frecuente el caso de que haya algo que no es x . Tenemos, con la involución inversa como con la directa, las fórmulas

$$(143.) \quad \text{Si } x \prec y \quad \quad \quad {}^y z \prec {}^x z;$$

$$(144.) \quad \text{Si } x \prec y \quad \quad \quad {}^z x \prec {}^z y.$$

La primera de estas nos da

$$(145.) \quad l^s_w \prec (l^{\text{exp } s})_w,$$

O, lo que sea amante de nada salvo lo que sea sirviente de nada salvo de mujeres está ante nada salvo una mujer en la relación de amante de todo sirviente de ella. Las siguientes fórmulas pueden demostrarse sin dificultad.

$$(146.) \quad l^s_w \prec l^s_w,$$

o, todo amante de alguien que no es sirviente de nada salvo de una mujer no está ante nada salvo las mujeres en la relación de amante de nada salvo de un sirviente de ellas.

$$(147.) \quad l_{sw} \prec l_{(sw)},$$

o, todo lo que esté ante una mujer en la relación de amante de nada salvo de un sirviente de ella no es un amante de nada salvo de sirvientes de mujeres.

Las diferenciales de las funciones que implican a la involución inversa son

$$(148.) \quad d^n x = \{n\}^{n-1} x, dx.$$

$$(149.) \quad d^x l = {}^x l, dx \log x.$$

En relación a las potencias de \mathbb{G} , tenemos

$$(150.)$$

$${}^x \mathbb{G} = \mathbb{G}^x.$$

Los exponentes con un punto pueden también ponerse en cualquiera de los dos lados de las letras a las que afectan.

La mayoría de las funciones de x en este álgebra puede ponerse en la forma

$$\varphi x = \sum_p \sum_q {}_p A_q {}^p x^q {}_p B_q.$$

Los teoremas de Taylor y McLaurin se sostienen bien, para todas estas funciones, en la forma,

$$(151.)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline y \\ \hline dx \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline y \\ \hline \end{array} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} \cdot d^p = 1.$$

El símbolo $\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline b \\ \hline \end{array}$ se utiliza para denotar que a debe ser sustituido por b en lo que sigue. En aras de la perspicuidad, escribiré el teorema de McLaurin completo.

$$\varphi x = \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline dx \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline x \\ \hline \end{array} \left(\frac{1}{0!} \mathcal{A}^0 + \frac{1}{1!} \mathcal{A}^1 + \frac{1}{2!} \mathcal{A}^2 + \frac{1}{3!} \mathcal{A}^3 + \text{etc.} \right) \varphi x.$$

La demostración de estos teoremas es muy simple. El diferencial $(p + q)^n$ de ${}^p x^q$ es el único que no desaparece cuando x desaparece. Este diferencial, entonces, deviene $[p + q]! \cdot (dx)^q$. Es claro, en consecuencia, que los teoremas se sostienen cuando los coeficientes ${}^p A^q$ y ${}^p B^q$ son 1. Pero el desarrollo general, por el teorema de McLaurin, de $a\varphi x$ o $(\varphi x)a$ está en una forma (112) que reduce a la identidad. Es muy probable que la aplicación de estos teoremas no esté confinada a los límites a los que la he restringido. Podemos escribir estos teoremas en la forma

(152.)

$$\begin{array}{|c|} \hline y \\ \hline dx \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline y \\ \hline \end{array} \mathcal{G}' = 1,$$

siempre que asumamos que, cuando el primer diferencial es positivo,

$$\mathcal{G}' = \frac{1}{0!} \mathcal{A}^0 + \frac{1}{1!} \mathcal{A}^1 + \frac{1}{2!} \mathcal{A}^2 + \text{etc.},$$

pero que, cuando el primer diferencial es negativo, deviene por (111),

$$\mathcal{G}' = 1 + \mathcal{A}.$$

Como otra ilustración del uso que puede hacerse en lógica de la diferenciación, consideremos el siguiente problema. En una institución determinada todos los oficiales (x) y, también, todos sus amigos comunes (f) son personas privilegiadas (y). ¿Cómo se reducirá a un mínimo la clase de las personas privilegiadas? Aquí tenemos

$$y = x + f^x,$$

$$dy = dx + df^x = dx - f^x, (1 - f)dx.$$

Cuando y está a un mínimo no disminuye ni por una disminución ni por un aumento de x . Esto es,

$$[dy] > - 0,$$

y, cuando $[x]$ disminuye en uno,

$$[dy] - < 0.$$

Cuando x es un mínimo, entonces

$$\begin{aligned} [dx - f^x, (1-f)dx] &> 0 & [dx - f^{x-1}, (1-f)dx] &< 0 \\ [dx] - [f^x, (1-f)dx] &> 0 & [dx] - [f^{x-1}, (1-f)dx] &< 0. \end{aligned}$$

Ahora, tenemos por (30)

$$f^x, (1-f)dx = f^x - (0;0), (1-f)dx.$$

Por lo que

$$\begin{aligned} [f^x] &< [dx] + [0;0], [(1-f)dx] \\ [f^{x-1}] &> [dx] + [0;0], [(1-f)dx]. \end{aligned}$$

Pero $[0;0]$ se encuentra entre los límites 0 y 1, y

$$(153.) \quad [dx] = 1.$$

Tenemos, en consecuencia,

$$[f^x] < 1 + [(1-f)1] \quad [f^{x-1}] > -1.$$

Esta es la solución general del problema. En el caso de que una persona que pueda ser un oficial en la insitución sea amigo de una segunda persona tal es independiente - e igualmente probable - de que sea amigo de cualquier tercera persona tal, y si tomamos p , o la clase completa de tales personas, como nuestro universo, tenemos,

$$\begin{aligned} p &= 1; \\ [f^x,] &= \frac{[x]}{[p]} = \left(\frac{[f]}{[p]}\right)^{[x]}, \\ [(1-f)dx] &= [1-f] \cdot [dx] = ([p] - [f]) \cdot [dx], \\ [f^x, (1-f)dx] &= \left(\frac{[f]}{[p]}\right)^{[x]} \cdot ([p] - [f]) \cdot [dx]. \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en nuestras ecuaciones marcadas (A) obtenemos, por medio de una pequeña reducción,

$$\begin{aligned} [x] &> \frac{\log ([p] - [f])}{\log [p] - \log [f]}, \\ [x] &< \frac{\log ([p] - [f])}{\log [p] - \log [f]} + 1. \end{aligned}$$

Se alcanzaría la misma solución siguiendo un camino totalmente diferente, aplicando el cálculo de las diferencias finitas del modo habitual.

Los relativos elementales

Por un relativo elemental me refiero a uno que significa una relación que existe únicamente entre pares mutuamente excluyentes (o, en el caso de un término

conjugativo, tripletes, cuartetos, etc.) de individuos o, si no, entre pares de clases de una forma tal que todo individuo de una clase del par está en esa relación con todo individuo de la otra. Si suponemos que en toda escuela, todo profesor enseña a todo alumno (una suposición que haré, tácitamente, siempre que hable de una escuela en este escrito), entonces *alumno* es un relativo elemental. Es claro, a partir del hecho de que si una relación está lo suficientemente determinada únicamente puede existir entre dos individuos, que todo relativo puede concebirse como como una suma lógica de relativos elementales. De esta forma, un *padre* es o bien padre en los diez primeros años de la era cristiana, o bien padre en los diez segundos años, o bien en los diez terceros; o bien, antes de esta era, en los diez segundos años, o en los diez terceros años, etc. Cualquiera de estas especies de padre es padre por primera vez o padre por segunda vez, etc. Ahora bien, un relativo como «padre, por tercera vez en la segunda década de nuestra era, de _____» significa una relación que únicamente puede existir entre pares de individuos mutuamente excluyentes y es, en consecuencia, un relativo elemental; y así el relativo *padre* puede resolverse en una suma lógica de relativos elementales.

La concepción de un relativo como resoluble en relativos elementales tiene el mismo tipo de utilidad que la concepción de un relativo como resoluble en infinitesimales o de cualquier término como resoluble en individuos.

Los relativos elementales simples están interconectados en sistemas de cuatro. Puesto que si se toma A:B para denotar el relativo elemental que multiplicado en B da A, entonces, existiendo esta relación como elemental, tenemos los cuatro relativos elementales

$$A:A \quad A:B \quad B:A \quad B:B$$

Un ejemplo de un sistema tal es –colega: profesor: alumno: compañero de escuela. De la misma forma, obviamente, los conjugativos elementales están en sistemas cuyo número de miembros es $(n + 1)^{n + 1}$ donde n es el número de correlatos que tiene el conjugativo. Por el momento, consideraré únicamente a los relativos simples.

La existencia de una relación elemental supone la existencia de pares de clases mutuamente excluyentes. Los primeros miembros de esos pares tienen algo en común que los discrimina de los segundos miembros y pueden, en consecuencia, unirse en una clase, mientras que los segundos miembros se unen en una segunda clase. De esta

forma, *alumno* no es relativo elemental a menos que haya una distinción absoluta entre aquellos que enseñan y aquellos que son enseñados. Tenemos, en consecuencia, dos términos generales absolutos que son mutuamente excluyentes, «cuerpo de profesores de una escuela» y «cuerpo de alumnos de una escuela». Estos términos son generales porque queda indeterminado a qué escuela se refiere. Llamaré a los dos términos absolutos, mutuamente excluyentes, que supone cualquier sistema de relativos elementales, los *extremos universales* de ese sistema. Hay determinados caracteres respecto a cuya posesión ambos miembros de cualquiera de los pares entre los que haya una determinada relación elemental concuerdan. De esta forma, el cuerpo de profesores y el cuerpo de alumnos de cualquier escuela concuerdan respecto al país y a la época en que viven, etc. A estos caracteres los denomino *caracteres escalares* para el sistema de relativos elementales con los que están así relacionados; y a los relativos escritos con una coma, que significa la posesión de esos caracteres, los denomino *escalares* para el sistema. De esta forma, suponiendo que los profesores franceses solo tienen alumnos franceses y *viceversa*, el relativo

f,

será escalar para el sistema «colega: profesor: alumno: compañero de escuela». Si r es un relativo elemental para el que s es un escalar,

$$(154.) \quad s, r = rs,.$$

Denoten c, t, p, s los cuatro relativos elementales de cualquier sistema; tales como colega, profesor, alumno, compañero de escuela; y sean a, b, c, d , escalares para este sistema. Entonces, a cualquier relativo que pueda expresarse en la forma

$$a, c + b, t + c, p + d, s$$

lo denominaré un *quaternio lógico*. Sean denotados tales relativos por q, q', q'' , etc. Es claro, entonces, a partir de lo que ha sido dicho, que cualquier relativo puede considerarse resoluble en una suma lógica de cuaternios lógicos.

La multiplicación de relativos elementales del mismo sistema sigue una ley muy simple. Porque, si u y v son los dos extremos universales del sistema c, t, p, s , podemos escribir

$$c = u:u \quad t = u:v \quad p = v:u \quad s = v:v,$$

y, entonces, si w y w' son cada uno o bien u o bien v , tenemos

(155.) $(w':w) \mathcal{G}^{-w} = 0.$

Esto nos da la siguiente tabla de multiplicaciones, donde el multiplicador entra en el lateral de la tabla y el multiplicando en la parte superior, y el producto se encuentra en el medio:

(156.)

	<i>c</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>s</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>t</i>	0	0
<i>t</i>	0	0	<i>c</i>	<i>t</i>
<i>p</i>	<i>p</i>	<i>s</i>	0	0
<i>s</i>	0	0	<i>p</i>	<i>s</i>

Las dieciséis proposiciones que expresa esta tabla son, en lenguaje ordinario, como sigue:

Los colegas de los colegas de cualquier persona son los colegas de esa persona;

Los colegas de los profesores de cualquier persona son los profesores de esa persona;

No hay colegas de los alumnos de cualquier persona;

No hay colegas de los compañeros de escuela de cualquier persona;

No hay profesores de los colegas de cualquier persona;

Los profesores de los alumnos de cualquier persona son los colegas de esa persona;

Los profesores de los compañeros de escuela de cualquier persona son los profesores de esa persona;

Los alumnos de los colegas de cualquier persona son los alumnos de esa persona;

Los alumnos de los profesores de cualquier persona son los compañeros de escuela de esa persona;

No hay alumnos de los alumnos de cualquier persona;

No hay alumnos de los compañeros de escuela de cualquier persona;

No hay compañeros de escuela de los colegas de cualquier persona;

No hay compañeros de escuela de los profesores de cualquier persona;

Los compañeros de escuela de los alumnos de cualquier persona son los alumnos de esa persona;

Los compañeros de escuela de los compañeros de escuela de cualquier persona son los compañeros de escuela de esa persona.

Esta simplicidad y esta regularidad en la multiplicación de relativos elementales debe, claramente, destacar la utilidad de la concepción de un relativo como resoluble en una suma de cuaternios lógicos.

A veces puede ser conveniente considerar los relativos cada uno de los cuales es de la forma

$$a, i + b, j + c, k + d, l + \text{etc.}$$

donde $a, b, c, d, \text{etc.}$ son escalares, e $i, j, k, l, \text{etc.}$ son cada uno de la forma

$$m, u + n, v + o, w + \text{etc.}$$

donde $m, n, o, \text{etc.}$ son escalares, y $u, v, w, \text{etc.}$ son relativos elementales. En todos estos casos (155) dará una tabla de multiplicación para $i, j, k, l, \text{etc.}$ Por ejemplo, si tenemos tres clases de individuos, u_1, u_2, u_3 , que están relacionados unos con otros en pares, podemos poner

$$\begin{array}{lll} u_1: u_1 = i & u_1: u_2 = j & u_1: u_3 = k \\ u_2: u_1 = l & u_2: u_2 = m & u_2: u_3 = n \\ u_3: u_1 = o & u_3: u_2 = p & u_3: u_3 = q \end{array}$$

y por (155) obtenemos la tabla de multiplicación

	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>q</i>
<i>i</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	0	0	0	0	0	0
<i>j</i>	0	0	0	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	0	0	0
<i>k</i>	0	0	0	0	0	0	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>
<i>l</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	0	0	0	0	0	0
<i>m</i>	0	0	0	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	0	0	0
<i>n</i>	0	0	0	0	0	0	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>
<i>o</i>	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	0	0	0	0	0	0
<i>p</i>	0	0	0	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	0	0	0
<i>q</i>	0	0	0	0	0	0	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>q</i>

Si tomamos

$$i = u_1; u_2 + u_2; u_3 + u_3; u_4,$$

$$j = u_1; u_3 + u_2; u_4,$$

$$k = u_1; u_4,$$

tenemos

	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>
<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	0
<i>j</i>	<i>k</i>	0	0
<i>k</i>	0	0	0

Si tomamos

$$i = u_1; u_2 + u_2; u_3 + u_3; u_4 + u_5; u_6 + u_7; u_8,$$

$$j = u_1; u_3 + u_2; u_4,$$

$$k = u_1; u_4,$$

$$l = u_6; u_8 + \mathbf{a}.u_5; u_7 + \mathbf{b}.u_1; u_9 + u_9; u_4 + \mathbf{c}.u_5; u_6,$$

$$m = u_5; u_8,$$

tenemos

	i	j	k	l	m
i	j	k	0	m	0
j	k	0	0	0	0
k	0	0	0	0	0
l	$a.m$	0	0	$b.k + c.m$	0
m	0	0	0	0	0

Estas tablas de multiplicación han sido copiadas de la monografía del Profesor Peirce sobre Álgebras Asociativas Lineales¹⁹. Puedo afirmar, sobre una evidencia inductiva razonable, que todas estas álgebras pueden interpretarse sobre los principios de la presente notación de la misma forma que las que se han dado arriba. En otras palabras, todas estas álgebras son complicaciones y modificaciones del álgebra de (156). Es muy probable que esto sea verdadero de cualesquiera álgebras. El Profesor Peirce ha mostrado que el álgebra de (156), que tiene un carácter tan fundamental en referencia al álgebra puro y a nuestra notación lógica, es el álgebra de los cuaternios de Hamilton. De hecho, si ponemos

$$1 = i + l.$$

$$i' = \sqrt{1 - b^2} \mathbf{J}i - (\sqrt{1 - a^2}b + ab \mathbf{J})j$$

$$+ (\sqrt{1 - a^2}b - ab \mathbf{J})k - \sqrt{1 - b^2} \mathbf{J}l.$$

$$j' = -b\sqrt{1 - c^2} \mathbf{J}i + (ac - \sqrt{1 - a^2}\sqrt{1 - b^2}\sqrt{1 - c^2}$$

$$- (\sqrt{1 - a^2}c + a\sqrt{1 - b^2}\sqrt{1 - c^2}) \mathbf{J})j$$

$$- (ac - \sqrt{1 - a^2}\sqrt{1 - b^2}\sqrt{1 - c^2} + (\sqrt{1 - a^2}c$$

$$+ a\sqrt{1 - b^2}\sqrt{1 - c^2}) \mathbf{J})k + b\sqrt{1 - c^2} \mathbf{J}l.$$

$$k' = bc \mathbf{J}i + (\sqrt{1 - a^2}\sqrt{1 - b^2}c + a\sqrt{1 - c^2}$$

$$+ (a\sqrt{1 - b^2}c - \sqrt{1 - a^2}\sqrt{1 - c^2}) \mathbf{J})j$$

$$- (\sqrt{1 - a^2}\sqrt{1 - b^2}c + a\sqrt{1 - c^2} - (a\sqrt{1 - b^2}c$$

$$- \sqrt{1 - a^2}\sqrt{1 - c^2}) \mathbf{J})k - bc \mathbf{J}l.$$

donde a, b, c , son escalares, entonces $1, i', j', k'$ son los cuatro factores fundamentales de los cuaternios, cuya tabla de multiplicación es como sigue:

¹⁹ *Linear Associative Algebra*. Benjamin Peirce. 4to, litografiado. Washington. 1870.

	1	i'	j'	k'
1	1	i'	j'	k'
i'	i'	-1	k'	$-j'$
j'	j'	$-k'$	-1	i'
k'	k'	j'	$-i'$	-1

No forma parte de mi propósito actual considerar la relación con la filosofía del espacio de este caso, en lógica pura, del álgebra que expresa todas las propiedades del espacio; pero es apropiado señalar que un método de trabajo con esta notación sería el de transformar las expresiones lógicas dadas en la forma de los cuaternios de Hamilton (tras representarlos como separados en relativos elementales) y, entonces, hacer uso del razonamiento geométrico. Las siguientes fórmulas ayudarán en este proceso. Tomemos el relativo cuaternio

$$q = xi + yj + zk + wl,$$

donde x, y, z y w son escalares. Las condiciones de que q sea un *escalar*, un *vector*, etc. (esto es, denotadas por una expresión algebraica que denote un escalar, un vector, etc., en geometría), son

(157.) Forma de un escalar: $x(i + l)$.

(158.) Forma de un vector: $xi + ij + zk - xl$.

(159.) Forma de un versor:

$$\frac{x}{y}\left(\frac{x}{z} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}i + \frac{y}{x}\left(\frac{x}{z} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}j + \frac{z}{y}\left(\frac{x}{z} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}k + \frac{y}{z}\left(\frac{x}{z} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}l.$$

(160.) Forma de cero:

$$xi + xyj + \frac{z}{y}k + zl.$$

(161.) Escalar de q :

$$Sq = \frac{1}{2}(x + w)(i + l).$$

(162.) Vector de q :

$$Vq = \frac{1}{2}(x - w)i + yj + zk + \frac{1}{2}(w - x)l.$$

(163.) Tensor de q :

$$Tq = \sqrt{xw - yz}(i + l).$$

(164.) Conjugado de q :

$$Kq = wi - yj - zk + xl.$$

Para mostrar las interpretaciones lógicas de estas funciones, consideremos un universo de monógamos casados, en que marido y esposa tienen, siempre, en común el país, la raza, la fortuna y la virtud. Denoten i «hombre que es _____», j «marido de _____», k «esposa de _____», y l «mujer que es _____»; x «negro que es _____», y «persona rica que es _____», z «americano que es _____», y w «ladrón que es _____». Entonces, siendo q definido como se indicó más arriba, los qs de cualquier clase consistirán de tantos individuos de esa clase como sean hombres-negros o mujeres-ladronas junto con todas las personas que son maridos ricos o esposas americanas de las personas de esta clase. Entonces, $2Sq$ denota, por (160), a todos los negros y, además, a todos los ladrones, mientras que Sq es el término indefinido que denota a la mitad de los negros y a la mitad de los ladrones. Ahora bien, aquellas personas que son auto- qs de cualquier clase (esto es, los qs de sí mismos en esa clase) son $xi + wl$; añadamos a estos sus conyugues y tenemos $2Sq$. En general, denominemos $(j + k)$ a «el correspondiente de _____». Entonces, el escalar doble de cualquier relativo cuaternio, q , es ese relativo que denota todos los auto- qs y, además, «todos los correspondientes de auto- qs de _____». $(Tq)^2$ denota todas las personas que pertenecen a pares de auto- qs correspondientes *menos* todas las personas que pertenecen a pares de qs correspondientes uno de otro.

Como un ejemplo muy simple de la aplicación de la geometría a la lógica de relativos, podemos tomar el siguiente. El axioma de Euclides que concierne a las paralelas se corresponde con el principio del cuaternio, de que el cuadrado de un vector es un escalar. De esto se sigue, puesto que por (157) $yj + zk$ es un vector, que los maridos ricos y las esposas americanas de los esposos ricos y las esposas americanas de cualquier clase de personas están totalmente contenidos en esa clase, y pueden ser descritos sin ninguna discriminación de sexo. De hecho, por (156), los maridos ricos y las esposas americanas de los maridos ricos y las esposas americanas de cualquier clase de personas, son los americanos ricos de esa clase.

Lobatchewsky ha mostrado que el axioma de Euclides concerniente a las paralelas puede suponerse que sea falso sin invalidar las proposiciones de la trigonometría esférica. Entonces, para que las correspondientes proposiciones se sostengan bien en lógica, no necesitamos recurrir a relativos elementales, sino que únicamente necesitamos tomar S y V en sentidos tales que todo relativo de la clase que se considera sea capaz de ser visto como la suma de un escalar y un vector, y que un escalar multiplicado por un escalar sea un escalar, mientras que el producto de un escalar y un vector es un vector. Ahora bien, para cumplir con estas condiciones únicamente tenemos que tomar Sq como «auto- q de ____» y Vq como «alio- q de ____» (q de otro, siendo ese otro _____), y q puede ser cualquier relativo. Puesto que «amante», por ejemplo, es divisible en auto-amante y alio-amante; un auto-amante de un auto-benefactor de personas de cualquier clase está contenido en esa clase y, ni el auto-amante de un alio-benefactor de cualesquiera personas ni el alio-amante del auto-benefactor de cualesquiera personas están entre esas personas. Supongamos, entonces, que tomamos la fórmula de la trigonometría esférica,

$$\cos a = \cos b \cos c + \cos A \sin b \sin c.$$

En forma de cuaternio, esto es,

$$(165.) \quad S(pq) = (Sp)(Sq) + S((Vp)(Vq)).$$

Sea p «amante», y q «benefactor». Entonces esto se lee, los amantes de sus propios benefactores consisten en los auto-amantes de los auto-benefactores junto con los alio-amantes de los alio-benefactores de sí mismos. Por lo que la fórmula,

$$\sin b \cos pb' = -\sin a \cos c \cos pa' - \sin c \cos a \cos pc' + \sin a \sin c \sin b \cos pb,$$

donde A', B', C' , son los polos positivos de los lados a, b, c , es en cuaternios

$$(166.) \quad V(pq) = (Vp)(Sq) + (Sp)(Vq) + V((Vp)(Vq)),$$

y la interpretación lógica de esto es: los amantes de los benefactores de otros consisten en los alio-amantes de los auto-benefactores, junto con los auto-amantes de los alio-benefactores, junto con los alio-amantes de los alio-benefactores de otros. Es un poco sorprendente que, al igual que en la geometría no-euclídea o imaginaria de Lobatchewsky el axioma concerniente a las paralelas se sostiene bien solo con los

elementos últimos del espacio, su equivalente lógico se sostenga bien solo para los relativos elementales.

De lo que se ha dicho se sigue que para toda proposición de la geometría hay una proposición en la lógica pura de relativos. Sin embargo, el método para operar con el álgebra lógico que se funda en este principio parece tener poca utilidad. Por otro lado, este hecho promete arrojar alguna luz sobre la filosofía del espacio²⁰.

PROPIEDADES DE LOS TÉRMINOS RELATIVOS PARTICULARES

Clasificación de los relativos simples

Cualquier propiedad particular que pueda tener cualquier clase de términos relativos puede ser enunciada en la forma de una ecuación, y nos proporciona otra premisa para la solución de los problemas en los que aparezcan tales términos. Una buena clasificación de los relativos es, en consecuencia, una gran ayuda en el uso de

²⁰ Las investigaciones de Lobatchewsky no proporcionan ninguna solución para la cuestión que concierne a la aprioridad del espacio. Porque, aunque ha mostrado que es concebible que el espacio tenga propiedades tales como que dos líneas estén en un plano e inclinadas una respecto a la otra sin llegar a juntarse nunca, extiéndose lo que se extiendan, no obstante, no ha mostrado que los hechos implicados en esa suposición son inconsistentes con la suposición de que el espacio conserva su naturaleza actual y las propiedades únicamente de las cosas que cambian en él. Por ejemplo, en la geometría de Lobatchewsky una estrella a una distancia infinita tiene un paralaje finito. Pero supongamos que el espacio tiene sus propiedades actuales, y supongamos que hubiera un punto en el universo hacia el cual cualquier cosa que se moviera se expandiría, y alejándose de él se contraería. Entonces, esta expansión y contracción pudiera obedecer una ley tal que una estrella, cuyo paralaje fuera finito, estaría a una distancia infinita medida por el número de veces que se deba emplear un metro para medir esa distancia. No he visto las investigaciones de Beltrami, pero entiendo que muestran que algo así es posible. De esta forma, puede ser que, hagas las suposiciones que hagas respecto a los fenómenos, estos puedan reconciliarse con nuestra geometría actual o mostrar que comprometen contradicciones implícitas. Si esto es así - y que lo sea o no es una cuestión completamente abierta -, entonces los principios de la geometría son necesarios, y no resultan de las peculiaridades de cualquier objeto conocido, sino de las condiciones del conocimiento en general. Al hablar de las condiciones del conocimiento, en general, no tengo presente ninguna concepción psicológica, sino únicamente una distinción entre principios de los que, si los hechos presentasen un dificultad suficiente, pudiera siempre dudarse lógicamente, y principios que puede mostrarse que no pueden estar abiertos a la duda a partir de ninguna dificultad en mis hechos, en la medida que continúen siendo supuestos en todo el procedimiento lógico.

Pero, abandonando este punto, las conclusiones de Lobatchewsky no echan abajo positivamente la hipótesis de que el espacio es *a priori*. Porque él solo ha mostrado que una determinada proposición, *que no se cree habitualmente que sea axiomática*, es concebiblemente falsa. El que la gente pueda tener dudas o estar equivocada acerca de la verdad *a priori*, no destruye toda la importante distinción práctica entre las dos clases de necesidad. Puede decirse que si la geometría de Lobatchewsky es la verdadera, entonces el espacio implica una constante arbitraria, cuyo valor no puede darse *a priori*. Esto puede ser; pero puede ser que las propiedades generales del espacio, con el hecho general de que hay una constante tal, sean *a priori*, mientras que el valor de la constante está solo determinado empíricamente.

Me parece claro que ninguna especulación geométrica resolverá la filosofía del espacio, que es una cuestión lógica. Si el espacio es *a priori*, creo que está, de alguna manera recóndita, implicado en la lógica de relativos. [Nota de Peirce]. Lobatchewsky, Nikolai. *Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*. Berlin: G. Fincke, 1840.

esta notación, al igual que la notación es, también, una ayuda para formar tal clasificación.

La primera división de los relativos es, por supuesto, en relativos simples y conjugativos. Las divisiones más fundamentales de los relativos simples se basan en la distinción entre los relativos elementales de la forma (A:A) y los de la forma (A:B). Estas divisiones lo son respecto al grado de oposición entre el relativo y el correlativo.

a. Los relativos simples son, de esta manera, divisibles primariamente en los relativos todos cuyos elementos son de la forma (A:A) y los que contienen elementos de la forma (A:B). Los primeros expresan un mero acuerdo entre las cosas, los segundos ponen una cosa contra otra y, en ese sentido, expresan una oposición (ἀντικείμενοι); denominaré, en consecuencia, *concurrentes* a los primeros y *oponentes* a los segundos. Aparece la distinción, en esta notación, como aquella entre los relativos con una coma, tales como (w,), y los relativos sin una coma, tales como (w); y esto es, evidentemente, de la mayor importancia. El carácter que se significa con un relativo concurrente es un carácter absoluto, y el que se significa con un relativo oponente es un carácter relativo, esto es, uno que no puede ser prescindido de la referencia a un correlato.

b. La segunda división de los relativos simples con referencia al grado de oposición entre el relativo y el correlativo, es en aquellos cuyos elementos pueden ser dispuestos en grupos de cuadrados, cada cuadrado como éste,

A:A	A:B	A:C
B:A	B:B	B:C
C:A	C:B	C:C

y aquellos cuyos elementos no pueden disponerse así. A los primeros (ejemplos de los cuales son «igual a _____», «parecido a _____») pueden denominárseles *copulativos* y a los segundos *no-copulativos*. Un copulativo multiplicado por sí mismo da él mismo. El profesor Peirce llama a las letras que tienen esta propiedad, *idempotens*. Esta distinción es, por supuesto, muy importante en el álgebra puro. Todos los concurrentes son copulativos.

c. Tercera, los relativos son divisibles en aquellos que para todo elemento de la forma (A:B) tienen otro de la forma (B:A), y aquellos a los que falta esta simetría. Esta

es la vieja división entre *equiparantes* y *desequiparantes*²¹ o, en el lenguaje de De Morgan, relativos convertibles e inconvertibles. Los equiparantes son sus propios correlativos. Todos los copulativos son equiparantes²².

d. Cuarta, los relativos simples son divisibles en aquellos que contienen elementos de la forma (A:A) y aquellos que no. Los primeros expresan relaciones como las que una cosa puede tener consigo misma, los segundos (como ‘primo de _____’, ‘enemigo de _____’) relaciones que nada puede tener consigo mismo. A los primeros puede denominárseles *auto-relativos*, a los segundos *alio-relativos*. Todos los copulativos son auto-relativos.

e. La quinta división es en relativos algo de cuya potencia (el producto repetido) contiene elementos de la forma (A:A) y aquellos de los que esto no es verdadero. A los primeros les denomino relativos *cíclicos*, a los segundos relativos *no-cíclicos*. Como ejemplo de los primeros, tomemos

$$(A:B) +, (B:A) +, (C:D) +, (D:E) +, (E:C).$$

El producto de esto por sí mismo es

$$(A:A) +, (B:B) +, (C:E) +, (D:C) +, (E:D).$$

La tercera potencia es

$$(A:B) +, (B:A) +, (C:C) +, (D:D) +, (E:E).$$

La cuarta potencia es

$$(A:A) +, (B:B) +, (C:D) +, (D:E) +, (E:C).$$

La quinta potencia es

²¹ «Quaedam sunt relationes equiparantiae, quaedam disquiparantiae. Primae sunt relationes similium nominum, secundae relationes dissimilium nominum. Exemplum primi est quando idem nomen ponitur in recto et in obliquo, sicut simile simili est simile... Exemplum secundi est quando unum nomen ponitur in recto sed aliud in obliquo, sicut pater rest filii pater et non oportet quod sit patris pater». Ockham *Quodlibetum* 6, qu. 20. Véase, también, su *Summa Logices*, pars 1, cap. 52. «Relativa equiparantiae: quae sunt synonyma cum suis correlativis... Relativa disquiparantiae: quae non sunt synonyma cum suis correlativis». Pschlacher en *Petrus Hispanus*. Puede encontrarse la misma definición, sustancialmente, en muchos lógicos medievales tardíos. [Nota de Peirce]. Guillermo de Ockham. *Quodlibeta septem una cum tractatu de sacramento altari*. Argentiae, 1491; y *Summa logicae*: París: Johannes Higman, 1488. Trad: «Hay relaciones de equiparancia y de desequiparancia. Las primeras lo son de nombres parecidos, las segundas de nombres no parecidos. Un ejemplo de la primera es cuando el mismo nombre aparece en el caso nominativo y en el oblicuo, como lo que es semejante a lo semejante es semejante a (lo que es semejante)... Un ejemplo de la segunda es cuando un nombre aparece en el caso nominativo y otro en un caso oblicuo, como padre es padre de hijo y no, propiamente, padre de padre.» Petrus Hispanus. *Compendiarum parvorum logicalium*... Editado por Konrad Pschaler. Vienna, 1512, hoja 77v. Trad: «Los relativos de equiparancia son sinónimos con sus correlatos... Los relativos de desequiparancia no son sinónimos con sus correlatos».

²² También puede optarse por la traducción, *equivalentes* y *desequivalentes* [Nota del traductor].

$$(A:B) +, (B:A) +, (C:E) +, (D:C) +, (E:D).$$

La sexta potencia es

$$(A:A) +, (B:B) +, (C:C) +, (D:D) +, (E:E).$$

donde todos los términos son de la forma (A:A). Estos relativos, como *primo de* _____, son cíclicos. Todos los equiparantes son cíclicos.

f. La sexta división es en relativos de los que ninguna potencia es cero, y relativos de los que alguna potencia es cero. A los primeros puede denominárseles *inagotables*, y a los segundos *agotables*. Un ejemplo de los primeros es ‘conyuge de _____’, de los segundos ‘marido de _____’. Todos los cíclicos son inagotables.

g. Séptima, los relativos simples pueden dividirse en aquellos cuyos productos por sí mismos no son cero, y aquellos cuyos productos por sí mismos son cero. A los primeros puede denominárseles relativos *repetidores*, y a los segundos relativos *no-repetidores*. Todos los relativos inagotables son repetidores.

h. Los relativos repetidores pueden dividirse (según De Morgan) en aquellos cuyos productos por sí mismos están contenidos bajo sí mismos, y aquellos de los que esto no es verdadero. Los primeros están bien llamados por De Morgan, *transitivos*, y los segundos *intransitivos*. Todos los transitivos son inagotables; todos los copulativos son transitivos; y todos los equiparantes transitivos son copulativos. La clase de los transitivos equiparantes tiene un carácter, el de ser auto-relativos, no implicado en las definiciones de los términos.

i. Los transitivos son, además, divisibles en aquellos cuyos productos por sí mismos son iguales a sí mismos, y aquellos cuyos productos por sí mismos son menos que sí mismos; a los primeros puede denominárseles *continuos*, y a los segundos *discontinuos*. Un ejemplo de los segundos se encuentra en la matemática pura de un continuo, donde si *a* es mayor que *b*, es mayor que algo mayor que *b*; y en la medida en que *a* y *b* no son de la misma magnitud, siempre existe una magnitud interviniente. Todos los concurrentes son continuos.

j. Los intransitivos pueden dividirse en aquellos cuyo número de potencias (productos repetidos) que no están contenidas en la primera, es infinito, y aquellos de los que alguna potencia está incluida en la primera. A los primeros puede denominárseles *infinitos*, y a los segundos, *finitos*. Los inagotables infinitos son cíclicos.

En adición a estas, las viejas divisiones de relaciones en relaciones de razón y relaciones reales, de las segundas en potenciales y actuales, y de estas últimas en extrínsecas e intrínsecas, son, a menudo, útiles²³.

«No»

Ya hemos visto que ‘no’, u ‘otro que’, se denota con \mathbb{G}^{-} . Es, a menudo, más conveniente escribirlo como n . La propiedad fundamental de este relativo se ha dado antes (111.). Es que,

$$\mathbb{G}^{-x} = 1 - x.$$

Otras dos propiedades se expresan con los principios de no contradicción y tercio excluso. Son

$$\begin{aligned} x, \mathbb{G}^{-x} &= 0; \\ x + \mathbb{G}^{-x} &= 1. \end{aligned}$$

Las siguientes propiedades deducidas son de aplicación frecuente:- (167.) y (168.)

$$\begin{aligned} \mathbb{G}^{-(x,y)} &= \mathbb{G}^{-x} + \mathbb{G}^{-y}; \\ \mathbb{G}^{-xy} &= \mathbb{G}^{-x}y. \end{aligned}$$

La primera de estas es la contraparte de la fórmula general, $z^{x+y} = z^x, z^y$. La segunda nos permite siempre bajar el exponente del exponente de \mathbb{G}^{-} a la línea, y hacerle un factor.

²³ «Duplex est relation: scilicet rationis et realis. Unde reatio rationis est quae fit per actum comparativum intellectus, ut sunt secundae intentionis; sed relation realis est duplex, scilicet aptitudinalis et actualis. Aptitudinalis est quae non requirit terminum actu existere sed solum in aptitudine; cujusmodi sunt omnes propriae passionis, omne aptitudines, et omnes inclinationes; et tales sunt in illo praedicamento reductive in quo sunt illa quorum sunt propriae passionis. Sed relation actualis est duplex, scilicet, intrinsecus adveniens, et extrinsecus adveniens. Intrinsecus adveniens est quae necessario ponitur positus extremis in quacunque etiam distantia ponantur, ut similitudo, paternitas, equalitas. Extrinsecus adveniens est quae necessario non ponitur, positus extremis, sed requiritur debita approximation extremorum; cujusmodi sunt sex ultima predicament, scilicet, action, passio, quando, ubi, situs, et habitus». Tartaretus. [Nota de Peirce]. Tartaretus, Petrus. *Expositio magistri Petri Tatarteti in summulas Petri Hyspani*. Lugduni, 1509, fol. 23c. Trad: «La relación es doble: propiamente, relación de razón y relación real. La relación de razón es aquella que se hace por mediación de un acto comparativo del intelecto, como son las segundas intenciones; pero la relación real es doble: propiamente, aptitudinal y actual. La relación aptitudinal es aquella que no requiere que sus términos existan actualmente sino solo en aptitud.; tales son todas las pasiones apropiadas, todas las aptitudes y todas las inclinaciones; y estas están en aquel predicamento reductivo en que están las cosas cuyas pasiones privadas son. Pero la relación actual es doble; propiamente, intrínsecamente adviniente y extrínsecamente adviniente. Intrínsecamente adviniente es aquella que está necesariamente afirmada cuando los extremos están afirmados a la distancia que sea, como en las semejanzas, la paternidad, la igualdad. La extrínsecamente adviniente es aquella que no está necesariamente afirmada cuando los extremos están afirmados, sino que requiere una adecuada proximidad de los extremos; tales son las seis últimas categorías; propiamente, acción, pasión, tiempo, lugar, posición y hábito».

Por el primer principio, los objetos que no son violinistas franceses consisten de objetos que no son franceses, junto con objetos que no son violinistas; por el segundo, los individuos que no son sirvientes de todas las mujeres son los mismos que los no-sirvientes de algunas mujeres.

Otra propiedad singular de \mathcal{G}^- es que, (169.)

$$\text{If } [x] > 1 \quad \mathcal{G}^- 'x = 1.$$

«El caso de la existencia de _____» y «el caso de la no-existencia de _____»

Aquello que primero me llevó a aspirar a la extensión actual de la notación lógica de Boole, fue la consideración de que, tal como dejó su álgebra, no se podían expresar apropiadamente ni las proposiciones hipotéticas ni las proposiciones particulares. Es verdad que Boole podía expresar las expresiones hipotéticas de una manera que respondía perfectamente a algunos propósitos. Podía, por ejemplo, expresar la proposición, «o bien el sol lucirá, o bien la iniciativa se pospondrá», al hacer que x denote «la verdad de la proposición de que el sol lucirá», e y «la verdad de la proposición de que la iniciativa se pospondrá»; y escribir,

$$x + y = 1,$$

o, con la adición invertible,

$$x + (1 - x), y = 1.$$

Pero si él hubiera aplicado cuatro letras que denotaran los cuatro términos, ‘sol’, ‘lo que va a lucir’, ‘la iniciativa’, y ‘lo que va a ser pospuesto’, no podría usar estas para expresar su proposición disyuntiva, sino que se habría visto obligado a asumir otras. Aquí era obvia la imperfección del álgebra. Respecto a las proposiciones particulares, Boole no podía expresarlas con exactitud de ninguna manera. Se propuso expresarlas, y escribió

$$\text{Algunos Ys son Xs:} \quad v, y = v, x;$$

$$\text{Algunos Ys no son Xs:} \quad v, y = v, (1 - x).$$

Dice Boole que la letra v se utiliza aquí como «símbolo de clase indefinida». Esto revela un falso concepto de la naturaleza de una proposición particular. Decir que algunos Ys

son Xs, no es lo mismo que decir que una especie lógica de los Ys son Xs: Puesto que la especie lógica no necesita ser el nombre de nada que exista. Únicamente es una determinada descripción de cosas totalmente expresadas con una mera definición, y es una cuestión de hecho si una cosa tal existe realmente o no. San Anselmo quería inferir la existencia a partir de una definición, pero ese argumento ya hace tiempo que ha sido refutado. Si, entonces, v es una mera especie lógica en general, no hay necesariamente una cosa tal, y la ecuación no significa nada. Si va a ser una especie lógica, entonces, es necesario suponer adicionalmente que existe, y, aún más, que *algún* v es y . En resumen, es necesario asumir, respecto a ella, la verdad de una proposición que, siendo ella misma particular, presenta la dificultad original respecto a su expresión simbólica. Además, de

$$v, y = v, (1 - x)$$

podemos, según los principios algebraicos, deducir sucesivamente

$$v, y = v - v, x$$

$$v, x = v - v, y = v, (1 - y).$$

Ahora bien, si la primera ecuación significa que algunos Ys no son Xs, la segunda debería significar que algunos Xs no son Ys; puesto que las formas algebraicas son las mismas, y la cuestión es, si las formas algebraicas son adecuadas para la expresión de los particulares o si no lo son. Parecería, en consecuencia, que la inferencia de Algunos Ys no son Xs a Algunos Xs no son Ys es buena; pero, de hecho, no lo es.

Lo que se necesita, para expresar analíticamente los hipotéticos y los particulares, es un término relativo que denote «el caso de la existencia de _____», o «lo que existe si hay algún _____»; o, si no, «el caso de la no-existencia de _____», o «lo que existe solo si no hay _____». Cuando se extiende el álgebra de Boole a los términos relativos, es fácil ver lo que estos relativos particulares deben ser. Porque, supongamos que habiendo expresado las proposiciones ‘hay truenos’ y ‘hay relámpagos’, deseamos expresar el hecho de que «si hay relámpagos, hay truenos». Sean

$$A = 0 \quad \text{y} \quad B = 0,$$

ecuaciones que significan, respectivamente, hay relámpagos y hay truenos. Entonces, si ϕx desaparece cuando x no lo hace y *viceversa*, sea lo que sea x , la fórmula

$$\phi A \rightarrow \phi B$$

expresa que si hay relámpagos hay truenos; porque si hay relámpagos, A desaparece, entonces, ϕA no desaparece, entonces, ϕB no desaparece, entonces, B desaparece, entonces, hay truenos. No hace ninguna diferencia la función que ϕ tenga, siempre que, únicamente, cumpla con la condición mencionada. Ahora bien, 0^x es esa función, desapareciendo cuando x no desaparece, y no desapareciendo cuando x desaparece. *Cero*, en consecuencia, puede interpretarse como que denota «aquello que existe si, y solo si, no hay _____ ». Entonces, la ecuación

$$0^0 = 1$$

significa, todo lo que existe, existe solo si no hay nada que no exista. Por lo que,

$$0^x = 0$$

significa que no hay nada que exista si, y solo si, *algún* x no existe. La razón para esto es que *algún* x significa algún x que existe.

‘Hay relámpagos’ y ‘hay truenos’ pudieran haberse expresado con ecuaciones en las formas

$$A = 1, \quad B = 1$$

En ese caso, para expresar que si hay relámpagos hay truenos, en la forma

$$\phi A \rightarrow \phi B$$

solamente sería necesario encontrar una función, ϕx , que desaparecería a menos que x fuera 1. Esa función es 1^x . Debemos, en consecuencia, interpretar 1 como «aquello que existe si, y solo si, hay _____ », 1^x como «aquello que existe si, y solo si,, no hay nada salvo x », y $1x$ como «aquello que existe si, y solo si, hay algún x ». Entonces, la ecuación

$$1^x = 1,$$

significa todo existe si, y solo si, todo x que haya existe.

Toda proposición hipotética puede ponerse en cuatro formas equivalentes como sigue:

Si X, entonces Y.

Si no Y, entonces no X.

O bien no X, o bien Y.

No ambos, X y no Y.

Si las proposiciones X e Y son $A = 1$ y $B = 1$, estas cuatro formas se expresan naturalmente con

$$\begin{aligned} {}^1A &\prec {}^1B, \\ 1(1 - B) &\prec 1(1 - A), \\ 1(1 - A) + {}^1B &= 1, \\ {}^1A, 1(1 - B) &= 0. \end{aligned}$$

Podemos, siempre, sustituir $0^{(1-x)}$ por 1x .

Las proposiciones particulares se expresan con la consideración de que son las contradictorias de las proposiciones universales. Por ello, como $h, (1 - b) = 0$ significa todo caballo es negro, entonces, $0^{h, (1-b)} = 0$ significa que algún caballo no es negro; y como $h, b = 0$ significa que ningún caballo es negro, entonces, $0^{h,b} = 0$ significa que algún caballo es negro. También podemos escribir el afirmativo particular $1(h, b) = 1$, y el negativo particular $1(h, n^b) = 1$.

Dadas las premisas, todo caballo es negro, y todo caballo es un animal, se requiere la conclusión. Hemos dado

$$\begin{aligned} h &\prec b; \\ h &\prec b. \end{aligned}$$

Multiplicando conmutativamente, obtenemos

$$h \prec a, b.$$

Entonces, por (92) o por (90),

$$0^{a,b} \prec 0^h, \quad \text{o} \quad 1h \prec 1(a, b).$$

Luego, por (40) o (46),

$$\text{Si } h > 0 \quad 0^{a,b} = 0 \quad \text{o} \quad 1(a, b) = 1;$$

o si hay cualesquiera caballos, algunos animales son negros. Pienso que sería difícil alcanzar este resultado sin modificar el método de Boole.

Las proposiciones particulares pueden, también, expresarse por medio de los signos de desigualdad. Por ello, algunos animales son caballos puede escribirse

$$a, h > 0;$$

y la conclusión que se requería en el problema anterior podría haberse obtenido, muy fácilmente, de esta manera a partir del producto de (1) y (21).

Veremos que las proposiciones disyuntivas y condicionales pueden, también, expresarse de una manera diferente.

Los términos conjugativos

El tratamiento de los términos conjugativos presenta una dificultad considerable, y sin duda el uso de recursos algebraicos lo facilitaría en gran medida. Sin embargo, he estudiado solo un poco esta parte de mi notación.

Un término relativo no puede de ninguna manera reducirse a ninguna combinación de términos absolutos, ni puede ningún término conjugativo reducirse a ninguna combinación de relativos simples; pero un conjugativo que tenga más de dos correlatos siempre puede reducirse a una combinación de conjugativos de dos correlatos. De esta manera, por «ganador de _____, de _____, para _____», siempre podemos sustituir u , o «ganador de la ventaja _____ para _____», donde el primer correlato es él mismo otro conjugativo v , o «la ventaja de ganar _____ de _____». Entonces podemos escribir,

$$w = uv.$$

Es evidente que, de esta forma, todos los conjugativos pueden expresarse como productos de los conjugativos de dos correlatos.

La interpretación de combinaciones como b^{am} (a^m), etc., no es muy fácil. Cuando el conjugativo y su primer correlato pueden tomarse juntos y separados del segundo correlato, como en $(ba)^m$ y $(ba)^m$, y $(b^a)^m$ y $(b^a)^m$, no hay perplejidad, porque en esos casos (ba) o (b^a) es un relativo simple. En consecuencia, solo tenemos que llamar al traidor a un enemigo un traidor enemigo, cuando tenemos

$(ba)^m$ = traidor enemigo de un hombre = traidor de un hombre a un enemigo de él,

$(ba)^m$ = traidor enemigo de todo hombre = traidor de todo hombre a un enemigo de él.

Y solo tenemos que llamar al traidor a todo enemigo un traidor ilimitado, para obtener

$(b^a)^m$ = traidor ilimitado de un hombre = traidor de un hombre a todo enemigo de él,

$(b^a)^m$ = traidor ilimitado de todo hombre = traidor de todo hombre a todo enemigo de él.

Los dos términos ba^m y b^{aexpm} no se interpretan tan fácilmente. Imaginemos que a está dividido en relativos infinitesimales A_i , A_u , A_m , etc., cada uno de los cuales es relativo solamente a un individuo que es m . Entonces, puesto que todas las potencias de A_i , A_u ,

A_m , etc, mayores que la primera, desaparecen, y puesto que el número de esos términos debe ser $[m]$, tenemos,

$$a^m = (A_i +, A_u +, A_m +, \text{etc.})^m = (A_i m), (A_u m), (A_m m), \text{etc.}$$

o si $M', M'', M''', \text{etc.}$, son los ms individuales,

$$a^m = (A, M'), (A,, M''), (A,,, M'''), \text{etc.}$$

De esto es evidente que ba^m es un traidor a un A_i de M' , a un $A,,$ de M'' , a un $A,,,$ de M''' , etc., en resumen de todos los hombres a algún enemigo de todos ellos. Para interpretar $b^{a\exp m}$ solamente tenemos que tomar su negación. Esto, por (124)²⁴, es $(1 - b) a^m$, o un no-traidor de todos los hombres a algún enemigo de ellos. De ahí, $b^{a\exp m}$, o aquello que *no* es esto, es un traidor de algún hombre a cada enemigo de todos los hombres. Para interpretar $b(a m)$, podemos introducir la forma $(1 - b)^{(1 - a\exp)m}$. Esto es «no-traidor de un hombre a todos los no-enemigos de todos los hombres». Ahora bien, un no-traidor de algún X a todo Y, es lo mismo que un traidor de todos los Xs solamente a lo que no es Y; y la negación de «no-enemigo de todos los hombres», es «enemigo de un hombre». De esta manera, $b(a m)$, es «traidor de todos los hombres a solamente un enemigo de un hombre». Para interpretar $b^a m$ podemos ponerlo en la forma $(1 - b)^{(1 - a)m}$, que es, «no-traidor de un hombre a todo no-enemigo de él». Esta es una suma lógica de términos, cada uno de los cuales es «no-traidor de un hombre individual M a todo no-enemigo de M». La suma de ellos, en consecuencia, que es $b^a m$ es «traidor de algún hombre a solamente un enemigo de él». De la misma manera es obvio que $b^a m$ es «traidor de solamente un hombre a solamente un enemigo de él». Tenemos $b^a m = b(1 - a)^{(1 - m)}$, o «traidor de todo no-hombre a un no-enemigo de todo no-hombre». Esto es lo mismo que «aquello que está ante algo que es solamente un enemigo de un hombre en la relación de traidor de solamente hombres a aquello que no lo es». La interpretación de $b^a m$ es, obviamente, «traidor de solamente un hombre a un enemigo de él». Es igualmente claro que $b^a m$ es «traidor de ningún hombre a solamente un enemigo de él», y que ba^m es «traidor de solamente un hombre a todo enemigo de él». Al poner b^{am} en la forma $b^{(1 - a)(1 - m)}$ encontramos que denota «traidor de algo además de un hombre a todas las cosas que son enemigas solamente de los hombres».

²⁴ De *La lógica de los relativos*, 124: $l s = 1 - (1 - l) s$. [Nota de Peirce].

Cuando un término absoluto se pone en lugar de a , las interpretaciones se obtienen de la misma manera, con una mayor facilidad.

El signo de una operación es claramente un término conjugativo. De esta manera, nuestra multiplicación conmutativa puede denotarse con el conjugativo

$$I, .$$

Ya que tenemos,

$$I, sw = I, l, sw.$$

Puesto que los conjugativos pueden reducirse todos a conjugativos de dos correlatos, pueden expresarse con un signo operativo (para el que puede usarse una letra hebrea) colocado entre los símbolos de los dos correlatos. Habría, a menudo, una ventaja al hacer esto, debido a lo intrincado de la notación habitual de los conjugativos. Si estos signos operativos resultaran concordar en sus propiedades con cualquiera de los signos del álgebra, podrían utilizarse algunas modificaciones de los signos algebraicos en lugar de las letras hebreas. Por ejemplo, si r fuera tal que

$$r x r yz = r_{13} r xyz,$$

entonces, si sustituyéramos r por el signo operativo \daleth tenemos

$$x\daleth(y\daleth z) = (x\daleth y)\daleth z,$$

que es la expresión del principio asociativo. Por lo tanto, si

$$rxy = r yx$$

podemos escribir,

$$x\daleth y = y\daleth x$$

que es el principio conmutativo. Si estas dos ecuaciones se sostuvieran con cualquier conjugativo, podríamos expresarlo convenientemente con el signo modificado $+$. Por ejemplo, consideremos el conjugativo «lo que se denota con un término que o bien denota _____ o, si no, _____». Para este, se sostienen obviamente los principios anteriores, y podemos denotarlo naturalmente con $+$. Entonces, si p denota Protestantismo, r Catolicismo y f aquello que es falso,

$$p + r -< f$$

significa o bien todo el protestantismo o bien todo el catolicismo es falso. Con esta forma es claro que se pueden expresar todas las proposiciones hipotéticas. Además, si

suponemos a cualquier término como ‘hombre’ (m) separado en sus individuos, M’, M”, M””, etc., entonces,

$$M' + M'' + M''' + \text{etc.},$$

significa ‘algún hombre’. Esto puede escribirse naturalmente

$$‘m’$$

y esto nos da una forma mejorada de escribir una proposición particular; puesto que

$$‘x’ \rightarrow y$$

parece una forma más simple de escribir ‘Algún X es Y’ que

$$0^{x,y} = 0.$$

El inverso

Si separamos *amante* en sus relativos elementales, tomamos el recíproco de cada uno, esto es, lo cambiamos de

$$A:B \quad \text{a} \quad B:A,$$

y sumamos estos recíprocos, obtenemos el relativo *amado por*. No hay una operación como esta en la aritmética ordinaria, pero si suponemos una ciencia de la cantidad discreta en forma de cuaternidad (una ciencia de intervalos iguales en el espacio), la suma de los recíprocos de las unidades de esta cuaternidad será la cuaternidad-conjugativa. Por esta razón, expreso el término conjugativo «aquello que está relacionado en la forma que para _____ es _____, para este último» con **K**. Las ecuaciones fundamentales de las que dependen las propiedades de este término

$$(169.) \quad \mathbf{K} \mathbf{K} = \mathbf{I}.$$

$$(170.) \quad \text{Si } x < y^z \quad \text{entonces} \quad z \rightarrow (\mathbf{K} y)^x, \\ \text{o} \quad \mathbf{I}(x, yz) = \mathbf{I}(z, \mathbf{K} yx).$$

Tenemos, también,

$$(171.) \quad \mathbf{K} \Sigma = \Sigma \mathbf{K},$$

$$(172.) \quad \mathbf{K} \Pi = \Pi \mathbf{K},$$

donde Π denota el producto en el orden inverso. Se encontrarán otras ecuaciones en la tabla del Sr. De Morgan, dada anteriormente.

Conclusión

Si se pregunta la cuestión, ¿Cuáles son los principios axiomáticos de esta rama de la lógica, no deducibles a partir de otros? Respondo que sea cual sea el rango asignado a las leyes de contradicción y de tercero excluido, este pertenece por igual a las interpretaciones de todas las ecuaciones generales dadas bajo el encabezamiento «Aplicación de los signos algebraicos a la lógica», junto con aquellas relacionadas con la involución inversa y los principios expresados con las ecuaciones (95), (96), (122), (142), (156), (25), (26), (14), (15), (169), (170).

Pero estos axiomas son meros sustitutos de las relaciones lógicas universales y, hasta donde estas pueden ser definidas, podemos prescindir de todos los axiomas. Los principios fundamentales de la lógica formal no son, propiamente, axiomas sino definiciones y divisiones; y los únicos *hechos* que [la lógica]²⁵ contiene se refieren a la identidad de los conceptos resultantes de aquellos procesos junto con determinados conceptos familiares.

1.7.3 L227 Carta, Peirce a W. S. Jevons²⁶

Pesth, 25 de agosto de 1870

Querido Señor,

Recibí hace unos días su gratificante carta desde Inglaterra, y como supongo que es Vd. el único trabajador activo en la lógica matemática en la actualidad, tengo un gran deseo de exponer mis opiniones ante Vd. en sus verdaderos colores y, en consecuencia, responderé a dos de las cuestiones que contiene su carta.

Parece que no acepta la extensión de mis definiciones de las operaciones matemáticas. La validez de esa generalización deberán decidirla los matemáticos y pienso que ellos aceptarán mis definiciones. Respecto a la adición y la multiplicación, la única novedad en mis opiniones es, realmente, que no considero que ser ‘invertibles’ sea esencial para estas operaciones. Ahora bien, me parece que el estudio del cálculo de las funciones no nos conduce a considerar este carácter como muy significativo, sino que, por el contrario, el que una operación sea invertible se debe normalmente a una

²⁵ Añadido del traductor.

²⁶ «W. S. Jevons Papers». W2: 445-47,

restricción de su aplicación. Por lo tanto, cuando no tenemos en cuenta las cantidades negativas ni las imaginarias, la involución es invertible. Si la adición se considera como esencialmente invertible, entonces la operación es aplicable a algunos términos lógicos y no a otros. Ahora bien, yo no entendería mucho el espíritu del álgebra moderno si no fuera contrario al mismo no extender la definición de la adición bajo estas circunstancias. Observe que no se puede apartar la adición de la lógica por completo, porque en el momento que tome ‘=’ como signo de identidad, esto es, que conciba la igualdad como un caso de la identidad, hace, por ello, que la adición sea aplicable a los términos mutuamente excluyentes.

Es claro que si la adición no es esencialmente invertible la multiplicación tampoco lo es. No puedo ver completamente cómo puede decir que yo utilizo el término *multiplicación* de un modo completamente desconectado de su significado original. Tome la definición en la página 3 de mi trabajo²⁷. No difiere, en ningún aspecto, de las concepciones universalmente admitidas en la actualidad, excepto en cuanto a su carácter invertible. Pero tome mi multiplicación lógica habitual. En la página 15²⁸, creo que he mostrado que la concepción de la multiplicación en los cuaternios es exactamente la misma que la mía, y que la multiplicación numérica es meramente un caso de mi operación.

Creo que Vd. sostiene que todo razonamiento es por sustitución (en lo que estoy de acuerdo con Vd.); que todas las sustituciones, cuando se denotan algebraicamente, aparecen como la sustitución de iguales por iguales, que, en consecuencia, la cópula significa igualdad y que la teoría del predicado cuantificado se sostiene. Pero me parece que la segunda premisas sería difícil explicar. Observará que en una nota en la página 2²⁹ he mostrado con rigor que, de acuerdo con principios admitidos, la concepción de ‘=’ está compuesta de aquellas de \prec y \succ ($o \leq$ y \geq). Siendo este el silogismo-sustitución

$$A = B \quad B = C$$

$$\therefore A = C$$

²⁷ «Descripción de una notación para la lógica de los relativos, resultante de una mejora del Cálculo Lógico de Boole.» W P52, W2: 361.

²⁸ *Id, Ib.* W2: 376.

²⁹ *Id, Ib.* W2: 361, nota 1.

es un compuesto de los dos

$$\begin{array}{ccc} A \prec B & B \prec C & \text{y} & A \succ B & B \succ C \\ \dots A \prec C & & & \dots A \succ C & \end{array}$$

y el lógico, al analizar las inferencias, debería representarlo así. ¿Cuál es la respuesta a mi nota o a la conclusión que extraigo de ella? En la práctica es mucho más fácil manipular el cálculo lógico con \prec como cópula que con '='.

Dudo, especialmente, de la posibilidad de un tratamiento exitoso de las sustituciones del razonamiento científico sobre los principios de la teoría del predicado cuantificado. En un trabajo anterior³⁰ me he esforzado por demostrar que toda inferencia procede por medio de la sustitución de un signo por otro sobre el principio de que un signo de un signo es un signo, y que el razonamiento difiere según los diferentes tipos de signos con los que trata, y que los signos son de tres tipos, primero, cosas, parecidas a sus objetos, segundo, cosas conectadas físicamente con sus objeto, como el rubor es signo de la vergüenza, tercero, signos generales. La sustitución de un signo general proporciona el razonamiento deductivo; la sustitución de semejanzas proporciona el razonamiento a una hipótesis como, por ejemplo, el abrigo, el sombrero, el modo de hablar, etc. de este hombre, son como los de un cuáquero, en consecuencia, supongo que es uno de ellos; la sustitución de los signos físicos proporciona la inducción como, por ejemplo, si digo «Todas estas muestras se han extraído al azar de esta colección», y así, la manera en que se han extraído físicamente necesita que haya un signo de aquello de lo que consiste la colección, puesto que si estas bolas son rojas, en consecuencia, toda la colección son bolas rojas.

Confío en que Vd. sentirá un interés suficiente en esta discusión para continuarla, y quedo con gran respeto

Fielmente suyo

C. S. Peirce

³⁰ Probablemente *Un esbozo preliminar de la lógica*, WMS154, W2: 297, § 9. Ese manuscrito no ha sido publicado y, además, no está completo.

1.7.4 WP77 Sobre la teoría de los errores de observación³¹

El objeto de este trabajo es dar un repaso general de la teoría de los errores de observación, con la intención de mostrar cuáles son las limitaciones de la aplicación del método de los mínimos cuadrados³², y que dirección debe seguirse cuando ese método falla. Comenzaremos con un repaso general de los principios generales del tema, para poder enunciarlos con algo más de precisión que la habitual.

La notación empleada es la que se ha propuesto a raíz del estudio de la lógica de las relaciones³³. Las letras minúsculas latinas denotarán a los objetos parcialmente indeterminados. De esta forma ‘m’ puede denotar a un hombre, sin decir ‘qué hombre’. Las minúsculas cursivas se usarán para los términos relativos; de esta forma, *l* puede denotar a un amante. Los correlatos de tales términos relativos se escribirán, tras ellos, en la misma línea; de esta forma *tm* o *lm* pueden denotar a un diente de un hombre o a un amante de un hombre, si ‘m’ denota a ‘hombre’, *t* a ‘un diente de’ y *l* a ‘un amante de algo indeterminado’. Entonces, *lw* denotará a ‘un amante de una mujer’, siendo indeterminados qué amante y qué mujer. ‘Un diente de un amante de una mujer’ será denotado por *t/w*. Si queremos denotar aquello que es ‘un amante de todas las mujeres’, debemos tener un símbolo para denotar a ‘todas las mujeres’. Como [x] se utiliza comúnmente en el método de los mínimos cuadrados para denotar la suma de todas las cantidades ‘x’, podemos escribir [w] para denotar a ‘todas las mujeres’ y, entonces, *l*[w] denotará algo que es ‘un amante de todas las mujeres’, o podemos escribir lo mismo así *l*^w. Un término relativo tiene una indeterminación doble, al ser indeterminado en referencia al relato y, también, en referencia al correlato. ‘Un amante’ puede ser este amante, ese amante o aquel otro amante, y cada uno de estos puede ser amante de esto o de eso o de aquello otro. Correspondiéndose, en consecuencia, con el [l] que denota a ‘todos los amantes’, podemos escribir {l} para denotar a ‘el amante del que sea un

³¹ Publicado en el *Informe de la Inspección de Costas* en 1870. Se incluye aquí solo el principio del artículo (W3: 114-116) para ilustrar, de nuevo, la notación que propone Peirce para la lógica de los términos relativos, y su conexión con la teoría de las probabilidades.

³² Criterio matemático de ‘aproximación’, que se aplicó a la mecánica celeste. Minimiza la acumulación del error de cada observación puntual sobre el conjunto total de las observaciones, es decir, minimiza el error cuadrático medio en la formulación del problema bidimensional. Fue desarrollado, independientemente, por Carl Friedrich Gauss en 1795 (publicado en 1809) y por Adrien-Marie Legendre en 1805.

³³ Véase «Descripción de una notación para la lógica de los relativos», incluido, completo, en este apéndice al capítulo 10 del *Tratado Práctico de Lógica y Metodología* de Peirce.

amante'. De esta forma, $\{l\}^w$ denotará a 'un amante de ninguna otra cosa salvo mujeres', o podemos escribir lo mismo así lw . Podemos denotar 'amado por' con K^l .

Correspondiéndose con cualquier término absoluto, como 'hombre', hay un término relativo, 'hombre que es', como en la expresión «un hombre que es rico». Denotaré a un relativo de este tipo con el símbolo del término absoluto, con una coma invertida tras él, como $m_.$. De esta forma, si 'b' denota a cualquier cosa negra, $m_.$ b denotará a 'un hombre que es negro'.

Sea V el relativo 'un nombre general que es aplicable a'. De esta forma, Vm denotará a un término general que es aplicable a algún hombre. V^m denotará a un término general que es aplicable a todo hombre y a toda mujer. $K V [V^m V^w]$ denotará aquello a lo que es aplicable todo término general que es aplicable a todo hombre y a toda mujer; en otras palabras, este denota o bien a un hombre o bien a una mujer. Escribiré esto, abreviadamente, como $m +, w$.

El cero se define con la ecuación general $x +, 0 = x$, sea lo que sea x . Entonces, cero, por lo general, no denota nada.

La unidad se define por la ecuación general $x_., 1 = x$, sea lo que sea x , entonces, por lo general, 1 denotará cualquier cosa.

Pero 1 y 0 tienen que interpretarse, algunas veces, como términos relativos. Ahora bien, se puede demostrar con los principios de la lógica de relativos que considerado de esta manera $0^x = 0$, a menos que $x = 0$, cuando $0^0 = 1$; y $1x = 1$, a menos que $x = 0$, cuando $10^{34} = 0$. Se sigue que 0^x es una función lógica de x tal que significa 'el caso de la no-existencia de', mientras que $1x$ es una función lógica³⁵ de x tal que significa 'el caso de la existencia de'.

Puesto que $[m]$ denota a todos los hombres, podemos naturalmente escribir $[m]/m$ para denotar lo que sean todos los hombres cuando se quita el factor que hace que $[m]$ se refiera a *hombres*, más que a ninguna otra cosa; es decir, para denotar el *número* de hombres. Podemos escribir esto, abreviadamente, $[m]$, con los corchetes en negrita. Entonces, siendo t un término relativo ('un diente de'), $[t1]$ denotará el número total de

³⁴ Léase 'uno-cero', no 'diez'.

³⁵ Una función matemática de x , tal como ϕx , es algo cuyo valor se obtiene por medio de procesos matemáticos cuando se da x . Una función lógica de x , de la que tenemos, como ejemplos comunes, las letras con un subíndice x , como P_x , es algo cuya significación es lógicamente deducible cuando se conoce la significación de x . [Nota de Peirce].

dientes en el universo. Sin embargo, t se utilizará como equivalente a $[t1]/[1]$, o el número medio de dientes que tiene cualquier cosa. Pero ‘cualquier cosa’ no debe adoptarse aquí en un sentido absoluto. Nosotros siempre limitamos nuestras consideraciones, totalmente, a una cierta clase. Como lo expresa De Morgan, siempre tenemos un universo limitado. Cuando nosotros sumamos el número de todas las cosas para encontrar el número medio de dientes *por* cosa, sería absurdo contar entre las cosas a las virtudes, los tonos de color, los días o los segundos del tiempo. A cualquier cosa que pertenezca al universo limitado que se considera se la denomina, en la teoría de probabilidades, un *suceso*. A una expresión como $[t]$, donde t es un término relativo, se la denomina un número relativo, número medio o número probable. Si el término relativo al que se refiere el número medio es uno de esos relativos que se forman añadiendo una coma al símbolo del término absoluto, como m , entonces, al número relativo se le denomina una *probabilidad*. Por ejemplo, $[m,]$ es el número medio de hombres que cualquier cosa es, aunque, habitualmente, se le denomina ‘la probabilidad de que algo sea un hombre’.

La importancia de los números que expresan medias viene del hecho de que todo nuestro conocimiento, realmente, no consiste de ninguna otra cosa más que de números que expresan medias; porque todo nuestro conocimiento se deriva a partir de la inducción, y su análogo, la hipótesis. Ahora bien, la conducta científica de este tipo de razonamiento es muy compleja, puesto que se tiene que atender a todo tipo de precauciones, y tiene que verse acompañada por mucha deducción³⁶.

³⁶ Esta interesantísima presentación se prolonga durante varias páginas (*W3*: 116-137) y se ve acompañada por minuciosas tablas de observaciones y medias (pp. 138-159). Hemos considerado suficiente incluir solo esta primera parte para añadir una mayor elucidación a su notación de los términos relativos, capítulo 10, y señalar su relación con la teoría de la inferencia probable, que presentamos en el capítulo 11 del *Tratado de Lógica*.

1.8 Capítulo 11. Las probabilidades

NOTA A. Sobre un universo de marcas limitado¹

Boole, De Morgan, y sus seguidores, hablan, con frecuencia, de un «universo de discurso limitado» en lógica. Un universo ilimitado comprendería el ámbito completo de lo lógicamente posible. En un universo tal, toda proposición universal, no tautológica, es falsa; toda proposición particular, no absurda, es verdadera. Nuestro discurso rara vez se refiere a ese universo: nosotros pensamos bien en lo físicamente posible, bien en lo históricamente existente, bien en el mundo de alguna ficción, o en cualquier otro universo limitado.

Pero, además de a su universo de objetos, nuestro discurso, también, se refiere a un universo de caracteres. Así, podemos decir, con naturalidad, que una virtud y una naranja no tienen nada en común. Es verdad que la palabra inglesa para cada una de ellas se escribe con seis letras², pero esta no es una de las marcas del universo de nuestro discurso.

Aquel universo de cosas es ilimitado en el cual toda combinación de caracteres, cerca del universo de caracteres completo, ocurre en algún objeto. De la misma manera, el universo de caracteres es ilimitado en el caso de que todo agregado de cosas, cerca del universo de cosas completo, posee en común uno de los caracteres del universo de caracteres. La concepción de la silogística ordinaria es tan poco clara que sería difícilmente exacto decir que supone un universo ilimitado de caracteres; pero se aproxima más a eso que a cualquier otra opinión consistente. La no-posesión de cualquier carácter se considera que implica la posesión de otro carácter, que es el negativo del primero.

Por otro lado, en nuestro discurso ordinario no solo son limitados ambos universos, sino, que, más allá de eso, no tenemos nada que hacer con los objetos individuales ni con las marcas simples; de forma que tenemos, simplemente, los dos universos distintos de cosas y de marcas relacionados el uno con el otro, por lo general, de una manera perfectamente indeterminada. La consecuencia es que una proposición que concierna a

¹ W4:450-453. *Studies in Logic*. By Charles S. Peirce and members of the Johns Hopkins University. Boston: Little, Brown, and Company, 1883; pp. 182-186. Hemos incluido este texto en el apéndice al capítulo 11 del *Tratado de Lógica* debido a las referencias que hace Peirce al mismo en «Una teoría de la inferencia probable», publicado, también, en *Studies in Logic*; y que constituye el cuerpo de ese capítulo.

² Virtue, orange.

las relaciones de dos grupos de marcas no es necesariamente equivalente a cualquier proposición que concierna a clases de cosas; por lo que la distinción entre proposiciones en extensión y proposiciones en comprensión es una distinción real, que separa dos tipos de hechos, mientras que en opinión de la silogística ordinaria la distinción se refiere solo a dos modos de considerar cualquier hecho. Decir que todo objeto de la clase S está incluido entre la clase de los P s debe implicar, por supuesto, que todo carácter común de los P s es un carácter común de los S s. Pero la implicación inversa no es, de ninguna forma, necesaria excepto con un universo de marcas ilimitado. Los razonamientos de los que he hablado, en profundidad, suponen, claro está, la ausencia de cualquier regularidad general acerca de las relaciones de las marcas y las cosas.

Puedo mencionar aquí otro aspecto en que esta opinión difiere de aquella de la lógica ordinaria, aunque es un punto que no tiene, en la medida que conozco, ninguna consecuencia para la teoría de la inferencia probable. Es que, según esta opinión, hay proposiciones cuyo sujeto es una clase de cosas, mientras que el predicado es un grupo de marcas. Hay 12 especies de tales proposiciones, distintas unas de otras en el sentido de que cualquier hecho, que pueda ser expresado por una proposición de una de estas especies, no puede expresarse por ninguna proposición de otra de las especies. Los siguientes son ejemplos de seis de las 12 especies:

1. Todo objeto de la clase S posee todo carácter del grupo π .
2. Algún objeto de la clase S posee todos los caracteres del grupo π .
3. Todo carácter del grupo π es poseído por algún objeto de la clase S .
4. Algún carácter del grupo π es poseído por todos los objetos de la clase S .
5. Todo objeto de la clase S posee algún carácter del grupo π .
6. Algún objeto de la clase S posee algún carácter del grupo π .

Las seis especies de proposiciones restantes son como estas, salvo que hablan de objetos a los que les *faltan* caracteres en vez de que los *posean*.

Pero las variedades de las proposiciones no terminan aquí; porque podemos tener, por ejemplo, una forma como esta: «Algún objeto de la clase S posee todo carácter que no le falta a ningún objeto de la clase P ». En resumen, el término relativo «poseer un carácter», o su negativo, puede entrar en la proposición cualquier número de veces. Podemos denominar a este número el *orden* de la proposición.

Una característica importante de este tipo de lógica es la del papel que la inferencia inmediata representa en ella. Así, la proposición número 3, anterior, se sigue de la número 2, y la número 5, de la número 4. Se observará que, en ambos casos, una proposición universal (o una que enuncie la inexistencia de algo) se sigue de una proposición particular (o una que enuncie la existencia de algo). Todas las inferencias inmediatas son, esencialmente, de esa naturaleza. Una proposición particular no en nunca inmediatamente inferible a partir de una universal. (Es verdad que a partir de «no A existe» podemos inferir que «algo no A existe»; pero esto no es, propiamente, una inferencia inmediata – supone, en realidad, la premisa adicional de que «algo existe». También hay inferencias inmediatas que elevan y reducen el *orden* de las proposiciones. Así, la proposición de segundo orden del párrafo anterior se sigue de «algún S es un P ». Por otro lado, se sostiene la inferencia,

Algún carácter común de los S s le falta a todo salvo a los P s;

. . . Todo S es un P .

La condición necesaria y suficiente de la existencia de una conclusión silogística a partir de dos premisas, es lo suficientemente simple. Hay una conclusión si, y solo si, hay un término medio distribuido en una de las premisas y no en la otra. Pero la conclusión es del tipo denominado *espurio*³ por De Morgan si, y solo si, el término medio está afectado por un «algún» en ambas premisas. Por ejemplo, sean las dos premisas,

A todo objeto de la clase S le falta algún carácter del grupo μ ;

Todo objeto de la clase P posee algún carácter no del grupo μ .

El término medio μ está distribuido en la segunda premisa, pero no en la primera; de forma que se puede extraer la conclusión. Pero, aunque ambas proposiciones son universales, μ está bajo un «algún» en ambas; por lo que solo se puede extraer una conclusión espuria, y, de hecho, podemos inferir las dos siguientes:

A todo objeto de la clase S le falta un carácter distinto de algún carácter común a la clase P ;

Todo objeto de la clase P posee un carácter distinto de algún carácter que le falta a todo objeto de la clase S .

³ Sobre proposiciones *espurias*, véase el escrito de B. I. Gilman en la *Circular de la Universidad Johns Hopkins* de agosto de 1882. El número de tales formas en cualquier orden es, probablemente, finito. [*Nota de Peirce*]. B. I. Gilman era otro de los alumnos más destacados de Peirce en los cursos de Lógica que este impartió en la Johns Hopkins. Otro de sus escritos, «Operaciones en número relativo con aplicación a la teoría de las probabilidades», está, también, incluido en la edición de *Studies in Logic*, *Ob. cit.*, pp. 107-125.

El orden de la conclusión es siempre el orden de la suma de los órdenes de las premisas; pero extraer una regla para determinar, con precisión, lo que la conclusión sea, sería difícil. Al mismo tiempo sería ocioso, porque el problema es extremadamente simple cuando se considera bajo la luz de la lógica de los relativos.

1.9 Capítulo 12. Las máximas del razonamiento

WMS165. Lógica práctica. Capítulo 2¹

Ante todo, el estudiante debe adquirir una noción perfectamente definida de la verdadera función del razonamiento.

El siguiente axioma no requiere comentario, aparte de señalar que parece olvidarse a menudo. *Donde no hay una duda real o un desacuerdo no hay cuestión y no puede haber investigación real.*

Al siguiente punto, de alguna manera, se le debe dedicar más pensamiento. Cualquier investigación útil debe conducir a alguna conclusión definida. Un método de investigación que llevase a hombres diferentes a resultados diferentes sin tender a llevarlos a un acuerdo, sería auto-destructivo y carecería de valor. Pero si gracias a una [investigación que]² resulta lo suficientemente larga pudiera alcanzarse un establecimiento de la opinión, esta concordancia (incluso si una exploración ulterior la alterase) es todo hacia lo que tiende realmente la investigación y es, en consecuencia, su único fin alcanzable. *El único objetivo legítimo del razonamiento es, pues, establecer qué decisión sería consensuada si la cuestión fuera lo suficientemente discutida.* A esto se podría objetar, primero, que el objeto primario de una investigación es el de establecer la verdad misma y no las opiniones que surgieran bajo cualesquiera circunstancias particulares; y, segundo, que la resolución de mi propia duda es más mi objeto en una investigación que la producción de unanimidad entre otros. Indudablemente, a aquello que buscamos en una investigación se le denomina la verdad, pero es tan difícil decir qué noción precisa debiera ser adjuntada a esta palabra, que parece mejor describir el objeto de una investigación por medio de un carácter que ciertamente pertenezca a ella y solo a ella, y que no tenga ningún aura misteriosa ni vaga. De manera parecida, puede admitirse que una investigación genuina se adopta para resolver las dudas del investigador. Pero observen esto: *Ningún hombre sensato estará exento de duda en la medida que personas tan competentes para juzgar como él*

¹ W2: 354-356. Incluimos aquí un fragmento de WMS165, MS165c (según la división del Profesor Ransdell) fechado, sin precisión, en el invierno de 1869-70. Concretamente el esbozo de un capítulo 2 de un proyecto de libro, titulado, por Peirce, *Lógica Práctica*. Hemos escogido WMS166, que nos parece una versión más elaborada de este, para el cuerpo del capítulo 12.

² Añadido del traductor.

mismo difieran de él. Por lo que resolver sus propias dudas es establecer a qué posición una investigación suficiente llevaría a todos los hombres.

Para alcanzar este acuerdo unánime -esta católica confesión-, se han seguido dos planes.

El primero, el más simple, y el más habitual es el de adherirse pertinazmente a alguna opinión y esforzarse para unir a todos los hombres en torno a ella. Los medios para llevar a los hombres a estar de acuerdo con una opinión fija tal son una organización eficiente de hombres que se dediquen a propagarla, trabajándose las pasiones de la humanidad, y ganándose una ascendencia sobre ellos al mantenerlos en la ignorancia. Para guardarse contra toda tentación de abandonar su opinión, un hombre debe tener cuidado con lo que lee y debe aprender a considerar sagrada su creencia, indignarse ante cualquier cuestionamiento de ella y, especialmente, considerar a los sentidos como el medio principal por el que Satanás gana acceso al alma; y como órganos que deben ser constantemente mortificados, despreciados y de los que se debe desconfiar. Con una determinación constante de cerrarse, de esta manera, a todas las influencias externas a la sociedad de aquellos que piensan como él, un hombre puede enraizar //opiniones/ fe// en sí mismo imposibles de erradicar; y un cuerpo considerable de hombres tales, dedicando todas sus energías a la propagación der sus doctrinas, pueden producir un gran efecto bajo condiciones favorables. De ellos, y de sus seguidores, puede decirse con verdad que no son de este mundo. Sus acciones, a menudo, serán inexplicables para el resto de la humanidad, puesto que viven en un mundo que ellos llamarán *espiritual* y otros llamarán *imaginario*, en referencia al cual sus opiniones serán, es cierto, perfectamente verdaderas. La creencia de uno de esos hombres, aunque, quizás, sea el resultado, en gran medida, de la fuerza de las circunstancias, será también fortalecida por un esfuerzo directo de la voluntad y él, en consecuencia, firmemente considerará malvado y mal-intencionado permitir que la opinión propia sea formada, independientemente de lo que uno desea creer, por ese juego de *los sentidos* que el diablo pone en su camino.

Este método (al que podemos denominar el método divino, espiritual o celestial) no servirá al propósito de los hijos de este mundo, puesto que el mundo en que están interesados tiene esta peculiaridad: que *las cosas no son precisamente como elegimos*

pensarlas. En consecuencia, el acuerdo de aquellos cuya convicción está determinada por un esfuerzo directo de la voluntad, no es la unanimidad que estas personas buscan.

LA LÓGICA DE 1873ⁱ

Charles S. Peirce

Este texto, tomado de *CP 7.313-367*, fue recopilado por los editores de los *Collected Papers*, dirigidos por Arthur W. Burks, a partir de fragmentos de los manuscritos R360 a R396, de acuerdo con la clasificación de Richard Robin. Fueron también los editores quienes dividieron el texto en epígrafes y pusieron título a cada uno de ellos: *Investigación, Lógica, Observación y razonamiento, Realidad, Tiempo y pensamiento, Creencia y Pragmatismo*. Las notas de los editores, que se encuentran al final del texto, describen someramente el contenido no publicado de los manuscritos originales. Puede considerarse un texto germinal respecto al método científico de investigación y a la operatividad del razonamiento para la fijación de creencias aceptables. Algunos de estos textos fueron empleados por Peirce en la elaboración de los ensayos «La fijación de la creencia» (1877) y «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878), como reconoció el propio autor en 1909 cuando se planteó revisar aquellos dos artículos para publicarlos bajo un mismo título.

La traducción realizada por Miguel Ángel Fernández Pérez fue publicada en la página web del Grupo de Estudios Peirceanos del Departamento de Filosofía de la Universidad de Navarra en 2008: (<http://www.unav.es/gep/Logica1873.html>). Este ha sido el texto motivador de la presente tesis. Véase al respecto la Introducción a la misma.

En este caso las notas de los editores, en números latinos, se encuentran al final del texto.

1. INVESTIGACIÓNⁱⁱ

(7.313). La primera de las distinciones que la lógica supone es aquella entre la duda y la creencia, una pregunta y una proposición. La duda y la creencia son dos estados de la mente que se perciben diferentes, así que podemos distinguirlos por la sensación inmediata. Nosotros casi siempre sabemos, sin necesidad de experimento alguno, cuándo estamos en duda y cuándo convencidos. Esta es una diferencial tal como la que hay entre el rojo y el azul, o el placer y el dolor. Si fuera esta toda la distinción, no tendría prácticamente significado alguno. Pero, de hecho, la mera capacidad de distinción sensible conlleva una importante diferencia práctica. Cuando creemosⁱⁱⁱ, hay

una proposición que, de acuerdo con alguna regla, determina nuestras acciones. Así que si se conoce nuestra creencia, la forma en que nos comportaremos será deducida con certeza. Sin embargo en el caso de la duda tenemos esa proposición más o menos distintamente en nuestra mente, pero no actuamos en base a ella. Hay algo más aparte de la creencia que la duda, es decir, no concebir la proposición en absoluto. Ni tampoco la duda está totalmente libre de efecto sobre nuestra conducta. Nos hace vacilar. La convicción nos determina a actuar de una forma particular mientras que, por sí sola, la pura ignorancia inconsciente, que es el verdadero contrario de la creencia, no tiene efecto alguno.

(7.314). Puede concebirse que la creencia y la duda tengan solo una distinción de grado.^{iv}

(7.315). La duda viva es la vida de la investigación. Cuando la duda descansa, la investigación debe detenerse...^v

(7.316). De esta noción surge el deseo de llegar a un establecimiento de opinión [que] es una conclusión que será independiente de todas las limitaciones humanas, independiente del capricho, de la tiranía, de los accidentes de la situación..., una conclusión a la que llegaría todo hombre que persiguiera el mismo método y que lo llevara lo suficientemente lejos. El esfuerzo para producir un establecimiento de opinión tal se denomina *investigación*. La lógica es la ciencia que enseña si tales esfuerzos están correctamente dirigidos o no lo están.

(7.317). Hay una diferencia importante entre el establecimiento de la opinión que resulta de la investigación y cualquier otro establecimiento de la misma. Porque la investigación no fijará una respuesta a una pregunta ni a otra sino que, por el contrario, en un principio tiende a desestabilizar las opiniones, a cambiarlas y a confirmar una opinión determinada que depende solamente de la naturaleza de la investigación misma. El método para producir la fijación de la creencia que se adhiere obstinadamente a la propia creencia de uno mismo, tiende solamente a fijar aquellas opiniones que cada hombre ya sostiene. El método de la persecución tiende solamente a extender las opiniones que resultan aprobadas por los gobernantes; y, excepto en la medida en que los gobernantes son proclives a adoptar opiniones de una índole determinada, no determina, en absoluto, qué opiniones llegarán a establecerse. El método de la opinión pública tiende a desarrollar un particular cuerpo de doctrina en cada comunidad. Alguna

convicción más ampliamente extendida y profundamente enraizada desplazará gradualmente a las opiniones opositoras, viéndose de alguna manera modificada por estas en la contienda. Pero diferentes comunidades, alejadas de la influencia mutua, desarrollarán cuerpos de doctrina muy diferentes, y en la misma comunidad habrá una tendencia constante a variar que puede, en cualquier momento, arrastrar a todo el público. Lo que sabemos del crecimiento, en general, muestra que esto tendrá lugar; y la historia nos lo confirma. La temprana historia de las ciencias, antes de que empezaran a ser realmente investigadas, especialmente de la psicología, de la metafísica, etc., ilustra, al igual que todo, el efecto puro de este método de fijar las opiniones. Las numerosas especies de doctrinas bien definidas que han existido sobre tales temas y su progresiva sucesión histórica dan a la ciencia de la historia de la filosofía un parecido considerable con la ciencia de la paleontología.

(7.318). Por lo que ninguno de estos métodos puede, de hecho, alcanzar su fin de establecer las opiniones. Las opiniones de los hombres actuarán unas sobre otras y el método de la obstinación será infaliblemente seguido por el método de la persecución y este cederá, con el tiempo, ante el método de la opinión pública; y esto no produce un resultado estable.

(7.319). La investigación difiere por completo de estos métodos en que la naturaleza de la conclusión final a la que conduce está, en todos los casos, destinada desde el principio, sin referencia al estado inicial de creencia. Que dos mentes investiguen independientemente cualquier cuestión y, si llevan el proceso lo suficientemente lejos, llegarán a un acuerdo que ninguna investigación ulterior podrá alterar.

(7.320). Pero esto no será verdad para cualquier proceso que alguien pueda elegir llamar investigación, sino solamente para la investigación que se haga de acuerdo con las reglas apropiadas. Aquí, en consecuencia, encontramos que hay una distinción entre la investigación buena y la mala. Esta distinción es el tema de estudio de la lógica. Algunas personas dudarán de si cualquier tipo de investigación resolverá todas las cuestiones. Sin embargo, yo me abstengo de discutir el asunto, porque me vería así conducido a anticipar lo que viene después, y porque tras cualquier demostración que pudiera dar todavía descansaría sobre *algún* supuesto, y es tan fácil ver que la investigación asume su propio éxito como que asume cualquier otra cosa.

(7.321). La lógica es la doctrina de la verdad, de su naturaleza y de la manera como se descubre.

(7.322). La primera condición del aprendizaje es saber que somos ignorantes. Un hombre comienza a investigar y a razonar consigo mismo en cuanto realmente se cuestiona algo y cuando está convencido no razona más. La geometría elemental produce pruebas formales de las proposiciones que nadie duda, pero no puede llamarse propiamente razonamiento a lo que no nos lleva de lo conocido a lo desconocido, y el único valor de las primeras demostraciones de la geometría es que muestran la dependencia de ciertos teoremas de ciertos axiomas, algo que no está claro sin las demostraciones. Cuando dos hombres discuten una cuestión, al principio cada uno se esfuerza en suscitar una duda en la mente del otro, y esta es, a menudo, la mitad de la batalla. Cuando la duda cesa no tiene sentido seguir discutiendo. Por lo que la investigación real comienza cuando una duda genuina comienza y termina cuando esta duda concluye. Y las premisas del razonamiento son hechos indudables. En consecuencia, es inútil decirle a un hombre que comience dudando de las creencias familiares, a menos que digas algo que le haga dudar de ellas realmente. De nuevo, es falso decir que el razonamiento debe fundamentarse o bien en primeros principios o bien en hechos últimos. Pues no podemos ir más allá de lo que somos incapaces de dudar, pero no sería filosófico suponer que algún hecho particular nunca llegará a ponerse en duda.

(7.323). Es fácil ver qué sería la verdad para una mente que no pudiera dudar. Esa mente no podría contemplar nada como posible excepto aquello en lo que creyera. Por todas las cosas existentes querría decir solo lo que pensaba que existía, y todo lo demás sería lo que querría decir por no-existente. En consecuencia, sería omnisciente en su universo. Decir que un ser omnisciente está necesariamente desprovisto de la facultad de razonar, suena paradójico; sin embargo, si el acto del razonamiento debe estar dirigido hacia un fin, cuando se alcanza ese fin el acto se hace naturalmente imposible.

(7.324). La única justificación del razonamiento es que establece dudas, y cuando la duda finalmente cesa, no importa cómo, se alcanza el fin del razonamiento. (Que) un hombre decida no cambiar nunca sus opiniones existentes, que obstinadamente cierre sus ojos a toda evidencia contraria a ellas, y si su voluntad es lo suficientemente fuerte para no vacilar en su fe, no tiene ningún motivo en absoluto para razonar, y sería

absurdo para él hacerlo. Ese es el método número uno para alcanzar el fin del razonamiento, y es un método que se ha practicado mucho y ha contado con mucha aprobación, especialmente por personas cuya experiencia ha sido que el razonamiento solo lleva de una duda a otra duda. No hay ninguna objeción válida a este procedimiento cuando simplemente prospera. Es verdad que es totalmente irracional; es decir, es estúpido desde el punto de vista de los que razonan. Pero asumir este punto de vista es una petición de principio. Sin embargo, de hecho, no prospera; y la primera causa del fracaso es que personas diferentes tienen opiniones diferentes, y el hombre que ve esto empieza a sentirse inseguro. Es, en consecuencia, deseable producir unanimidad de opinión y esto da lugar al método número dos, que es el de obligar a las personas por el fuego y la espada a adoptar una creencia, masacrar a todos los que disienten de ella y quemar sus libros. Esta forma de llegar a un consenso católico se ha demostrado muy exitosa durante siglos, en algunos casos, pero no es practicable en nuestros días. Una modificación de este es el método número tres, cultivar una opinión pública con la oratoria y la predicación y alentando ciertos sentimientos y pasiones en las mentes de los jóvenes. Este método es el que generalmente tiene más éxito en nuestros días. El cuarto y último método es el de razonar. Nunca se adoptará cuando cualquiera de los otros tenga éxito y este mismo sólo ha tenido éxito en ciertas esferas del pensamiento. No obstante, aquellos que razonan piensan que debe tener éxito finalmente, y así sería si todos los hombres pudieran razonar. Esto es lo que podemos decir en su favor. El que razona contemplará las opiniones de la mayoría de la humanidad con una indiferencia desdeñosa; estas no alterarán en lo más mínimo sus opiniones. También ignorará las creencias de aquellos que no están informados, y entre el pequeño residuo él puede honestamente esperar alguna unanimidad respecto a muchas cuestiones.

(7.325). Espero que ahora esté claro para el lector que el único fundamento racional para preferir el método del razonamiento a los otros métodos es que fija la creencia con más seguridad. Un hombre que se proponga adoptar el primer método puede hacerlo consistentemente simplemente porque escoge hacerlo. Pero si vamos a decidir a favor del razonamiento, deberíamos hacerlo sobre unos fundamentos racionales. Ahora bien, si la creencia ha sido fijada, no importa cómo, la duda, de hecho, ha cesado, y no hay ningún motivo, ni racional ni de otra índole, para razonar más. En consecuencia, cualquier establecimiento de opinión, si es completo y perfecto, es completamente satisfactorio y nada podría ser mejor. Es la peculiaridad del método del razonamiento,

que si un hombre piensa que no se quemara si pone la mano en el fuego, el razonamiento no confirmará esa creencia sino que la cambiará. Esta es una gran ventaja para la mente del racionalista. Pero el abogado de cualquiera de los tres primeros métodos, podrá decir (si cualquiera de estos métodos diera una creencia fija), o bien que *sabe* mediante su método que el fuego quemará, por lo que el razonamiento es inferior a su método en que permite a un hombre, por un momento, dudar esto, o bien que él *sabe* que el fuego no quemará, por lo que el razonamiento nos confunde a todos. En consecuencia, en cualquier caso, él concebirá que aquello que al racionalista le parece la gran ventaja del razonamiento, es el gran fallo. Por lo que el único fundamento para una decisión honesta entre los métodos debe ser que uno, de hecho, tiene éxito mientras que los otros se resquebrajan y se disuelven. [Bryant] expresa la filosofía del asunto perfectamente:

La verdad aplastada en la Tierra se alzará de nuevo
Suyos son los eternos años de Dios
Mientras que el error... se retuerce de dolor
Y muere entre sus adoradores.

2. LÓGICA^{vi}

(7.326). Es el quehacer del lógico estudiar la naturaleza del cuarto método de investigación y descubrir las reglas para llevarlo a cabo con éxito. El tema completo será dividido en tres partes en la exposición que aquí se ofrece al lector. La primera tratará de la esencia de la investigación en general, sea cual sea la mente que la lleve a cabo y sea cual sea el tema al que se aplica. La segunda tratará acerca de aquellas máximas de la investigación que resultan necesarias debido a la peculiar constitución del hombre en sus sentidos, y en su naturaleza mental. La tercera ofrecerá un leve esbozo de los métodos especiales de la investigación que son aplicables en las diferentes ramas de la ciencia, y que surgen de las peculiaridades del tema investigado. Entonces, en esta primera parte no tenemos nada que hacer, en términos amplios, con la naturaleza de la mente humana. Solo en la medida en que haya algunas facultades que deban pertenecer a cualquier mente que pueda investigar en absoluto, estas deberán someterse a nuestra consideración. Toda investigación, por ejemplo, presupone el paso de un estado de duda a un estado de creencia; y, en consecuencia, debe haber una sucesión en el tiempo en los pensamientos de cualquier mente que pueda investigar. En el cuarto

método de investigación una cierta creencia predeterminada, aunque no conocida previamente, será un resultado seguro del proceso; no importa cuál haya sido la opinión del investigador al comienzo. Se sigue que, durante la investigación, algunos elementos del pensamiento, que no estaban causados por pensamiento alguno que estuviera presente en la mente en el momento en que se comenzó la investigación, deben haber brotado en la misma. Tales ideas nuevas que brotan en la mente y que no han sido producidas por nada en la misma, se llaman sensaciones. Toda mente capacitada para la investigación debe, en consecuencia, estar capacitada para las sensaciones. Pero si todos los pensamientos fueran de este tipo, la investigación sería prácticamente un proceso involuntario. Podremos querer investigar pero no podríamos cambiar el curso que la investigación tomase. En consecuencia, no habría distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación.

Ahora bien, hemos visto, en el capítulo último, que esta distinción es esencial para el cuarto método de investigación y, de hecho, es lo único que lo distingue del tercero. En consecuencia, debe haber pensamientos que están determinados por pensamientos previos. Y esta facultad de producir pensamientos a partir de otros debe pertenecer a cualquier mente que pueda investigar. Sin una sucesión de ideas en el tiempo, es claro que no hay razonamiento posible. Procederé a mostrar que sin esta y sin la determinación de una idea por otra, no hay *pensamiento* posible en ningún sentido propio de la palabra.

3. OBSERVACIÓN Y RAZONAMIENTO^{vii}

(7.327). Puesto que el único propósito de la investigación es el establecimiento de opinión, hemos visto que cualquiera que investigue, es decir, que conduzca una investigación con el cuarto método, asume que ese proceso le conducirá, si se lleva lo suficientemente lejos, a cierta conclusión, que no conoce de antemano, pero que ninguna investigación ulterior cambiará. No importa cuáles puedan ser sus opiniones al comienzo, se asume que él concluirá en una creencia predeterminada.

Por lo que parece que, en el proceso de la investigación, deben brotar en la mente ideas y elementos de creencia completamente nuevos, que no estaban ahí antes.

(7.328). Algunos pensamientos son producidos por pensamientos previos de acuerdo con leyes regulares de asociación^{viii}, de forma que si se conocen los pensamientos

previos, y se da la regla de asociación, se puede predecir el pensamiento que se produce de esta manera. Esta es la operación elaboradora del pensamiento, o el pensar *par excellence*. Pero cuando surge una idea en la mente, que no tiene esta relación con ideas anteriores, sino que es algo nuevo para nosotros, decimos que está causada por algo fuera de la mente, y llamamos al proceso por el que brotan estos pensamientos, sensación. Y aquellas partes de la investigación que consisten principalmente en proveer estos materiales para que el pensamiento los elabore, combine y analice, se denominan observaciones. Entonces, la primera cosa que debe señalarse es que, puesto que la investigación nos conduce desde cualquier estado de opinión que nos pueda ocurrir que tengamos hasta una opinión que está predeterminada, debe ser que la investigación implica a la observación como una parte de ella y, de hecho, la conclusión a la que finalmente llegamos depende última y completamente de las observaciones.

(7.329). Podemos detenernos aquí para hacer una aplicación práctica de este principio. Ningún argumento, que pretenda revelarnos un hecho totalmente nuevo, puede ser posiblemente correcto sin que esté basado en una nueva evidencia. Los metafísicos son dados a este tipo de razonamiento; incluso aquellos que mantienen más enérgicamente que todo nuestro conocimiento viene de los sentidos. Especialmente, los que escriben sobre la naturaleza de la mente humana han construido un gran cuerpo de doctrina sin la ayuda de ninguna observación ni de ningún hecho, excepto aquellos que son familiares a todo el mundo. Estas cosas excitan justamente nuestra sospecha. Cuando Hobbes, por ejemplo, nos persuadiría de que ningún hombre puede actuar de ninguna otra manera que no sea por placer, es claro que esta creencia modificaría profundamente nuestras nociones acerca del hombre, y nuestros planes de vida; pero cuando se pregunta qué fundamenta esta importante conclusión, y aprendemos que no es más que el simple hecho – si puede dignificarse con este nombre – de que todo hombre desea hacer lo que hace, nos lleva a sospechar, inmediatamente, que hay algo de sofística en el proceso por el que una conclusión tan novedosa pueda sacarse de una premisa tan familiar. Así que, cuando los modernos doctrinarios de la necesidad mantienen que todo acto de la voluntad procede del motivo más fuerte, establecen un principio del que se esperaría que diera lugar a una ciencia psicológica tan exacta como la mecánica, y que fuera capaz de reducir las acciones humanas a un cálculo preciso. Pero cuando encontramos que los defensores de este principio no han hecho ningún experimento para probar su

ley, nos inclinamos con fuerza a pensar que ha habido algún malabarismo del razonamiento que les ha permitido, de esa manera, crear algo a partir de nada.

(7.330). Una observación, como la hemos definido, es meramente una idea que surge en la mente y que no ha sido producida por ideas previas. Esta no es la descripción completa de la observación como la entienden los hombres de ciencia y debemos tener cuidado de que la palabra no nos lleve a conclusiones que no estamos autorizados aún a extraer. Por ejemplo, un sueño, un presentimiento o alguna imaginaria inspiración de lo alto pueden, en la medida que hemos visto hasta ahora, implicar completamente nuevos elementos de pensamiento y, en consecuencia, ser una observación en el sentido de nuestra definición, por lo que no estamos aún autorizados para decir que tales cosas no puedan ser el fundamento de un razonamiento legítimo. Esta es una cuestión que tendremos que examinar de nuevo cuando lleguemos a considerar aquellas máximas de la inferencia que dependen de la peculiar constitución del hombre.

(7.331). Pero la observación, por sí sola, no puede constituir la investigación; porque si lo hiciera la única parte activa que tendríamos que representar nosotros en este método de investigación sería simplemente la disposición para observar y no habría distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación. Pero hemos visto que esta distinción es esencial para la idea de investigación y que es, de hecho, lo único que separa a este del tercer método de investigación. Por lo tanto, debe ser que, además de la observación, también hay un proceso elaborador del pensamiento por el que las ideas dadas por la observación producen otras en la mente.^{ix} Además, las observaciones son muy variadas y nunca se repiten o se reproducen exactamente por lo que no pueden constituir esa opinión establecida a la que la investigación lleva. Dos hombres, por ejemplo, pueden estar de acuerdo en una opinión, y si preguntas en qué basan sus opiniones quizás aleguen el mismo hecho. Pero sigue la pista del asunto un poco más; pregúntales de nuevo sobre qué fundamentos creen ese hecho y llegarás, eventualmente, a premisas diferentes. Dos mentes, por ejemplo, pueden haberse formado el mismo juicio sobre el carácter de una persona determinada y, aún así, pueden haber basado sus opiniones sobre la observación de su comportamiento en ocasiones diferentes. La rotación de la Tierra fue primero inferida a partir del movimiento de los cuerpos celestes; pero después, el modo en que un largo péndulo, si se le permitiera oscilar, giraría gradualmente y cambiaría su dirección de oscilación, ofreció una prueba

completamente nueva; y hay determinados movimientos muy pequeños de las estrellas que, si se les pudiera observar con la suficiente exactitud, mostrarían otro fundamento para la misma conclusión. En verdad, el hecho que un hombre observa no es, en ningún caso, precisamente el mismo hecho que otro hombre observa. Un astrónomo observa que la luna pasa por delante de una estrella de forma que la oculta en un determinado instante en su observatorio, otro astrónomo observa que la misma estrella se oculta en un determinado instante en su observatorio. Estos dos hechos no son el mismo, porque se refieren a distintas estaciones de observación. Lo que es tan claro respecto a la observación astronómica, porque estamos acostumbrados a la precisión del pensamiento acerca de esto, es igualmente verdadero respecto a los hechos más familiares. Tú y yo vemos un tintero sobre la mesa; pero lo que tú observas es que hay una determinada apariencia desde donde estás sentado y lo que yo observo es que hay una determinada apariencia desde donde estoy sentado. El hecho en el que estamos de acuerdo, que hay un tintero ahí, es lo que concluimos de las diferentes apariencias que nosotros respectivamente observamos. Podemos intercambiar el sitio y ni siquiera así alcanzaríamos a captar las observaciones del otro; porque entonces entra la diferencia en el tiempo. Puedo observar que ahora hay una apariencia tal como la que tú describes que ha existido unos momentos antes; pero yo no puedo observar si había una apariencia tal antes de haber ocupado tu lugar. Es innecesario multiplicar estos ejemplos, porque la reflexión más superficial los ofrecería en gran número; pero los que han sido aducidos son suficientes para mostrar que las observaciones son, para cada hombre, totalmente privadas y peculiares. Y no solo no puede hombre alguno hacer las observaciones de otro hombre, o reproducirlas; sino que ni siquiera puede, en un momento, hacer aquellas observaciones que él mismo hizo en otro momento. Pertenecen a la situación particular del observador y al instante particular del tiempo.

(7.332). De hecho, si distinguimos cuidadosamente aquello que se da primero a la sensación de la conclusión que inmediatamente sacamos de ello, no es difícil ver que observaciones diferentes ni siquiera son en sí mismas tan similares; porque, ¿en qué consiste la similitud entre dos observaciones? ¿Qué significa decir que dos pensamientos son similares? Sólo puede significar que cualquier mente que las comparase a la vez, afirmaría que son similares. Pero esa comparación sería un acto de pensamiento que no estaría incluido en las dos observaciones respectivamente; porque las dos observaciones que existen en tiempos diferentes, quizás en mentes diferentes, no

pueden juntarse para compararse directamente en sí mismas, salvo solo con la ayuda de la memoria, o de algún otro proceso, que produzca un pensamiento a partir de pensamientos previos y que, en consecuencia, no es una observación. Puesto que, en consecuencia, la similitud de estos pensamientos consiste totalmente en el resultado de la comparación, y la comparación no es observación, se sigue que las observaciones no son similares excepto en la medida en que se dé la posibilidad de algún proceso mental aparte de la observación.

(7.333). Sin embargo, sin insistir sobre este punto que puede encontrarse demasiado sutil, queda el hecho de que las observaciones no son las mismas en el sentido en que las conclusiones a que dan lugar son la misma. Todos los astrónomos, por ejemplo, estarán de acuerdo en que la Tierra está a ciento treinta y ocho o ciento treinta y nueve millones de kilómetros del Sol. Y, aún así, uno basará su conclusión en las observaciones del paso de Venus delante del disco solar; otro en las observaciones del planeta Marte; otro en experimentos con la luz combinados con observaciones de los satélites de Júpiter. Y esto mismo es igualmente verdadero respecto a la mayor parte de los asuntos ordinarios de la vida.

(7.334). Ahora bien, ¿cómo es que la irrupción en la mente de pensamientos tan desemejantes nos conduce inevitablemente, aunque a veces tras un largo tiempo, a una conclusión fija? Indudablemente ocurren disputas entre aquellos que persiguen un método apropiado de investigación. Pero estas disputas llegan a un fin. Al menos esto es lo que asumimos cuando nos adentramos en la discusión, porque a menos que la investigación conduzca a una opinión estable, esta no nos haría ningún servicio en absoluto. Nosotros creemos respecto a toda cuestión que intentamos investigar que las observaciones, aunque puedan ser tan variadas y desemejantes en sí mismas como sea posible, tienen algún poder para suscitar en nuestras mentes un estado predeterminado de creencia. Esto nos recuerda la especie de necesidad que se conoce como destino. Los cuentos de hadas están llenos de ejemplos como este: un Rey encierra a su hija en una torre porque ha sido avisado de que ella está destinada a sufrir alguna desgracia al enamorarse antes de cierta edad y resulta que los mismos medios que él ha empleado para prevenir esto son justo los que llevan la profecía a su cumplimiento. Aunque hubiera seguido un curso de acción diferente, la idea parece ser que igualmente se habría producido el resultado destinado. Entonces, el destino es aquella necesidad por la

que un determinado resultado acaecerá con seguridad según el curso natural de los acontecimientos independientemente de cómo podamos variar las circunstancias particulares que preceden al acontecimiento. De la misma manera nosotros parecemos destinados a llegar a la conclusión final. Porque cualesquiera que sean las circunstancias en las que se hacen las observaciones y por las que se modifican, estas nos llevarán inevitable y finalmente a esta creencia.

(7.335). La extrañeza de este hecho desaparece por completo cuando adoptamos la noción de las realidades externas. Decimos que las observaciones son el resultado de la acción sobre la mente de las cosas externas, y que su diversidad es debida a la diversidad de nuestras relaciones con estas cosas; mientras que la identidad de la conclusión a la que la mente se ve conducida por ellas se debe a la identidad de las cosas observadas, sirviendo el proceso del razonamiento para separar en las múltiples observaciones que hacemos de la misma cosa el elemento constante que depende de la cosa misma de los variables y diferentes elementos que dependen de nuestras variadas relaciones con la cosa. Afirmo que esta hipótesis despeja la extrañeza del hecho de que, independientemente de que las observaciones sean diferentes, den un resultado idéntico. Despeja la extrañeza de este hecho al ponerlo en una forma y bajo un aspecto en el que se parece a otros hechos con los que estamos familiarizados. Estamos muy correctamente acostumbrados a pensar que las causas siempre preceden a sus efectos y a descreer del destino, que es una necesidad imaginaria por la que algún acontecimiento futuro, como si dijéramos, fuerza a las condiciones que le preceden a ser tales como aquellas que lo suscitasen. Las naciones occidentales están plena y correctamente convencidas de que no hay tal necesidad intrínseca e incondicionada que suscite los acontecimientos. Esta es la razón de que parezca extraño aseverar que la conclusión final de la investigación está predestinada y de que sea satisfactorio para la mente encontrar una hipótesis que asigne una causa que preceda a la creencia final que respondería de la producción de la misma, y de la verdad de esta noción de las realidades externas no puede haber duda. Incluso los idealistas, si se entienden correctamente sus doctrinas, normalmente no han negado la existencia de cosas externas reales. Pero aunque la noción no implica error y es conveniente para determinados propósitos, de ello no se sigue que nos brinde el punto de vista desde el que es adecuado mirar el asunto para entender su verdadera filosofía. Despeja la extrañeza de un determinado hecho al asimilarlo a otros hechos familiares; pero ¿no es este hecho de

que la investigación nos conduce a una conclusión definida realmente de un carácter tan diferente al de los acontecimientos ordinarios del mundo, a los que aplicamos la causalidad, que tal asimilación y clasificación del mismo lo pone bajo una luz que, aunque no totalmente falsa, no obstante no pone en una prominencia debida la peculiaridad real de su naturaleza? Que la observación y el razonamiento producen una creencia estable a la que denominamos la verdad parece un principio que debe ser situado a la cabeza de todas las verdades especiales que solo son las creencias particulares a las que la observación y el razonamiento nos conducen en tales casos. Y es difícilmente deseable combinarlas con las otras por medio de una analogía que no sirve para ningún otro propósito.

4. REALIDAD^x

(7.336). La cuestión es, «Si correspondiéndose con nuestros pensamientos y sensaciones, y en algún sentido representadas por ellos, hay realidades, que no son solo independientes de tu pensamiento, y del mío, y del de cualquier número de hombres, sino que son absolutamente independientes del pensamiento en su conjunto». La opinión final objetiva es independiente de los pensamientos de cualesquiera hombres particulares, pero no es independiente del pensamiento *en general*^{xi}. Es decir, si no hubiera pensamiento, no habría opinión y, en consecuencia, ninguna opinión final.

(7.337). Todo lo que experimentamos directamente es nuestro pensamiento – lo que pasa por nuestras mentes; y esto solo en el momento en que está pasando. Aquí vemos pensamientos que determinan y causan otros pensamientos; y se produce una cadena de razonamiento o de asociación. Pero el principio y el final de esta cadena no se perciben distintamente. Otra imagen con la que, a menudo, se habla del pensamiento, y quizás más adecuadamente, es la de una corriente. En particular, hemos dirigido la atención al punto hacia el que el pensamiento fluye, y el cual finalmente alcanza: un determinado nivel, como si dijéramos, de un recipiente determinado, donde la realidad se hace inmutable. Ha alcanzado su destino y esta permanencia, esta realidad fija, que todo pensamiento se esfuerza por representar e imaginar, la hemos situado en este punto objetivo, hacia el que la corriente del pensamiento fluye.

(7.338). Pero este asunto, a menudo, se ha contemplado desde un punto de vista opuesto; dirigiéndose particularmente la atención a la fuente y al origen del

pensamiento. Se dice que todos los demás pensamientos se derivan, en última instancia, de las sensaciones; que todas las conclusiones del razonamiento son válidas sólo en la medida en que son verdaderas respecto a las sensaciones; que la causa real de la sensación, en consecuencia, es la realidad que el pensamiento presenta. Ahora bien, tal realidad, que causa todo el pensamiento, parecería ser totalmente externa a la mente – al menos a la parte pensante de la mente, distinguida de la parte sensitiva; porque podría concebirse que, de alguna forma, es dependiente de la sensación.

(7.339). Hay aquí, entonces, dos modos opuestos de concebir la realidad. El que ha sido desarrollado antes con alguna extensión, y que resulta naturalmente de los principios que se han planteado en los capítulos previos de este libro, es una idea que estaba oscuramente en las mentes de los realistas medievales; mientras que el otro era el principio motor del nominalismo. Yo no pienso que estas dos concepciones sean absolutamente irreconciliables, aunque ambas hayan sido tomadas desde puntos de partida muy separados entre sí. La concepción realista enfatiza, particularmente, la permanencia y fijeza de la realidad; la concepción nominalista enfatiza su externalidad. Pero los realistas no necesitan, y no deben, negar que la realidad existe externa a la mente; ni lo han hecho históricamente, como algo general. Aquello, que es lo que es, es externo a la mente, independientemente de cuáles sean nuestros pensamientos respecto a cualquier asunto; igual que aquello, que es lo que es, es real, independientemente de cuáles sean nuestros pensamientos respecto a esa cosa particular. Así, una emoción de la mente es real, en el sentido de que existe en la mente seamos o no distintamente conscientes de ella. Pero no es externa porque, aunque no depende de lo que pensemos acerca de ella, depende del estado de nuestros pensamientos acerca de algo. Ahora bien, el objeto de la opinión final, que hemos visto que es independiente de lo que cualquier persona particular piense, puede muy bien ser externo a la mente. Y no hay objeción en decir que esta realidad externa causa la sensación, y que por la sensación ha causado toda aquella línea de pensamiento que ha conducido finalmente a la creencia.

(7.340). A primera vista parece, sin duda, una afirmación paradójica que «El objeto de la creencia final, que existe solo en consecuencia de la creencia, produciría él mismo la creencia»; pero ha habido muchos casos en los que hemos adoptado una concepción de la existencia parecida a esta. Que el objeto de la creencia existe es verdadero solo porque la creencia existe; pero esto no es lo mismo que decir que comienza a existir por

primera vez cuando la creencia comienza a existir. Decimos que el diamante es duro. Y, ¿en qué consiste la dureza? Consiste meramente en el hecho de que nada lo rayará; en consecuencia, su dureza está totalmente constituida por el hecho de que algo se frote con fuerza contra ello sin rayarlo. Y si fuera imposible que algo se frotase contra ello de esta manera, carecería de significado decir que es duro, al igual que carece totalmente de significado decir que la virtud, o cualquier otra abstracción, es dura^{xiii}. Pero, aunque la dureza está enteramente constituida por el hecho de que otra piedra se frote con el diamante, no concebimos que empiece a ser duro cuando se frota con esta otra piedra; por el contrario, decimos que es realmente duro todo el tiempo y que ha sido duro desde que comenzó a ser diamante. Y, sin embargo, no había ningún hecho, ningún acontecimiento, nada en absoluto, que lo hiciera diferente de cualquier otra cosa que no fuera tan dura, hasta que se le frotó con la otra piedra.

(7.341). Así que decimos que el tintero que está encima de la mesa es pesado. Y, ¿qué queremos decir con esto? Sólo queremos decir que si se le quita el soporte, caerá al suelo. Esto, quizás, puede que no le ocurra nunca – y, sin embargo, decimos que es realmente pesado todo el tiempo; aunque no haya ningún aspecto de ningún tipo en el que sea diferente de lo que sería si no fuera pesado, hasta que se le retire el soporte. Lo mismo es verdadero respecto a la existencia de cualquier otra fuerza. Solo existe en virtud de una condición, la de que algo ocurrirá en determinadas circunstancias; pero no concebimos que comience a existir por vez primera cuando estas circunstancias surgen; por el contrario, existirá aunque las circunstancias nunca lleguen a surgir. Y, ahora bien, ¿qué es la materia misma? El físico está perfectamente acostumbrado a concebirla meramente como el centro de las fuerzas. En consecuencia, existe solo en la medida en que estas fuerzas existen. Puesto que, en consecuencia, estas fuerzas existen solo en virtud del hecho de que algo ocurrirá en determinadas circunstancias, se sigue que la materia misma solo existe de esta manera.

(7.342). Ni siquiera es esta concepción peculiar únicamente de los físicos y de nuestras concepciones del mundo externo. Se dice que un hombre sabe una lengua extranjera. ¿Y qué significa esto? Solo que si la ocasión surge, las palabras de esa lengua vendrán a su mente; no significa que estén, de hecho, en su mente todo el tiempo. Y, sin embargo, no decimos que solo sabe la lengua en el momento en que se le ocurren las palabras particulares que va a decir; porque de esa forma él nunca podría estar seguro de saber

toda la lengua, si solo supiera la palabra particular necesaria en el momento. Por lo que su conocimiento de algo que existe todo el tiempo, existe solo en virtud del hecho de que cuando una determinada ocasión surge, una determinada idea vendrá a su mente.

(7.343). Se dice que un hombre posee determinadas capacidades y susceptibilidades mentales y le concebimos como constantemente dotado con estas facultades; pero estas solo consisten en el hecho de que él tendrá determinadas ideas en su mente en determinadas circunstancias; y no en el hecho de que él tenga determinadas ideas en la mente todo el tiempo. Es perfectamente concebible que el hombre tuviera facultades que nunca se realizaran: en cuyo caso la existencia de las facultades depende de una condición que nunca ocurre. Pero, ¿qué es la mente misma sino el foco de todas las facultades? Y, ¿en qué consiste la existencia de la mente sino en estas facultades? ¿Cesa de existir la mente cuando duerme? Y, ¿es un hombre nuevo el que cada mañana se despierta?

(7.344). Parece ser, entonces, que la existencia de la mente, igual que la de la materia, de acuerdo con estos argumentos, que han llevado a esta concepción que sostienen todos los psicólogos, así como los físicos, depende solo de unas determinadas condiciones hipotéticas que pueden ocurrir por primera vez en el futuro, o que puede que no ocurran en absoluto. En consecuencia, no hay nada extraordinario en decir que la existencia de realidades externas depende del hecho de que la opinión se estabilizará finalmente en la creencia en ellas. Ni, tampoco, en que estas realidades existían antes de que la creencia surgiera e, incluso, fueron la causa de esa creencia, al igual que la fuerza de la gravedad es la causa de la caída del tintero – aunque la fuerza de la gravedad consista meramente en el hecho de que el tintero y otros objetos caerán.

(7.345). Pero, si se nos preguntara si no existen algunas realidades que sean completamente independientes del pensamiento; yo, a mi vez, preguntaría qué se quiere significar con tal expresión y qué puede significarse con ella. ¿Qué idea puede vincularse a aquello de lo que no hay idea? Porque si hubiera una idea de tal realidad, es el objeto de esa idea del que estamos hablando y este no es independiente del pensamiento. Es claro que está bastante más allá del poder de la mente el tener una idea de algo completamente independiente del pensamiento – tendría que extraerse ella misma de sí misma para ese propósito; y puesto que no hay tal idea, no hay significado en la expresión^{xiii}. La experiencia de la ignorancia, o del error, que tenemos, y a la que

llegamos por medio de la corrección de nuestros errores, o ampliando nuestro conocimiento, nos capacita para experimentar y concebir algo que es independiente de nuestras propias concepciones limitadas; pero como no puede haber una corrección de la suma total de las opiniones, ni ninguna ampliación de la suma total del conocimiento, no tenemos los medios, y no podemos tenerlos, de adquirir una concepción de algo independiente de todo pensamiento y de toda opinión.

5. TIEMPO Y PENSAMIENTO^{xiv}

(7.346). Cualquier mente que tenga el poder de la investigación y que, en consecuencia, pase de la duda a la creencia, debe hacer que sus ideas se sigan unas de otras en el tiempo. Y si fuera a haber algún tipo de distinción entre un método correcto y un método incorrecto de investigación, esta debe tener algún control sobre el proceso. Por lo que debe haber algo tal como la producción de una idea a partir de otra que estaba previamente en la mente. Esto es lo que ocurre en el razonamiento, donde la conclusión es llevada a la mente por las premisas.

(7.347). Podemos imaginar una mente que razonase y que no supiera nunca que razonaba; no percatándose nunca de que su conclusión era una conclusión, o que se derivaba de algo que iba antes. Para tal mente podría haber un método correcto y un método incorrecto de pensamiento; pero no podría percatarse de que hubiera tal distinción, ni criticar en ninguna medida sus propias operaciones. Para estar capacitada para la crítica lógica, la mente debe percatarse de que una idea está determinada por otra.

(7.348). Ahora bien, cuando esto ocurre, tras la primera idea viene la segunda. Hay un proceso que solo puede tener lugar en un espacio de tiempo; pero una idea no está presente en la mente durante un espacio de tiempo – al menos no durante el espacio de tiempo en que esta idea es reemplazada por otra; porque cuando el momento de su estar presente pasa, no está más en la mente en absoluto. En consecuencia, el hecho de que una idea sucede a otra no es algo que en sí mismo pueda estar presente en la mente, al igual que no puede decirse que las experiencias de todo un día o de un año están presentes en la mente. Es algo que puede recrearse; pero que no está presente en ningún instante puntual; y que, en consecuencia, no puede estar presente en la mente en absoluto; porque nada es presente salvo el momento pasajero, y lo que contiene. En

consecuencia, el único modo en que podemos percatarnos de un proceso de inferencia, o de cualquier otro proceso, es porque produce alguna idea en nosotros. En consecuencia, no solo es necesario que una idea produzca otra; sino que es también requisito el que un proceso mental produzca una idea. Estas tres cosas deben encontrarse en toda mente lógica: Primero, ideas; segundo, determinaciones de ideas por ideas previas; tercero, determinaciones de ideas por procesos previos. Y no se encontrará nada que no aparezca bajo uno de estos tres encabezamientos.

(7.349). La determinación de una cosa por otra, no solo implica que la primera se sigue de la última, sino que se sigue de acuerdo con una regla general, en consecuencia de la cual, a toda idea tal le seguiría tal otra. Por lo que no puede haber determinación de una idea por otra excepto en la medida en que las ideas pueden distribuirse en clases, o tener algunas semejanzas. Pero, ¿cómo puede una idea asemejarse a otra? Una idea no puede contener nada salvo lo que está presente a la mente en esa idea. Dos ideas existen en momentos diferentes; consiguientemente lo que está presente en la mente en una, está presente solo en ese momento, y está ausente en el momento en que la otra idea está presente. Por lo que, literalmente, una idea no contiene nada de otra idea; y en sí mismas no pueden tener semejanza. Ciertamente no se asemejan la una a la otra excepto en la medida en que la mente pueda detectar una semejanza; porque existen solo en la mente y no son nada salvo lo que se piensa que son. Ahora bien, cuando cada una está presente en la mente, la otra no está en la mente en absoluto. Ninguna referencia a ella está en la mente, y ninguna idea de ella está en la mente. Por lo que de ninguna de las dos ideas cuando está en la mente se piensa que se asemeja a la otra que no está presente en la mente. Y una idea no puede ser pensada excepto cuando está presente en la mente. Y, en consecuencia, no puede pensarse que una idea se asemeje a otra, hablando estrictamente.

(7.350). Para escapar de esta paradoja, veamos cómo hemos sido llevados a ella. La causalidad supone una regla general y, por lo tanto, similitud. Ahora bien, en la medida en que suponemos que lo que está presente en la mente en un momento es absolutamente distinto de lo que está presente en la mente en otro momento, nuestras ideas son absolutamente individuales y sin similitud alguna. Por lo tanto, es necesario que concibamos un proceso como presente en la mente. Y este proceso consiste de partes que existen en diferentes momentos y de una forma absolutamente distinta. Y

durante el tiempo que una parte está en la mente, la otra no está en la mente. Para unir las, tenemos que suponer que hay una conciencia que atraviesa el tiempo. Por lo que de la sucesión de ideas que ocurre en un segundo del tiempo, no hay más que una conciencia; y de la sucesión de ideas que ocurre en un minuto de tiempo, hay otra conciencia, y de esta manera, quizás, indefinidamente. Por lo que puede que haya una conciencia de los acontecimientos que ocurrieran en un día completo o en toda una vida.

(7.351). Según esto, dos partes de un proceso separado en el tiempo – aunque están absolutamente separadas, en la medida en que hay conciencia de la una, de la que la otra está completamente excluida – sin embargo, no están separadas, hay una conciencia más general de las dos juntas. Esta concepción de la conciencia es algo que toma tiempo. Parece imponérsenos para escapar de las contradicciones que acabamos de encontrar. Y si la conciencia tiene una duración, entonces no hay nada que sea una conciencia instantánea; sino que toda conciencia se refiere a un proceso. Y ningún pensamiento, por simple que sea, está, en ningún momento, presente en la mente en su totalidad, sino que es algo que vivimos o experimentamos como hacemos con los acontecimientos de un día. Y como las experiencias de un día están hechas de las experiencias de espacios de tiempo más cortos, así cualquier pensamiento está hecho de pensamientos más especiales que, a su vez, están hechos de otros y así indefinidamente.

(7.352). Puede ser, de hecho, muy probablemente, que haya algún espacio mínimo de tiempo dentro del cual, en algún sentido, solo pueda existir un pensamiento indivisible y como no sabemos nada de ese hecho en la actualidad, podemos contentarnos con la concepción más simple de una continuidad indefinida en la conciencia. Puede verse fácilmente que cuando esta concepción se comprende, el proceso de la determinación de una idea por otra resulta explicable. Lo que está presente en la mente durante la totalidad de un intervalo de tiempo es algo que, generalmente, consiste de lo que había en común en lo que estaba presente en la mente durante las partes de ese intervalo. Y esto puede ser lo mismo que lo que está presente en la mente durante cualquier intervalo de tiempo; o, si no lo mismo, al menos parecido – es decir, los dos pueden ser tales que tengan mucho en común. Estos dos pensamientos, que son similares, pueden estar seguidos por otros que sean similares y acordes con una ley general por la que a todo pensamiento similar a cualquiera de estos le sigue otro similar a aquellos que le siguen. Si pensamientos sucesivos tienen algo en común, puede que pertenezca a cada parte de

estos pensamientos, por pequeña que sea, y, en consecuencia, puede decirse que está presente en cada instante. A este elemento de la conciencia que pertenece a un todo solo en la medida en que pertenece a sus partes se le denomina la materia del pensamiento.

(7.353). Hay, además de esto, una causalidad, que atraviesa nuestra conciencia, por la que el pensamiento de cualquier momento singular determina el pensamiento del momento siguiente, no importa lo pequeños que puedan ser estos momentos. Y esta causalidad es, necesariamente, de la naturaleza de una reproducción; porque si un pensamiento de un tipo determinado continúa durante una determinada medida de tiempo, como debe hacerlo para llegar a la conciencia, el efecto inmediato que produce esta causalidad debe también estar presente durante todo el tiempo, por lo que es una parte de ese pensamiento. Por lo tanto, cuando este pensamiento cesa, aquello que continúa tras él en virtud de esta acción es una parte del pensamiento mismo. Adicionalmente a esto debe haber un efecto producido por el seguimiento de una idea tras una idea diferente; de otra forma no habría proceso de inferencia excepto el de la reproducción de las premisas.

6. CREENCIA^{xv}

(7.354). Hemos visto que una inferencia es el proceso por el que una creencia determina a otra. Pero una creencia es ella misma un hábito de la mente en virtud del cual una idea da lugar a otra. Cuando digo que sé francés, no quiero decir que en la medida en que lo conozco tenga yo en mi mente todas las palabras que lo componen, ni siquiera una sola de ellas. Sino solo que cuando pienso en un objeto, se me ocurrirá la palabra francesa para este y que, cuando una palabra francesa se presente a mi atención, pensaré en el objeto que significa. Lo que es verdadero del conocimiento es igualmente verdadero de la creencia, ya que la verdad o falsedad de la cognición no altera su carácter respecto a esto. Yo estoy convencido de que el ácido prúsico es veneno, y siempre lo he estado. Esto no significa que siempre haya tenido la idea del ácido prúsico en mi mente, sino solo que en la ocasión adecuada, al pensar en beberlo, por ejemplo, la idea de veneno y todas las otras ideas que esa idea acarree, surgirían en mi mente.

(7.355). Por lo que hay tres elementos del conocimiento: los pensamientos, la conexión habitual entre los pensamientos y los procesos que establecen una conexión habitual entre los pensamientos. Ya hemos visto que una idea no puede estar instantáneamente

presente, que la conciencia ocupa tiempo y que no tenemos conciencia en un instante. Así que en ningún momento tenemos un pensamiento. Pero ahora aparece, además, que en referencia a una creencia no solo no podemos tenerla en un instante, sino que no puede estar presente en la mente en ningún período de tiempo. No consiste en nada que esté presente a la mente, sino en una conexión habitual entre las cosas que están sucesivamente presentes. Es decir, consiste en ideas que se siguen unas de otras de acuerdo con una regla general; pero no en el mero pensar en esta regla general, ni en la mera sucesión de las ideas unas de otras, ni en ambas cosas juntas. En consecuencia, un pensamiento debe ser un signo de una creencia; pero nunca es una creencia él mismo. Lo mismo es obviamente verdadero respecto a una inferencia; e incluso una idea simple tiene valor intelectual para nosotros no por lo que en sí misma es sino porque está en lugar de algún objeto con el cual se relaciona. Ahora bien, una cosa que está en lugar de otra es una representación o un signo. Por lo que resulta que toda especie de conocimiento actual tiene la naturaleza de un signo. Se encontrará muy ventajoso considerar el asunto desde este punto de vista, porque muchas propiedades generales de los signos pueden descubrirse gracias a un conjunto de palabras y cosas semejantes, que estén libres de los embrollos que nos dejan perplejos en el estudio directo del pensamiento.

(7.356). Examinemos algunos de los caracteres de los signos en general. Un signo, en primer lugar, debe tener algunas cualidades en sí mismo que sirvan para distinguirlo, una palabra debe tener un sonido peculiar diferente del sonido de otra palabra; pero no importa qué sonido sea, en la medida en que sea algo distinguible. En segundo lugar, un signo debe tener una conexión física real con la cosa que significa de forma que esté afectado por esa cosa. Una veleta, que es un signo de la dirección del viento, debe realmente girar con el viento. Esta palabra en esta conexión es una palabra indirecta; pero a menos que haya una forma u otra de conectar las palabras con las cosas que significan, y de asegurar su correspondencia con ellas, estas no tendrán valor como signos de esas cosas. Todo lo que tenga estos dos caracteres es adecuado para convertirse en signo. Es, al menos, un síntoma, pero no es realmente un signo a menos que se use como tal; es decir, a menos que se interprete para el pensamiento y se dirija él mismo a alguna mente. Puesto que el pensamiento es él mismo un signo, podemos expresar esto al decir que el signo debe ser interpretado como otro signo^{xvi}. Veamos, sin embargo, si esto es verdadero del pensamiento mismo, que deba dirigirse él mismo a

algún otro pensamiento. Hay algunos casos en los que no es difícil ver que este debe ser el caso. Yo no tengo la creencia de que el ácido prúsico es venenoso a menos que, cuando la ocasión particular se presente, sea llevado a la creencia adicional de que ese ácido particular es venenoso; y a menos que sea llevado adicionalmente a la creencia de que es una cosa que debe evitarse beber. Porque todas estas cosas son necesarias para que yo actúe en base a mi creencia. Una creencia en base a la cual no se actúa, deja de ser una creencia.

(7.357). Puede ser que, finalmente, llegue a una creencia que sea, directamente, un motivo para la acción sin la intervención de una creencia más especial. En este caso, ¿cómo se dirige la creencia misma a un signo? Cuando se dice que una persona actúa en base a una creencia determinada, el significado es que sus acciones tienen una determinada consistencia.; es decir, que poseen una determinada unidad intelectual. Pero esto implica que son interpretadas a la luz del pensamiento. Por lo que, incluso, si una creencia es un motivo directo para la acción, aún así es una creencia solo porque esa acción es interpretable de nuevo. Y, de esta manera, el carácter intelectual de las creencias es dependiente, al menos, de la capacidad de una traducción interminable de signo en signo. Una inferencia se traduce ella misma directamente en una creencia. Un pensamiento que no sea capaz de afectar a la creencia de manera alguna, obviamente no tiene significado ni valor intelectual en absoluto. Si afecta a la creencia, entonces se traduce de un signo en otro al interpretarse la creencia misma. Y, en consecuencia, este carácter de los signos, que deben ser capaces de interpretación en todos los sentidos, pertenece a todos los tipos de conocimiento. Y, consiguientemente, ningún conocimiento es tal o tiene significado intelectual por lo que es en sí mismo, sino solo por lo que es en sus efectos sobre otros pensamientos. Y la existencia de un conocimiento no es algo actual, sino que consiste en el hecho de que bajo determinadas circunstancias algún otro conocimiento surgirá.

7. PRAGMATISMO^{xvii}

(7.358). En toda mente lógica debe haber primero, ideas; segundo, reglas generales según las cuales una idea determina a otra, o hábitos de la mente que conectan las ideas; y tercero, procesos con los que se establecen tales conexiones habituales.

(7.359). Una creencia es una conexión habitual de ideas. Por ejemplo, decir que yo creo que el ácido prúsico es un veneno, es decir que cuando me ocurra la idea de beberlo, la idea del mismo como veneno, junto con todas las otras ideas que siguen a esta, surgirá en mi mente. Entre estas ideas, u objetos presentes ante mí, está el sentido de negarme a beberlo. Esto, si estoy en una condición normal, será seguido por una acción de los nervios, cuando sea necesario, que apartará la taza de mis labios. Parece probable que toda conexión habitual de ideas pueda producir un efecto tal sobre la voluntad. Si esto es realmente así, una creencia y una conexión habitual de ideas son una y la misma cosa.

(7.360). En una mente que sea capaz de una crítica lógica de sus creencias debe haber una sensación de creer, que servirá para mostrar qué ideas están conectadas. El reconocimiento de que dos objetos presentes se vinculan como uno es un juicio. Todas las ideas surgen en los juicios. Este es claramente el caso si están causadas por ideas previas. Si son sensaciones, entonces inmediatamente causan otras ideas y se conectan con estas en los juicios. El valor intelectual de las ideas reside evidentemente en las relaciones de unas con otras en los juicios y no en sus cualidades en sí mismas^{xviii}. Todo lo que me parece azul puede parecer rojo y *viceversa* y, sin embargo, todo lo que ahora encuentro verdadero de esos objetos, lo encontraría igualmente verdadero entonces, si nada más cambiase. Aún percibiría las mismas distinciones en las cosas que percibo ahora. El significado intelectual de las creencias reside totalmente en las conclusiones que puedan sacarse de ellas y, en última instancia, en sus efectos sobre nuestra conducta. Porque no parece haber ninguna distinción importante entre dos proposiciones que no pueda dar nunca resultados prácticos diferentes^{xix}. Únicamente la diferencia en la facilidad con que una conclusión se pueda alcanzar a partir de dos proposiciones debe considerarse como una diferencia en sus efectos sobre nuestras acciones.

(7.361). Se muestra entonces que el significado intelectual de todo pensamiento reside, en última instancia, en su efecto sobre nuestras acciones. Ahora bien, ¿en qué consiste el carácter intelectual de la conducta? Claramente en su armonía con el ojo de la razón; esto es, en el hecho de que la mente al contemplarlo encontrará en él una armonía de propósitos. Con otras palabras, debe ser capaz de una interpretación racional para un pensamiento futuro. Por lo que el pensamiento es racional únicamente en la medida en

que se recomienda a sí mismo a un pensamiento futuro posible. O, en otras palabras, la racionalidad del pensamiento reside en su referencia a un futuro posible^{xx}.

NOTAS DE LOS EDITORES:

ⁱ (Ed.) Este capítulo pertenece a un grupo de manuscritos asociados en Widener IB2-8 con la adición de una cita en la presente nota. Estos manuscritos parecen ser varios borradores parciales de un libro que se titularía *Lógica*. Un grupo de capítulos incluye varios con fecha de Marzo, 1873, y un capítulo de otro grupo tiene la fecha '1 Julio 1873'. Otros pueden haber sido escritos en 1872; en una carta a su hermano Henry de fecha 24 de noviembre de 1872, William James dice, «Charles Peirce..., el otro día, nos leyó una admirable capítulo introductorio a su libro sobre lógica» ([Perry] I, 332). Algunos de los manuscritos no tienen encabezamiento, pero probablemente pertenecen a este empeño. A las partes sin fecha se le atribuye aquí *circa* 1873... Los contenidos del presente capítulo deben compararse con «La Fijación de la Creencia» (1877), 5.358-387, y «Cómo aclarar nuestras ideas» (1878), 5.388-410. Varias páginas del grupo de manuscritos del que se ha tomado el presente capítulo contienen pasajes que se encuentran en el primero de estos dos artículos. En 1909 y 1910 Peirce trabajó en una revisión de estos dos artículos, para publicarlos bajo un mismo título. Un borrador de este trabajo se titula, «Ensayos dirigidos hacia la Interpretación de nuestros pensamientos (Título provisional del volumen); Mi Pragmatismo (Título provisional del Ensayo), dispuesto en dos capítulos», Widener IB2-11. En la primera página del borrador, en un prefacio a la obra, Peirce dice: «La parte principal de este ensayo, - las caracterizaciones de la creencia y la duda, el argumento respecto al objetivo efectivo de la investigación, la descripción de los cuatro métodos dirigidos hacia ese objetivo, con las críticas a los mismos, la discusión de la función propia del pensar y la consiguiente máxima para alcanzar la claridad de los conceptos, -reproduce prácticamente al pie de la letra un documento que les leí, - debe haber sido en 1872 -, a un grupo de jóvenes que acostumbraban reunirse, en aquel tiempo, una vez cada dos semanas en Cambridge, Massachusetts, bajo la denominación de 'El Club Metafísico', - una denominación elegida para alienar a aquellos que se alienaran». Esta página está encabezada «6 Abril 1909 2 AM, SIGNIFICADO, Pragmatismo». Cf. 5.13 y [Bibliografía] G-1909-1.

ⁱⁱ (Ed.) Los párrafos 313-314 son el «Capítulo 1 (Resumen ampliado)», con las citas añadidas en 313n3 y 314n4. Los párrafos 315-316 son un resumen de los primeros pocos capítulos. Los párrafos 317-325 son el contenido de un manuscrito sin título. Ver 313n1.

ⁱⁱⁱ (Ed.) «...Los caracteres de la creencia son tres. Primero, hay una determinada sensación respecto a una proposición. Segundo, hay una disposición a estar satisfecho con la proposición. Y tercero, hay un impulso claro, en consecuencia, de actuar de determinadas maneras». De «De la Realidad» (Ver 313n1).

^{iv} (Ed.) «La duda tiene grados y puede aproximarse indefinidamente a la creencia, pero cuando dudo, el efecto del juicio mental no se verá en mi conducta tan invariablemente o en su extensión total como lo hará cuando creo. Por lo que, si estoy perfectamente confiado en que una compañía de seguros cumplirá con sus compromisos, les pagaré una determinada suma por una póliza pero si pienso que hay algún riesgo de que la incumplan, no les pagaré tanto». De un fragmento (ver 313n1).

^v (Ed.) En la porción omitida del manuscrito Peirce perfila brevemente tres de sus cuatro 'métodos para efectuar el establecimiento de la opinión'. El primero es 'adherirse obstinadamente a cualesquiera que sean las propias opiniones existentes de uno mismo'. El segundo es por persecución. El tercero es 'por el desarrollo natural de la opinión', que fracasa cuando «una comunidad establece contacto con otra. Entonces se ve que el resultado es bastante accidental y dependiente de las circunstancias que lo rodean y de las condiciones iniciales, y la creencia se desestabiliza por completo» (§1/3 p 195).

«De esta manera, de nuevo, se impone al hombre la convicción de que la opinión de otro hombre, si ha derivado por el mismo proceso que la suya propia, es tan buena como ésta, y de que adopta como suya la opinión del otro hombre. Entonces, él dice *nosotros* en el sentido del mundo ilustrado» (§2/3 p 195).

El cuarto método de Peirce se discute en nuestro siguiente párrafo. (para 3/3 p 195)

^{vi} (Ed.) De «LÓGICA, Capítulo 4 (... borrador)» (ver 313n1).

^{vii} (Ed.) De «LÓGICA, Capítulo 4. – De la Realidad (primer borrador)», con una cita añadida en 331n9. Ver 313n1.

^{viii} (Ed.) Ver Libro III, Capítulo 2, 'Asociación' en el presente volumen.

^{ix} (Ed.) La investigación implica, además de la sensación, «la producción de nuevas creencias a partir de las viejas de acuerdo con leyes lógicas. Este proceso es el *proceso lógico*, pero, por extensión del significado de una palabra familiar, también lo llamo *inferencia*.» De «De la Realidad», el mismo manuscrito citado en 313n3.

^x (Ed.) Un manuscrito sin título originalmente en un párrafo, con una cita añadida en 336n11. Ver 313n1.

^{xi} (Ed.) «La opinión final estable no es ningún conocimiento particular, en tal o cual mente, en tal o cual momento, aunque una opinión individual pueda casualmente coincidir con ella. Si una opinión coincide con la opinión final estable, es porque la corriente general de la investigación no la afectará. El objeto de esta opinión individual es lo que sea pensado en ese momento. Pero si se piensa algo distinto que eso, el objeto de esa opinión cambia y, por ello, deja de coincidir con el objeto de la opinión final que no cambia. La perversidad o la ignorancia de la humanidad puede que haga sostener por verdadero esto o aquello, durante el número de generaciones que sea, pero no puede afectar a lo que sería el resultado de una experimentación y un razonamiento suficientes. Y esto es lo que se quiere significar por la opinión final estable. En consecuencia, esta no es una opinión particular sino que es completamente independiente de lo que tú, yo, o cualquier número de hombres pueda pensar acerca de ella; y, en consecuencia, satisface directamente la definición de realidad». De «Lógica, capítulo 6» 10 de marzo, 1873 (ver 313n1).

^{xii} (Ed.) Cf. 5.403:

«Cómo aclarar nuestras ideas», §III: W3: 265. «Ilustremos esta regla con algunos ejemplos; y, para comenzar, con el más simple posible, preguntémosnos qué queremos decir cuando llamamos *dura* a una cosa. Evidentemente, que no será rayada por muchas otras sustancias. Toda la concepción de esta cualidad, como de toda otra, reside en sus efectos concebidos. No hay absolutamente ninguna diferencia entre una cosa dura y una cosa blanda en la medida que no se sometan a prueba. Supongamos, entonces, que un diamante pudiera cristalizarse envuelto en un cojín de blando algodón, y que permaneciera allí hasta que finalmente fuera consumido por el fuego. ¿Sería falso decir que ese diamante era blando? Esta parece una pregunta estúpida, y lo sería, de hecho, excepto en el ámbito de la lógica. Ahí este tipo de preguntas son, a menudo, de la mayor utilidad al servir para dar un relieve más pronunciado a los principios lógicos que el que podrían darles nunca las discusiones reales. Al estudiar la lógica no deberíamos apartarlas con respuestas precipitadas, sino que debemos considerarlas con un cuidado atento, para poder dilucidar los principios que implican. Podemos, en el caso actual, modificar nuestra pregunta, y preguntar qué nos evita decir que todos los cuerpos duros se conservan perfectamente blandos hasta que se les toca, cuando su dureza aumenta con la presión hasta que se les raya. La reflexión mostrará que la respuesta es esta: no habría *falsedad* en tales modos del habla. Implicarían una modificación de nuestro uso actual del habla respecto a las palabras duro y blando, pero no de su significado. Ya que no representan que ningún hecho sea diferente de lo que es; únicamente implican unas disposiciones de hechos que serían excesivamente rebuscadas. Esto nos lleva a señalar que la pregunta sobre qué ocurriría en circunstancias que, en realidad, no se dan, no es una cuestión de hecho, sino únicamente cuestión de una exageradamente perspicaz disposición de las mismas. Por ejemplo la pregunta acerca del libre albedrío y del destino en su forma más simple, desnuda de verborrea, es algo así: he hecho algo de lo que me siento avergonzado; ¿podría, con un esfuerzo de la voluntad, haber resistido la tentación y haber hecho otra cosa? La respuesta filosófica es que esta no es una cuestión de hecho, sino únicamente de la disposición de los hechos. Habiéndolos dispuesto de una forma tal para que exhiban lo que es particularmente pertinente a mi pregunta - propiamente, que debería culparme por haber actuado mal - es perfectamente verdadero decir que, si hubiera deseado hacer otra cosa que la que hice, habría hecho otra cosa. Por otro lado, disponiendo los hechos de forma que exhiban otra consideración importante, es igualmente verdadero que, una vez que se le ha permitido a una tentación actuar, esta producirá, si tiene una cierta fuerza, su efecto, resistame lo que resista. No hay ninguna objeción a una contradicción en lo que resultaría de una suposición falsa. La *reductio ad absurdum* consiste en mostrar que se seguirían resultados contradictorios a partir de una hipótesis que, consiguientemente, se juzga falsa. Hay muchas cuestiones implicadas en la discusión acerca del libre albedrío, y yo estoy lejos de desear decir que ambas facciones tienen la razón por igual. Por el contrario, soy de la opinión de que una de las partes niega hechos importantes, y que la otra no lo hace. Sin embargo lo que digo es que la sola pregunta anterior fue el origen de toda la duda; que, si no hubiera sido por esa pregunta, nunca habría surgido la controversia; y que esa pregunta queda perfectamente resuelta de la manera que he indicado.» [Añadido del traductor].

^{xiii} (Ed.) Cf. 5.255:

«Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano», Cuestión 6: W2: 208. «Por otro lado, todas nuestras concepciones se obtienen por medio de abstracciones y combinaciones de cogniciones que ocurren, primero, en juicios de experiencia. De acuerdo con esto, no puede haber

concepción de lo absolutamente incognoscible, puesto que nada de ese tipo ocurre en la experiencia. Pero el significado de un término es la concepción que conlleva. Por ello, un término no puede tener un significado tal.» [Añadido del traductor].

^{xiv} (Ed.) Un manuscrito sin título originalmente en un párrafo. La fecha es difícilmente legible, pero probablemente es 6 de Marzo, 1873. Un manuscrito con fecha 8 de Marzo, 1873, parece ser un borrador alternativo, pero en la opinión del editor el manuscrito que se imprime aquí es superior al borrador posterior. Ver 313n1.

^{xv} (Ed.) «Lógica, capítulo 5», 10 de Marzo de 1873, originalmente en un párrafo. Ver 313n1.

^{xvi} (Ed.) Cf. 5.253:

«Cuestiones respecto a ciertas facultades atribuidas al ser humano», Cuestión 5: *W2*: 207-208. «A partir de la proposición de que todo pensamiento es un signo, se sigue que todo pensamiento debe dirigirse él mismo a algún otro, debe determinar a algún otro, puesto que esa es la esencia del signo. Esto no es, después de todo, más que otra forma del conocido axioma de que en la intuición, esto es, en el presente inmediato, no hay pensamiento o que todo aquello sobre lo que se reflexiona tiene un pasado. *Hinc loquor inde est*. Que, puesto que [haya] cualquier pensamiento, debe haber habido un pensamiento [anterior], tiene su análogo en el hecho de que, puesto que [haya] cualquier tiempo pasado, debe haber habido una serie infinita de tiempos. Decir, en consecuencia, que el pensamiento no puede ocurrir en un instante, sino que requiere tiempo, no es sino otra forma de decir que todo pensamiento debe ser interpretado en otro, o que todo el pensamiento es en signos.» [Añadido del traductor].

^{xvii} (Ed.) Capítulo V, «Que el significado del pensamiento reside en su referencia al futuro». Un borrador del capítulo IV, «La concepción del tiempo, esencial en Lógica», fechado ‘1 de Julio, 1873’, parece pertenecer, junto con este capítulo V, a partes de una serie. Ver 313n1.

^{xviii} (Ed.) Cf. 5.287ff:

«Algunas consecuencias de cuatro incapacidades»: *W2*: 225. «Ahora debemos considerar otras dos propiedades de los signos que tienen una gran importancia en la teoría del conocimiento. Puesto que un signo no es idéntico con la cosa significada, sino que difiere de esta última en algunos aspectos, debe llanamente tener algunos caracteres que le pertenezcan en sí mismo, y que no tengan nada que ver con su función representativa. Llamo a estos las cualidades *materiales* del signo. Como ejemplos de tales cualidades, consideremos en la palabra ‘hombre’ que consiste de seis letras – en una imagen, que es plana y no tiene relieve. En segundo lugar, un signo debe poder conectarse (no en la razón sino realmente) con otro signo del mismo objeto, o con el objeto mismo. De esta manera, las palabras no tendrían ningún valor a menos que pudieran conectarse en oraciones por medio de una cópula real que une signos de la misma cosa. La utilidad de algunos signos – como una veleta, un inventario, etc. – consiste, por completo, en que están realmente conectados con las cosas mismas que significan. En el caso de un cuadro tal no es evidente una conexión tal, pero existe en la capacidad de asociación que conecta el cuadro con el signo-cerebral que lo etiqueta. A esta conexión real, física, de un signo con su objeto, bien inmediatamente bien por su conexión con otro signo, la llamo la *aplicación demostrativa pura del signo*. Ahora bien, la función representativa del signo no reside ni en su cualidad material ni en su aplicación demostrativa pura; porque es algo que el signo es, no en sí mismo ni en una relación real con su objeto, sino en lo que es para un *pensamiento*, mientras que los dos caracteres que se acaba de definir pertenecen al signo independientemente de que apelen a pensamiento alguno. Y, sin embargo, si tomo todas las cosas que tienen ciertas cualidades y las conecto físicamente con otra serie de cosas, cada una con cada otra, llegan a adecuarse como signos. Si no se les considera como tales no son, de hecho, signos, pero lo son en el mismo sentido, por ejemplo, en que de una flor que no hemos visto se puede decir que es *roja*, siendo este, también, un término relativo a una impresión [afección] mental.» [Añadido del traductor].

^{xix} (Ed.) Cf. 8.33 (1871) y 5.400 (1878).

8.33: «La edición de las obras de Berkeley realizada por Fraser», *W2*: 483. «Respecto a ese argumento que Berkeley y otros utilizan tanto, que tal y cual cosa no existe porque no podemos ni siquiera hacernos la idea de tal cosa – que la materia, por ejemplo, es imposible porque es una idea abstracta, y nosotros no tenemos ideas abstracta – nos parece que es un modo de razonamiento que debe emplearse con extremo cuidado. ¿Son tales los hechos, que si pudiéramos tener una idea de la cosa en cuestión, inferiríamos su existencia, o no lo son? Si no lo son, no es necesario ningún argumento contra su existencia, hasta que se descubra algo que nos haga sospechar de su existencia. Pero si debiéramos inferir que existe, si solamente nos pudiéramos hacer una idea de ello, ¿por qué deberíamos permitir a nuestra incapacidad mental que nos impidiese adoptar la proposición que la lógica exige? Si tales argumentos han prevalecido en las matemáticas (y Berkeley insistía igualmente en reivindicarlos ahí), y si se hubiera excluido de esta ciencia todo lo referente a las cantidades negativas, a las raíces cuadradas del *menos* y a los infinitesimales, sobre

la base de que no podemos formarnos ninguna idea de tales cosas, la ciencia se habría simplificado indudablemente, simplificado al no poder haber avanzado nunca hacia los temas más difíciles. Esta es una regla mejor para evitar los engaños del lenguaje: ¿Cumplen las cosas con la misma función en la práctica? Entonces, que las signifique la misma palabra. ¿No lo hacen? Entonces, que se distingan. Si he aprendido una fórmula en un galimatías que de cualquier manera me zarandee la memoria de forma que me capacite para actuar, en cada caso singular, como si tuviera una idea general, ¿qué utilidad posible hay entre distinguir tal galimatías y una fórmula y una idea? ¿Por qué emplear el término *una idea general* en un sentido tal que separe las cosas que, para todo propósito experiencial, son la misma?» [Añadido del traductor].

5.400: «Cómo aclarar nuestras ideas», *W2*: 265: «Estaremos perfectamente a salvo de todos esos sofismas en la medida que reflexionemos que toda la función del pensamiento es la de producir hábitos de acción; y que todo lo que haya conectado con un pensamiento, pero irrelevante para su propósito, es un añadido inútil y no parte del mismo. Si hay una unidad entre nuestras sensaciones que no tenga referencia a cómo actuaríamos en una ocasión dada, como cuando escuchamos una pieza musical, por qué no llamamos a eso pensamiento. Para desarrollar su significado, simplemente tenemos que, en consecuencia, determinar qué hábitos produce, porque lo que una cosa significa es, simplemente, los hábitos que implica. Ahora bien, la identidad de un hábito depende de cómo nos pudiera llevar a actuar, no meramente bajo circunstancias tales como las que probablemente acaezcan, sino bajo circunstancias tales como las que pudieran posiblemente ocurrir, no importa lo improbables que puedan ser. Lo que el hábito es depende de *cuándo* y *cómo* nos causa a actuar. Respecto al *cuándo*, todo estímulo para la acción se deriva de la percepción; respecto al *cómo*, todo el propósito de la acción es el de producir algún resultado sensible. De esta manera, llegamos a lo que es tangible y práctico, como la raíz de cualquier distinción real del pensamiento, sea esta lo sutil que pueda ser; y no hay ninguna distinción de significado más precisa que aquella que no consiste en nada más que en una posible diferencia en la práctica.» [Añadido del traductor].

^{xx} (Ed.) El manuscrito termina sin un punto.

THE MAKING OF PRAGMATICIST REASONING IN CHARLES S. PEIRCE: A *PRACTICAL TREATISE ON LOGIC AND METHODOLOGY* (1867-1883)

3. INTRODUCTION AND SUMMARY

3.1 METHODOLOGY

When I set myself to the original task of re-ordering and completing the materials related to the making of *The Logic of 1873* in Volume 7 of the *Collected Papers*, which are included in the chronological edition of The Peirce Edition Project's *Writings* 3 under the title [Toward a Logic Book (1872-73)]. I found very useful the indications made by Professor Joseph Ransdell in the web page *Arisbe*¹; as he had included there, under the title *The 1870's, Toward a Book on Logic*, a more comprehensive set of manuscripts, some of which had been published in *Writings* 2 due to the chronological divisions of the volumes in that edition.

Arthur W. Burks, the Editor of Volumes 7 and 8 of the *Collected Papers*, did not include in *The Logic of 1873* any of the remarkable papers on formal logic, like those pertaining the logic of relative terms, which undoubtedly belonged to this project of book on logic as Peirce's own tentative tables of contents² show. We believe this was due to the fact that the Editors of Volumes 1 to 6 of the *Collected Papers*, Charles Hatshorne and Paul Weiss, had included practically all of Peirce's published papers on formal logic in Volume 3, which was titled *Exact Logic*³. Neither did he include, for similar reasons, any of Peirce's texts on Categories nor Signs nor Inference, which were to be three significant chapters in Peirce's 1870's Logic book.

On the other hand, Arthur W. Burks, in the Bibliography we find in Volume 8, presented the reader with a chronological listing of the texts included in the eight volumes of the *Collected Papers*. This work allows for a more coherent reading of that

¹ www.cspeirce.com/menu/library/bycsp/bycsp.htm . See 'Truth and the 1870's Logic' link too.

² WMS181, *W3*: 18-20; and WMS220, *W3*: 81-82.

³ From this period: "On an Improvement in Boole's Calculus of Logic" (1867), which we have included in the appendix to chapter 10 of Peirce's book on Logic of the 1870's we have composed following the indications in his texts; "Upon the Logic of Mathematics" (1867), included as chapter 9; "Description of a Notation for the Logic of Relatives" (1870), included in the appendix to chapter 10; "On the Algebra of Logic" (1880) and «On the Logic of Number» (1881), discussed in the Antecedents and Context section of our Dissertation; "The Logic of Relatives" (1883), included as part of the content of chapter 10; and "On the Algebra of Logic: A Contribution to the Philosophy of Notation» (1885), which we have discussed in the Epilogue to our Dissertation.

ambitious publication, particularly with the aid of the digital edition by InteLex⁴, which greatly facilitates the access to a chronological ordering of the texts. This is still of great help, because of the time it is taking to complete the chronological edition of the *Writings of Charles S. Peirce*, which will become the work of reference for all future Peirce studies, as it has been for us in the period we believe the project of this logic book comprises (1867-1883), with the vast majority of related texts published in Volumes 1 to 4 of this edition.

After reviewing all these published materials concerning the project of an unpublished book on logic by Peirce in the 1870's, I started checking the original manuscripts (R360 to R396), of which there are microfilmed copies at the University of Navarra Peirce Studies Group, and, finally, opted to follow Peirce's own indications in the manuscripts themselves: the tentative tables of contents that explicitly appear in WMS181(Winter-Spring 1872) and WMS220 (March 1873), and in the first lines of WMS218 (March 10 1873), the titles of some of the manuscripts, which include references to chapters, and the suggestions regarding chapter ordering which we can find incorporated into the text of some other manuscripts of the series. This task is full of complexities as there are alternative versions in the numbers and titles of several chapters we find in the headings of the manuscripts, as if Peirce had in mind two complementary books of logic at that time, one destined for a general cultivated audience and the other for students of logic. On the other hand, I am inclined to believe, according to my own research and according to the indications in Professor Nathan Houser's 'The fortunes and misfortunes of the Peirce papers' presentation⁵, that this is partly due to the fact that Peirce's voluminous legacy did suffer a systematic disarrangement, including the misplacement of manuscripts originally left by Peirce himself in acceptable orderly thematic-chronological bundles; even misappropriations and loss. Additionally, the first volumes of the *Writings* edition, besides not publishing all the materials available, lack a precise chronological ordering due to the absence of a precise date in the heading of many of the manuscripts, and, finally, are not rigorous in a thematic re-arrangement. Not to mention the abundance of reiterations and

⁴ *Collected Papers of Charles S. Peirce*, vols. 1-8. Electronic edition by John Deely, Charlottesville, VA: InteLex, 1996.

⁵ Presented to the Fourth Congress of the International Association for Semiotic Studies, Perpignan, France, 1989. Published in *Signs of Humanity*, vol. 3. Eds.: Michel Balat and Janice Deledalle-Rhodes; Gen. Ed.: Gérald Deledalle. Berlin: Mouton de Gruyter, 1992, pp. 1259-1268. Easily accessible at the *Arisbe* web page above.

redundancies made by Peirce in different tentative versions of many of the manuscripts, including *Amanuensis*'. All of these facts add to the apparent disorder and confusion in the presentation of Peirce's early thoughts.

Nevertheless, I made the decision of working, in particular, with the very plausible hypothesis that Peirce, first, plans a tentative table of contents for the first chapters (WMS181/1872) of his Logic Book, which he later completes with a second tentative table of contents (WMS220/1873) and a Chap. 6th (WMS218) which was not included in either of the explicit tables of contents, and which, together with a Chap. 5th (WMS217) provides some additional clues for an alternative order of chapters 3 and 4 in WMS181's table of contents, also, in accordance with WMS220 table of contents. However, when he starts developing the content for each of the first chapters, he finds that they may need further development. As he did not re-capitulate and give a conclusion to this book at the time, we are left with the task of presenting it in the most orderly form possible, according to Peirce's own indications, notwithstanding, in some cases, the adoption of some justified personal decisions as regards the building up, from the bulk of related texts, of the main content for each chapter, leaving other alternative, or redundant, versions for the corresponding appendixes.

I have, then, proceeded to justify and explain every step I have taken in the direction of a thematic-chronological re-ordering of the texts which belong to this project of a first Book of Logic by Peirce from the years 1867 to 1883. We are looking forward to the long awaited edition in *Writings* 9 of the texts corresponding to his later project of *How to Reason* or (*Grand*) *Logic* and *Minute Logic*, in order to proceed with a similar task which will render a more accurate picture of his more developed reasoning on this subject, which would have found its consummation in his latest project, *A System of Logic, considered as Semeiotic*.

Peirce had, as early as 1869, contemplated the writing of a book on logic to which belong, in the *Writings* 2 Edition: *A preliminary sketch of logic* (WMS154/Autumn 1869), *Lessons in Practical Logic* (WMS164/Winter 1869-70), *A practical treatise on logic and methodology* (WMS165/Winter 1869-70). This last manuscript includes a first division in chapters: chapter I being devoted to the content of the book and, alternatively next, to the Rules for Investigation; and a draft of a chapter 2 about the final opinion which "would result from proper reasoning concerning all the experience so far had by men". He, then, renames, apparently in the same manuscript, the projected

book ‘Practical Logic’, the title the Editors of *Writings* 2 chose for this section, where we can find a chapter I which is almost identical to the former second version of that chapter, and a chapter 2, which is significantly different to the former version, where he includes some axioms as regard “the true function of reasoning”, and an advance on the methods of fixing opinion he will later develop in the 1872-73 manuscripts which will, finally, reach culmination and publication in *The fixation of belief*, his first essay in the *Illustrations of the Logic of Science* series, in 1878. In WMS166 (Winter 1869-70) we find a revised version of a chapter 2 where the axioms develop into four definite Maxims of Reasoning, significantly “Maxim IV: *Things are not just as we choose to think them*”; which would belong in the last chapter of the second tentative table of contents of 1873 (WMS220).

A revision of the *Description of a notation for the logic of relatives* (WP52/January 1870) was, later, to be included in the second tentative table of contents. *A system of logic* (WMS169/Winter-Spring 1870) is a draft of a chapter I on Syllogism and the essential features of an argument. We also find, at that time, an isolated WMS171/Spring 1870, *Notes for lectures in logic*, which strongly points to the loss of some related manuscript(s). This first project appears to be that of a text book for a course on logic. All the pertinent materials for it, both published and unpublished, are included in the corresponding chapters and appendixes.

Further back, in 1867, in the conferences included in the American Academy Series, we find the content for some of the chapters of the Book on Logic of the 1870’s as formulated in the aforementioned tentative tables of contents: *On a new list of categories*, *Upon the logic of mathematics*, and *Upon logical comprehension and extension* (which would later be revised as *Logical breadth and depth* in WMS233/Spring 1873, *Writings*, vol. 3). And an isolated WMS144/ Summer-Fall 1867 titled *Chapter I. One, two three*; where he defines the terms ‘is’, ‘entity’, ‘reality’ (with a first approximation to the realist concept of it being independent of whatever we may think about it), and ‘quality’ in reference to his Categories.

Additionally, following professor Max H. Fisch’s indications, in his book *Peirce, Semeiotic, and Pragmatism*, the first formulation of Peirce’s theory of signs, which represents a significant chapter in his projected 1870’s book of logic, can be found in the aforementioned article, *On a new list of categories* (1867), and in the series published in the Journal of Speculative Philosophy: *Questions concerning certain*

faculties claimed for man (1868); *Some consequences of four incapacities* (1868); and *Grounds of validity of the laws of logic: further consequences of four incapacities* (1869). Particularly, in parts of the second of these essays which was published in Spanish by Madrid's University Complutense Professor José Vericat, in 1988, in his selection of texts by Peirce titled *Man, a Sign*. Additionally, in former parts of this same article we can find certain very relevant considerations on regard with the nature of inference, another important chapter of the projected book. Whereas in the last of these essays we find, besides further discussion on inference, some interesting considerations on regard with the principles of formal logic, which would belong to the last chapter of the projected book: *Maxims of Reasoning*. We must note that in Peirce's discourse, in those years, the subjects of signs, categories and inference interweave in his argumentations about any of these subjects.

It is clear, then, that the materials for a projected first book on logic by Peirce belong to the years between 1867 and 1877/78, when *The fixation of belief*, *How to make our ideas clear* and the other four articles included in the *Illustrations of the Logic of Science* series were presented. We can find practically the full version of the first article in the manuscript drafts destined for the first chapter of the Logic book in 1872 and, also, some very relevant texts which were employed for the second article in the drafts for chapter 2, *On Reality*.

However, I would push the timeline of his project even further, up to 1883 when he was forced to conclude the courses on logic he imparted at Johns Hopkins University, where he most likely used a great deal of the materials intended for the book, although very little of his own and the students' notes was published by Peirce himself under the title *Studies in Logic* in 1883⁶. We can find, in them, some of the content which would complete some of the chapters, especially, *A Theory of Probable Inference*, which he later had in great regard⁷, and a *Note B* concerning the logic of relatives, which is very clarifying to relate to his original work on this subject of 1870. We owe Professor Max H. Fisch the reference to the Syllabi and recommended readings Peirce made for his courses on Logic, that can be found in the *University Circulars*, in his paper 'Peirce at the Johns Hopkins University' (1952), published in his collection of essays *Peirce*,

⁶ Peirce's student Allan Marquand's original notes are kept at Princeton University and there is a copy at the Peirce Edition Project in the University of Indiana. The study of these notes would shed a new light on this working hypothesis as Professor Cornelis De Waal has suggested to me.

⁷ See *A Guess at the Riddle* (1887).

*Semeiotic, and Pragmatism*⁸, the final clues for the completion of this project. In the description of the General Logic course Peirce imparted at Johns Hopkins in 1879-80 we find the following description: “A general course, treating the foundation of logic and deducing the theory of subject from physiological facts. Subjects treated: clearness of apprehension; doctrine of limits; syllogistic (a new analysis); the doctrine of logical breadth, depth, and area; logical algebra and the logic of relatives; probabilities; theory of errors; induction and hypothesis” (C3:25). And in the July 1882 edition of the Johns Hopkins *Circulars*⁹ the introduction to his Advanced Logic course was about “Psychological and Metaphysical facts upon which the possibility of Logic rests” (C16:234), and the recommended readings for this section included *Questions concerning certain faculties claimed for man*, *Consequences of four incapacities*, *The validity of the laws of logic*, *The fixation of belief*, and *How to make our ideas clear*. Both references are, so far, consistent with my working hypothesis on this regard.

These dates are more extensive than those proposed by Professor Ransdell: 1869-1873; because they include both published and unpublished materials following the indications of the tentative tables of contents Peirce had made himself for the projected book in 1873. The book appears to be taking the shape of both a divulgation and a course manual on Logic, both elementary and advanced, which is not exempt of certain complexities which would make it, at certain points, difficult to follow for beginners in Logic. I have opted, then, to follow the indications which would lead to a course manual on logic; as the divulgation book would have had its expression in the well-known articles belonging to *The Illustrations of the Logic of Science* Series, published in the *Popular Science Monthly* in 1877-88, from which, nevertheless, the content of some chapters of the manual would unavoidably have to coincide at times, particularly with the first two, *The Fixation of Belief* and *How to Make our Ideas Clear*, as already mentioned. On the other hand, the *Illustrations of the Logic of Science* lack any reference to Peirce’s theories of the categories and of signs, which were to be two significant chapters in the projected logic book.

Finally, I believe that the most appropriate title for this book, the most significant one expressed by Peirce in his manuscripts in those years, together with the alternative

⁸ Indiana University Press, Bloomington, 1986.

⁹ University, Johns Hopkins. 1882. *Circulars*. Baltimore, MD: John Murphy & Co. Woodworth, R.S. 1930. We are, also, indebted to Professors David Agler and Deniz Durmus for their timely reference mentioned in their Transactions article published in number 3, vol. 49 (Summer 2013), *Christine Ladd-Franklin: Pragmatist Feminist*.

Lessons in Practical Logic (WMS164) and *A System of Logic* (WMS169), would be *A Practical Treatise on Logic and Methodology* (WMS165); this title aligns nicely with Peirce's description of the object of this normative science in his *Introductory Lecture on the Study of Logic* about the courses he was, then, imparting, published in the Johns Hopkins University Circulars of November 1882 (WP225). In the first paragraph, he commences in a similar fashion as he had done in WMS165 (winter 1869-70), following Petrus Hispanus well-known definition, and concludes: "...this general conception (of logic), that it is the *art of devising methods of research*, - *the method of methods*, - is the true and worthy idea of the science. Logic will not undertake to inform you what kind of experiments you ought to make...; but it will tell you how to proceed to form a plan of experimentation." I have included this conference in full as the *Epilogue* to the book.

3.2 ARTICULATION OF CHAPTERS

The compilers of *The Logic of 1873* (L1873) in the Collected Papers did not contemplate the articulation of Peirce's projected first book of logic, although they mention in their first footnote that the materials belong to that project. They acknowledge to have limited themselves to the selection, and re-naming, of a set of associated manuscripts in Widener IB2-8 belonging to the period 1872-73.

Apparently because the first tentative chapter 1 of that work, *Of the difference between doubt and belief* (WMS187/May 1872) appears in its entirety in the essay *The fixation of belief*, published in the Popular Science Monthly in 1877, they do not include it in their selection. Neither do they include, for the same reason, I believe, chapter 2, *Of inquiry* (WMS188/May-June 1872). This manuscript, disconnected and incomplete in the *Writings* 3 edition, appears in its entirety in section three of *The fixation of belief*. Neither do they include chapter 3, *Four methods of settling opinion* (WMS189/May-June 1872), which, likewise, appears in its entirety in sections four and five of that published essay.

They do, however, point to the importance, in footnote 2, of *The fixation of belief* and *How to make our ideas clear*, also published in the Popular Science Monthly in 1878; because Peirce, in 1909, tried to articulate both essays into a single one under the title *My Pragmatism* which would have been the first chapter of a book provisionally

titled *Essays towards the interpretation of our thoughts*. On page 1 of the draft, in a preface for the work, headed with the title ‘MEANING, Pragmatism’, Peirce says:

The main part of this Essay, -the characterizations of Belief and of Doubt, the argument as to the effective aim of inquiry, the description of four methods directed toward that aim, with the criticisms of them, the discussion of the proper function of thinking, and the consequent maxim for attaining clear concepts, -reproduces almost verbatim a paper I read, -it must have been in 1872, - to a group of young men who used, at that time, to meet once a fortnight in Cambridge, Mass., under the name of ‘The Metaphysical Club’, - a name chosen to alienate such as it would alienate.

In footnote 1 the compilers of *L1873* had also mentioned that William James in a letter to his brother Henry dated November 24, 1872, writes: “Charles Peirce... read us an admirable introductory chapter to his book on logic the other day.” It is clear, then, the significance Peirce attributed to the making of those two essays, which is closely related to the projected book of logic of the early 1870’s and the first formulation of the ‘Maxim of Pragmatism’.

The compilers of *L1873*, who gave that name to the selection of manuscripts they had made for Volume 7 of the *Collected Papers* (CP 7.313-361), begin their first section (7.313-7.325), under the title ‘INVESTIGATION’, with a manuscript (WMS182) which is an enlarged abstract, in Peirce’s heading, of a projected Chapter 1 to which they added, in footnote 3, the characters of belief taken from an undefined “Of Reality” manuscript: “the characters of belief are three. First, there is a certain feeling with regard to a proposition. Second, there is a disposition to be satisfied with the proposition. And third, there is a clear impulse to act in certain ways, in consequence”. And also added R363 in their footnote 4, a fragment, which we cannot find in *Writings* 3 as Professor Ransdell pointed out, intended to illustrate the distinction in grade between belief and doubt which Peirce mentions at the end of WMS182. This first section continues with some fragments from WMS181, then WMS180, which was titled by Peirce *Investigation and the settlement of opinion*, and, finally, they give an end to this their first section with WMS179, titled by Peirce as *Logic, truth and the settlement of opinion*.

In the next section, under the title ‘LOGIC’, they include WMS196 (R369) incomplete, which, according to Peirce’s divisions, looks more like a text connecting the chapters on ‘The method of investigation’ and ‘On Reality’, and which ‘in full’ mentions, as well, inference and time on regard with thought. In the following section, under the title ‘OBSERVATION AND REASONING’, they include, again incomplete,

WMS200 (R367), which had been titled by Peirce ‘Chapter 4. Of Reality’. Next, under the accurate, heading ‘REALITY’, they include WMS194 (R370) complete, which was titled by Peirce ‘On Reality’. Section 5, which they titled ‘TIME AND THOUGHT’, corresponds with WMS216 (R376) complete. In Section 6, under the title ‘BELIEF’ they include WMS217 complete. This manuscript, which is fundamental for the articulation of one of the versions of Peirce’s projected book on logic, has the simple heading ‘Chap. 5th’, and speaks of the way in which the general qualities of cognition, or categories, point to other cognitions, or the relation between inferences and beliefs, and, also, of signs. Finally, in Section 7, under the title ‘PRAGMATISM’, they include WMS239 (R392), which Peirce had titled ‘Chapter V. That the significance of thought lies in its reference to the future’, which, although it contains two references to the maxim of pragmatism, would better belong, I think, as a continuation of the previous one (WMS238) titled ‘On time and thought’ by the editors of *Writings 3. The Logic of 1873* and its footnotes, translated into Spanish, appear as an appendix to this thesis.

On the other hand, the compilers of the chronological edition of *Writings 3* begin their section titled ‘TOWARD A LOGIC BOOK, 1872-73’ with five manuscripts, all of them dated, without precision, in the Winter-Fall 1872. They had first presented in the volume, two isolated items: WMS191(Summer-Fall 1872) which was titled by Peirce ‘Lecture on Practical Logic’, and would certainly have been extracted from the content of the chapter ‘On Reality’; and MS192, *Third Lecture* (‘How can thought think of itself?’), which would also been extracted from material destined to the book.

Back to the five initial manuscripts of this section, in the first one, WMS179, titled by Peirce *Logic, Truth and the Settlement of Opinion*, which corresponds to CP 7.321-325 (*L1873*), he depicts a third method for settling opinion, which he later discarded and I believe is not exempt of interest, especially nowadays, that of “cultivating a public opinion”. In the second one, WMS180, *Investigation and the Settlement of Opinion*, which corresponds to CP 7.317-320 (*L1873*), he still sustains ‘public opinion’ as the third method.

The third manuscript, WMS181, titled *Chapter 1* by Peirce, is a very clarifying text on regard with the four methods of settling opinion, above all “investigation the *natural* procedure of the mind”, as the content for chapter 1, and reality as the content for chapter 2; and we can also find in it the tentative table of contents for the following first chapters of his projected book: Chapter 3: Categories; Chapter 4: Nature of signs;

and Chapter 5: Nature of inference in general. It was fragmentarily included in CP 7.315-316, although in footnote 5 of L1873 they present an abstract of this text and a single paragraph, which is a criticism by Peirce of the third method now called “the natural development of opinion”, and constitutes a bridge towards the latter *a priori* method, and fails, following Peirce’s familiar argument, when “one community comes in contact with another”: “In this way once more the conviction is forced on man that another’s opinion, if derived by the same process as his own, is as good as his own, and that other’s opinion is taken by him for his own. Then he says *we* in the sense of the learned world”. However, they do not end this paragraph in the footnote with “Individuation, isolation, consists in individual imperfection”, as Peirce did. And there is no mention whatsoever to the division in chapters presented in that fundamental WMS.

In WMS181 we, also, find the following abstract for a chapter 2 *On Reality*:

That mental action called investigation leads ultimately to a conclusion not dependent on the initial condition of belief. The process consists of two parts: the determination of judgments by previous judgments, & the origination of new judgments.

Conclusion therefore ultimately dependent on these fresh judgments. Yet these are entirely accidental & various. The fact is then they are destined to be such that a certain conclusion will ultimately result.

Two visions of reality”.

Different versions of these two visions of reality, the nominalist and the realist, are depicted in the displaced WMS191, albeit in a peculiar way, and, especially, in WMS194 and WMS204.

From WMS182, titled ‘Chapter 1(Enlarged abstract)’ by Peirce, the very beginning of L1873, CP 7.313-314, was extracted, with the addition of two, already mentioned, footnotes which do not belong to this manuscript. WMS183 is just a slightly different version of it.

The selection continues with WMS187, dated May 1872, which is the aforementioned *Chapter 1. Of the difference between doubt and belief*. WMS188, dated May-June 1872, titled *Chapter 2. Of Inquiry*; which appears disconnected in the *Writings* 3 edition, and of which Peirce must have kept a complete copy as it appears in full in *The fixation of belief*. WMS189, also dated May-June 1872, titled *Chapter 3. Four methods of settling opinion*, also disconnected here and also complete in *The*

fixation of belief, in which Peirce develops on the *a priori*, as the third method, which he had not included, at length, in former versions.

In consequence, following my initial hypothesis, the tentative table of contents in WMS181 was altered, making of that *Chapter 1: Doubt and belief, Four methods of settling opinion and Investigation*; the three chapters found in the headings of WMS187, WMS188 and WMS189. For the same reason, the intended *Chapter 2. On Reality*; became, indistinctly, Chapter IV, 4 or title only in the heading of the different versions that subsequently appear: WMS194: *On Reality*, WMS195: *Chapt. 4 (2nd draft)*, WMS196: *Chap. 4 (___ draft)*, WMS197: *On Reality*, WMS198: *On Reality*, WMS200: *Chap. 4. Of Reality*, WMS203: *Of Reality*, WMS204: *Chapter IV. Of Reality* and WMS205: *Chapter IV. Of Reality*. And not all of the manuscript materials available for this purpose have been included in this edition, e.g.: WMS201: *On Reality* (R935) and WMS202: *On Reality* (R371), although they are included in the Chronological List near the end of *Writings* Volume 3. These reflections on reality find a condensed published expression in Section IV of *How to make our ideas clear* (1878).

Following the order and headings of the manuscripts in the *Writings* 3 Edition, next we find a *Chapter ___ . The list of categories* (WMS207), which would belong to Chapter 3 in WMS 181's table of contents; *On Representations* (WMS212 and WMS213) and *On the Nature of Signs* (WMS214), which would belong to Chapter 4 in the afore mentioned table of contents. Then, WMS215 and WMS216 [W3: On Time and Thought]. WMS216 was included in *L1873* (CP 7.346-353) under the heading 'Time and Thought'. At the end of the selection 'Toward a Logic Book' in this edition, and after nine other manuscripts we will present later, we find three associated manuscripts: WMS237: *Chapter IV. The conception of time essential in Logic* (1-2 July 1873); WMS238: *Chapter IV. The conception of time essential in Logic* (1 July), another version which was mentioned in footnote 17 to the PRAGMATISM Section in *L1873*; and WMS239: *Chapter V. That the significance of thought lies in its reference to the future*, which was included at the end of *L1873* (7.358-361) under the heading PRAGMATISM. In footnote 17 to this section in *L1873* we find: "A draft of Chapter IV, *The conception of Time essential in Logic*, dated 1873 July 1, seems to belong with this Chapter V as parts of one series." However, they would not relate it to their own previous heading "TIME AND THOUGHT"; which would belong in a Chapter 3 of the

revised first tentative table of contents I have developed from WMS181 and the associated manuscripts this far.

Along the way we have encountered a *Chap. 5th* (WMS217/March 10th 1873) which was placed after WMS216 in this edition. It is about inference and was included in *L1873* (CP 7.354-357) under the heading BELIEF. This one does correspond to the title for Chapter 5 in WMS181's table of contents: Nature of inference in general.

Chap. 6th (WMS218), also of March 10th, adds further clues and complications to the alternative indexations of the tentative book: It claims it is about the causal connection between a thought and the thing to which it relates (an element of the sign), although the content expands on the conception of reality, and estates, at the beginning, that a Chap. 3 is about signs, and a Chap. 4 is about 'the general qualities of cognitions... or categories', which alters the order of the chapters on signs and categories in WMS181 table of contents for the first five chapters, although in accordance with WMS220 table of contents for chapters seven to 17, as we will see next; and that a Chap. 5, as we have just seen, is about how cognitions address themselves to other cognitions, or inference.

Combining the information in WMS181 with the aforesaid manuscript headings and content I would venture a tentative table of contents for the first chapters, thus:

Chapter 1. The Settlement of Opinion (1.1 Introduction. Logic, truth and the settlement of opinion; 1.2 Of the difference between belief and doubt; 1.3 Of inquiry; 1.4 Four methods of settling opinion; 1.5 The scientific method). Where I have subsumed back into MS181's Chapter 1 all further developments found in this series manuscripts.

Chapter 2. Of Reality. Which corresponds to WMS181's table of contents. And presents a complex set of manuscripts to choose from.

Chapter 3. On Time and Thought. As it follows from the 'On Reality' manuscript series. Whereas the chapter on the Categories, which was Chapter 3 in WMS181, has been, thus, displaced to chapter 4 because of the inclusion of this present chapter, putting aside what we have seen in WMS218 and we will see in WMS220 table of contents, that the chapter on Signs ought to come first, because Peirce's first consistent formulation of his theory of signs appears in the second part of *On a new list of categories* (1867), and so is chronologically previous to his further development of the

subject in the Journal of Speculative Philosophy series, especially in parts of *Some consequences of four incapacities* (1868).

Chapter 4. The general qualities of cognitions or Categories. Which would correspond to chapter 3 in WMS181's table of contents and has been displaced by the additional chapter 3, on time and thought, corresponds to a chapter 4 in the information given at the beginning of WMS218. In that same manuscript, Peirce explicitly declares that "*We have seen* that a cognition is a sign, and that every sign has these three elements: First, the qualities which belong to it in itself as an object; second the character of addressing itself to a mind; and thirdly, a causal connection with the thing it signifies. In the fourth Chapter we have seen what the general qualities of cognitions in themselves are [or Categories]. In the last chapter [5] we have considered how they address themselves to other cognitions [or Inference]. We have now to consider [chapter 6] what is the nature of the causal connection between a thought and the thing to which it relates [an element of the sign]." It includes Peirce's seminal work *On a New List of Categories* published in The American Academy Series in 1867 and the brief update in WMS207 from 1872-73.

Chapter 5. Nature of Signs. With sections devoted to Representation and the Nature of Signs. In coincidence with WMS181 table of contents' chapter 4, because of the aforementioned displacement. I have opted to put aside the indications, in both WMS218 and in WMS220 table of contents, to place the chapter on signs before the chapter on the categories for the reasons I have explained before.

Chapter 6. Nature of inference. Which would have corresponded to WMS181's table of contents, to the heading in WMS217 and to the mention in WMS218 as Chapter 5, displaced, again, because of the inclusion of a new chapter 3. On the other hand, a Chapter 6 is neither mentioned in WMS181's tentative table of contents for the first five chapters nor in WMS220's tentative table of contents for chapters seven to 17.

In WMS220: *Memorandum: Probable Subjects to be treated of* (between 11 and 14 March 1873); we find the following tentative table of contents for chapters seven to 17 of the projected book:

- Chap. 7. Of Logic as a Study of Signs.
 - 8. " Three Classes of Qualities.
 - 9. " Space as Essential in Logic.
 - 10. " the Copula and Simple Syllogism.

11. " Logical Breadth and Depth, and Distribution and Composition.
12. " the Collective Senses of Terms and of Number.
13. " the Mathematical Method of Reasoning.
14. " Relative Terms.
15. " Conjugative Terms.
16. " Probabilities.
17. " Maxims of Reasoning.

And here we find the Gordian knot in Peirce's alternative versions for the book's table of contents, as the chapter on categories and on signs had been already assigned to chapters 3 and 4, respectively, of the tentative table of contents for the first chapters we find in WMS181. And which I have displaced to chapters 4 and 5, because of the inclusion of a 'new' chapter 3 on time and thought. I proceed, then, to carefully try a possibility of untying the knot.

Continuing with the order in *Writings* 3, we find the following manuscripts: WMS221: *Chap. 7. Of Logic as a Study of signs*; which chapter would have to include, as well, the former manuscripts on representations and on the nature of signs mentioned before: WMS212, WMS213 and WMS 214, which belonged to WMS181 tentative table of contents' Chapter 4. WMS223: *Chap. 9th*; where, instead of speaking about 'space as essential in logic' as the table of contents in WMS220 would tell, Peirce writes about denotation and connotation which would seem to belong to chapter 11 in WMS220, *On logical breadth and depth*. WMS229: *Chap. VIII. Of the Copula*; which belonged to Chapter 10 in the Memorandum. WMS230: *Chap. IX. Of relative terms*; which belonged to Chapter 14. WMS232: *Chap. X. The Copula and Simple Syllogism*; in correspondence with the Memorandum's table of contents. WMS233: *Chap. XI. On Logical Breadth and Depth*; also in correspondence with the Memorandum's table of contents. To end up with the aforementioned manuscripts, WMS237, WMS238 and WMS239, *On Time and Thought*, chapter IV/V. And an incomplete and isolated WMS240: *Notes on Logic book* (Summer 1873), which sheds some additional light upon the subject of the book. Thus concludes the *Writings* 3 Edition on Peirce's 1872-73 book of logic.

With all of the available pieces together I, now, venture a 'Guess at the riddle'¹⁰ continuation of a final tentative table of contents as follows: taking into account that I have included an extra Chapter 3, on time and thought, and that Chapter 7 according to

¹⁰ Mention to a 1887-88 well-known work by Peirce.

WMS220, on signs, and Chapter 8, on categories, had already been included as Chapter 4 and 5 according to the indications in WMS181, putting aside the opening lines in WMS218 and in WMS220 *Memorandum* of contents as regards which ought to come first. On the other hand as I have unfortunately not found any materials, of the period we are considering, which would fill neither the projected chapter 9 of MS220's table of contents, *Of space as essential in logic*, nor chapter 12, *Of the collective senses of terms and of number*, I have been forced to discard both of them. Whereas my proposal of a 'final' table of contents for this projected book would run thus:

Chapter 7. Of the Copula and Simple Syllogism. As WMS220's Chapter 8 on the categories, *Of Three Classes of Qualities*, has already been included as Chapter 4, following the indications in WMS181's table of contents and the displacement in chapter 3, I have included this chapter 10 in WMS220's table of contents here. It includes WMS229, WMS232 and *On the Natural Classification of Arguments*, belonging to the American Academy Series, published in 1867.

Chapter 8. Of Logical Breadth and Depth, (and Distribution and Composition). In correspondence with WMS220's table of contents and WMS233 title, Chapter 11. It includes, in chronological order, WMS233, WMS223 and a former paper as published in The American Academy Series in 1867: *Upon Logical Comprehension and Extension*.

Chapter 9. Of the Mathematical Method of Reasoning. Chapter 13 in WMS220's table of contents. As I have not found any materials on the subject of the period 1872-73, I have, again, picked from The American Academy Series: *Upon the Logic of Mathematics* (1867). A paper Peirce was not satisfied with, nevertheless it presents a fair example of what his conception of reasoning in mathematics was at the time.

Chapter 10. Of Relative and of Conjunctive Terms. Which appear as chapters 14 and 15 in WMS220's tentative table of contents, and in a brief WMS230 as chapter 9. I have completed it with the last parts of his great work, published in the Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences in 1870, *Description of a notation for the logic of relatives*, where in the final section we can find a brief description of conjunctive terms too. And with *Note B* from 'Studies in Logic', the publication of some of the Logic classes taught by Peirce at Johns Hopkins University from 1878/79, although published in 1883.

Chapter 11. Of Probabilities. Which appears as chapter 16 in WMS220's table of contents. As there are no manuscripts available on the subject of the period 1872-1873, I have adopted as content his extraordinary paper *The logic of probable inference*, published, as well, in *Studies in Logic* in 1883. Where we can find very clear explanations of Probable Deduction, Statistical Deduction, Induction and Hypothesis.

Chapter 12. Of Maxims of Reasoning. Corresponding to chapter 17, and last, in WMS220's table of contents. As there are no materials available on the subject of the period 1872-73, we have adopted the content from WMS166 and other associated manuscripts of the period 1869-70: *Rules for Investigation*; belonging to a formerly projected book called 'Practical Logic'. Together with some relevant paragraphs extracted from The American Academy Series conference: *Grounds of validity of the laws of logic: further consequences of four incapacities* (1869). Significant parts of the other conferences in this series, *Questions concerning certain faculties claimed by man* and *Consequences of four incapacities* have been included in the chapters relevant to signs and inference. These three conferences were part of the recommended readings for Peirce's Advanced Logic class at Johns Hopkins University in 1882 as is manifest in one of this University's Circulars.

I have also added a *Prologue*, with *The Rules of Investigation* and *The final opinion*, belonging to WMS165 (1869-70); and an *Epilogue*, with *The Introductory Lecture on the Study of Logic*, published in the Johns Hopkins University Circular of November 1882.

3.3 SELECTION AND DISTRIBUTION OF CONTENTS

The criteria for the selection and distribution of the main texts for each chapter are: Their relevance to the content and their 'assaying', avoiding redundancies; therefore, choosing the texts which present the most refined version, or the published one, or, when it could be detected, the chronologically last¹¹. However, in all the other available texts which are included in the Appendix to each chapter, of which I have not dared to 'cast away' any, we find extremely valuable paragraphs which can add something to the content of each main chapter. In the Commentary in Spanish, following the Introduction and the Survey of the pertinent *Writings* Editions, I have endeavored to make the

¹¹ The footnotes in the Spanish version of Peirce's *Treatise on Logic* specify every selection of text for every chapter.

necessary connections between these two blocks of texts for each chapter; under the assumption that other combinations of texts would have also been feasible, leaving a choice open to the reader. The Commentary also includes some indications as regards the process Peirce himself followed in the development of his thoughts upon Logic at the time, and a reference to other related early texts.

3.4 SUMMARY

The full thesis in Spanish, titled: *The Making of Pragmaticist Reasoning in Charles S. Peirce: A Practical Treatise on Logic and Methodology* (1867-1883); includes a *Prologue*, this Methodological Introduction, *A Practical Treatise on Logic and Methodology* by Charles S. Peirce, a Survey of the works on Logic we can find in Volumes 1, 2, 3 and 4 of the *Writings* Edition, a Commentary with a critical analysis of the texts selected for each chapter of Peirce's Book on Logic as regards the relevant secondary bibliography, and an *Epilogue* with a synthesis of content of the *Treatise on Logic*, its projection upon Peirce's further works on Logic, and a study of the transition in his thought on this matter as appears in the Logic papers we can find in *Writings* 5: The 1885 Algebra of Logic, further considerations on Relative Terms and, most significantly, the first revision of his theory of the Categories linked to his theory of Signs and, thus, grounding his conception of Logic as it would be later developed. The first volume of the Thesis is completed with a full comprehensive bibliography of first and secondary references; and a bibliography of Peirce's references in the texts selected.

We must keep in mind that the core of this project is the envisioned 1870's book of Logic by Peirce, which occupies the central part of this thesis, compromising two parts: 1. The main content of the 12 chapters in a coherent and orderly fashion; and 2, a second volume, with Appendixes to several chapters including all the remaining materials related, in a strict chronological order. And an additional Appendix with the *Collected Papers* Edition of *The Logic of 1873* in Spanish, which had been the starting point for this Research Project. Finally, the *Epilogue* also points to the application of the methodology here proposed to the re-ordering of Peirce's further developments in Logic, particularly those included in the projects he named *How to Reason* and *Minute Logic*; and its culmination in his latest project, *A System of Logic, considered as Semeiotic*. This is the task I hope to be able to devote myself from now on.

***A PRACTICAL TREATISE ON LOGIC
AND METHODOLOGY (1867-1883)***

Charles S. Peirce

A facsimile reproduction of the texts selected for Peirce's Project of a Logic Book of the 1870's; adopted from the corresponding texts in *Writings of Charles S. Peirce*, vols. 2, 3 & 4. For the illustration of this doctoral dissertation and its tribunal only.

CONTENTS

<i>Prologue</i>	225
Chapter 1. The Settlement of Opinion	
1.1 Logic, Truth and the Settlement of Opinion	227
1.2 The Difference between Doubt and Belief	228
1.3 Inquiry	229
1.4 Four Methods of Settling Opinion.	230
1.5 The Scientific Method	238
Chapter 2. Of Reality	
2.1 Sensation, Thought, Reality	241
2.2 Two Conceptions of Reality	243
2.3 Reality	248
2.4 Meaning, Reality, Time	252
Chapter 3. On Time and Thought	
3.1 The Conception of Time Essential in Logic	254
3.2 Ideas follow one another in Time	256
3.3 The Significance of Thought lies in its Reference to the Future	259
Chapter 4. The Categories	
4.1 Introduction	260
4.2 One, Two, and Three	260
4.3 On a New List of Categories	262
Chapter 5. Nature of Signs	
5.1 Whether we can Think without Signs	273
5.2 Thoughts and Signs	274
5.3 Of Logic as a Study of Signs	292
Chapter 6. Nature of Inference in general	
6.1 Inference	294
6.2 Categories and Inference	302

Chapter 7. Of the Copula and Simple Syllogism	
7.1 Of the Copula	305
7.2 The Copula and Simple Syllogism	307
7.3 On the Natural Classification of Arguments	309
Chapter 8. Of Logical Breadth and Depth	
8.1 Upon Logical Comprehension and Extension	334
8.2 Denotation and Connotation	349
8.3 On Logical Breadth and Depth	355
Chapter 9. Of the Mathematical Method of Reasoning	
9.1 Upon the Logic of Mathematics	359
Chapter 10. Of Relative and of Conjugative Terms	
10.1 Of Relative Terms	369
10.2 Aggregation and Composition of Relative Terms	371
10.3 Of Conjugative Terms	383
Chapter 11. Of Probabilities	
11.1 A Theory of Probable Inference	388
Chapter 12. Of Maxims of Reasoning	
12.1 Grounds of Validity of the Laws of Logic	430
12.2 Maxims of Reasoning	435
<i>Epilogue</i>	438

PROLOGUE¹

πάντες ἄνθρωποι τοῦ εἰδέναι ὀρέγονται φύσει

All men naturally desire knowledge. This book is meant to minister to this passion primarily and secondarily to all the interests which knowledge subserves.

Here will be found maxims for estimating the validity and strength of arguments, and for deciding what facts ought to be examined in the investigation of a question.

That the student may attain a real mastery of the art of thinking, it is necessary that the reasons for these maxims should be made clear to him, and that the maxims themselves should be woven into a harmonious code so as to be readily grasped by the mind.

Logic or dialectic is the name of the science from which such rules are drawn. Right reasoning has been obviously the aim of Aristotle in all the books of the *Organon* except perhaps the first, as it was also of the Stoics, the Lawyers, the medieval summulists, and the modern students of Inductive reasoning, in their additions to Logic. "Dialectica," says the most celebrated treatise on the subject in the middle ages, "est ars artium, scientia scientiarum, ad omnium methodorum principia viam habens. Sola enim dialectica probabiliter disputat de principiis omnium aliarum scientiarum."

Exercise 1. Let the student here write out a fair discussion of the question whether the principles of right reasoning can be investigated. It would seem that these principles must be known before any investigation can be made. In writing this exercise, precision of thought is the first thing to be aimed at, precision in the order of statement the next. All ornament is inadmissible.

A science by which things are tested is necessarily a classificatory science. Thus, every system of qualitative chemical analysis consists in a classification of chemical substances. Accordingly, what we have to study, in the first place, is the classification of inferences. As there are several different systems of qualitative analysis based on different classifications of chemical substances but all valid, so there are different valid systems of logic based on different classifications of inferences. The accomplished reasoner must be familiar with more than one such system.

¹WMS165, W2: 351-53.

After a question has been started, opinions may for a while differ. If a sufficiently long course of experience and reasoning will produce a settlement of opinion, this final opinion is the only legitimate aim of experience and reasoning. For this is all that experience and reasoning really tend to. If experience and reasoning will not lead to a final settlement of opinion, they lead to nothing, and can have no legitimate object. In any case, therefore, the only legitimate aim of experience and reasoning is to reach the final opinion, or in other words to ascertain what would be the ultimate result of sufficient experience and reasoning. Now there is no reason to think that there is any possible opinion which sufficient observation and reasoning would not reverse; hence, no absolutely final opinion can be aimed at. But at a sufficiently advanced point of time, there must be some opinion concerning the future settled opinion, which would result from proper reasoning concerning all the experience so far had by men. For at that time if no experience has been had of that concerning which the question is, the inference is that none will be had. If some experience concerning it has been had, reasoning will, from the nature of its rules, be able to draw some inference from it,—whether with great or little confidence. At a sufficiently advanced point of time, therefore, there will be an opinion which ought, from all the facts hitherto observed, according to right reasoning, to prevail.

Chapter 1. The Settlement of Opinion

1. Logic, Truth and the Settlement of Opinion¹

Logic is the doctrine of truth, its nature and the manner in which it is to be discovered.

The first condition of learning is to know that we are ignorant. A man begins to inquire and to reason with himself as soon as he really questions anything and when he is convinced he reasons no more. Elementary geometry produces formal proofs of propositions which nobody doubts, but that cannot properly be called reasoning which does not carry us from the known to the unknown, and the only value in the first demonstrations of geometry is that they exhibit the dependence of certain theorems on certain axioms, a thing which is not clear without the demonstrations. When two men discuss a question, each first endeavors to raise a doubt in the mind of the other, and that is often half the battle. When the doubt ceases there is no use in further discussion. Thus real inquiry begins when genuine doubt begins and ends when this doubt ends. And the premises of the reasoning are facts not doubted. It is therefore idle to tell a man to begin by doubting familiar beliefs, unless you say something which shall cause him really to doubt them. Again, it is false to say that reasoning must rest either on first principles or on ultimate facts. For we cannot go behind what we are unable to doubt, but it would be unphilosophical to suppose that any particular fact will never be brought into doubt.

It is easy to see what truth would be for a mind which could not doubt. That mind could not regard anything as possible except what it believed in. By all existing things it would mean only what it thought existed, and everything else would be what it would mean by *non-existent*. It would, therefore, be omniscient in its universe. To say that an omniscient being is necessarily destitute of the faculty of reason, sounds paradoxical; yet if the act of reasoning must be directed to an end, when that end is attained the act naturally becomes impossible.

¹ WMS179, W3: 14-15. CP 7.321.-323 (*The Logic of 1873*).

2. The difference between doubt and belief²

We generally know when we wish to ask a question and when we wish to pronounce a judgment, for there is a dissimilarity between the sensation of doubting and that of believing.

But this is not all that distinguishes doubt and belief. There is a practical difference. Our beliefs guide our desires and shape our actions. The assassins or followers of the Old Man of the Mountain used to rush into death at his least command, because they believed that obedience to him would insure everlasting felicity. Had they doubted this, they would not have acted as they did. So it is with every belief according to its degree. The feeling of believing is a more or less sure indication of there being established in our nature something which will determine our actions. Doubt never has such an effect.

Nor must we overlook a third point of difference. Doubt is an uneasy and dissatisfied state from which we struggle to free ourselves and pass into the state of belief; while this latter is a calm and satisfactory state which we do not wish to avoid or to change to a belief in anything else. On the contrary we cling tenaciously not merely to believing but to believing just what we do believe.

Both doubt and belief have positive effects upon us, though very diverse ones. Belief does not make us act at once but puts us into such a condition that we shall behave in a certain way, when the occasion arises. Doubt has not the least effect of this sort, but stimulates us to try to destroy it. This reminds us of the irritation of a nerve and the reflex action produced thereby; while for the analogue of belief, in the nervous system, we must look to what are called nervous associations, for example to that habit of the nerves in consequence of which the smell of a peach will make the mouth water.

² WMS187, W3: 22-23. WP107, W3: 247 (Literally in *The Fixation of Belief*).

3. Inquiry³

The irritation of doubt causes a struggle to attain a state of belief. I shall term this struggle *inquiry*, though it must be admitted that this is sometimes not a very apt designation.

The irritation of doubt is the only immediate motive for the struggle to attain belief. It is certainly best for us that our beliefs should be such as may truly guide our actions so as to satisfy our desires; and this reflection will make us reject any belief which does not seem to have been so formed as to insure this result. But it will only do so by creating a doubt in the place of that belief. With the doubt, therefore, the struggle begins, and with the cessation of doubt it ends. Hence, the sole object of inquiry is the settlement of opinion. We may fancy that this is not enough for us, and that we seek, not merely an opinion, but a true opinion. But put this fancy to the test, and it proves groundless; for as soon as a firm belief is reached we are entirely satisfied, whether the belief be true or false. And it is clear that nothing out of the sphere of our knowledge can be our object, for nothing which does not affect the mind can be the motive for a mental effort. The most that can be maintained is, that we seek for a belief that we shall *think* to be true. But we think each one of our beliefs to be true, and, indeed, it is mere tautology to say so.

That the settlement of opinion is the sole end of inquiry is a very important proposition. It sweeps away, at once, various vague and erroneous conceptions of proof. A few of these may be noticed here.

1. Some philosophers have imagined that to start an inquiry it was only necessary to utter a question or set it down upon paper, and have even recommended us to begin our studies with questioning everything! But the mere putting of a proposition into the interrogative form does not stimulate the mind to any struggle after belief. There must be a real and living doubt, and without this all discussion is idle.

2. It is a very common idea that a demonstration must rest on some ultimate and absolutely indubitable propositions. These, according to one school, are first principles of a general nature; according to another, are first sensations. But, in point of fact, an inquiry, to have that completely satisfactory result called demonstration, has only to start with propositions perfectly free from all actual doubt. If the premises are not in fact doubted at all, they cannot be more satisfactory than they are.

3. Some people seem to love to argue a point after all the world is fully convinced of it. But no further advance can be made. When doubt ceases, mental action on the subject comes to an end; and, if it did go on, it would be without a purpose.

³ WMS188, W3: 23-24. WP107, W3: 247-248. (Complete in *The Fixation of Belief*).

4. Four Methods of Settling Opinion⁴

If the settlement of opinion is the sole object of inquiry, and if belief is of the nature of a habit, why should we not attain the desired end, by taking any answer to a question which we may fancy, and constantly reiterating it to ourselves, dwelling on all which may conduce to that belief, and learning to turn with contempt and hatred from anything which might disturb it? This simple and direct method is really pursued by many men. I remember once being entreated not to read a certain newspaper lest it might change my opinion upon free-trade. "Lest I might be entrapped by its fallacies and misstatements," was the form of expression. "You are not," my friend said, "a special student of political economy. You might, therefore, easily be deceived by fallacious arguments upon the subject. You might, then, if you read this paper, be led to believe in protection. But you admit that free-trade is the true doctrine; and you do not wish to believe what is not true." I have often known this system to be deliberately adopted. Still oftener, the instinctive dislike of an undecided state of mind, exaggerated into a vague dread of doubt, makes men cling spasmodically to the views they already take. The man feels that, if he only holds to his belief without wavering, it will be entirely satisfactory. Nor can it be denied that a steady and immovable faith yields great peace of mind. It may, indeed, give rise to inconveniences, as if a man should resolutely continue to believe that fire would not burn him, or that he would be eternally damned if he received his *ingesta* otherwise than through a stomach-pump. But then the man who adopts this method will not allow that its inconveniences are greater than its advantages. He will say, "I hold steadfastly to the truth, and the truth is always wholesome." And in many cases it may very well be that the pleasure he derives from his calm faith overbalances any inconveniences resulting from its deceptive character. Thus, if it be true that death is annihilation, then the man who believes that he will certainly go straight to heaven when he dies, provided he have fulfilled certain simple observances in this life, has a cheap pleasure which will not be followed by the least disappointment. A similar consideration seems to have weight with many persons in religious topics, for we frequently hear it said, "Oh, I could not believe so-and-so, because I should be wretched if I did." When an ostrich buries its head in the sand as danger approaches, it very likely takes the happiest course. It hides the danger, and then calmly says there is no danger; and, if it feels perfectly sure there is none, why should it raise its head to see? A man may go through life, systematically keeping out of view all that might cause a change in his opinions, and if he only succeeds—basing his method, as he does, on two fundamental psychological laws—I do not see what can be said against his doing so. It would be an egotistical impertinence to

⁴ WMS189, W3: 24-28. WP107, W3: 248-257 (Complete in *The Fixation of Belief*).

object that his procedure is irrational, for that only amounts to saying that his method of settling belief is not ours. He does not propose to himself to be rational, and, indeed, will often talk with scorn of man's weak and illusive reason. So let him think as he pleases,

But this method of fixing belief, which may be called the method of tenacity, will be unable to hold its ground in practice. The social impulse is against it. The man who adopts it will find that other men think differently from him, and it will be apt to occur to him, in some saner moment, that their opinions are quite as good as his own, and this will shake his confidence in his belief. This conception, that another man's thought or sentiment may be equivalent to one's own, is a distinctly new step, and a highly important one. It arises from an impulse too strong in man to be suppressed, without danger of destroying the human species. Unless we make ourselves hermits, we shall necessarily influence each other's opinions; so that the problem becomes how to fix belief, not in the individual merely, but in the community.

Let the will of the state act, then, instead of that of the individual. Let an institution be created which shall have for its object to keep correct doctrines before the attention of the people, to reiterate them perpetually, and to teach them to the young; having at the same time power to prevent contrary doctrines from being taught, advocated, or expressed. Let all possible causes of a change of mind be removed from men's apprehensions. Let them be kept ignorant, lest they should learn of some reason to think otherwise than they do. Let their passions be enlisted, so that they may regard private and unusual opinions with hatred and horror. Then, let all men who reject the established belief be terrified into silence. Let the people turn out and tar-and-feather such men, or let inquisitions be made into the manner of thinking of suspected persons, and, when they are found guilty of forbidden beliefs, let them be subjected to some signal punishment. When complete agreement could not otherwise be reached, a general massacre of all who have not thought in a certain way has proved a very effective means of settling opinion in a country. If the power to do this be wanting, let a list of opinions be drawn up, to which no man of the least independence of thought can assent, and let the faithful be required to accept all these propositions, in order to segregate them as radically as possible from the influence of the rest of the world.

This method has, from the earliest times, been one of the chief

means of upholding correct theological and political doctrines, and of preserving their universal or catholic character. In Rome, especially, it has been practised from the days of Numa Pompilius to those of Pius Nonus. This is the most perfect example in history; but wherever there is a priesthood—and no religion has been without one—this method has been more or less made use of. Wherever there is an aristocracy, or a guild, or any association of a class of men whose interests depend or are supposed to depend on certain propositions, there will be inevitably found some traces of this natural product of social feeling. Cruelties always accompany this system; and when it is consistently carried out, they become atrocities of the most horrible kind in the eyes of any rational man. Nor should this occasion surprise, for the officer of a society does not feel justified in surrendering the interests of that society for the sake of mercy, as he might his own private interests. It is natural, therefore, that sympathy and fellowship should thus produce a most ruthless power.

In judging this method of fixing belief, which may be called the method of authority, we must, in the first place, allow its immeasurable mental and moral superiority to the method of tenacity. Its success is proportionately greater; and, in fact, it has over and over again worked the most majestic results. The mere structures of stone which it has caused to be put together—in Siam, for example, in Egypt, and in Europe—have many of them a sublimity hardly more than rivaled by the greatest works of Nature. And, except the geological epochs, there are no periods of time so vast as those which are measured by some of these organized faiths. If we scrutinize the matter closely, we shall find that there has not been one of their creeds which has remained always the same; yet the change is so slow as to be imperceptible during one person's life, so that individual belief remains sensibly fixed. For the mass of mankind, then, there is perhaps no better method than this. If it is their highest impulse to be intellectual slaves, then slaves they ought to remain.

But no institution can undertake to regulate opinions upon every subject. Only the most important ones can be attended to, and on the rest men's minds must be left to the action of natural causes. This imperfection will be no source of weakness so long as men are in such a state of culture that one opinion does not influence another—that is, so long as they cannot put two and two together. But in the most priestridden states some individuals will be found who are raised above that condition. These men possess a wider sort of social feeling;

they see that men in other countries and in other ages have held to very different doctrines from those which they themselves have been brought up to believe; and they cannot help seeing that it is the mere accident of their having been taught as they have, and of their having been surrounded with the manners and associations they have, that has caused them to believe as they do and not far differently. And their candor cannot resist the reflection that there is no reason to rate their own views at a higher value than those of other nations and other centuries; and this gives rise to doubts in their minds.

They will further perceive that such doubts as these must exist in their minds with reference to every belief which seems to be determined by the caprice either of themselves or of those who originated the popular opinions. The willful adherence to a belief, and the arbitrary forcing of it upon others, must, therefore, both be given up, and a new method of settling opinions must be adopted, which shall not only produce an impulse to believe, but shall also decide what proposition it is which is to be believed. Let the action of natural preferences be unimpeded, then, and under their influence let men, conversing together and regarding matters in different lights, gradually develop beliefs in harmony with natural causes. This method resembles that by which conceptions of art have been brought to maturity. The most perfect example of it is to be found in the history of metaphysical philosophy. Systems of this sort have not usually rested upon any observed facts, at least not in any great degree. They have been chiefly adopted because their fundamental propositions seemed "agreeable to reason." This is an apt expression; it does not mean that which agrees with experience, but that which we find ourselves inclined to believe. Plato, for example, finds it agreeable to reason that the distances of the celestial spheres from one another should be proportional to the different lengths of strings which produce harmonious chords. Many philosophers have been led to their main conclusions by considerations like this; but this is the lowest and least developed form which the method takes, for it is clear that another man might find Kepler's theory, that the celestial spheres are proportional to the inscribed and circumscribed spheres of the different regular solids, more agreeable to *his* reason. But the shock of opinions will soon lead men to rest on preferences of a far more universal nature. Take, for example, the doctrine that man only acts selfishly—that is, from the consideration that acting in one way will afford him more pleasure than acting in another. This rests on no fact in the world, but it has had a wide acceptance as being the only reasonable theory.

This method is far more intellectual and respectable from the point of view of reason than either of the others which we have noticed. But its failure has been the most manifest. It makes of inquiry something similar to the development of taste; but taste, unfortunately, is always more or less a matter of fashion, and accordingly metaphysicians have never come to any fixed agreement, but the pendulum has swung backward and forward between a more material and a more spiritual philosophy, from the earliest times to the latest. And so from this, which has been called the *a priori* method, we are driven, in Lord Bacon's phrase, to a true induction. We have examined into this *a priori* method as something which promised to deliver our opinions from their accidental and capricious element. But development, while it is a process which eliminates the effect of some casual circumstances, only magnifies that of others. This method, therefore, does not differ in a very essential way from that of authority. The government may not have lifted its finger to influence my convictions; I may have been left outwardly quite free to choose, we will say, between monogamy and polygamy, and, appealing to my conscience only, I may have concluded that the latter practice is in itself licentious. But when I come to see that the chief obstacle to the spread of Christianity among a people of as high culture as the Hindoos has been a conviction of the immorality of our way of treating women, I cannot help seeing that, though governments do not interfere, sentiments in their development will be very greatly determined by accidental causes. Now, there are some people, among whom I must suppose that my reader is to be found, who, when they see that any belief of theirs is determined by any circumstance extraneous to the facts, will from that moment not merely admit in words that that belief is doubtful, but will experience a real doubt of it, so that it ceases to be a belief.

To satisfy our doubts, therefore, it is necessary that a method should be found by which our beliefs may be caused by nothing human, but by some external permanency—by something upon which our thinking has no effect. Some mystics imagine that they have such a method in a private inspiration from on high. But that is only a form of the method of tenacity, in which the conception of truth as something public is not yet developed. Our external permanency would not be external, in our sense, if it was restricted in its influence to one individual. It must be something which affects, or might affect, every man. And, though these affections are necessarily as various as are individual conditions, yet the method must be such

that the ultimate conclusion of every man shall be the same. Such is the method of science. Its fundamental hypothesis, restated in more familiar language, is this: There are real things, whose characters are entirely independent of our opinions about them; those realities affect our senses according to regular laws, and, though our sensations are as different as our relations to the objects, yet, by taking advantage of the laws of perception, we can ascertain by reasoning how things really are, and any man, if he have sufficient experience and reason enough about it, will be led to the one true conclusion. The new conception here involved is that of reality. It may be asked how I know that there are any realities. If this hypothesis is the sole support of my method of inquiry, my method of inquiry must not be used to support my hypothesis. The reply is this: 1. If investigation cannot be regarded as proving that there are real things, it at least does not lead to a contrary conclusion; but the method and the conception on which it is based remain ever in harmony. No doubts of the method, therefore, necessarily arise from its practice, as is the case with all the others. 2. The feeling which gives rise to any method of fixing belief is a dissatisfaction at two repugnant propositions. But here already is a vague concession that there is some *one* thing to which a proposition should conform. Nobody, therefore, can really doubt that there are realities, or, if he did, doubt would not be a source of dissatisfaction. The hypothesis, therefore, is one which every mind admits. So that the social impulse does not cause me to doubt it. 3. Everybody uses the scientific method about a great many things, and only ceases to use it when he does not know how to apply it. 4. Experience of the method has not led me to doubt it, but, on the contrary, scientific investigation has had the most wonderful triumphs in the way of settling opinion. These afford the explanation of my not doubting the method or the hypothesis which it supposes; and not having any doubt, nor believing that anybody else whom I could influence has, it would be the merest babble for me to say more about it. If there be anybody with a living doubt upon the subject, let him consider it.

To describe the method of scientific investigation is the object of this series of papers. At present I have only room to notice some points of contrast between it and other methods of fixing belief.

This is the only one of the four methods which presents any distinction of a right and a wrong way. If I adopt the method of tenacity and shut myself out from all influences, whatever I think necessary to doing this is necessary according to that method. So with

the method of authority: the state may try to put down heresy by means which, from a scientific point of view, seem very ill-calculated to accomplish its purposes; but the only test *on that method* is what the state thinks, so that it cannot pursue the method wrongly. So with the *a priori* method. The very essence of it is to think as one is inclined to think. All metaphysicians will be sure to do that, however they may be inclined to judge each other to be perversely wrong. The Hegelian system recognizes every natural tendency of thought as logical, although it be certain to be abolished by counter-tendencies. Hegel thinks there is a regular system in the succession of these tendencies, in consequence of which, after drifting one way and the other for a long time, opinion will at last go right. And it is true that metaphysicians get the right ideas at last; Hegel's system of Nature represents tolerably the science of that day; and one may be sure that whatever scientific investigation has put out of doubt will presently receive *a priori* demonstration on the part of the metaphysicians. But with the scientific method the case is different. I may start with known and observed facts to proceed to the unknown; and yet the rules which I follow in doing so may not be such as investigation would approve. The test of whether I am truly following the method is not an immediate appeal to my feelings and purposes, but, on the contrary, itself involves the application of the method. Hence it is that bad reasoning as well as good reasoning is possible; and this fact is the foundation of the practical side of logic.

It is not to be supposed that the first three methods of settling opinion present no advantage whatever over the scientific method. On the contrary, each has some peculiar convenience of its own. The *a priori* method is distinguished for its comfortable conclusions. It is the nature of the process to adopt whatever belief we are inclined to, and there are certain flatteries to the vanity of man which we all believe by nature, until we are awakened from our pleasing dream by some rough facts. The method of authority will always govern the mass of mankind; and those who wield the various forms of organized force in the state will never be convinced that dangerous reasoning ought not to be suppressed in some way. If liberty of speech is to be untrammelled from the grosser forms of constraint, then uniformity of opinion will be secured by a moral terrorism to which the respectability of society will give its thorough approval. Following the method of authority is the path of peace. Certain non-conformities are permitted; certain others (considered unsafe) are forbidden. These are different in different countries and in different ages; but,

wherever you are, let it be known that you seriously hold a tabooed belief, and you may be perfectly sure of being treated with a cruelty less brutal but more refined than hunting you like a wolf. Thus, the greatest intellectual benefactors of mankind have never dared, and dare not now, to utter the whole of their thought; and thus a shade of *prima facie* doubt is cast upon every proposition which is considered essential to the security of society. Singularly enough, the persecution does not all come from without; but a man torments himself and is oftentimes most distressed at finding himself believing propositions which he has been brought up to regard with aversion. The peaceful and sympathetic man will, therefore, find it hard to resist the temptation to submit his opinions to authority. But most of all I admire the method of tenacity for its strength, simplicity, and directness. Men who pursue it are distinguished for their decision of character, which becomes very easy with such a mental rule. They do not waste time in trying to make up their minds what they want, but, fastening like lightning upon whatever alternative comes first, they hold to it to the end, whatever happens, without an instant's irresolution. This is one of the splendid qualities which generally accompany brilliant, unlasting success. It is impossible not to envy the man who can dismiss reason, although we know how it must turn out at last.

Such are the advantages which the other methods of settling opinion have over scientific investigation. A man should consider well of them; and then he should consider that, after all, he wishes his opinions to coincide with the fact, and that there is no reason why the results of these three methods should do so. To bring about this effect is the prerogative of the method of science. Upon such considerations he has to make his choice—a choice which is far more than the adoption of any intellectual opinion, which is one of the ruling decisions of his life, to which, when once made, he is bound to adhere. The force of habit will sometimes cause a man to hold on to old beliefs, after he is in a condition to see that they have no sound basis. But reflection upon the state of the case will overcome these habits, and he ought to allow reflection its full weight. People sometimes shrink from doing this, having an idea that beliefs are wholesome which they cannot help feeling rest on nothing. But let such persons suppose an analogous though different case from their own. Let them ask themselves what they would say to a reformed Mussulman who should hesitate to give up his old notions in regard to the relations of the sexes; or to a reformed Catholic who should still shrink from reading the Bible. Would they not say that these persons ought to

consider the matter fully, and clearly understand the new doctrine, and then ought to embrace it, in its entirety? But, above all, let it be considered that what is more wholesome than any particular belief is integrity of belief, and that to avoid looking into the support of any belief from a fear that it may turn out rotten is quite as immoral as it is disadvantageous. The person who confesses that there is such a thing as truth, which is distinguished from falsehood simply by this, that if acted on it will carry us to the point we aim at and not astray, and then, though convinced of this, dares not know the truth and seeks to avoid it, is in a sorry state of mind indeed.

5. The Scientific Method⁵

It is the business of the logician to study the nature of the fourth method of inquiry and to discover the rules for conducting it with success. The whole subject will in the exposition of it here offered to the reader be divided into three parts. The first shall treat of the essence of investigation in general, by whatever mind it is conducted and to whatever subject it is applied. The second shall treat of those maxims of investigation which become necessary owing to the peculiar constitution of man in his senses, and his mental nature. The third shall give some slight outline of the special methods of research which are applicable in the different branches of science, and which arise from the peculiarities of the matter investigated. In this first part then we have, broadly speaking, nothing to do with the nature of the human mind. Only as there are some faculties which must belong to any mind which can investigate at all, these must come under our consideration. All inquiry, for example, presupposes a passage from a state of doubt to a state of belief; and therefore there must be a succession of time in the thoughts of any mind which is able to inquire. In the fourth method of inquiry a certain predetermined though not pre-known belief is sure to result from the process; no matter what may have been the opinion of the inquirer at the outset. It follows that during the investigation elements of thought must have sprung up in the mind which were not caused by any thought which was present at the time the investigation was commenced. Such new ideas springing up in the mind and not produced by anything in the mind, are called sensations. Every mind capable of

⁵ WMS196, W3: 35-37. CP 7.326 (partially in *The Logic of 1873*).

investigation must therefore have a capacity for sensations. But were all thoughts of this kind investigation would be almost an involuntary process. We might will to investigate but we could not change the course which investigation should take. There would therefore be no distinction between a right and a wrong method of investigation. Now we have seen in the last chapter, that such a distinction is essential to the 4th method of inquiry and is, in fact, the only thing which distinguishes it from the third. There must be thoughts therefore which are determined by previous thoughts. And such a faculty of producing thoughts from others must belong to every mind which can investigate. Without a succession of ideas in time it is clear that no reasoning is possible. I shall proceed to show that without it and without the determination of one idea by another no *thought* in any proper sense of the word is possible. We may grant (what we shall hereafter see is only true in a limited sense) that without any succession of ideas we may have a feeling and this feeling may be peculiar and distinguishable from other feelings. Furthermore such a feeling may have a power of producing new feelings on appropriate occasions, in such a way as to give it an intellectual signification. For example we may have a feeling which may so affect subsequent feelings that when we see a cloven-hoofed animal we imagine him chewing the cud. And then there is no objection to our saying that the first feeling which had the effect of making us when we saw the animal which was cloven-hoofed think of his chewing the cud,—to our calling that feeling a thought. But in itself it is not a thought. For this principle I take to be axiomatic—That a feeling is nothing but what it is felt to be at the time that it is present to the mind. Any effect which it may have upon subsequent thought, is a fact relating to our mental constitution but is not a character of the feeling in itself as it exists when it is felt. If a feeling could feel itself to have such a relation to other feelings the case would be different. But in point of fact apart from the succession of time, a feeling has no relation to any other. What is it for example to say that one feeling is like another? A feeling is nothing but what it is felt to be and unless the one feeling is felt in feeling the other its likeness to that other is not felt in feeling that other. And therefore in themselves they are not alike. Nor

them should they be felt to be alike. They must be brought together in some third feeling and compared. But a feeling cannot exist except in the passing moment in which it does exist. In the

feeling neither of the others is present but only something or other which stands for them. Apart from this succession

of feelings therefore and as they exist in themselves at the moments they are felt feelings have no likeness nor unlikeness. It is the same if one feeling is said to be more intense than another, or to have any sort of relation to another. So if I say that my state of feeling at any moment, consists partly of sensations of sound and partly of sensations of color this presupposes the classifications of feelings as sound feelings and color feelings which classifications already suppose likenesses between them. And these likenesses cannot themselves exist apart from the succession of time. though feelings cannot be analyzed into other feelings without introducing conceptions belonging to the production of one feeling from another. In themselves then feelings have no parts. Nor can my state of feeling at any instant be said in itself to consist of two different feelings. But every feeling in itself is unanalyzed and absolutely simple.

Chapter 2. Of Reality

1. Sensation, Thought, Reality¹

The memory often deceives us. We not unfrequently feel as though we had had a certain sensation or had been in a certain situation before, when it is, in fact, something entirely new. In fact, to remember is to have a certain feeling now, which makes me think that I formerly had another feeling. I do not directly know that former feeling; for it is past. I only know the feeling of remembering it; and whether I really remember it, or only seem to do so, is a matter of judgment. The only thing then of which I am immediately aware, is the feeling of the passing moment.

If I can not know even what has passed in my mind, or what will pass in it, at some other time than at present, much less can I know immediately what is external to my mind. Uninstructed persons are apt to think, that when they see a chair, for example, the whole form of that chair is impressed upon their minds at once, by an immediate perception, without any reasoning process by which the sensation is worked up, and brought into intelligible shape. But, in the first place, supposing the chair to be looked at with one eye. It is clear that the most that can be impressed upon the retina, is a flat picture of it. The vision of the chair in three dimensions, is an interpretation of this picture; but is not itself the picture. If it is looked at with both eyes, two differing pictures are made on the two retinas; and the vision of it as one will result from a still more complicated mental process. In point of fact, however, not even two dimensions are given in an immediate visual sensation; because the retina is not spread out like a sheet of paper; but consists of innumerable needle-points, which are directed towards the light, and the top of each of which is sensitive. No one of these, gives any sensation of extension, but only a flash of light without any reference to extension; therefore, all of them together give no sensation of extension, except so far as the mind is able to interpret the signs of extension which they present. It is well understood from the labors of those who have devoted themselves to the study of physiological optics, that these are but indirectly even signs of extension being primarily signs of the muscular motion which is necessary to pass from one point to another. But even if the image of the chair in its three dimensions were directly given, as it is not; still it would not be given as external to the mind. In that sensation there would be contained no decision, whether it were external or whether it were a dream; though signs might be given upon which such a decision could be based. The very fact, that dreams deceive us, shows that in the sensation itself, there is contained no judgment of the externality of the object—at least none that is of any value. A dream is distinguishable from a reality by

¹ WMS195, W3: 32-35.

certain signs: it is dim, and vague, and does not cohere with the rest of experience, and it is capable of explanation by the principle of association from what we have really experienced. And the opposite characters are the signs by which we know real experiences to be real. It needs no argument to show that all that we are immediately aware of is the feeling of the passing moment. And that everything outside of that, is known by this which is the sign of it. There are some feelings which are caused by previous feelings, according to certain laws which are called the laws of the association of ideas. And these are the great body of what is present to the mind, and include all that we pay particular attention to, or value; because it is naturally the results of mental action that are of importance; while the feelings from which they spring, are examined into only when the mental process comes to be subjected to currents of criticism. The other class of feelings or, perhaps, we should rather say, elements of feeling, is not so explicable by the laws of association from what has gone before in the mind, but involves something altogether new. These are termed the impressions of sense; and it is very difficult, if not impossible, for us to separate these entirely from the results of that elaboration of thought to which they are immediately subjected. It may be said, therefore, that thought, as we know it, is a stream, which, as it goes on, is enlarged by new additions. And yet, all that we can distinctly trace, is the flow; and we can not put our finger on the points at which the new matter emerges. Thus, thought, if it takes place according to that fourth method of inquiry which is termed investigation, as it does upon most subjects, and as it doubtless will come to do on all subjects, reaches at last, as we have seen, a certain definite conclusion. And according to what has been said, the whole struggle which is the motive for investigation, is towards this settled belief and nothing else. So that that to which every image and thought in our minds endeavors to conform, and which it strives to represent, is nothing else than what will be believed in the final upshot of inquiry. On the other hand, if we mount the stream of thought instead of descending it, we see each thought caused by previous thought, until at last we reach the original sensations, which it is supposed themselves are caused by something external. In using the word "supposed," I do not wish to imply that there is any room for doubt in the matter; but only that the external realities are not themselves the immediate object of thought but are only what it is necessary to suppose exist, to account for the phenomena of sensation. We find in this stream of thought, in this succession of images, a certain coherency, harmony or consistency, which can not be due

entirely to the laws of association themselves; but which extends into the additions which are made to the body of our thought from without. And it is this coherency of experience which demonstrates the existence of a reality; or something permanent and fixed, to which our thought and experience, more or less perfectly, corresponds. Now we may suppose that this reality is to be found at the one or the other extremity of the stream of thought. It either lies in some external permanency, which causes the sensation; or in the fixed opinion in which the process of thought is destined to result. Let us examine these two opposite conceptions of reality. The first one is very simple and familiar and will require no explanation.

2. Two Conceptions of Reality²

There is, then, a reality or something independent of what you or I or any number of men, may think about it. What is the mode of existence of this reality?

It is a truism to say that what I think depends entirely on what I think it to be. The reality therefore is not *per se* an immediate object of my thought, though my thought may happen to coincide with it. Yet reality must have some intimate connection with what is in the mind or it would be vain for us to hope by following certain rules of reasoning to arrive at the truth.

Investigation, as a method of settling opinion, goes upon the assumption, that every such process, if conducted rightly and carried far enough, will reach one destined conclusion. The process of investigation itself consists necessarily of two parts, one by which a belief is generated from others, which is called *reasoning*; and another by which new elements of belief are brought into the mind, which is called *observation*. Reasoning has been likened to a chain, because while it develops and modifies beliefs, all that it results in depends ultimately on something else, namely, on *observation*. While the final conclusion is one and the same in the minds of all who carry their researches far enough, the observations on which it hangs are for every man private and peculiar. Sometimes the difference of premises is very obvious as when Copernicus infers the rotation of the earth from the general movement of the heavenly bodies, Bradley from the aberration of light, and Fizeau from the manner in which a pendulum swings. But a close scrutiny will show that a difference always exists. No two observers can make the same observation. The observations which I made yesterday are not the same which I make today. Nor are simultaneous observations at different observatories the same, however close together the observatories are placed.

² WMS204, W3: 54-59.

Every man's senses are his observatory. Two men cannot therefore make the same observation any more than one man can repeat an observation. We may go further yet and say that two observations are not only not the same, but they are not in themselves in any degree alike. The judgment that they are alike is not contained in either observation (since they do not relate to one another) but is a belief generated by the two beliefs in which the two observations immediately result, and is therefore an inference of reasoning, as that has just been defined. Thus our reasonings begin from the most various premises (otherwise no process of investigation to settle belief would be necessary) and lead ultimately to one conclusion.

The reality must be connected with this chain of reasoning at one or other extremity. According as we place it at one end or the other, we have realism or nominalism.

The reality must be so connected with our thought that it will determine the conclusion of true investigation. But the conclusion depends on the observations. Reality must then be connected with sensation as its cause (or, to use another phrase, as its possibility) and this is the nominalistic theory of reality.

But reality is independent of the individual accidental element of thought. Now on the observation end of the chain of reasoning all is accidental and individual. But at the conclusion end is one result to which alone investigation will ultimately lead. The personal prejudices or other peculiarities of generations of men may postpone indefinitely an agreement in this opinion; but no human will or limitation can make the final result of investigation to be anything else than that which it is destined to be. The reality, then, must be identified with what is thought in the ultimate true opinion. This is the realistic view of reality.

To reconcile these two theories, it may be supposed that entirely independent of all thought there exist such things as we shall think in the final opinion; that these things affect our senses and that the nature of the mind is such that these sensations will at last lead us to the true opinion.

This I take to be the metaphysics most commonly adopted. But the idealists have shown that this is mere words without meaning. What we think when we have an opinion are thoughts. What is meant by the distinction between thoughts which exist independent of all thought and thoughts which do not so exist but only exist as thoughts? This distinction, if it exist, lies in a region wholly out of thought, to which neither our thoughts nor those of any being whatever can penetrate. It follows that there is no idea of any sort in our mind or in any possible mind corresponding to this distinction; it is therefore a distinction in words without any distinction in sense. We

may put the argument another way. A conception is said to be true if there exists such a thing independent of all thought. But a thing out of all thought can have no likeness to another, for likeness is the common element that two notions have. Seeing this, some metaphysicians say that a true conception is one which *corresponds to* a thing existing independent of all thought. But nothing is gained by substituting one relation of reason for another; a thing corresponds to another only so far as the mind regards them as correlates. It would be quite beside the purpose to say that a true conception is one which is *produced by* something existing out of thought; for that would be equivalent to saying that a logically inferred notion is true and an illogical one false, thus placing the distinction in what takes place in thought. Every way considered therefore there is a complete vacuity of meaning in saying that independent of all thought there exist such things as we shall think in the final opinion.

All that we can know or conceive of the existence of real things is involved in two premises; first, that investigation will ultimately lead to a settled opinion, and, second, that this opinion is entirely determined by the observations. The only thing that we can infer is that the observations have such a character that they are fated to lead ultimately to one conclusion. And therefore the only distinctly conceivable sense in which we can say that the objects of the final opinion exist before that opinion is formed is that that existence consists in the fact that the observations will be such as will bring about and maintain that opinion.

Suppose that we were all of us omniscient and knew the full and precise truth about everything. Then the beliefs of all of us would be identical. So much so that the barriers of individuality would be partly broken down. We should have separate minds indeed because while one of us was attending particularly to one thing another might be attending to another, and our desires might to a certain extent centre about ourselves and our surroundings as they do now. Imagine these limitations removed and there would be no respect left in which one man's thought would differ from another's. Mind would cease to be a private belonging. But I won't suppose this but only that we all should know everything. The agreement then in the objects of belief would amount to identity. And these objects would not be fictions but realities. To draw any distinction whatever in that case between the object of belief and the reality would be idle. It would be a distinction without a difference, for any discrepancy between the object believed to exist and the reality is error. This is a simple demonstration that the conception of the reality as it is for itself in contradistinction to the reality as it may be known is a self-contradictory conception. For in the case we have supposed the very reality would be an object of belief,—a thought. The race, the community

is perpetually tending toward such a state. It is true we shall never know the true answer to every question, but in regard to any question concerning which there is a doubt, a struggle to rid ourselves from doubt, and an attempt at investigation, we go on the assumption that sufficient research—involving perhaps more experience and reasoning than our race will ever attain to—would produce this state of true belief. If the agreement between belief and reality were perfect the object of belief and the very reality would be completely identical. If then the agreement is partly attained a partial identity is established. That which is believed in, in true knowledge, is real. It appears then that the reality is something with which thought may be identified and frequently is partially identified, not using the word thought to mean what takes place in the brain but as the object which is brought before us when the act of cerebration takes place.

A host of specious objections to this view will quickly suggest themselves. I cannot refute them or support it, without presuming a clear apprehension of the principles of reasoning which it is the business of logic to elucidate. I will only say that though it seems to me that the principle of the identity of the object of true knowledge with the reality is necessary for the scientific setting forth of the doctrines of logic, yet I do not imagine that those who cannot accept it will have any difficulty in admitting so much of the consequences of it as will be needed for proving the rules of right reasoning. When these have been carefully studied, we may return to this question and I hope then not only to remove the objections to this doctrine but also to fortify it by showing how it serves to bind together and explain these maxims of reasoning themselves.

Let it be granted, then, that the conception of an object which should not only be beyond a given man's thought but beyond all possible thought is an absurdity. In admitting this we do not annul the distinction between a reality and a fiction. If an object is of whatever character I or any man or men will have it to be or imagine it, it is a *fiction*; but if its characters are independent of what you or I or any number of men think about it, it is a *reality*. The object of that final settled opinion to which it is supposed that an investigation will lead, if carried far enough, satisfies this definition of reality; for though the perversity of generations of men may postpone the agreement indefinitely, yet it cannot alter the character of the belief which alone can be permanently established.

But when, to avoid the strangeness of saying that the new elements of belief that spring up in the mind, no matter how we vary them by changing the circumstances of their emergence, will inevitably be such as shall lead us at last to a destined conclusion, we preferred to say that these origins of belief are produced in us by the action of realities upon sense and must therefore be relative to these

fixed realities, we have not, according to what has just been urged, stated any additional fact to explain what we found strange but have only stated the strange fact in a more familiar way. For in the one case we have said that the observations are determined by what is to be finally believed in, and in the other case we have said that they are determined by the realities. But it now appears that the object finally believed in (if investigation is pushed so far) is absolutely identical with the realities.

It is true that the belief is future and may even not ever be attained, while the reality actually exists. But the act of believing is one thing, the object of belief another. Nor need anyone who is familiar with the conceptions of physical science shrink from admitting that the existence of a present reality is in one sense made by a contingent event. Nobody hesitates to say that a leaden weight resting upon a table is really heavy. Yet to say that it is heavy only means that if it be so placed that it is free to move it will approach the earth. The existence of any physical force is nothing but the truth of the fact that if certain conditions shall be complied with certain accelerations will take place. There is a school of natural philosophers well-worthy of that name who considering that matter is nothing apart from its properties and that its properties are nothing but forces, say that matter itself is nothing but the locus of force; so that its existence, also, depends on the fact if something happens something else happens. Thus we find the physicists, the exactest of thinkers, holding in regard to those things which they have studied most exactly, that their existence depends on their manifestations or rather on their manifestability. We have only to extend this conception to all real existence and to hold these two facts to be identical, namely that they exist and that sufficient investigation would lead to a settled belief in them, to have our Idealistic theory of metaphysics. This doctrine is that observation and reasoning are perpetually leading us towards certain opinions and that the fact of such a perpetual tendency is otherwise expressed by saying that the objects of those final opinions have a real existence.

3. Reality³

Let us now approach the subject of logic, and consider a conception which particularly concerns it, that of *reality*. Taking clearness in the sense of familiarity, no idea could be clearer than this. Every child uses it with perfect confidence, never dreaming that he does not understand it. As for clearness in its second grade, however, it would probably puzzle most men, even among those of a reflective turn of mind, to give an abstract definition of the real. Yet such a definition may perhaps be reached by considering the points of difference between reality and its opposite, fiction. A figment is a product of somebody's imagination; it has such characters as his thought impresses upon it. That whose characters are independent of how you or I think is an external reality. There are, however, phenomena within our own minds, dependent upon our thought, which are at the same time real in the sense that we really think them. But though their characters depend on how we think, they do not depend on what we think those characters to be. Thus, a dream has a real existence as a mental phenomenon, if somebody has really dreamt it; that he dreamt so and so, does not depend on what anybody thinks was dreamt, but is completely independent of all opinion on the subject. On the other hand, considering, not the fact of dreaming, but the thing dreamt, it retains its peculiarities by virtue of no other fact than that it was dreamt to possess them. Thus we may define the real as that whose characters are independent of what anybody may think them to be.

But, however satisfactory such a definition may be found, it would be a great mistake to suppose that it makes the idea of reality perfectly clear. Here, then, let us apply our rules. According to them, reality, like every other quality, consists in the peculiar sensible effects which things partaking of it produce. The only effect which real things have is to cause belief, for all the sensations which they excite emerge into consciousness in the form of beliefs. The question therefore is, how is true belief (or belief in the real) distinguished from false belief (or belief in fiction). Now, as we have seen in the former paper, the ideas of truth and falsehood, in their full development, appertain exclusively to the scientific method of settling opinion. A person who arbitrarily chooses the propositions which he will adopt can use the word truth only to emphasize the expression of his determination to hold on to his choice. Of course, the method of tenacity never prevailed exclusively; reason is too natural to men for that. But in the literature of the dark ages we find some fine examples of it. When Scotus Erigena is commenting upon a poetical passage in which hellebore is spoken of as having caused the death of Socrates, he does not hesitate to inform the inquiring reader that Helleborus and Socrates were two eminent Greek philosophers, and that the latter having

³ P119, W3: 271-275. *How to Make our Ideas Clear*, IV.

been overcome in argument by the former took the matter to heart and died of it! What sort of an idea of truth could a man have who could adopt and teach, without the qualification of a perhaps, an opinion taken so entirely at random? The real spirit of Socrates, who I hope would have been delighted to have been "overcome in argument," because he would have learned something by it, is in curious contrast with the naïve idea of the glossist, for whom discussion would seem to have been simply a struggle. When philosophy began to awake from its long slumber, and before theology completely dominated it, the practice seems to have been for each professor to seize upon any philosophical position he found unoccupied and which seemed a strong one, to intrench himself in it, and to sally forth from time to time to give battle to the others. Thus, even the scanty records we possess of those disputes enable us to make out a dozen or more opinions held by different teachers at one time concerning the question of nominalism and realism. Read the opening part of the "Historia Calamitatum" of Abelard, who was certainly as philosophical as any of his contemporaries, and see the spirit of combat which it breathes. For him, the truth is simply his particular stronghold. When the method of authority prevailed, the truth meant little more than the Catholic faith. All the efforts of the scholastic doctors are directed toward harmonizing their faith in Aristotle and their faith in the Church, and one may search their ponderous folios through without finding an argument which goes any further. It is noticeable that where different faiths flourish side by side, renegades are looked upon with contempt even by the party whose belief they adopt; so completely has the idea of loyalty replaced that of truth-seeking. Since the time of Descartes, the defect in the conception of truth has been less apparent. Still, it will sometimes strike a scientific man that the philosophers have been less intent on finding out what the facts are, than on inquiring what belief is most in harmony with their system. It is hard to convince a follower of the *a priori* method by adducing facts; but show him that an opinion he is defending is inconsistent with what he has laid down elsewhere, and he will be very apt to retract it. These minds do not seem to believe that disputation is ever to cease; they seem to think that the opinion which is natural for one man is not so for another, and that belief will, consequently, never be settled. In contenting themselves with fixing their own opinions by a method which would lead another man to a different result, they betray their feeble hold of the conception of what truth is.

On the other hand, all the followers of science are fully persuaded that the processes of investigation, if only pushed far enough, will give one certain solution to every question to which they can be applied. One man may investigate the velocity of light by studying the transits

of Venus and the aberration of the stars; another by the oppositions of Mars and the eclipses of Jupiter's satellites; a third by the method of Fizeau; a fourth by that of Foucault; a fifth by the motions of the curves of Lissajous; a sixth, a seventh, an eighth, and a ninth, may follow the different methods of comparing the measures of statical and dynamical electricity. They may at first obtain different results, but, as each perfects his method and his processes, the results will move steadily together toward a destined centre. So with all scientific research. Different minds may set out with the most antagonistic views, but the progress of investigation carries them by a force outside of themselves to one and the same conclusion. This activity of thought by which we are carried, not where we wish, but to a foreordained goal, is like the operation of destiny. No modification of the point of view taken, no selection of other facts for study, no natural bent of mind even, can enable a man to escape the predestinate opinion. This great law is embodied in the conception of truth and reality. The opinion which is fated * to be ultimately agreed to by all who investigate, is what we mean by the truth, and the object represented in this opinion is the real. That is the way I would explain reality.

But it may be said that this view is directly opposed to the abstract definition which we have given of reality, inasmuch as it makes the characters of the real to depend on what is ultimately thought about them. But the answer to this is that, on the one hand, reality is independent, not necessarily of thought in general, but only of what you or I or any finite number of men may think about it; and that, on the other hand, though the object of the final opinion depends on what that opinion is, yet what that opinion is does not depend on what you or I or any man thinks. Our perversity and that of others may indefinitely postpone the settlement of opinion; it might even conceivably cause an arbitrary proposition to be universally accepted as long as the human race should last. Yet even that would not change the nature of the belief, which alone could be the result of investigation carried sufficiently far; and if, after the extinction of our race, another should arise with faculties and disposition for investigation, that true opinion must be the one which they would ultimately come to. "Truth crushed to earth shall rise again," and the opinion which would finally result from investigation does not depend on how anybody may actually think. But the reality of that which is real does depend on the real fact that investigation is destined to lead, at last, if continued long enough, to a belief in it.

But I may be asked what I have to say to all the minute facts of history, forgotten never to be recovered, to the lost books of the ancients, to the buried secrets.

* Fate means merely that which is sure to come true, and can nohow be avoided. It is a superstition to suppose that a certain sort of events are ever fated, and it is another to suppose that the word fate can never be freed from its superstitious taint. We are all fated to die.

Full many a gem of purest ray serene
The dark, unfathomed caves of ocean bear;
Full many a flower is born to blush unseen,
And waste its sweetness on the desert air.

Do these things not really exist because they are hopelessly beyond the reach of our knowledge? And then, after the universe is dead (according to the prediction of some scientists), and all life has ceased forever, will not the shock of atoms continue though there will be no mind to know it? To this I reply that, though in no possible state of knowledge can any number be great enough to express the relation between the amount of what rests unknown to the amount of the known, yet it is unphilosophical to suppose that, with regard to any given question (which has any clear meaning), investigation would not bring forth a solution of it, if it were carried far enough. Who would have said, a few years ago, that we could ever know of what substances stars are made whose light may have been longer in reaching us than the human race has existed? Who can be sure of what we shall not know in a few hundred years? Who can guess what would be the result of continuing the pursuit of science for ten thousand years, with the activity of the last hundred? And if it were to go on for a million, or a billion, or any number of years you please, how is it possible to say that there is any question which might not ultimately be solved?

But it may be objected, "Why make so much of these remote considerations, especially when it is your principle that only practical distinctions have a meaning?" Well, I must confess that it makes very little difference whether we say that a stone on the bottom of the ocean, in complete darkness, is brilliant or not—that is to say, that it *probably* makes no difference, remembering always that that stone *may* be fished up to-morrow. But that there are gems at the bottom of the sea, flowers in the untraveled desert, etc., are propositions which, like that about a diamond being hard when it is not pressed, concern much more the arrangement of our language than they do the meaning of our ideas.

It seems to me, however, that we have, by the application of our rule, reached so clear an apprehension of what we mean by reality, and of the fact which the idea rests on, that we should not, perhaps, be making a pretension so presumptuous as it would be singular, if we were to offer a metaphysical theory of existence for universal acceptance among those who employ the scientific method of fixing belief. However, as metaphysics is a subject much more curious than useful, the knowledge of which, like that of a sunken reef, serves chiefly to enable us to keep clear of it, I will not trouble the reader with any more Ontology at this moment.¹

4. Meaning, Reality, Time⁴

The difficulties and doubts of logicians begin with questions about reality. These questions cannot be evaded without ceasing to reflect. To pronounce them unanswerable is an unwarranted metaphysical hypothesis; but no answer is yet agreed upon, and what men cannot come to agreement upon no one of them can be said to know.

The first of these questions is, what is meant by reality; and to answer this it is necessary to investigate what meaning in general is.

A word has a meaning only so far as it is translated into a thought; that is, it must in some way enter into a mind before it *actually* has a meaning. A thought is something that we feel we have; at least, this is usually the case and the exceptions can conveniently be considered separately. I neither exclude these exceptions or admit them; but if they are possible and actually occur, then this process of thinking which takes place unconsciously, at least, leads to some results which are consciously thought or all will admit they are nothing. They may then be regarded like the operations of a calculating engine which are processes of thought only in a derivative sense; that is to say they are thought only in the sense of being accepted as agreeing with thought. Strictly then every actual thought is felt. Now let any feeling have a meaning in the mind of the feeler, and that fact will constitute a thought; so that a thought may be defined, in the first place, as a feeling with a meaning.

To answer the question what meaning, in general, is, it will be sufficient to ascertain how a feeling can have meaning. In order to determine this, it is first necessary to observe that every feeling is in itself quite incomplex. True, a feeling may be highly complicated; but its recognition as such is an act of reflection, a thought about the feeling. The feeling so far as it was immediately present to itself and independent of its analysis, was not complex. So the question is, how can an incomplex feeling have meaning? The question can be brought to this point in another way also. Every feeling is complex or incomplex. The only way of having meaning which is peculiar to complex feelings, is by a complication of the meaning of its parts. The first question, therefore, is as before how an incomplex feeling can have a meaning.

For an incomplex feeling to have a meaning, it must in the first place be considered to have a meaning. This involves a great deal. It can have no meaning which it is not considered to have. It must be considered to refer to some definite object; this object must itself be some immediate object of consciousness, some other feeling upon the occasion of which the feeling in question arises. It will not be necessary, however, that this occasion should be any actual feeling; it will be sufficient if it is something virtually present in the conscious-

⁴ WMS198, W3: 38-39.

ness just before. Nor will it be necessary that it should be clearly apprehended; it will be sufficient if it is in any degree in the consciousness. Thus, a certain complication of feelings may give rise to a feeling which is a sign of that particular complication. Now this complication was not actually felt except by this very feeling, nor perhaps even then very clearly, yet it is sufficient that there is held to be some element in the preëxisting state of feeling which the feeling indicates to make this feeling mean that. The feeling must not only refer to some apprehended objects, but there must be some apprehended regularity in its application to objects. The feelings which are its objects must be seen (however dimly) to have something in common.

Finally let us lay the accent upon *held*. For a feeling to mean anything it must be *held* to mean something. That is there must be another feeling which means that it means something, and indeed there must be an infinite series of these feelings. In other words the present means nothing except so far as it appeals to the future. What we call the present is necessarily past. Time will not stop for us to think, or rather to state the matter more philosophically, a feeling is not a feeling until there is an infinite series of feelings between that feeling and the present. In other words, thought cannot be comprehended in terms of the feelings which are its ultimate elements, —it is a continuum of feelings, & is related to a feeling as a line to a point.

Chapter 3. On Time and Thought

1. The conception of Time essential in Logic¹

Investigation if pushed far enough will inevitably carry any mind to one destined belief, whatever may have been its opinions at the outset. Consequently, there must arise new elements of thought during the process; and these are termed *sensations*. Every thought not a sensation is determined by something previously in the mind. These also must enter into the process of investigation, or we should be perfectly passive in the business and there would be no distinction of a right and wrong method of research, which is presupposed in logic.

Every mind which passes from doubt to belief must have ideas which follow after one another in time; every mind which reasons must have ideas which not only follow after others but are caused by them; and every mind which is capable of logical criticism of its inferences must be aware of this influence of one idea upon another.

A succession in time among ideas is thus presupposed in the conception of a logical mind; but need this time progress by a continuous flow rather than by discrete steps?

A *continuum* (like time and space as they actually are) is defined as something any part of which however small itself has parts of the same kind. The point of time or space is nothing but the ideal limit towards which we approach in dividing time or space without ever reaching it, and consequently nothing is true of a point which is not true of a space or time, except that it is the ideal limit. A *discrete quantum*, on the other hand, unlike a continuum, has ultimate parts, which differ from all larger parts in their absolute separation from one another. That is to say, no two such parts have anything in common.

If the succession of images in any mind were to take place by one being suddenly replaced by another, time for that mind would be made up of indivisible instants. All ideas would be absolutely separated by each being present during one moment and absent at all other times. The ideas of different moments would be cut off from one another and would not be individually the same even if they differed in no other respect than that of being felt at different times. The consequence would be that ideas present at different moments never could be brought together in the mind to be compared, for when either was present the other would be absent. They could therefore never be thought as alike. But an idea has no existence except so far as it is thought, so that it is only what it is thought to be when it is present to the mind. Two ideas present at different times could therefore have no resemblance. It follows that no idea could determine another, because this implies that one follows after

¹ WMS237, W3: 102-105. Followed 'Copy A' indication.

the other according to a general rule, by which every similar idea would be followed by a similar consequent, but where there is no similarity there can be no general rule. Such a mind could certainly not be a logical one. Indeed, if as it seems natural to admit resemblances and differences can only be known through a process of comparison, it could have no consciousness at all.

Abandoning this conception, then, let us contemplate the opposite one, that the flow of time is continuous. In this case we must not say that nothing is present but a fleeting instant, a point of time. For then there would be no present. For a point of time differs in no respect from an interval, except that it is the ideal limit. And if nothing is present for any length of time, nothing is present in an instant. The true conception is that the ideas of a minute are present in the minute and that these are present through the presence of the ideas which occupy the seconds of that minute. These latter are less mediately present than the former; and they in their turn are made present through the ideas of minuter times. But carry the division as far as you may, you will never reach an idea which is quite immediately present. There can be no consciousness in an instant but an idea occupies time. We experience or pass through thoughts as we do the events of a day or a year, without in any moment having one present.

We are familiar with the fact that an idea of any difficulty requires time for its formation. But this is not the fact to which I have reference now. Not only does it take time for an idea to grow but after that process is completed the idea cannot exist in an instant. During the time of its existence it will not be always the same but will undergo changes. Thus, if I think an isosceles triangle the angle opposite the base may vary while the image is present to me. During the whole time every shape of isosceles triangle may have been present; during one part of the time only acute-angled triangles and during the remainder only obtuse-angled triangles. In this way the resemblance of the two kinds of isosceles triangles may be perceived because they both enter into the prolonged consciousness of the isosceles triangle in general. There seems to be no other way in which resemblances and other relations among ideas can be perceived.

It thus appears that as all ideas occupy time so all ideas are more or less general and indeterminate, the wider conceptions occupying longer intervals.

It may perhaps be thought that one consciousness extends over more than a limited interval of time. But then the memory of an idea which lasts after it may be compared directly with it so long as there can be an idea which embraces them both. And when that is no longer the case the memory at one time can in the same way be compared with the memory at another time.

2. Ideas follow one another in Time²

Any mind which has the power of investigation, and which therefore passes from doubt to belief, must have its ideas follow after one another in time. And if there is to be any distinction of a right and a wrong method of investigation, it must have some control over the process. So that there must be such a thing as the production of one idea from another which was previously in the mind. This is what takes place in reasoning, where the conclusion is brought into the mind by the premises. We may imagine a mind which should reason and never know that it reasoned; never being aware that its conclusion was a conclusion, or was derived from anything which went before. For such a mind there might be a right and a wrong method of thinking; but it could not be aware that there was such a distinction, nor criticise in any degree its own operations. To be capable of logical criticism, the mind must be aware that one idea is determined by another. Now when this happens after the first idea comes the second. There is a process which can only take place in a space of time; but an idea is not present to the mind during a space of time—at least not during a space of time in which this idea is replaced by another; for when the moment of its being present is passed, it is no longer in the mind at all. Therefore, the fact that one idea succeeds another is not a thing which in itself can be present to the mind, any more than the experiences of a whole day or of a year can be said to be present to the mind. It is something which can be lived through; but not be present in any one instant; and therefore, which can not be present to the mind at all; for nothing is present but the passing moment, and what it contains. The only way therefore in which we can be aware of a process of inference, or of any other process, is by its producing some idea in us. Not only therefore is it necessary that one idea should produce another; but it is also requisite that a mental process should produce an idea. These three things must be found in every logical mind: First, ideas; second, determinations of ideas by previous ideas; third, determinations of ideas by previous processes. And nothing will be found which does not come under one of these three heads. The determination of one thing by another, implies that the former not only follows after the latter, but follows after it according to a general rule, in consequence of which, every such idea would be followed by such a second one. There can therefore be no determination of one idea by another except so far as ideas can be distributed into classes, or have some resemblances. But how can one idea resemble another? An idea can contain nothing but what is present to the mind in that idea. Two ideas exist at

² WMS216, W3: 72-75. CP 7.346-7.353 (L1873).

different times; consequently what is present to the mind in one is present only at that time, and is absent at the time when the other idea is present. Literally, therefore, one idea contains nothing of another idea; and in themselves they can have no resemblance. They certainly do not resemble one another except so far as the mind can detect a resemblance; for they exist only in the mind, and are nothing but what they are thought to be. Now when each is present to the mind the other is not in the mind at all. No reference to it is in the mind, and no idea of it is in the mind. Neither idea therefore when it is in the mind, is thought to resemble the other which is not present in the mind. And an idea can not be thought, except when it is present in the mind. And, therefore, one idea can not be thought to resemble another, strictly speaking. In order to escape from this paradox, let us see how we have been led into it. Causation supposes a general rule, and therefore similarity. Now so long as we suppose that what is present to the mind at one time is absolutely distinct from what is present to the mind at another time, our ideas are absolutely individual, and without any similarity. It is necessary, therefore, that we should conceive a process as present to the mind. And this process consists of parts existing at different times and absolutely distinct. And during the time that one part is in the mind, the other is not in the mind. To unite them, we have to suppose that there is a consciousness running through the time. So that of the succession of ideas which occur in a second of time, there is but one consciousness, and of the succession of ideas which occurs in a minute of time there is another consciousness, and so on, perhaps indefinitely. So that there may be a consciousness of the events that happened in a whole day or a whole life time. According to this, two parts of a process separated in time—though they are absolutely separate, in so far as there is a consciousness of the one, from which the other is entirely excluded—are yet so far not separate, that there is a more general consciousness of the two together. This conception of consciousness is something which takes up time. It seems forced upon us to escape the contradictions which we have just encountered. And if consciousness has a duration, then there is no such thing as an instantaneous consciousness; but all consciousness relates to a process. And no thought, however simple, is at any instant present to the mind in its entirety, but it is something which we live through or experience as we do the events of a day. And as the experiences of a day are made up of the experiences of shorter spaces of time so any thought whatever is made up of more special thoughts which in their turn are themselves made up by others and so on indefinitely. It may indeed very likely be that there is some minimum space of time within which in some sense only an indivisible thought can exist and as we know nothing of such a fact at present we may content our-

selves with the simpler conception of an indefinite continuity in consciousness. It will easily be seen that when this conception is once grasped the process of the determination of one idea by another becomes explicable. What is present to the mind during the whole of an interval of time is something generally consisting of what there was in common in what was present to the mind during the parts of that interval. And this may be the same with what is present to the mind during any interval of time; or if not the same, at least similar—that is, the two may be such that they have much in common. These two thoughts which are similar may be followed by others that are similar and according to a general law by which every thought similar to either of these is followed by another similar to those by which they are followed. If a succession of thoughts have any thing in common this may belong to every part of these thoughts however minute, and therefore it may be said to be present at every instant. This element of consciousness which belongs to a whole only so far as it belongs to its parts is termed the matter of thought. There is besides this a causation running through our consciousness by which the thought of any one moment determines the thought of the next moment no matter how minute these moments may be. And this causation is necessarily of the nature of a reproduction; because if a thought of a certain kind continues for a certain length of time as it must do to come into consciousness the immediate effect produced by this causality must also be present during the whole time, so that it is a part of that thought. Therefore when this thought ceases, that which continues after it by virtue of this action is a part of the thought itself. In addition to this there must be an effect produced by the following of one idea after a different idea otherwise there would be no process of inference except that of the reproduction of the premises.

3. The significance of thought lies in its reference to the future³

In every logical mind there must be 1st, ideas; 2nd, general rules according to which one idea determines another, or habits of mind which connect ideas; and, 3rd, processes whereby such habitual connections are established.

A belief is an habitual connection of ideas. For example, to say that I believe prussic acid is a poison is to say that when the idea of drinking it occurs to me, the idea of it as a poison with all the other ideas which follow in the train of this will arise in my mind. Among these ideas, or objects present to me, is the sense of refusing to drink it. This if I am in a normal condition will be followed by an action of the nerves when needed which will remove the cup from my lips. It seems probable that every habitual connection of ideas may produce such an effect upon the will. If this is actually so, a belief and an habitual connection of ideas are one and the same.

In a mind which is capable of logical criticism of its beliefs, there must be a sensation of believing, which shall serve to show what ideas are connected. The recognition that two objects present belong together as one is a judgment. All ideas arise in judgments. This is clearly the case if they are caused by previous ideas. If they are sensations then they at once cause other ideas and are connected with these in judgments. The intellectual value of ideas lies evidently in their relations to one another in judgments and not to their qualities in themselves. All that seems blue to me might seem red and *vice versa* and yet all that I now find true of those objects I should equally find true then, if nothing else were changed. I should still perceive the same distinctions of things that I do now. The intellectual significance of beliefs lies wholly in the conclusions which may be drawn from them, and ultimately in their effects upon our conduct. For there does not seem to be any important distinction between two propositions which never can yield different practical results. Only the difference in the facility with which a conclusion can be reached from two propositions must be regarded as a difference in their effects upon our actions.

It appears then that the intellectual significance of all thought ultimately lies in its effect upon our actions. Now in what does the intellectual character of conduct consist? Clearly in its harmony to the eye of reason; that is in the fact that the mind in contemplating it shall find a harmony of purposes in it. In other words it must be capable of rational interpretation to a future thought. Thus thought is rational only so far as it recommends itself to a possible future thought. Or in other words the rationality of thought lies in its reference to a possible future.

³ WMS239, W3: 107-108. CP 7.358-361 (L1873).

Chapter 4. The Categories

1 Introduction¹

In the doctrines which have thus far been developed, are implicitly involved certain conceptions of such universal applicability and such importance in logic, that I propose to consider them especially in this chapter under the name of *Categories*.

In the ideal final opinion which would perfectly represent the reality of things, all possible doubt would be resolved. It follows that the reality is something entirely definite. *Ens est unum*. An object may be conceived to have this character without being real, that is without being in accord with the opinion to which observations are fated to tend, and I shall call this the *being* of things. A griffin *is* a fabulous animal. That is, a griffin is supposed to be a definite object. You may ask as many questions as you please about a griffin and supply answers according to some rule and if all the questions which could be invented were thus answered, the animal would possess as perfect a being as if it were real, and yet be a mere creature of the imagination.

In every doubt there is one thing fixed and one thing vague; the thing which we doubt something about is fixed, what we doubt about it is vague. These two things must equally be distinguished in the belief in which the doubt is resolved. Consequently, every being has elements which are distinguished from it but which belong to it, in short it has *qualities*.

2 One, Two, and Three²

Logic must begin with analyzing the meanings of certain words, which we shall take up in due order.

The first of these is the word '*is*', as when we say, Julius Caesar *is* dead, a griffin *is* a fabulous animal, a four-sided triangle *is* an absurdity, height *is* the distance from the ground, nothing *is* that which does not exist. These examples suffice to show that we apply this word to whatever we give a name, whether it really exists or not, or whether we consider it as existing or not.

The word *is* is called by logicians the *copula* because it joins subject and predicate. That which is, in the sense of the copula, was termed *ens* (pl: *entia*) by the schoolmen, and the corresponding abstract noun used was *entitas*. In this as in many other cases, we have taken in English, the abstract noun in a concrete sense, and we can consequently speak of entities. At the same time we have forgotten the very general meaning attached to the word in the middle ages, as denoting whatever can be named, and employ it for what would then have been termed *ens reale*. Thus, we often hear the

¹ WMS207, W3: 61.

² WMS144, W2:103-104.

schoolmen reviled because they considered abstractions to be "entities," but in their sense of the term it admits of no dispute that an abstraction is *ens*. It is true that they frequently use the word *ens* simply when they mean *ens reale*, but only in cases in which there can be no doubt of their meaning; and it was universal to consider *entia* as embracing not only *entia realia* but also *entia rationis*. I propose to restore the term *ens* or *entity* to its original meaning of whatever can be named or talked about. I shall also endeavor as much as possible to reserve the word *being* and other derivatives of *is*, to express this same conception; but these words must be somewhat ambiguous.

It may be observed that *entity* is so extremely general a name that it has no negative over against it. We may talk of a nonentity, but then as we have given it a name it is also an entity.

In contrast with this general being which is conferred by our mere thought of an object, is the being of real things which is quite independent of what we think.

We shall designate this by 'reality', and its cognates; and shall employ 'figment' and 'fiction' to denote that which is non-existent without meaning to imply that the conception has been a deliberate invention.

It is important to observe that the essential difference between a reality and a nonreality, is that the former has an existence entirely independent of what you or I or any number of men may think about it. What I dream, for example, only exists so far as my dreaming imagination creates it. But the fact that I have had such a dream, remains true whether I ever reflect upon that fact or not. The dream, therefore, as a mental phenomenon, is a reality; but the thing dreamed is a figment. If there ever really was such a man as Romulus, he would have existed just the same if history had never mentioned him; but if he is not a reality he exists only in the fables which have been told of the foundation of Rome. When Gray says,

Full many a gem of purest ray serene
The dark unfathomed caves of ocean bear;
Full many a flower is born to blush unseen
And waste its sweetness on the desert air;

he expresses with precision the essential character of reality. But when we say that the real is that which is independent of how you or I or any number of men think about it, we have still left the conception of independent being to be analyzed. Before making that analysis we must consider the conceptions of *one*, *two*, and *three*.

We have seen that an *ens* is something to which the copula *is* can be applied. But *is* is a word whose meaning is not complete in itself. It means nothing to say that anything *is* (in the sense of the copula) unless I say what it is; for the only function of the copula is to join subject and predicate. Hence, whatever is, is somehow. This some-

how of entity I propose to express by the term *quality*. A *quality* therefore in the very general sense in which I shall use it, denotes whatever can be expressed by all that comes after *is* in a complete assertion. Every ens, then, has some quality for to say that it is an ens is to say that it may be made the subject of an assertion and that assertion must have some predicate. There is no conception so vague that some thing cannot be asserted of the object of it, *for it is the first condition of thought that some quality must be thought in the thought*.

3 On a new List of Categories³

§1. This paper is based upon the theory already established, that the function of conceptions is to reduce the manifold of sensuous impressions to unity, and that the validity of a conception consists in the impossibility of reducing the content of consciousness to unity without the introduction of it.

§2. This theory gives rise to a conception of gradation among those conceptions which are universal. For one such conception may unite the manifold of sense and yet another may be required to unite the conception and the manifold to which it is applied; and so on.

§3. That universal conception which is nearest to sense is that of *the present, in general*. This is a conception, because it is universal. But as the act of *attention* has no connotation at all, but is the pure denotative power of the mind, that is to say, the power which directs the mind to an object, in contradistinction to the power of thinking any predicate of that object,—so the conception of *what is present in general*, which is nothing but the general recognition of what is contained in attention, has no connotation, and therefore no proper unity. This conception of the present in general, or *IT* in general, is rendered in philosophical language by the word “substance” in one of its meanings. Before any comparison or discrimination can be made between what is present, what is present must have been recognized as such, as *it*, and subsequently the metaphysical parts which are recognized by abstraction are attributed to this *it*, but the *it* cannot itself be made a predicate. This *it* is thus neither predicated of a subject, nor in a subject, and accordingly is identical with the conception of substance.

§4. The unity to which the understanding reduces impressions is the unity of a proposition. This unity consists in the connection of the predicate with the subject; and, therefore, that which is implied in the copula, or the conception of *being*, is that which completes the

³ WP32, W2: 49-59.

work of conceptions of reducing the manifold to unity. The copula (or rather the verb which is copula in one of its senses) means either *actually is* or *would be*, as in the two propositions, "There *is* no griffin," and "A griffin *is* a winged quadruped." The conception of *being* contains only that junction of predicate to subject wherein these two verbs agree. The conception of being, therefore, plainly has no content.

If we say "The stove is black," the stove is the *substance*, from which its blackness has not been differentiated, and the *is*, while it leaves the substance just as it was seen, explains its confusedness, by the application to it of *blackness* as a predicate.

Though *being* does not affect the subject, it implies an indefinite determinability of the predicate. For if one could know the copula and predicate of any proposition, as "... is a tailed-man," he would know the predicate to be applicable to something supposable, at least. Accordingly, we have propositions whose subjects are entirely indefinite, as "There is a beautiful ellipse," where the subject is merely *something actual or potential*; but we have no propositions whose predicate is entirely indeterminate, for it would be quite senseless to say, "A has the common characters of all things," inasmuch as there are no such common characters.

Thus substance and being are the beginning and end of all conception. Substance is inapplicable to a predicate, and being is equally so to a subject.

§5. The terms "prescision" and "abstraction," which were formerly applied to every kind of separation, are now limited, not merely to mental separation, but to that which arises from *attention* to one element and *neglect* of the other. Exclusive attention consists in a definite conception or *supposition* of one part of an object, without any supposition of the other. Abstraction or prescision ought to be carefully distinguished from two other modes of mental separation, which may be termed *discrimination* and *dissociation*. Discrimination has to do merely with the essences of terms, and only draws a distinction in meaning. Dissociation is that separation which, in the absence of a constant association, is permitted by the law of association of images. It is the consciousness of one thing, without the necessary simultaneous consciousness of the other. Abstraction or prescision, therefore, supposes a greater separation than discrimination, but a less separation than dissociation. Thus I can discriminate red from blue, space from color, and color from space, but not red

from color. I can prescind red from blue, and space from color (as is manifest from the fact that I actually believe there is an uncolored space between my face and the wall); but I cannot prescind color from space, nor red from color. I can dissociate red from blue, but not space from color, color from space, nor red from color.

Prescision is not a reciprocal process. It is frequently the case, that, while *A* cannot be prescinded from *B*, *B* can be prescinded from *A*. This circumstance is accounted for as follows. Elementary conceptions only arise upon the occasion of experience; that is, they are produced for the first time according to a general law, the condition of which is the existence of certain impressions. Now if a conception does not reduce the impressions upon which it follows to unity, it is a mere arbitrary addition to these latter; and elementary conceptions do not arise thus arbitrarily. But if the impressions could be definitely comprehended without the conception, this latter would not reduce them to unity. Hence, the impressions (or more immediate conceptions) cannot be definitely conceived or attended to, to the neglect of an elementary conception which reduces them to unity. On the other hand, when such a conception has once been obtained, there is, in general, no reason why the premises which have occasioned it should not be neglected, and therefore the explaining conception may frequently be prescinded from the more immediate ones and from the impressions.

§6. The facts now collected afford the basis for a systematic method of searching out whatever universal elementary conceptions there may be intermediate between the manifold of substance and the unity of being. It has been shown that the occasion of the introduction of a universal elementary conception is either the reduction of the manifold of substance to unity, or else the conjunction to substance of another conception. And it has further been shown that the elements conjoined cannot be supposed without the conception, whereas the conception can generally be supposed without these elements. Now, empirical psychology discovers the occasion of the introduction of a conception, and we have only to ascertain what conception already lies in the data which is united to that of substance by the first conception, but which cannot be supposed without this first conception, to have the next conception in order in passing from being to substance.

It may be noticed that, throughout this process, *introspection* is not resorted to. Nothing is assumed respecting the subjective ele-

ments of consciousness which cannot be securely inferred from the objective elements.

§7. The conception of *being* arises upon the formation of a proposition. A proposition always has, besides a term to express the substance, another to express the quality of that substance; and the function of the conception of being is to unite the quality to the substance. Quality, therefore, in its very widest sense, is the first conception in order in passing from being to substance.

Quality seems at first sight to be given in the impression. Such results of introspection are untrustworthy. A proposition asserts the applicability of a mediate conception to a more immediate one. Since this is *asserted*, the more mediate conception is clearly regarded independently of this circumstance, for otherwise the two conceptions would not be distinguished, but one would be thought through the other, without this latter being an object of thought, at all. The mediate conception, then, in order to be *asserted* to be applicable to the other, must first be considered without regard to this circumstance, and taken immediately. But, taken immediately, it transcends what is given (the more immediate conception), and its applicability to the latter is hypothetical. Take, for example, the proposition, "This stove is black." Here the conception of *this stove* is the more immediate, that of *black* the more mediate, which latter, to be predicated of the former, must be discriminated from it and considered *in itself*, not as applied to an object, but simply as embodying a quality, *blackness*. Now this *blackness* is a pure species or abstraction, and its application to *this stove* is entirely hypothetical. The same thing is meant by "the stove is black," as by "there is blackness in the stove." *Embodying blackness* is the equivalent of *black*.¹ The proof is this. These conceptions are applied indifferently to precisely the same facts. If, therefore, they were different, the one which was first applied would fulfil every function of the other; so that one of them would be superfluous. Now a superfluous conception is an arbitrary fiction, whereas elementary conceptions arise only upon the requirement of experience; so that a superfluous elementary conception is impossible. Moreover, the conception of a pure abstraction is indispensable, because we cannot comprehend an agreement of two things, except as an agreement in some *respect*,

1. This agrees with the author of *De Generibus et Speciebus*, *Ouvrages Inédits d'Abélard*, p. 528.

and this respect is such a pure abstraction as blackness. Such a pure abstraction, reference to which constitutes a *quality* or general attribute, may be termed a *ground*.

Reference to a ground cannot be prescinded from being, but being can be prescinded from it.

§8. Empirical psychology has established the fact that we can know a quality only by means of its contrast with or similarity to another. By contrast and agreement a thing is referred to a correlate, if this term may be used in a wider sense than usual. The occasion of the introduction of the conception of reference to a ground is the reference to a correlate, and this is, therefore, the next conception in order.

Reference to a correlate cannot be prescinded from reference to a ground; but reference to a ground may be prescinded from reference to a correlate.

§9. The occasion of reference to a correlate is obviously by comparison. This act has not been sufficiently studied by the psychologists, and it will, therefore, be necessary to adduce some examples to show in what it consists. Suppose we wish to compare the letters p and b. We may imagine one of them to be turned over on the line of writing as an axis, then laid upon the other, and finally to become transparent so that the other can be seen through it. In this way we shall form a new image which mediates between the images of the two letters, inasmuch as it represents one of them to be (when turned over) the likeness of the other. Again, suppose we think of a murderer as being in relation to a murdered person; in this case we conceive the act of the murder, and in this conception it is represented that corresponding to every murderer (as well as to every murder) there is a murdered person; and thus we resort again to a mediating representation which represents the relate as standing for a correlate with which the mediating representation is itself in relation. Again, suppose we look out the word *homme* in a French dictionary; we shall find opposite to it the word *man*, which, so placed, represents *homme* as representing the same two-legged creature which *man* itself represents. By a further accumulation of instances, it would be found that every comparison requires, besides the related thing, the ground, and the correlate, also a *mediating representation which represents the relate to be a representation of the same correlate which this mediating representation itself represents*. Such a mediating representation may be termed an *interpretant*,

because it fulfils the office of an interpreter, who says that a foreigner says the same thing which he himself says. The term "representation" is here to be understood in a very extended sense, which can be explained by instances better than by a definition. In this sense, a word represents a thing to the conception in the mind of the hearer, a portrait represents the person for whom it is intended to the conception of recognition, a weathercock represents the direction of the wind to the conception of him who understands it, a barrister represents his client to the judge and jury whom he influences.

Every reference to a correlate, then, conjoins to the substance the conception of a reference to an interpretant; and this is, therefore, the next conception in order in passing from being to substance.

Reference to an interpretant cannot be prescinded from reference to a correlate; but the latter can be prescinded from the former.

§10. Reference to an interpretant is rendered possible and justified by that which renders possible and justifies comparison. But that is clearly the diversity of impressions. If we had but one impression, it would not require to be reduced to unity, and would therefore not need to be thought of as referred to an interpretant, and the conception of reference to an interpretant would not arise. But since there is a manifold of impressions, we have a feeling of complication or confusion, which leads us to differentiate this impression from that, and then, having been differentiated, they require to be brought to unity. Now they are not brought to unity until we conceive them together as being *ours*, that is, until we refer them to a conception as their interpretant. Thus, the reference to an interpretant arises upon the holding together of diverse impressions, and therefore it does not join a conception to the substance, as the other two references do, but unites directly the manifold of the substance itself. It is, therefore, the last conception in order in passing from being to substance.

§11. The five conceptions thus obtained, for reasons which will be sufficiently obvious, may be termed *categories*. That is,

BEING,

Quality (Reference to a Ground),

Relation (Reference to a Correlate),

Representation (Reference to an Interpretant),

SUBSTANCE.

The three intermediate conceptions may be termed accidents.

§12. This passage from the many to the one is numerical. The conception of a *third* is that of an object which is so related to two others, that one of these must be related to the other in the same way in which the third is related to that other. Now this coincides with the conception of an interpretant. An *other* is plainly equivalent to a *correlate*. The conception of second differs from that of other, in implying the possibility of a third. In the same way, the conception of *self* implies the possibility of an *other*. The *Ground* is the self abstracted from the concreteness which implies the possibility of an other.

§13. Since no one of the categories can be prescinded from those above it, the list of supposable objects which they afford is,

What is.

Quale—that which refers to a ground,

Relate—that which refers to ground and correlate,

Representamen—that which refers to ground, correlate, and interpretant.

It.

§14. A quality may have a special determination which prevents its being prescinded from reference to a correlate. Hence there are two kinds of relation.

1st. That of relates whose reference to a ground is a prescindible or internal quality.

2d. That of relates whose reference to a ground is an unprescindible or relative quality.

In the former case, the relation is a mere *concurrence* of the correlates in one character, and the relate and correlate are not distinguished. In the latter case the correlate is set over against the relate, and there is in some sense an *opposition*.

Relates of the first kind are brought into relation simply by their agreement. But mere disagreement (unrecognized) does not constitute relation, and therefore relates of the second kind are only brought into relation by correspondence in fact.

A reference to a ground may also be such that it cannot be prescinded from a reference to an interpretant. In this case it may be termed an *imputed* quality. If the reference of a relate to its ground

can be prescinded from reference to an interpretant, its relation to its correlate is a mere concurrence or community in the possession of a quality, and therefore the reference to a correlate can be prescinded from reference to an interpretant. It follows that there are three kinds of representations.

1st. Those whose relation to their objects is a mere community in some quality, and these representations may be termed *Likenesses*.

2d. Those whose relation to their objects consists in a correspondence in fact, and these may be termed *Indices* or *Signs*.

3d. Those the ground of whose relation to their objects is an imputed character, which are the same as *general signs*, and these may be termed *Symbols*.

§15. I shall now show how the three conceptions of reference to a ground, reference to an object, and reference to an interpretant are the fundamental ones of at least one universal science, that of logic. Logic is said to treat of second intentions as applied to first. It would lead me too far away from the matter in hand to discuss the truth of this statement; I shall simply adopt it as one which seems to me to afford a good definition of the subject-genus of this science. Now, second intentions are the objects of the understanding considered as representations, and the first intentions to which they apply are the objects of those representations. The objects of the understanding, considered as representations, are symbols, that is, signs which are at least potentially general. But the rules of logic hold good of any symbols, of those which are written or spoken as well as of those which are thought. They have no immediate application to likenesses or indices, because no arguments can be constructed of these alone, but do apply to all symbols. All symbols, indeed, are in one sense relative to the understanding, but only in the sense in which also all things are relative to the understanding. On this account, therefore, the relation to the understanding need not be expressed in the definition of the sphere of logic, since it determines no limitation of that sphere. But a distinction can be made between concepts which are supposed to have no existence except so far as they are actually present to the understanding, and external symbols which still retain their character of symbols so long as they are only *capable* of being understood. And as the rules of logic apply to these latter as much as to the former (and though only through the former, yet this character, since it belongs to all things, is no limitation), it follows that logic has for its subject-genus all symbols and not merely con-

cepts.² We come, therefore, to this, that logic treats of the reference of symbols in general to their objects. In this view it is one of a trivium of conceivable sciences. The first would treat of the formal conditions of symbols having meaning, that is of the reference of symbols in general to their grounds or imputed characters, and this might be called formal grammar; the second, logic, would treat of the formal conditions of the truth of symbols; and the third would treat of the formal conditions of the force of symbols, or their power of appealing to a mind, that is, of their reference in general to interpretants, and this might be called formal rhetoric.

There would be a general division of symbols, common to all these sciences; namely, into,

1': Symbols which directly determine only their *grounds* or imputed qualities, and are thus but sums of marks or *terms*;

2': Symbols which also independently determine their *objects* by means of other term or terms, and thus, expressing their own objective validity, become capable of truth or falsehood, that is, are *propositions*; and,

3': Symbols which also independently determine their *interpretants*, and thus the minds to which they appeal, by premising a proposition or propositions which such a mind is to admit. These are *arguments*.

And it is remarkable that, among all the definitions of the proposition, for example, as the *oratio indicativa*, as the subsumption of an object under a concept, as the expression of the relation of two concepts, and as the indication of the mutable ground of appearance, there is, perhaps, not one in which the conception of reference to an object or correlate is not the important one. In the same way, the conception of reference to an interpretant or third, is always prominent in the definitions of argument.

In a proposition, the term which separately indicates the object of the symbol is termed the subject, and that which indicates the ground is termed the predicate. The objects indicated by the subject (which are always potentially a plurality,—at least, of phases or

2. Herbart says: "Unsre sämtlichen Gedanken lassen sich von zwei Seiten betrachten; theils als Thätigkeiten unseres Geistes, theils in Hinsicht dessen, *was* durch sie gedacht wird. In letzterer Beziehung heissen sie *Begriffe*, welches Wort, indem es das *Begriffene* bezeichnet, zu abstrahiren gebietet von der Art und Weise, wie wir den Gedanken empfangen, produciren, oder reproduciren mögen." But the whole difference between a concept and an external sign lies in these respects which logic ought, according to Herbart, to abstract from.

appearances) are therefore stated by the proposition to be related to one another on the ground of the character indicated by the predicate. Now this relation may be either a concurrence or an opposition. Propositions of concurrence are those which are usually considered in logic; but I have shown in a paper upon the classification of arguments that it is also necessary to consider separately propositions of opposition, if we are to take account of such arguments as the following:—

Whatever is the half of anything is less than that of which it is the half;

A is half of B ;
 $\therefore A$ is less than B .

The subject of such a proposition is separated into two terms, a “subject nominative” and an “object accusative.”

In an argument, the premises form a representation of the conclusion, because they indicate the interpretant of the argument, or representation representing it to represent its object. The premises may afford a likeness, index, or symbol of the conclusion. In deductive argument, the conclusion is represented by the premises as by a general sign under which it is contained. In hypotheses, something *like* the conclusion is proved, that is, the premises form a likeness of the conclusion. Take, for example, the following argument:—

M is, for instance, P' , P'' , P''' , and P^{iv} ;
 S is P' , P'' , P''' , and P^{iv} ;
 $\therefore S$ is M .

Here the first premise amounts to this, that “ P' , P'' , P''' , and P^{iv} ” is a likeness of M , and thus the premises are or represent a likeness of the conclusion. That it is different with induction another example will show.

S' , S'' , S''' , and S^{iv} are taken as samples of the collection M ;
 S' , S'' , S''' , and S^{iv} are P ;
 \therefore All M is P .

Hence the first premise amounts to saying that “ S' , S'' , S''' , and S^{iv} ” is an index of M . Hence the premises are an index of the conclusion.

The other divisions of terms, propositions, and arguments arise

from the distinction of extension and comprehension. I propose to treat this subject in a subsequent paper. But I will so far anticipate that, as to say that there is, first, the direct reference of a symbol to its objects, or its denotation; second, the reference of the symbol to its ground, through its object, that is, its reference to the common characters of its objects, or its connotation; and third, its reference to its interpretants through its object, that is, its reference to all the synthetical propositions in which its objects in common are subject or predicate, and this I term the information it embodies. And as every addition to what it denotes, or to what it connotes, is effected by means of a distinct proposition of this kind, it follows that the extension and comprehension of a term are in an inverse relation, as long as the information remains the same, and that every increase of information is accompanied by an increase of one or other of these two quantities. It may be observed that extension and comprehension are very often taken in other senses in which this last proposition is not true.

This is an imperfect view of the application which the conceptions which, according to our analysis, are the most fundamental ones find in the sphere of logic. It is believed, however, that it is sufficient to show that at least something may be usefully suggested by considering this science in this light.

Chapter 5. Nature of Signs

1. Whether we can think without signs¹

This is a familiar question, but there is, to this day, no better argument in the affirmative than that thought must precede every sign. This assumes the impossibility of an infinite series. But Achilles, as a fact, will overtake the tortoise. *How* this happens, is a question not necessary to be answered at present, as long as it certainly does happen.

If we seek the light of external facts, the only cases of thought which we can find are of thought in signs. Plainly, no other thought can be evidenced by external facts. But we have seen that only by external facts can thought be known at all. The only thought, then, which can possibly be cognized is thought in signs. But thought which cannot be cognized does not exist. All thought, therefore, must necessarily be in signs.

A man says to himself, "Aristotle is a man; *therefore*, he is fallible." Has he not, then, thought what he has not said to himself, that all men are fallible? The answer is, that he has done so, so far as this is said in his *therefore*. According to this, our question does not relate to *fact*, but is a mere asking for distinctness of thought.

From the proposition that every thought is a sign, it follows that every thought must address itself to some other, must determine some other, since that is the essence of a sign. This, after all, is but another form of the familiar axiom, that in intuition, i.e. in the immediate present, there is no thought, or, that all which is reflected upon has past. *Hinc loquor inde est*. That, since any thought, there must have been a thought, has its analogue in the fact that, since any past time, there must have been an infinite series of times. To say, therefore, that thought cannot happen in an instant, but requires a time, is but another way of saying that every thought must be interpreted in another, or that all thought is in signs.

¹ WP26; W2: 207-208. From *Questions Concerning Certain Faculties Claimed for Man*.

2. Thoughts and Signs²

The third principle whose consequences we have to deduce is, that, whenever we think, we have present to the consciousness some feeling, image, conception, or other representation, which serves as a sign. But it follows from our own existence (which is proved by the occurrence of ignorance and error) that everything which is present to us is a phenomenal manifestation of ourselves. This does not prevent its being a phenomenon of something without us, just as a rainbow is at once a manifestation both of the sun and of the rain. When we think, then, we ourselves, as we are at that moment, appear as a sign. Now a sign has, as such, three references: 1st, it is a sign *to* some thought which interprets it; 2d, it is a sign *for* some object to which in that thought it is equivalent; 3d, it is a sign, *in* some respect or quality, which brings it into connection with its object. Let us ask what the three correlates are to which a thought-sign refers.

1. When we think, to what thought does that thought-sign which is ourself address itself? It may, through the medium of outward expression, which it reaches perhaps only after considerable internal development, come to address itself to thought of another person. But whether this happens or not, it is always interpreted by a subsequent thought of our own. If, after any thought, the current of ideas flows on freely, it follows the law of mental association. In that case, each former thought suggests something to the thought which follows it, i.e. is the sign of something to this latter. Our train of thought may, it is true, be interrupted. But we must remember that, in addition to the principal element of thought at any moment, there are a hundred things in our mind to which but a small fraction of attention or consciousness is conceded. It does not, therefore, follow, because a new constituent of thought gets the uppermost, that the train of thought which it displaces is broken off altogether. On the contrary, from our second principle, that there is no intuition or cognition not determined by previous cognitions, it follows that the striking in of a new experience is never an instantaneous affair, but is an *event* occupying time, and coming to pass by a continuous process. Its prominence in consciousness, therefore, must probably be the consummation of a growing process; and if so, there is no sufficient cause for the thought which had been the leading one just before, to cease abruptly and instantaneously. But if a train of thought ceases by gradually dying out, it freely follows its own law of association as

² WP27, W2: 223-242. From *Some Consequences of Four Incapacities*. Third principle: "We have no power of thinking without signs".

long as it lasts, and there is no moment at which there is a thought belonging to this series, subsequently to which there is not a thought which interprets or repeats it. There is no exception, therefore, to the law that every thought-sign is translated or interpreted in a subsequent one, unless it be that all thought comes to an abrupt and final end in death.

2. The next question is: For what does the thought-sign stand—what does it name—what is its *suppositum*? The outward thing, undoubtedly, when a real outward thing is thought of. But still, as the thought is determined by a previous thought of the same object, it only refers to the thing through denoting this previous thought. Let us suppose, for example, that Toussaint is thought of, and first thought of as a *Negro*, but not distinctly as a man. If this distinctness is afterwards added, it is through the thought that a *Negro* is a *man*; that is to say, the subsequent thought, *man*, refers to the outward thing by being predicated of that previous thought, *Negro*, which has been had of that thing. If we afterwards think of Toussaint as a general, then we think that this *Negro*, this *man*, was a general. And so in every case the subsequent thought denotes what was thought in the previous thought.

3. The thought-sign stands for its object in the respect which is thought; that is to say, this respect is the immediate object of consciousness in the thought, or, in other words, it is the thought itself, or at least what the thought is thought to be in the subsequent thought to which it is a sign.

We must now consider two other properties of signs which are of great importance in the theory of cognition. Since a sign is not identical with the thing signified, but differs from the latter in some respects, it must plainly have some characters which belong to it in itself, and have nothing to do with its representative function. These I call the *material* qualities of the sign. As examples of such qualities, take in the word "man" its consisting of three letters—in a picture, its being flat and without relief. In the second place, a sign must be capable of being connected (not in the reason but really) with another sign of the same object, or with the object itself. Thus, words would be of no value at all unless they could be connected into sentences by means of a real copula which joins signs of the same thing. The usefulness of some signs—as a weathercock, a tally, &c.—consists wholly in their being really connected with the very things they signify. In the case of a picture such a connection is not evident, but it exists in the power of association which connects the picture with the brain-sign which labels it. This real, physical connection of a sign with its object, either immediately or by its connection with another sign, I call the *pure demonstrative application* of the sign. Now the representative function of a sign lies neither in its material

quality nor in its pure demonstrative application; because it is something which the sign is, not in itself or in a real relation to its object, but which it is *to a thought*, while both of the characters just defined belong to the sign independently of its addressing any thought. And yet if I take all the things which have certain qualities and physically connect them with another series of things, each to each, they become fit to be signs. If they are not regarded as such they are not actually signs, but they are so in the same sense, for example, in which an unseen flower can be said to be *red*, this being also a term relative to a mental affection.

Consider a state of mind which is a conception. It is a conception by virtue of having a *meaning*, a logical comprehension; and if it is applicable to any object, it is because that object has the characters contained in the comprehension of this conception. Now the logical comprehension of a thought is usually said to consist of the thoughts contained in it; but thoughts are events, acts of the mind. Two thoughts are two events separated in time, and one cannot literally be contained in the other. It may be said that all thoughts exactly similar are regarded as one; and that to say that one thought contains another, means that it contains one exactly similar to that other. But how can two thoughts be similar? Two objects can only be *regarded* as similar if they are compared and brought together in the mind. Thoughts have no existence except in the mind; only as they are regarded do they exist. Hence, two thoughts cannot *be* similar unless they are brought together in the mind. But, as to their existence, two thoughts are separated by an interval of time. We are too apt to imagine that we can frame a thought similar to a past thought, by matching it with the latter, as though this past thought were still present to us. But it is plain that the knowledge that one thought is similar to or in any way truly representative of another, cannot be derived from immediate perception, but must be an hypothesis (unquestionably fully justifiable by facts), and that therefore the formation of such a representing thought must be dependent upon a real effective force behind consciousness, and not merely upon a mental comparison. What we must mean, therefore, by saying that one concept is contained in another, is that we normally represent one to be in the other; that is, that we form a particular kind of judgment,² of which the subject signifies one concept and the predicate the other.

No thought in itself, then, no feeling in itself, contains any others, but is absolutely simple and unanalyzable; and to say that it is composed of other thoughts and feelings, is like saying that a movement upon a straight line is composed of the two movements of which it is the resultant; that is to say, it is a metaphor, or fiction, parallel to the truth. Every thought, however artificial and complex, is, so far as

2. A judgment concerning a minimum of information, for the theory of which see my paper on Comprehension and Extension, in the *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, vol. 7, p. 426.

it is immediately present, a mere sensation without parts, and therefore, in itself, without similarity to any other, but incomparable with any other and absolutely *sui generis*.³ Whatever is wholly incomparable with anything else is wholly inexplicable, because explanation consists in bringing things under general laws or under natural classes. Hence every thought, in so far as it is a feeling of a peculiar sort, is simply an ultimate, inexplicable fact. Yet this does not conflict with my postulate that no fact should be allowed to stand as inexplicable; for, on the one hand, we never can think, "This is present to me," since, before we have time to make the reflection, the sensation is past, and, on the other hand, when once past, we can never bring back the quality of the feeling as it was *in and for itself*, or know what it was like *in itself*, or even discover the existence of this quality except by a corollary from our general theory of ourselves, and then not in its idiosyncrasy, but only as something present. But, as something present, feelings are all alike and require no explanation, since they contain only what is universal. So that nothing which we can truly predicate of feelings is left inexplicable, but only something which we cannot reflectively know. So that we do not fall into the contradiction of making the Mediate immediate. Finally, no present actual thought (which is a mere feeling) has any meaning, any intellectual value; for this lies not in what is actually thought, but in what this thought may be connected with in representation by subsequent thoughts; so that the meaning of a thought is altogether something virtual. It may be objected, that if no thought has any meaning, all thought is without meaning. But this is a fallacy similar to saying, that, if in no one of the successive spaces which a body fills there is room for motion, there is no room for motion throughout the whole. At no one instant in my state of mind is there cognition or representation, but in the relation of my states of mind at different instants there is.⁴ In short, the Immediate (and therefore in itself unsusceptible of mediation—the Unanalyzable, the Inexplicable, the Unintellectual) runs in a continuous stream through our lives; it is the sum total of consciousness, whose mediation, which is the continuity of it, is brought about by a real effective force behind consciousness.

Thus, we have in thought three elements: 1st, the representative function which makes it a *representation*; 2d, the pure denotative application, or real connection, which brings one thought into *relation* with another; and 3d, the material quality, or how it feels, which gives thought its *quality*.⁵

3. Observe that I say *in itself*. I am not so wild as to deny that my sensation of red to-day is like my sensation of red yesterday. I only say that the similarity can *consist* only in the physiological force behind consciousness,—which leads me to say, I recognize this feeling the same as the former one, and so does not consist in a community of sensation.

4. Accordingly, just as we say that a body is in motion, and not that motion is in a body we ought to say that we are in thought, and not that thoughts are in us.

5. On quality, relation, and representation, see *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, vol. 7, p. 293.

That a sensation is not necessarily an intuition, or first impression of sense, is very evident in the case of the sense of beauty; and has been shown, upon page 197, in the case of sound. When the sensation beautiful is determined by previous cognitions, it always arises as a predicate; that is, we think that something is beautiful. Whenever a sensation thus arises in consequence of others, induction shows that those others are more or less complicated. Thus, the sensation of a particular kind of sound arises in consequence of impressions upon the various nerves of the ear being combined in a particular way, and following one another with a certain rapidity. A sensation of color depends upon impressions upon the eye following one another in a regular manner, and with a certain rapidity. The sensation of beauty arises upon a manifold of other impressions. And this will be found to hold good in all cases. Secondly, all these sensations are in themselves simple, or more so than the sensations which give rise to them. Accordingly, a sensation is a simple predicate taken in place of a complex predicate; in other words, it fulfils the function of an hypothesis. But the general principle that every thing to which such and such a sensation belongs, has such and such a complicated series of predicates, is not one determined by reason (as we have seen), but is of an arbitrary nature. Hence, the class of hypothetic inferences which the arising of a sensation resembles, is that of reasoning from definition to definitum, in which the major premise is of an arbitrary nature. Only in this mode of reasoning, this premise is determined by the conventions of language, and expresses the occasion upon which a word is to be used; and in the formation of a sensation, it is determined by the constitution of our nature, and expresses the occasions upon which sensation, or a natural mental sign, arises. Thus, the sensation, so far as it represents something, is determined, according to a logical law, by previous cognitions; that is to say, these cognitions determine that there shall be a sensation. But so far as the sensation is a mere feeling of a particular sort, it is determined only by an inexplicable, occult power; and so far, it is not a representation, but only the material quality of a representation. For just as in reasoning from definition to definitum, it is indifferent to the logician how the defined word shall sound, or how many letters it shall contain, so in the case of this constitutional word, it is not determined by an inward law how it shall feel in itself. A feeling, therefore, as a feeling, is merely the *material quality* of a mental sign.

But there is no feeling which is not also a representation, a predicate of something determined logically by the feelings which precede it. For if there are any such feelings not predicates, they are the

emotions. Now every emotion has a subject. If a man is angry, he is saying to himself that this or that is vile and outrageous. If he is in joy, he is saying "this is delicious." If he is wondering, he is saying "this is strange." In short, whenever a man feels, he is thinking of *something*. Even those passions which have no definite object—as melancholy—only come to consciousness through tinging the *objects of thought*. That which makes us look upon the emotions more as affections of self than other cognitions, is that we have found them more dependent upon our accidental situation at the moment than other cognitions; but that is only to say that they are cognitions too narrow to be useful. The emotions, as a little observation will show, arise when our attention is strongly drawn to complex and inconceivable circumstances. Fear arises when we cannot predict our fate; joy, in the case of certain indescribable and peculiarly complex sensations. If there are some indications that something greatly for my interest, and which I have anticipated would happen, may not happen; and if, after weighing probabilities, and inventing safeguards, and straining for further information, I find myself unable to come to any fixed conclusion in reference to the future, in the place of that intellectual hypothetic inference which I seek, the feeling of *anxiety* arises. When something happens for which I cannot account, I *wonder*. When I endeavor to realize to myself what I never can do, a pleasure in the future, I *hope*. "I do not understand you," is the phrase of an angry man. The indescribable, the ineffable, the incomprehensible, commonly excite emotion; but nothing is so chilling as a scientific explanation. Thus an emotion is always a simple predicate substituted by an operation of the mind for a highly complicated predicate. Now if we consider that a very complex predicate demands explanation by means of an hypothesis, that that hypothesis must be a simpler predicate substituted for that complex one; and that when we have an emotion, an hypothesis, strictly speaking, is hardly possible—the analogy of the parts played by emotion and hypothesis is very striking. There is, it is true, this difference between an emotion and an intellectual hypothesis, that we have reason to say in the case of the latter, that to whatever the simple hypothetic predicate can be applied, of that the complex predicate is true; whereas, in the case of an emotion this is a proposition for which no reason can be given, but which is determined merely by our emotional constitution. But this corresponds precisely to the difference between hypothesis and reasoning from definition to definitum, and

thus it would appear that emotion is nothing but sensation. There appears to be a difference, however, between emotion and sensation, and I would state it as follows:

There is some reason to think that, corresponding to every feeling within us, some motion takes place in our bodies. This property of the thought-sign, since it has no rational dependence upon the meaning of the sign, may be compared with what I have called the material quality of the sign; but it differs from the latter inasmuch as it is not essentially necessary that it should be felt in order that there should be any thought-sign. In the case of a sensation, the manifold of impressions which precede and determine it are not of a kind, the bodily motion corresponding to which comes from any large ganglion or from the brain, and probably for this reason the sensation produces no great commotion in the bodily organism; and the sensation itself is not a thought which has a very strong influence upon the current of thought except by virtue of the information it may serve to afford. An emotion, on the other hand, comes much later in the development of thought—I mean, further from the first beginning of the cognition of its object—and the thoughts which determine it already have motions corresponding to them in the brain, or the chief ganglion; consequently, it produces large movements in the body, and independently of its representative value, strongly affects the current of thought. The animal motions to which I allude, are, in the first place and obviously, blushing, blenching, staring, smiling, scowling, pouting, laughing, weeping, sobbing, wriggling, flinching, trembling, being petrified, sighing, sniffing, shrugging, groaning, heartsinking, trepidation, swelling of the heart, etc., etc. To these may, perhaps, be added, in the second place, other more complicated actions, which nevertheless spring from a direct impulse and not from deliberation.

That which distinguishes both sensations proper and emotions from the feeling of a thought, is that in the case of the two former the material quality is made prominent, because the thought has no relation of reason to the thoughts which determine it, which exists in the last case and detracts from the attention given to the mere feeling. By there being no relation of reason to the determining thoughts, I mean that there is nothing in the content of the thought which explains why it should arise only on occasion of these determining thoughts. If there is such a relation of reason, if the thought is essentially limited in its application to these objects, then the

thought comprehends a thought other than itself; in other words, it is then a complex thought. An incomplex thought can, therefore, be nothing but a sensation or emotion, having no rational character. This is very different from the ordinary doctrine, according to which the very highest and most metaphysical conceptions are absolutely simple. I shall be asked how such a conception of a *being* is to be analyzed, or whether I can ever define *one*, *two*, and *three*, without a diallele. Now I shall admit at once that neither of these conceptions can be separated into two others higher than itself; and in that sense, therefore, I fully admit that certain very metaphysical and eminently intellectual notions are absolutely simple. But though these concepts cannot be defined by genus and difference, there is another way in which they can be defined. All determination is by negation; we can first recognize any character only by putting an object which possesses it into comparison with an object which possesses it not. A conception, therefore, which was quite universal in every respect would be unrecognizable and impossible. We do not obtain the conception of Being, in the sense implied in the copula, by observing that all the things which we can think of have something in common, for there is no such thing to be observed. We get it by reflecting upon signs—words or thoughts;—we observe that different predicates may be attached to the same subject, and that each makes some conception applicable to the subject; then we imagine that a subject has something true of it merely because a predicate (no matter what) is attached to it,—and that we call Being. The conception of being is, therefore, a conception about a sign—a thought, or word;—and since it is not applicable to every sign, it is not primarily universal, although it is so in its mediate application to things. Being, therefore, may be defined; it may be defined, for example, as that which is common to the objects included in any class, and to the objects not included in the same class. But it is nothing new to say that metaphysical conceptions are primarily and at bottom thoughts about words, or thoughts about thoughts; it is the doctrine both of Aristotle (whose categories are parts of speech) and of Kant (whose categories are the characters of different kinds of propositions).

Sensation and the power of abstraction or attention may be regarded as, in one sense, the sole constituents of all thought. Having considered the former, let us now attempt some analysis of the latter. By the force of attention, an emphasis is put upon one of the objective elements of consciousness. This emphasis is, therefore, not itself

an object of immediate consciousness; and in this respect it differs entirely from a feeling. Therefore, since the emphasis, nevertheless, consists in some effect upon consciousness, and so can exist only so far as it affects our knowledge; and since an act cannot be supposed to determine that which precedes it in time, this act can consist only in the capacity which the cognition emphasized has for producing an effect upon memory, or otherwise influencing subsequent thought. This is confirmed by the fact that attention is a matter of continuous quantity; for continuous quantity, so far as we know it, reduces itself in the last analysis to time. Accordingly, we find that attention does, in fact, produce a very great effect upon subsequent thought. In the first place, it strongly affects memory, a thought being remembered for a longer time the greater the attention originally paid to it. In the second place, the greater the attention, the closer the connection and the more accurate the logical sequence of thought. In the third place, by attention a thought may be recovered which has been forgotten. From these facts, we gather that attention is the power by which thought at one time is connected with and made to relate to thought at another time; or, to apply the conception of thought as a sign, that it is the *pure demonstrative application* of a thought-sign.

Attention is roused when the same phenomenon presents itself repeatedly on different occasions, or the same predicate in different subjects. We see that *A* has a certain character, that *B* has the same, *C* has the same; and this excites our attention, so that we say, "*These* have this character." Thus attention is an act of induction; but it is an induction which does not increase our knowledge, because our "these" covers nothing but the instances experienced. It is, in short, an argument from enumeration.

Attention produces effects upon the nervous system. These effects are habits, or nervous associations. A habit arises, when, having had the sensation of performing a certain act, *m*, on several occasions *a*, *b*, *c*, we come to do it upon every occurrence of the general event, *l*, of which *a*, *b*, and *c* are special cases. That is to say, by the cognition that

Every case of *a*, *b*, or *c*, is a case of *m*,

is determined the cognition that

Every case of *l* is a case of *m*.

Thus the formation of a habit is an induction, and is therefore necessarily connected with attention or abstraction. Voluntary actions result from the sensations produced by habits, as instinctive actions result from our original nature.

We have thus seen that every sort of modification of consciousness—Attention, Sensation, and Understanding—is an inference. But the objection may be made that inference deals only with general terms, and that an image, or absolutely singular representation, cannot therefore be inferred.

“Singular” and “individual” are equivocal terms. A singular may mean that which can be but in one place at one time. In this sense it is not opposed to general. *The sun* is a singular in this sense, but, as is explained in every good treatise on logic, it is a general term. I may have a very general conception of Hermolaus Barbarus, but still I conceive him only as able to be in one place at one time. When an image is said to be singular, it is meant that it is absolutely determinate in all respects. Every possible character, or the negative thereof, must be true of such an image. In the words of the most eminent expounder of the doctrine, the image of a man “must be either of a white, or a black, or a tawny; a straight, or a crooked; a tall, or a low, or a middle-sized man.” It must be of a man with his mouth open or his mouth shut, whose hair is precisely of such and such a shade, and whose figure has precisely such and such proportions. No statement of Locke has been so scouted by all friends of images as his denial that the “idea” of a triangle must be either of an obtuse-angled, right-angled, or acute-angled triangle. In fact, the image of a triangle must be of one, each of whose angles is of a certain number of degrees, minutes, and seconds.

This being so, it is apparent that no man has a *true* image of the road to his office, or of any other real thing. Indeed he has no image of it at all unless he can not only recognize it, but imagines it (truly or falsely) in all its infinite details. This being the case, it becomes very doubtful whether we ever have any such thing as an image in our imagination. Please, reader, to look at a bright red book, or other brightly colored object, and then to shut your eyes and say whether you *see* that color, whether brightly or faintly—whether, indeed, there is anything like sight there. Hume and the other followers of Berkeley maintain that there is no difference between the sight and the memory of the red book except in “their different degrees of force and vivacity.” “The colors which the memory employs,” says

Hume, "are faint and dull compared with those in which our original perceptions are clothed." If this were a correct statement of the difference, we should remember the book as being less red than it is; whereas, in fact, we remember the color with very great precision for a few moments [please to test this point, reader], although we do not see any thing like it. We carry away absolutely nothing of the color except the *consciousness that we could recognize it*. As a further proof of this, I will request the reader to try a little experiment. Let him call up, if he can, the image of a horse—not of one which he has ever seen, but of an imaginary one,—and before reading further let him by contemplation⁶ fix the image in his memory Has the reader done as requested? for I protest that it is not fair play to read further without doing so.—Now, the reader can say in general of what color that horse was, whether grey, bay, or black. But he probably cannot say *precisely* of what shade it was. He cannot state this as exactly as he could just after having *seen* such a horse. But why, if he had an image in his mind which no more had the general color than it had the particular shade, has the latter vanished so instantaneously from his memory while the former still remains? It may be replied, that we always forget the details before we do the more general characters; but that this answer is insufficient is, I think, shown by the extreme disproportion between the length of time that the exact shade of something looked at is remembered as compared

6. No person whose native tongue is English will need to be informed that contemplation is essentially (1) protracted (2) voluntary, and (3) an action, and that it is never used for that which is set forth to the mind in this act. A foreigner can convince himself of this by the proper study of English writers. Thus, Locke (*Essay concerning Human Understanding*, Book II, chap. 19, §1) says, "If it [an idea] be held there [in view] long under attentive consideration, 'tis *Contemplation*"; and again (*Ibid.*, Book II, chap. 10, §1), "Keeping the *Idea*, which is brought into it [the mind] for some time actually in view, which is called *Contemplation*." This term is therefore unfitted to translate *Anschauung*; for this latter does not imply an act which is necessarily protracted or voluntary, and denotes most usually a mental presentation, sometimes a faculty, less often the reception of an impression in the mind, and seldom, if ever, an action. To the translation of *Anschauung* by intuition, there is, at least, no such insuperable objection. Etymologically the two words precisely correspond. The original philosophical meaning of intuition was a cognition of the present manifold in that character; and it is now commonly used, as a modern writer says, "to include all the products of the perceptive (external or internal) and imaginative faculties; every act of consciousness, in short, of which the immediate object is an *individual*, thing, act, or state of mind, presented under the condition of distinct existence in space and time." Finally, we have the authority of Kant's own example for translating his *Anschauung* by *Intuitus*; and, indeed, this is the common usage of Germans writing Latin. Moreover, *intuitiv* frequently replaces *anschauend* or *anschaulich*. If this constitutes a misunderstanding of Kant, it is one which is shared by himself and nearly all his countrymen.

with that instantaneous oblivion to the exact shade of the thing imagined, and the but slightly superior vividness of the memory of the thing seen as compared with the memory of the thing imagined.

The nominalists, I suspect, confound together thinking a triangle without thinking that it is either equilateral, isosceles, or scalene, and thinking a triangle without thinking whether it is equilateral, isosceles, or scalene.

It is important to remember that we have no intuitive power of distinguishing between one subjective mode of cognition and another; and hence often think that something is presented to us as a picture, while it is really constructed from slight data by the understanding. This is the case with dreams, as is shown by the frequent impossibility of giving an intelligible account of one without adding something which we feel was not in the dream itself. Many dreams, of which the waking memory makes elaborate and consistent stories, must probably have been in fact mere jumbles of these feelings of the ability to recognize this and that which I have just alluded to.

I will now go so far as to say that we have no images even in actual perception. It will be sufficient to prove this in the case of vision; for if no picture is seen when we look at an object, it will not be claimed that hearing, touch, and the other senses, are superior to sight in this respect. That the picture is not painted on the nerves of the retina is absolutely certain, if, as physiologists inform us, these nerves are needle-points pointing to the light and at distances considerably greater than the *minimum visibile*. The same thing is shown by our not being able to perceive that there is a large blind spot near the middle of the retina. If, then, we have a picture before us when we see, it is one constructed by the mind at the suggestion of previous sensations. Supposing these sensations to be signs, the understanding by reasoning from them could attain all the knowledge of outward things which we derive from sight, while the sensations are quite inadequate to forming an image or representation absolutely determinate. If we have such an image or picture, we must have in our minds a representation of a surface which is only a part of every surface we see, and we must see that each part, however small, has such and such a color. If we look from some distance at a speckled surface, it seems as if we did not see whether it were speckled or not; but if we have an image before us, it must appear to us either as speckled, or as not speckled. Again, the eye by education comes to distinguish minute differences of color; but if we see only absolutely

determinate images, we must, no less before our eyes are trained than afterwards, see each color as particularly such and such a shade. Thus to suppose that we have an image before us when we see, is not only a hypothesis which explains nothing whatever, but is one which actually creates difficulties which require new hypotheses in order to explain them away.

One of these difficulties arises from the fact that the details are less easily distinguished than, and forgotten before, the general circumstances. Upon this theory, the general features exist in the details: the details are, in fact, the whole picture. It seems, then, very strange that that which exists only secondarily in the picture should make more impression than the picture itself. It is true that in an old painting the details are not easily made out; but this is because we know that the blackness is the result of time, and is no part of the picture itself. There is no difficulty in making out the details of the picture as it looks at present; the only difficulty is in guessing what it used to be. But if we have a picture on the retina, the minutest details are there as much as, nay, more than, the general outline and significance of it. Yet that which must actually be seen, it is extremely difficult to recognize; while that which is only abstracted from what is seen is very obvious.

But the conclusive argument against our having any images, or absolutely determinate representations in perception, is that in that case we have the materials in each such representation for an infinite amount of conscious cognition, which we yet never become aware of. Now there is no meaning in saying that we have something in our minds which never has the least effect on what we are conscious of knowing. The most that can be said is, that when we see we are put in a condition in which we are able to get a very large and perhaps indefinitely great amount of knowledge of the visible qualities of objects.

Moreover, that perceptions are not absolutely determinate and singular is obvious from the fact that each sense is an abstracting mechanism. Sight by itself informs us only of colors and forms. No one can pretend that the images of sight are determinate in reference to taste. They are, therefore, so far general that they are neither sweet nor non-sweet, bitter nor non-bitter, having savor or insipid.

The next question is whether we have any general conceptions except in judgments. In perception, where we know a thing as existing, it is plain that there is a judgment that the thing exists, since a

mere general concept of a thing is in no case a cognition of it as existing. It has usually been said, however, that we can call up any concept without making any judgment; but it seems that in this case we only arbitrarily suppose ourselves to have an experience. In order to conceive the number 7, I suppose, that is, I arbitrarily make the hypothesis or judgment, that there are certain points before my eyes, and I judge that these are seven. This seems to be the most simple and rational view of the matter, and I may add that it is the one which has been adopted by the best logicians. If this be the case, what goes by the name of the association of images is in reality an association of judgments. The association of ideas is said to proceed according to three principles—those of resemblance, of contiguity, and of causality. But it would be equally true to say that signs denote what they do on the three principles of resemblance, contiguity, and causality. There can be no question that anything *is* a sign of whatever is associated with it by resemblance, by contiguity, or by causality: nor can there be any doubt that any sign recalls the thing signified. So, then, the association of ideas consists in this, that a judgment occasions another judgment, of which it is the sign. Now this is nothing less nor more than inference.

Everything in which we take the least interest creates in us its own particular emotion, however slight this may be. This emotion is a sign and a predicate of the thing. Now, when a thing resembling this thing is presented to us, a similar emotion arises; hence, we immediately infer that the latter is like the former. A formal logician of the old school may say, that in logic no term can enter into the conclusion which had not been contained in the premises, and that therefore the suggestion of something new must be essentially different from inference. But I reply that that rule of logic applies only to those arguments which are technically called completed. We can and do reason—

Elias was a man;
 ∴ He was mortal.

And this argument is just as valid as the full syllogism, although it is so only because the major premise of the latter happens to be true. If to pass from the judgment "Elias was a man" to the judgment "Elias was mortal," without actually saying to one's self that "All men are mortal," is not inference, then the term "inference" is used in so

restricted a sense that inferences hardly occur outside of a logic-book.

What is here said of association by resemblance is true of all association. All association is by signs. Everything has its subjective or emotional qualities, which are attributed either absolutely or relatively, or by conventional imputation to anything which is a sign of it. And so we reason,

The sign is such and such;
∴ The sign is that thing.

This conclusion receiving, however, a modification, owing to other considerations, so as to become—

The sign is almost (is representative of) that thing.

We come now to the consideration of the last of the four principles whose consequences we were to trace; namely, that the absolutely incognizable is absolutely inconceivable. That upon Cartesian principles the very realities of things can never be known in the least, most competent persons must long ago have been convinced. Hence the breaking forth of idealism, which is essentially anti-Cartesian, in every direction, whether among empiricists (Berkeley, Hume), or among noologists (Hegel, Fichte). The principle now brought under discussion is directly idealistic; for, since the meaning of a word is the conception it conveys, the absolutely incognizable has no meaning because no conception attaches to it. It is, therefore, a meaningless word; and, consequently, whatever is meant by any term as "the real" is cognizable in some degree, and so is of the nature of a cognition, in the objective sense of that term.

At any moment we are in possession of certain information, that is, of cognitions which have been logically derived by induction and hypothesis from previous cognitions which are less general, less distinct, and of which we have a less lively consciousness. These in their turn have been derived from others still less general, less distinct, and less vivid; and so on back to the ideal⁷ first, which is quite singular, and quite out-of-consciousness. This ideal first is the particular thing-in-itself. It does not exist *as such*. That is, there is no thing

7. By an ideal, I mean the limit which the possible cannot attain.

which is in-itself in the sense of not being relative to the mind, though things which are relative to the mind doubtless are, apart from that relation. The cognitions which thus reach us by this infinite series of inductions and hypotheses (which though infinite *a parte ante logice*, is yet as one continuous process not without a beginning *in time*) are of two kinds, the true and the untrue, or cognitions whose objects are *real* and those whose objects are *unreal*. And what do we mean by the real? It is a conception which we must first have had when we discovered that there was an unreal, an illusion; that is, when we first corrected ourselves. Now the distinction for which alone this fact logically called, was between an *ens* relative to private inward determinations, to the negations belonging to idiosyncrasy, and an *ens* such as would stand in the long run. The real, then, is that which, sooner or later, information and reasoning would finally result in, and which is therefore independent of the vagaries of me and you. Thus, the very origin of the conception of reality shows that this conception essentially involves the notion of a COMMUNITY, without definite limits, and capable of an indefinite increase of knowledge. And so those two series of cognitions—the real and the unreal—consist of those which, at a time sufficiently future, the community will always continue to reaffirm; and of those which, under the same conditions, will ever after be denied. Now, a proposition whose falsity can never be discovered, and the error of which therefore is absolutely incognizable, contains, upon our principle, absolutely no error. Consequently, that which is thought in these cognitions is the real, as it really is. There is nothing, then, to prevent our knowing outward things as they really are, and it is most likely that we do thus know them in numberless cases, although we can never be absolutely certain of doing so in any special case.

But it follows that since no cognition of ours is absolutely determinate, generals must have a real existence. Now this scholastic realism is usually set down as a belief in metaphysical fictions. But, in fact, a realist is simply one who knows no more recondite reality than that which is represented in a true representation. Since, therefore, the word "man" is true of something, that which "man" means is real. The nominalist must admit that man is truly applicable to something; but he believes that there is beneath this a thing in itself, an incognizable reality. His is the metaphysical figment. Modern nominalists are mostly superficial men, who do not know, as the more thorough Roscellinus and Occam did, that a reality which has no representa-

tion is one which has no relation and no quality. The great argument for nominalism is that there is no man unless there is some particular man. That, however, does not affect the realism of Scotus; for although there is no man of whom all further determination can be denied, yet there is a man, abstraction being made of all further determination. There is a real difference between man irrespective of what the other determinations may be, and man with this or that particular series of determinations, although undoubtedly this difference is only relative to the mind and not *in re*. Such is the position of Scotus.⁸ Occam's great objection is, there can be no real distinction which is not *in re*, in the thing-in-itself; but this begs the question, for it is itself based only on the notion that reality is something independent of representative relation.⁹

Such being the nature of reality in general, in what does the reality of the mind consist? We have seen that the content of consciousness, the entire phenomenal manifestation of mind, is a sign resulting from inference. Upon our principle, therefore, that the absolutely incognizable does not exist, so that the phenomenal manifestation of a substance is the substance, we must conclude that the mind is a sign developing according to the laws of inference. What distinguishes a man from a word? There is a distinction doubtless. The material qualities, the forces which constitute the pure denotative application, and the meaning of the human sign, are all exceedingly complicated in comparison with those of the word. But these differences are only relative. What other is there? It may be said that man is conscious, while a word is not. But consciousness is a very vague term. It may mean that emotion which accompanies the reflection that we have animal life. This is a consciousness which is dimmed when animal life is at its ebb in old age, or sleep, but which is not dimmed when the spiritual life is at its ebb; which is the more lively the better *animal* a man is, but which is not so, the better *man* he is. We do not attribute this sensation to words, because we have reason to believe that it is dependent upon the possession of an animal body. But this consciousness, being a mere sensation, is only a part of the *material quality* of the man-sign. Again, consciousness is sometimes used to signify the *I think*, or unity in thought; but this

8. "Eadem natura est, quæ in existentia per gradum singularitatis est determinata, et in intellectu, hoc est ut habet relationem ad intellectum ut cognitum ad cognoscens, est indeterminata."—*Quæstiones Subtilissimæ*, lib. 7, qu. 18.

9. See his argument *Summa logices*, part 1, cap. 16.

unity is nothing but consistency, or the recognition of it. Consistency belongs to every sign, so far as it is a sign; and therefore every sign, since it signifies primarily that it is a sign, signifies its own consistency. The man-sign acquires information, and comes to mean more than he did before. But so do words. Does not electricity mean more now than it did in the days of Franklin? Man makes the word, and the word means nothing which the man has not made it mean, and that only to some man. But since man can think only by means of words or other external symbols, these might turn round and say: "You mean nothing which we have not taught you, and then only so far as you address some word as the interpretant of your thought." In fact, therefore, men and words reciprocally educate each other; each increase of a man's information involves and is involved by, a corresponding increase of a word's information.

Without fatiguing the reader by stretching this parallelism too far, it is sufficient to say that there is no element whatever of man's consciousness which has not something corresponding to it in the word; and the reason is obvious. It is that the word or sign which man uses *is* the man himself. For, as the fact that every thought is a sign, taken in conjunction with the fact that life is a train of thought, proves that man is a sign; so, that every thought is an *external* sign, proves that man is an external sign. That is to say, the man and the external sign are identical, in the same sense in which the words *homo* and *man* are identical. Thus my language is the sum total of myself; for the man is the thought.

It is hard for man to understand this, because he persists in identifying himself with his will, his power over the animal organism, with brute force. Now the organism is only an instrument of thought. But the identity of a man consists in the *consistency* of what he does and thinks, and consistency is the intellectual character of a thing; that is, is its expressing something.

Finally, as what anything really is, is what it may finally come to be known to be in the ideal state of complete information, so that reality depends on the ultimate decision of the community; so thought is what it is, only by virtue of its addressing a future thought which is in its value as thought identical with it, though more developed. In this way, the existence of thought now, depends on what is to be hereafter; so that it has only a potential existence, dependent on the future thought of the community.

The individual man, since his separate existence is manifested

only by ignorance and error, so far as he is anything apart from his fellows, and from what he and they are to be, is only a negation. This is man,

proud man,
Most ignorant of what he's most assured,
His glassy essence.

3. Of Logic as a Study of Signs³

A sign is something which stands for another thing to a mind. To its existence as such three things are requisite.

In the first place, it must have characters which shall enable us to distinguish it from other objects.

In the second place, it must be affected in some way by the object which it signifies, or at least something about it must vary as a consequence of a real causation with some variation of its object. One of the simplest examples of this is a weathercock, which is directly moved by the force of the wind. A photograph is caused by a radiant light from the object it represents. In the case of a picture executed by hand the causation is less direct, but none the less exists. The relation of a historical statement with its object is that of being caused by it. If a promise is made, this is a sign of the thing promised only so far as it will itself cause the existence of its being, unless we are to regard it as a prophecy which is caused by that state of mind which will cause the thing prophesied to be carried out. Thus the causation may either be from the object to the sign, or from the sign to the object, or from some third thing to both; but some causation there must be.

The third condition of the existence of a sign is that it shall address itself to the mind. It is not enough that it should be in relation to its object but it is necessary that it shall have such a relation to its object as will bring the mind into a certain relation with that object namely, that of knowing it. In other words, it must not only be in relation with its object, but must be regarded by the mind as having that relation. It may address the mind directly, or through a translation into other signs. In some way it must be capable of interpretation. We have seen that thoughts themselves have intellectual significance only so far as they prove themselves to other thoughts. So that thoughts are themselves signs which stand for other objects of thought. And since, on

³ WMS221, W3: 82-84.

the other hand, there is no sign which the mind may not make use of in reasoning, it follows that the science of thought in its intellectual significance is one and the same thing with the science of the laws of signs. Now there are many general truths with regard to signs which hold good for all signs whatever, of necessity; being involved in the essential nature of signs. The origin of these principles is undoubtedly the nature of the mind. But they are involved in so much of what is true of the mind as is implied in our capability of reasoning at all and which may therefore be said to be implicitly taken for granted by all men, that is, to be deducible from what everybody agrees to and must agree to before we can begin any discussion whatever in a rational way, and which is thus taken out of the special domain of psychology and made the common property of science. These principles might be evolved from a study of the mind and of thought, but they can also be reached by the simple consideration of any signs we please. Now the latter mode of studying them is much the easiest, because the examination of external signs is one of the most simple researches which we can undertake, and least susceptible to error, while the study of the mind is one of the most difficult and doubtful. We shall therefore proceed in the remainder of this part of the work to compare signs, and generalize our results, being guided in doing so by a certain feeling of the necessity that this or that must be true, such as is felt in mathematics the origin of which necessity clearly is, in this case at least, that the principles are involved in the postulate, that the mind is so constituted as to investigate.

The business of Algebra in its most general signification is to exhibit the manner of tracing the consequences of supposing that certain signs are subject to certain laws. And it is therefore to be regarded as a part of Logic. Algebraic symbols have been made use of by all logicians from the time of Aristotle, and probably earlier. Of late, certain logicians of some popular repute, but who represent less than any other school the logic of modern science, have objected that Algebra is exclusively the science of quantity, and is therefore entirely inapplicable to Logic. This argument is not so weak that I am astonished at these writers making use of it, but it is open to three objections: In the first place, Algebra is not a science of quantity exclusively, as every mathematician knows; in the second place these writers themselves hold that logic is a science of quantity; and in the third place, they, themselves, make a very copious use of algebraic symbols in Logic.

Chapter 6. Nature of Inference in general

1. Inference¹

1. We have no power of Introspection, but all knowledge of the internal world is derived by hypothetical reasoning from our knowledge of external facts.

2. We have no power of Intuition, but every cognition is determined logically by previous cognitions.

3. We have no power of thinking without signs.

4. We have no conception of the absolutely incognizable.

These propositions cannot be regarded as certain; and, in order to bring them to a further test, it is now proposed to trace them out to their consequences. We may first consider the first alone; then trace the consequences of the first and second; then see what else will result from assuming the third also; and, finally, add the fourth to our hypothetical premises.

In accepting the first proposition, we must put aside all prejudices derived from a philosophy which bases our knowledge of the external world on our self-consciousness. We can admit no statement concerning what passes within us except as a hypothesis necessary to explain what takes place in what we commonly call the external world. Moreover when we have upon such grounds assumed one faculty or mode of action of the mind, we cannot, of course, adopt any other hypothesis for the purpose of explaining any fact which can be explained by our first supposition, but must carry the latter as far as it will go. In other words, we must, as far as we can do so without additional hypotheses, reduce all kinds of mental action to one general type.

The class of modifications of consciousness with which we must commence our inquiry must be one whose existence is indubitable, and whose laws are best known, and, therefore (since this knowledge comes from the outside), which most closely follows external facts; that is, it must be some kind of cognition. Here we may hypothetically admit the second proposition of the former paper, according to which there is no absolutely first cognition of any object, but cognition arises by a continuous process. We must begin, then, with a *process* of cognition, and with that process whose laws are best understood and most closely follow external facts. This is no other than the process of valid inference, which proceeds from its premise, *A*, to its conclusion, *B*, only if, as a matter of fact, such a proposition as *B* is always or usually true when such a proposition as *A* is true. It is a consequence, then, of the first two principles whose results we are to trace out, that we must, as far as we can, without any other supposition than that the mind reasons, reduce all mental action to the formula of valid reasoning.

¹ WP27, W2: 213-223. From *Some Consequences of Four Incapacities*.

But does the mind in fact go through the syllogistic process? It is certainly very doubtful whether a conclusion—as something existing in the mind independently, like an image—suddenly displaces two premises existing in the mind in a similar way. But it is a matter of constant experience, that if a man is made to believe in the premises, in the sense that he will act from them and will say that they are true, under favorable conditions he will also be ready to act from the conclusion and to say that that is true. Something, therefore, takes place within the organism which is equivalent to the syllogistic process.

A valid inference is either *complete* or *incomplete*. An incomplete inference is one whose validity depends upon some matter of fact not contained in the premises. This implied fact might have been stated as a premise, and its relation to the conclusion is the same whether it is explicitly posited or not, since it is at least virtually taken for granted; so that every valid incomplete argument is virtually complete. Complete arguments are divided into *simple* and *complex*. A complex argument is one which from three or more premises concludes what might have been concluded by successive steps in reasonings each of which is simple. Thus, a complex inference comes to the same thing in the end as a succession of simple inferences.

A complete, simple, and valid argument, or syllogism, is either *apodictic* or *probable*. An apodictic or deductive syllogism is one whose validity depends unconditionally upon the relation of the fact inferred to the facts posited in the premises. A syllogism whose validity should depend not merely upon its premises, but upon the existence of some other knowledge, would be impossible; for either this other knowledge would be posited, in which case it would be a part of the premises, or it would be implicitly assumed, in which case the inference would be incomplete. But a syllogism whose validity depends partly upon the *non-existence* of some other knowledge, is a *probable* syllogism.

A few examples will render this plain. The two following arguments are apodictic or deductive:

1. No series of days of which the first and last are different days of the week exceeds by one a multiple of seven days; now the first and last days of any leap-year are different days of the week, and therefore no leap-year consists of a number of days one greater than a multiple of seven.

2. Among the vowels there are no double letters; but one of the double letters (*w*) is compounded of two vowels: hence, a letter compounded of two vowels is not necessarily itself a vowel.

In both these cases, it is plain that as long as the premises are true, however other facts may be, the conclusions will be true. On the other hand, suppose that we reason as follows:—"A certain man had the Asiatic cholera. He was in a state of collapse, livid, quite cold, and without perceptible pulse. He was bled copiously. During the process he came out of collapse, and the next morning was well enough to be about. Therefore, bleeding tends to cure the cholera." This is

a fair probable inference, provided that the premises represent our whole knowledge of the matter. But if we knew, for example, that recoveries from cholera were apt to be sudden, and that the physician who had reported this case had known of a hundred other trials of the remedy without communicating the result, then the inference would lose all its validity.

The absence of knowledge which is essential to the validity of any probable argument relates to some question which is determined by the argument itself. This question, like every other, is whether certain objects have certain characters. Hence, the absence of knowledge is either whether besides the objects which, according to the premises, possess certain characters, any other objects possess them; or, whether besides the characters which, according to the premises, belong to certain objects, any other characters not necessarily involved in these belong to the same objects. In the former case, the reasoning proceeds as though all the objects which have certain characters were known, and this is *induction*; in the latter case, the inference proceeds as though all the characters requisite to the determination of a certain object or class were known, and this is *hypothesis*. This distinction, also, may be made more plain by examples.

Suppose we count the number of occurrences of the different letters in a certain English book, which we may call *A*. Of course, every new letter which we add to our count will alter the relative number of occurrences of the different letters; but as we proceed with our counting, this change will be less and less. Suppose that we find that as we increase the number of letters counted, the relative number of *e*'s approaches nearly 11¼ *per cent* of the whole, that of the *t*'s 8½ *per cent*, that of the *a*'s 8 *per cent*, that of the *s*'s 7½ *per cent*, &c. Suppose we repeat the same observations with half a dozen other English writings (which we may designate as *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*) with the like result. Then we may infer that in every English writing of some length, the different letters occur with nearly those relative frequencies.

Now this argument depends for its validity upon our *not* knowing the proportion of letters in any English writing besides *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, and *G*. For if we know it in respect to *H*, and it is not nearly the same as in the others, our conclusion is destroyed at once; if it is the same, then the legitimate inference is from *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, and *H*, and not from the first seven alone. This, therefore, is an *induction*.

Suppose, next, that a piece of writing in cypher is presented to us, without the key. Suppose we find that it contains something less than 26 characters, one of which occurs about 11 *per cent* of all the times, another 8½ *per cent*, another 8 *per cent*, and another 7½ *per cent*. Suppose that when we substitute for these *e*, *t*, *a*, and *s*, respectively, we are able to see how single letters may be substituted for each of the other characters so as to make sense in English, provided, however, that we allow the spelling to be wrong in some cases. If the writing is of any considerable length, we may infer with great probability that this is the meaning of the cipher.

The validity of this argument depends upon there being no other known characters of the writing in cipher which would have any weight in the matter; for if there are—if we know, for example, whether or not there is any other solution of it—this must be allowed its effect in supporting or weakening the conclusion. This, then, is *hypothesis*.

All valid reasoning is either deductive, inductive, or hypothetic; or else it combines two or more of these characters. Deduction is pretty well treated in most logical text-books; but it will be necessary to say a few words about induction and hypothesis in order to render what follows more intelligible.

Induction may be defined as an argument which proceeds upon the assumption that all the members of a class or aggregate have all the characters which are common to all those members of this class concerning which it is known, whether they have these characters or not; or, in other words, which assumes that that is true of a whole collection which is true of a number of instances taken from it at random. This might be called statistical argument. In the long run, it must generally afford pretty correct conclusions from true premises. If we have a bag of beans partly black and partly white, by counting the relative proportions of the two colors in several different handfuls, we can approximate more or less to the relative proportions in the whole bag, since a sufficient number of handfuls would constitute all the beans in the bag. The central characteristic and key to induction is, that by taking the conclusion so reached as major premise of a syllogism, and the proposition stating that such and such objects are taken from the class in question as the minor premise, the other premise of the induction will follow from them deductively. Thus, in the above example we concluded that all books in English have about $11\frac{1}{4}$ per cent of their letters *e*'s. From that as major premise, together with the proposition that *A, B, C, D, E, F,* and *G* are books in English, it follows deductively that *A, B, C, D, E, F,* and *G* have about $11\frac{1}{4}$ per cent of their letters *e*'s. Accordingly, induction has been defined by Aristotle as the inference of the major premise of a syllogism from its minor premise and conclusion. The function of an induction is to substitute for a series of many subjects, a single one which embraces them and an indefinite number of others. Thus it is a species of "reduction of the manifold to unity."

Hypothesis may be defined as an argument which proceeds upon the assumption that a character which is known necessarily to involve a certain number of others, may be probably predicated of any object which has all the characters which this character is known to involve. Just as induction may be regarded as the inference of the major premise of a syllogism, so hypothesis may be regarded as the inference of the minor premise, from the other two propositions. Thus, the example taken above consists of two such inferences of the minor premises of the following syllogisms:

1. Every English writing of some length in which such and such characters denote *e*, *t*, *a*, and *s*, has about $11\frac{1}{4}$ per cent of the first sort of marks, $8\frac{1}{2}$ of the second, 8 of the third, and $7\frac{1}{2}$ of the fourth;

This secret writing is an English writing of some length, in which such and such characters denote *e*, *t*, *a*, and *s*, respectively:

- ∴ This secret writing has about $11\frac{1}{4}$ per cent of its characters of the first kind, $8\frac{1}{2}$ of the second, 8 of the third, and $7\frac{1}{2}$ of the fourth.
2. A passage written with such an alphabet makes sense when such and such letters are severally substituted for such and such characters.

This secret writing is written with such an alphabet.

- ∴ This secret writing makes sense when such and such substitutions are made.

The function of hypothesis is to substitute for a great series of predicates forming no unity in themselves, a single one (or small number) which involves them all, together (perhaps) with an indefinite number of others. It is, therefore, also a reduction of a manifold to unity.¹ Every deductive syllogism may be put into the form

If *A*, then *B*;

But *A*;

∴ *B*.

And as the minor premise in this form appears as antecedent or reason of a hypothetical proposition, hypothetical inference may be called reasoning from consequent to antecedent.

The argument from analogy, which a popular writer upon logic calls reasoning from particulars to particulars, derives its validity from its combining the characters of induction and hypothesis, being analyzable either into a deduction or an induction, or a deduction and a hypothesis.

But though inference is thus of three essentially different species, it also belongs to one genus. We have seen that no conclusion can be legitimately derived which could not have been reached by successions of arguments having two premises each, and implying no fact not asserted.

1. Several persons versed in logic have objected that I have here quite misapplied the term *hypothesis*, and that what I so designate is an argument from *analogy*. It is a sufficient reply to say that the example of the cipher has been given as an apt illustration of hypothesis by Descartes (Rule 10, *Œuvres choisies*: Paris, 1865, page 334), by Leibniz (*Nouveaux Essais*, lib. 4, ch. 12, §13, Ed. Erdmann, p. 383 *b*), and (as I learn from D. Stewart; *Works*, vol. 3, pp. 305 et seqq.) by Gravesande, Boscovich, Hartley, and G. L. Le Sage. The term *Hypothesis* has been used in the following senses:—1. For the theme or proposition forming the subject of discourse. 2. For an assumption. Aristotle divides *theses* or propositions adopted without any reason into definitions and hypotheses. The latter are propositions stating the existence of something. Thus the geometer says, "Let there be a triangle." 3. For a condition in a general sense. We are said to seek other things than happiness *ἐξ ὑποθέσεως*, conditionally. The best republic is the ideally perfect, the second the best on earth, the third the best *ἐξ ὑποθέσεως*, under the circumstances. Freedom is the *ὑπόθεσις* or condition of democracy. 4. For the antecedent of a hypothetical proposition. 5. For an oratorical question which assumes facts. 6. In the *Synopsis* of Psellus, for the reference of a

Either of these premises is a proposition asserting that certain objects have certain characters. Every term of such a proposition stands either for certain objects or for certain characters. The conclusion may be regarded as a proposition substituted in place of either premise, the substitution being justified by the fact stated in the other premise. The conclusion is accordingly derived from either premise by substituting either a new subject for the subject of the premise, or a new predicate for the predicate of the premise, or by both substitutions. Now the substitution of one term for another can be justified only so far as the term substituted represents only what is represented in the term replaced. If, therefore, the conclusion be denoted by the formula,

$$S \text{ is } P;$$

subject to the things it denotes. 7. Most commonly in modern times, for the conclusion of an argument from consequence and consequent to antecedent. This is my use of the term. 8. For such a conclusion when too weak to be a theory accepted into the body of a science.

I give a few authorities to support the seventh use:

Chauvin.—*Lexicon Rationale*, 1st Ed.—“Hypothesis est propositio, quæ assumitur ad probandam aliam veritatem incognitam. Requiritur multi, ut hæc hypothesis vera esse cognoscatur, etiam antequam appareat, an alia ex eâ deduci possint. Verum aiunt alii, hoc unum desiderari, ut hypothesis pro vera admittatur, quod nempe ex hac talia deducitur, quæ respondent phænomenis, et satisfaciunt omnibus difficultatibus, quæ hac parte in re, et in iis quæ de ea apparent, occurrebant.”

Newton.—“Hactenus phænomena cælorum et maris nostri per vim gravitatis exposui, sed causam gravitatis nondum assignavi. . . . Rationem vero harum gravitatis proprietatum ex phænomenis nondum potui deducere, et hypotheses non fingo. Quicquid enim ex phænomenis non deducitur, *hypothesis* vocanda est. . . . In hac Philosophiâ Propositiones deducuntur ex phænomenis, et redduntur generales per inductionem.” *Principia. Ad fin.*

Sir Wm. Hamilton.—“*Hypotheses*, that is, propositions which are assumed with probability, in order to explain or prove something else which cannot otherwise be explained or proved.”—*Lectures on Logic* (Am. Ed.), p. 188.

“The name of *hypothesis* is more emphatically given to provisory suppositions, which serve to explain the phenomena in so far as observed, but which are only asserted to be true, if ultimately confirmed by a complete induction.”—*Ibid.*, p. 364.

“When a phenomenon is presented which can be explained by no principle afforded through experience, we feel discontented and uneasy; and there arises an effort to discover some cause which may, at least provisionally, account for the outstanding phenomenon; and this cause is finally recognized as valid and true, if, through it, the given phenomenon is found to obtain a full and perfect explanation. The judgment in which a phenomenon is referred to such a problematic cause, is called a *Hypothesis*.”—*Ibid.*, pp. 449, 450. See also *Lectures on Metaphysics*, p. 117.

J. S. Mill.—“An hypothesis is any supposition which we make (either without actual evidence, or on evidence avowedly insufficient), in order to endeavor to deduce from it conclusions in accordance with facts which are known to be real; under the idea that if the conclusions to which the hypothesis leads are known truths, the hypothesis itself either must be, or at least is likely to be true.”—*Logic* (6th Ed.), vol. 2, p. 8.

Kant.—“If all the consequents of a cognition are true, the cognition itself is true. . . . It is allowable, therefore, to conclude from consequent to a reason, but without being able to determine this reason. From the complexus of all consequents alone can we conclude the truth of a determinate reason. . . . The difficulty with this *positive* and *direct* mode of inference (*modus ponens*) is that the totality of the consequents cannot be apodeictically recognized, and that we are therefore led by this mode of inference only to a probable and *hypothetically* true cognition (*Hypotheses*).”—*Logik* by Jäsche, *Werke*, ed. Rosenkranz and Schubert, vol. 3, p. 221.

“A hypothesis is the judgment of the truth of a reason on account of the sufficiency of the consequents.”—*Ibid.*, p. 262.

Herbart.—“We can make hypotheses, thence deduce consequents, and afterwards see whether the latter accord with experience. Such suppositions are termed hypotheses.”—*Einleitung; Werke*, vol. 1, p. 53.

Beneke.—“Affirmative inferences from consequent to antecedent, or hypotheses.”—*System der Logik*, vol. 2, p. 103.

There would be no difficulty in greatly multiplying these citations.

and this conclusion be derived, by a change of subject, from a premise which may on this account be expressed by the formula,

M is P ,

then the other premise must assert that whatever thing is represented by S is represented by M , or that

Every S is an M ;

while, if the conclusion, S is P , is derived from either premise by a change of predicate, that premise may be written

S is M ;

and the other premise must assert that whatever characters are implied in P are implied in M , or that

Whatever is M is P .

In either case, therefore, the syllogism must be capable of expression in the form,

S is M ; M is P ;
 $\therefore S$ is P .

Finally, if the conclusion differs from either of its premises, both in subject and predicate, the form of statement of conclusion and premise may be so altered that they shall have a common term. This can always be done, for if P is the premise and C the conclusion, they may be stated thus:

The state of things represented in P is real,
and
The state of things represented in C is real.

In this case the other premise must in some form virtually assert that every state of things such as is represented by C is the state of things represented in P .

All valid reasoning, therefore, is of one general form; and in seeking to reduce all mental action to the formulæ of valid inference, we seek to reduce it to one single type.

An apparent obstacle to the reduction of all mental action to the type of valid inferences is the existence of fallacious reasoning. Every argument implies the truth of a general principle of inferential procedure (whether involving some matter of fact concerning the subject of argument, or merely a maxim relating to a system of signs), according to which it is a valid argument. If this principle is false, the argument is a fallacy; but neither a valid argument from false prem-

ises, nor an exceedingly weak, but not altogether illegitimate, induction or hypothesis, however its force may be over-estimated, however false its conclusion, is a fallacy.

Now words, taken just as they stand, if in the form of an argument, thereby do imply whatever fact may be necessary to make the argument conclusive; so that to the formal logician, who has to do only with the meaning of the words according to the proper principles of interpretation, and not with the intention of the speaker as guessed at from other indications, the only fallacies should be such as are simply absurd and contradictory, either because their conclusions are absolutely inconsistent with their premises, or because they connect propositions by a species of illative conjunction, by which they cannot under any circumstances be validly connected.

But to the psychologist an argument is valid only if the premises from which the mental conclusion is derived would be sufficient, if true, to justify it, either by themselves, or by the aid of other propositions which had previously been held for true. But it is easy to show that all inferences made by man, which are not valid in this sense, belong to four classes, viz.: 1. Those whose premises are false; 2. Those which have some little force, though only a little; 3. Those which result from confusion of one proposition with another; 4. Those which result from the indistinct apprehension, wrong application, or falsity, of a rule of inference. For, if a man were to commit a fallacy not of either of these classes, he would, from true premises conceived with perfect distinctness, without being led astray by any prejudice or other judgment serving as a rule of inference, draw a conclusion which had really not the least relevancy. If this could happen, calm consideration and care could be of little use in thinking, for caution only serves to insure our taking all the facts into account, and to make those which we do take account of, distinct; nor can coolness do anything more than to enable us to be cautious, and also to prevent our being affected by a passion in inferring that to be true which we wish were true, or which we fear may be true, or in following some other wrong rule of inference. But experience shows that the calm and careful consideration of the same distinctly conceived premises (including prejudices) will insure the pronouncement of the same judgment by all men. Now if a fallacy belongs to the first of these four classes and its premises are false, it is to be presumed that the procedure of the mind from these premises to the conclusion is either correct, or errs in one of the other three ways; for it cannot be supposed that the mere falsity of the premises should affect the procedure of reason when that falsity is not known to reason. If the fallacy belongs to the second class and has some force, however little, it is a legitimate probable argument, and belongs to

the type of valid inference. If it is of the third class and results from the confusion of one proposition with another, this confusion must be owing to a resemblance between the two propositions; that is to say, the person reasoning, seeing that one proposition has some of the characters which belong to the other, concludes that it has all the essential characters of the other, and is equivalent to it. Now this is a hypothetic inference, which though it may be weak, and though its conclusion happens to be false, belongs to the type of valid inferences; and, therefore, as the *nodus* of the fallacy lies in this confusion, the procedure of the mind in these fallacies of the third class conforms to the formula of valid inference. If the fallacy belongs to the fourth class, it either results from wrongly applying or misapprehending a rule of inference, and so is a fallacy of confusion, or it results from adopting a wrong rule of inference. In this latter case, this rule is in fact taken as a premise, and therefore the false conclusion is owing merely to the falsity of a premise. In every fallacy, therefore, possible to the mind of man, the procedure of the mind conforms to the formula of valid inference.

2. Categories and Inference²

We have seen that an inference is the process by which one belief determines another. But a belief is itself a habit of the mind by virtue of which one idea gives rise to another. When I say that I know the French language, I do not mean that as long as I know it I have all the words which compose it in my mind, or a single one of them. But only that when I think of an object, the French word for it will occur to me, and that when a French word is brought to my attention I shall think of the object it signifies. What is true of knowledge is equally true of belief, since the truth or falsehood of the cognition does not alter its character in this respect. I believe that prussic acid is poison, and always have believed it. This does not mean that I have always had the idea of prussic acid in my mind, but only that on the proper occasion, on thinking of drinking it, for example, the idea of poison and all the other ideas that that idea would bring up, would arise in my mind. Thus there are three elements of cognition; thoughts, the habitual connection between thoughts, and processes establishing a habitual connection between thoughts. We have seen already that an idea can not be instantaneously present, that consciousness occupies

² WMS217, W3: 75-77. CP 7.354-357 (L1873).

time, and that we have no consciousness in an instant. So that at no time have we a thought. But now it further appears that in reference to a belief not only can we not have it in an instant, but it can not be present to the mind in any period of time. It does not consist in anything which is present to the mind, but in an habitual connection among the things which are successively present. That is to say, it consists in ideas succeeding one another according to a general rule; but not in the mere thinking of this general rule, nor in the mere succession of ideas one upon another, nor in both together. A thought must therefore be a sign of a belief; but is never the belief itself. The same thing is obviously true in regard to an inference; and even a simple idea is of intellectual value to us not for what it is in itself but as standing for some object to which it relates. Now a thing which stands for another thing is a representation or sign. So that it appears that every species of actual cognition is of the nature of a sign. It will be found highly advantageous to consider the subject from this point of view, because many general properties of signs can be discovered by a set of words and the like which are free from the intricacies which perplex us in the direct study of thought. Let us examine some of the characters of signs in general. A sign must in the first place have some qualities in itself which serve to distinguish it, a word must have a peculiar sound different from the sound of another word; but it makes no difference what the sound is, so long as it is something distinguishable. In the next place, a sign must have a real physical connection with the thing it signifies so as to be affected by that thing. A weather-cock, which is a sign of the direction of the wind, must really turn with the wind. This word in this connection is an indirect one; but unless there be some way or other which shall connect words with the things they signify, and shall ensure their correspondence with them, they have no value as signs of those things. Whatever has these two characters is fit to become a sign. It is at least a symptom, but it is not actually a sign unless it is used as such; that is unless it is interpreted to thought and addresses itself to some mind. As thought is itself a sign we may express this by saying that the sign must be interpreted as another sign. Let us see however, whether this is true of thought itself that it must address itself to some other thought. There are some cases in which it is not difficult to see that this must be the case. I have no belief that prussic acid is poisonous unless when the particular occasion comes up I am led to the further belief that that particular acid is poisonous; and unless I am further led to the belief that it is a thing to avoid drinking. For all these things

are necessary to my acting on my belief. A belief which will not be acted on ceases to be a belief. It may be that I shall finally come to a belief which is a motive for action directly without the intervention of a more special belief. In this case how does the belief address itself to a sign? When a person is said to act upon a certain belief the meaning is that his actions have a certain consistency; that is to say, that they possess a certain intellectual unity. But this implies that they are interpreted in the light of thought. So that even if a belief is a direct motive to action it still is a belief only because that action is interpretable again. And thus the intellectual character of beliefs at least are dependent upon the capability of the endless translation of sign into sign. An inference translates itself directly into a belief. A thought which is not capable of affecting belief in any way, obviously has no signification or intellectual value at all. If it does affect belief it is then translated from one sign to another as the belief itself is interpreted. And therefore this character of signs that they must be capable of interpretation in every sense belongs to every kind of cognition. And consequently no cognition is such or has an intellectual significance for what it is in itself, but only for what it is in its effects upon other thoughts. And the existence of a cognition is not something actual, but consists in the fact that under certain circumstances some other cognition will arise.

Chapter 7. The Copula and Simple Syllogism

1 Of the copula¹

Every idea occupies time. In the time in which one is thought another may be thought. In this case the latter is thought as a special case of the former. This is called the *subsumption* of the latter under the former.

Every judgment expresses a relation of ideas, and consequently involves a comparison of them, and a thinking of them together. Every thinking of ideas together is a process of subsumption. Consequently every proposition or expression of a judgment, may be put in the form "A is a case under B." Thus, when we say "every man is an animal," we say that man is included under animal as a special case of it. I shall use the symbol \prec to declare that the object of the term written before it is included under the object of the term written after it. Thus "man \prec mortal" will mean "man is mortal," and " $-\sqrt{} \prec \sqrt{}$ " will mean that the negative of a square root is itself a square root of the same quantity. The symbol \prec or "is," its equivalent in words, is termed the copula by logicians. The term which precedes the copula is called the subject of the proposition, & that which follows it the *predicate*. The latter is said to be predicated of the former.

The student of logic needs to make himself expert in putting propositions into the canonical form $a \prec b$. The following are a few typical examples:—

"The soul is not mortal" = "Soul \prec immortal."
"Fishes swim" = "Fish \prec thing that swims."
"Cats kill mice" = "Cat \prec killer of mice."
"Every man loves himself" = "Man \prec self-lover."
"If it rains it is cloudy" = "What exists only if it rains \prec what exists only if it is cloudy."
"Some men are black" = "Whatever exists \prec what exists only in states of things in which black men exist."

All the properties of the copula may be summed up in three propositions. They are these.

1st Anything is itself, or $a \prec a$. This is called the *principle of identity*.

2nd If a is b then whatever is a is b . This is called the *dictum de omni*. This is as much as to say that we can reason thus:—

$$\begin{array}{l} a \prec b \\ x \prec a \\ \text{Ergo } x \prec b. \end{array}$$

¹ WMS229, W3: 90-92.

This form of argument is called *Barbara*.

Expertness in reducing arguments to this form is indispensable to the logician. Examples for practice are given in the appendix.

These two properties belong to various other relations besides that expressed by the copula. The only thing which distinguishes this from those is 3rd. If a and b have the same predicates (in true propositions) then there is no difference between a and b , so far as the objects they name are concerned. I shall term this the principle of the *singleness of the same*.

If the first two properties belong to any relation that is if anything to which the relation is applicable at all is in that relation with itself, and if what is in that relation to something else which is in that relation to a third is itself in the same relation to the third, I term it a relation of *containing*.

An example of such a relation is being as small as. For everything is as small as itself, and if a is as small as b and b as small as c then a is as small as c .

Another such relation is the converse of that expressed by the copula or that which b has to a if $a \prec b$.

Another is the following of one proposition from another. For it is universally true that "If A then A " and also that we can reason

If A then B
If X then A
Ergo If X then B .

Now we may, if we choose, express any such relation by a sign similar to the copula,—say by the sign \prec with accents as \prec' , \prec'' , etc.—and then if we will only make the third property of the copula hold good by neglecting all differences between objects except such as subsist between a and b if $a \prec' x$ is true while $b \prec' x$ is not true, then we shall have a doctrine concerning these relations which will necessarily run precisely parallel with the logical doctrine concerning the copula.

Logic may be considered as the science of identity. If we let $a \prec' b$ mean that a is as small as b , and neglect all differences between objects except such as consist in one being as small as something which the other is not as small as, we shall have a parallel science of equality, which is *mathematics* or the logic of quantity. If we let $a \prec'' b$ mean that all b is a , and neglect all differences between terms except so far as there is something of which one can be predicated of which the other cannot be predicated, we shall have a science of the identity of qualities, which is only logic in another aspect. If we let $a \prec''' b$ denote that b is a consequence of a , and neglect all differences between statements except so far as they lead to different consequences, we have the logic of conditionals.

It is plain that if there be two sets of objects which correspond in any way each to each singly, then for every relation among the objects of the first set there must be a corresponding relation among objects of the second set. And for every proposition concerning objects of the first set expressed with any quasi-copula \rightarrow there must be a corresponding proposition concerning objects of the second set either with the same or with some other quasi-copula \rightarrow .

The further consideration of this subject must be postponed until after we have considered relations in general.

This is the place to mention a certain term which would never be suggested to us except by the study of the relations of terms. It is called *Ens* and I denote it by the symbol 1. It is defined by the proposition that anything whatever is *Ens*, or $x \rightarrow 1$ whatever thing x may name.

2 The Copula and Simple Syllogism²

We have seen that all thought is in signs or at least is equivalent to what would be the signification of a sign. Now in order that an object may fulfill the function of a sign it is essential that it should be thought to be such this thought being itself a sign. There must be a sign which signifies that one thing is the sign of another. A sign which does this is called a proposition the corresponding thought a judgment. In the proposition then there is reference to two signs one of which is represented as standing for whatever the other stands for. To give a language the possibility of expressing propositions it is which the proposition may be thrown into this form. 'Every woman loves her child'. Here 'woman' takes the place of 'A' and 'the lover of her own child' takes the place of 'B'. If the proposition is a negative one as 'no woman hates her child' then 'woman' takes the place of 'A' and 'non-hater of her child' takes the place of 'B'. If the proposition is limited as to time then the limitation attaches either to the subject or to the predicate according to the nature of the limitation. Thus if we say 'every man has been born and will die' the subject is 'man' the predicate is 'that which has been born and which will die'. If we say 'At the time of Alfred few priests in England could read the Psalter' the subject is 'one of a certain majority of priests in England at the time of Alfred' the predicate is 'a person unable to read the Psalter'. The copula thus is not to be understood as implying either past present or future but as meaning simply that which is denoted by the subject is also denoted by the predicate. Some logicians have held that hypothetical propositions such as 'if it lightens it also thunders' are not capable of being reduced to the standard form we have given which those logicians term the form of categorical propositions

³ WMS232, W3: 95-98.

but they conceive that hypothetical propositions have a distinct species. It may certainly be admitted that hypotheticals involve a conception not generally contained in either proposition that of the necessary that there should be some symbol which shall mean that a word placed in a certain relation to it—say, for example, following it in order—denotes whatever is denoted by another word which is placed in some other relation to it—say, for example, preceding it. As this is necessary in every language so it is necessary in thought which is equivalent to a language. This symbol which is the soul of a proposition is called the copula. Let us illustrate. Take the proposition 'man is mortal'. The word man by itself stands for some one of those creatures but if nothing is added to it it is left indeterminate what one it is that it stands for. The word mortal by itself stands for something which dies while it remains indeterminate what thing of that sort it stands for. Now if we say 'man is mortal' we imply that no matter what member of the genus homo the word man stands for it is an individual which the word mortal also is proper to denote—that is the pole of the indication of the proposition. Every proposition of whatever kind may be expressed in the general form 'A is B'. The 'A' here is termed in logic the subject of the proposition the 'B' the predicate. If the verb is not the substantive verb then the common form in English 'is loving' in place of 'loves' suggests the manner in dependence of one thing upon another but there is nothing to prevent a categorical proposition from containing the same idea and it is certain that the whole meaning of hypothetical may be expressed in a categorical proposition. Thus 'if it lightens it will thunder on the same day'; this is the same as to say 'every day in which there is lightning there is thunder' and in general to say that 'if M happens then N happens' is the same as to say that 'whatever exists only if M happens exists only if N happens' or to use a form of expression which is apparently less intricate because it is less fully analysed the above proposition is equivalent to saying that 'every state of things in which M happens is a state of things in which N happens'.

The copula expresses a certain relation between the two terms which form the subject and predicate of the proposition. We have defined this relation in terms of the properties of signs but for the purposes of formal logic it is more useful to define it in reference to its formal properties. Of these there are three. The 1st is that anything is in this relation to itself—thus 'man is man' &c. For any term whatever is proper to denote whatever is denoted by that. This I shall term the equiparant character of the copula. The 2nd formal property of the copula is that if any term A is in this relation to a second term B which is itself in the same relation to a third term C then the 1st term A is in this relation to the 3rd term C. If A is B and B is C then A is C. For if C denotes whatever is denoted by B and B denotes

whatever is denoted by A then C denotes whatever is denoted by A. This is termed the transitive character of the copula. The 3rd formal property of the copula is that if two terms stand reciprocally in this relation to each other then there is no distinction between the things which they signify. If A is B and B is A then there is no further distinction to be drawn between A and B. Of these three characters of the copula the second or transitive character is the most interesting from the point of view of formal logic. It follows immediately from this that it is good reasoning to conclude from the premises A is B and B is C the conclusion that A is C. This sort of reasoning is termed the simple syllogism and inasmuch as the transitive character of the copula is the only one by virtue of which one proposition depends upon others it follows that all reasoning must depend upon this principle and therefore that all reasoning can be reduced to the form of a syllogism however important the differences between one kind of reasoning and another may be and whatever other principles some inferences may involve. The relation expressed by the copula is by no means the only transitive relation. Examples of others are 'being greater than' or 'less than' and it is clear that the syllogism is equally valid for any kind of transitive relation whatever so that it is the same sort of reasoning to say A is greater than B, B is greater than C therefore A is greater than C as it is to say A is B, B is C therefore A is C. This was first pointed out by Mr. De Morgan.

3 On the Natural Classification of Arguments³

PART I. §1. *Essential Parts of an Argument*

In this paper, the term "argument" will denote a body of premises considered as such. The term "premise" will refer exclusively to something laid down (whether in any enduring and communicable form of expression, or only in some imagined sign), and not to anything only *virtually* contained in what is said or thought, and also exclusively to that part of what is laid down which is (or is supposed to be) relevant to the conclusion.

Every inference involves the judgment that, if *such* propositions as the premises are are true, then a proposition related to them, as the conclusion is, must be, or is likely to be, true. The principle implied in this judgment, respecting a genus of argument, is termed the *leading principle* of the argument.

A *valid* argument is one whose leading principle is true.

In order that an argument should determine the necessary or probable truth of its conclusion, both the premises and leading principle must be true.

³ WP31, W2: 23-48.

§2. Relations between the Premises and Leading Principle

The leading principle contains, by definition, whatever is considered requisite besides the premises to determine the necessary or probable truth of the conclusion. And as it does not contain in itself the subsumption of anything under it, each premise must, in fact, be equivalent to a subsumption under the leading principle.

The leading principle can contain nothing irrelevant or superfluous.

No fact, not superfluous, can be omitted from the premises without being thereby added to the leading principle, and nothing can be eliminated from the leading principle except by being expressed in the premises. Matter may thus be transferred from the premises to the leading principle, and *vice versa*.

There is no argument without premises, nor is there any without a leading principle.

It can be shown that there are arguments no part of whose leading principle can be transferred to the premises, and that every argument can be reduced to such an argument by addition to its premises. For, let the premises of any argument be denoted by *P*, the conclusion by *C*, and the leading principle by *L*. Then, if the whole of the leading principle be expressed as a premise, the argument will become

$$\begin{array}{c} L \text{ and } P \\ \therefore C. \end{array}$$

But this new argument must also have its leading principle, which may be denoted by *L'*. Now, as *L* and *P* (supposing them to be true) contain all that is requisite to determine the probable or necessary truth of *C*, they contain *L'*. Thus *L'* must be contained in the leading principle, whether expressed in the premise or not. Hence every argument has, as portion of its leading principle, a certain principle which cannot be eliminated from its leading principle. Such a principle may be termed a *logical principle*.

An argument whose leading principle contains nothing which can be eliminated is termed a *complete*, in opposition to an *incomplete*, *rhetorical*, or *enthymematic* argument.¹

1. Neither of these terms is quite satisfactory. Enthymeme is usually defined as a syllogism with a premise suppressed. This seems to determine the same sphere as the definition I have given; but the doctrine of a suppressed premise is objectionable. The sense of a premise which is said to be suppressed is either conveyed in some way, or it is not. If it is, the premise is not suppressed in any sense which concerns the logician; if it is not, it ceases to be a premise altogether. What I mean by the distinction is this. He who is convinced that Sortes is mortal because he is a man (the latter belief

Since it can never be requisite that a fact stated should also be implied in order to justify a conclusion, every *logical principle* considered as a proposition will be found to be quite empty. Considered as regulating the procedure of inference, it is determinate; but considered as expressing truth, it is nothing. It is on this account that that method of investigating logic which works upon syllogistic forms is preferable to that other, which is too often confounded with it, which undertakes to enunciate logical principles.

§3. *Decomposition of Argument*

Since a statement is not an argument for itself, no fact concluded can be stated in any one premise. Thus it is no argument to say All *A* is *B*; *ergo* Some *A* is *B*.

If one fact has such a relation to another that, if the former is true, the latter is necessarily or probably true, this relation constitutes a determinate fact; and therefore, since the leading principle of a complete argument involves no matter of fact, every complete argument has at least two premises.

Every conclusion may be regarded as a statement substituted for either of its premises, the substitution being justified by the other premises. Nothing is relevant to the other premises, except what is requisite to justify this substitution. Either, therefore, these other premises will by themselves yield a conclusion which, taken as a premise along with the first premise, justifies the final conclusion; or else some part of them, taken with the first premise, will yield a conclusion which, taken as a premise along with all the others, will again justify the final conclusion. In either case, it follows that every argument of more than two premises can be resolved into a series of arguments of two premises each. This justifies the distinction of *simple* and *complex* arguments.

not only being the cause of the former, but also being felt to be so) necessarily says to himself that all *such* arguments are valid. This genus of argument is either clearly or obscurely recognized. In the former case, the judgment amounts to another premise, because the proposition (for example), "All reasoning from humanity to mortality is certain," only says in other words that every man is mortal. But if the judgment amounts merely to this, that the argument in question belongs to some genus all under which are valid, then in one sense it does, and in another it does not, contain a premise. It does in this sense, that by an act of attention such a proposition may be shown to have been virtually involved in it; it does not in this sense, that the person making the judgment did not *actually* understand this premise to be contained in it. This I express by saying that this proposition is contained in the leading principle, but is not *laid down*. This manner of stating the matter frees us at once from all psychological perplexities; and at the same time we lose nothing, since all that we know of thought is but a reflection of what we know of its expression.

These vague arguments are just such as alone are suitable to oratory or popular discourse, and they are appropriate to no other; and this fact justifies the appellation, "rhetorical argument." There is also authority for this use of the term. "Complete" and "incomplete" are adjectives which I have preferred to "perfect" and "imperfect," as being less misleading when applied to argument, although the latter are the best when syllogism is the noun to be limited.

§4. Of a General Type of Syllogistic Arguments

A valid, complete, simple argument will be designated as a *syllogistic* argument.

Every proposition may, in at least one way, be put into the form,

S is P ;

the import of which is, that the objects to which S or the *total subject* applies have the characteristics attributed to every object to which P or the *total predicate* applies.

Every term has two powers or significations, according as it is subject or predicate. The former, which will here be termed its *breadth*, comprises the objects to which it is applied; while the latter, which will here be termed its *depth*, comprises the characters which are attributed to every one of the objects to which it can be applied. This breadth and depth must not be confounded with logical extension and comprehension, as these terms are usually taken.

Every substitution of one proposition for another must consist in the substitution of term for term. Such substitution can be justified only so far as the first term represents what is represented by the second. Hence the only possible substitutions are—

1st. The substitution for a term fulfilling the function of a subject of another whose breadth is included in that of the former; and

2d. The substitution for a term fulfilling the function of a predicate of another whose depth is included in that of the former.

If, therefore, in either premise a term appears as subject which does not appear in the conclusion as subject, then the other premise must declare that the breadth of that term includes the breadth of the term which replaces it in the conclusion. But this is to declare that every object of the latter term has every character of the former. The eliminated term, therefore, if it does not fulfil the function of predicate in one premise, does so in the other. But if the eliminated term fulfils the function of predicate in one premise, the other premise must declare that its depth includes that of the term which replaces it in the conclusion. Now, this is to declare that every character of the latter term belongs to every object of the former. Hence, in the other premise, it must fulfil the function of a subject. Hence the general formula of all argument must be

M is P
 S is M
 $\therefore S$ is P ;

which is to be understood in this sense,—that the terms of every syllogistic argument fulfil functions of subject and predicate as here indicated, but not that the argument can be grammatically expressed in this way.

PART II. §1. *Of Apagogical Forms*

If *C* is true when *P* is, then *P* is false when *C* is. Hence it is always possible to substitute for any premise the denial of the conclusion, provided the denial of that premise be at the same time substituted for the conclusion.² Hence, corresponding to every syllogistic argument in the general form,

$$\begin{array}{c} S \text{ is } M; M \text{ is } P; \\ S \text{ is } P. \end{array}$$

There are two others:—

$$\begin{array}{ll} \text{It is false that } S \text{ is } P; M \text{ is } P; & S \text{ is } M; \text{ it is false that } S \text{ is } P; \\ \text{It is false that } S \text{ is } M. & \text{It is false that } M \text{ is } P. \end{array}$$

§2. *Of Contradiction*

The apagogical forms make it necessary to consider in what way propositions deny one another.

If a proposition be put into the general form,

$$S \text{ is } P,$$

its contradictory has, 1st, as its subject, instead of *S*, “the *S* now meant”³ or “some *S*”; and has, 2d, as its predicate, instead of *P*, that which differs from *P* or “not *P*.”

From these relations of contradictories, from the necessities of the logic of apagogically related arguments, therefore, arises the need of the two divisions of propositions into affirmative and negative on the one hand, and into universal and particular on the other. The contradictory of a universal proposition is particular, and the contradictory of an affirmative proposition is negative. Contradiction is a reciprocal relation, and therefore the contradictory of a particular proposition is universal, and that of a negative proposition is affirmative. The contradiction of particular and negative propositions could not be brought under the general formula, were the distinctions of affirmative and negative absolute and not merely relative; but, in fact, not-not-*P* is the same as *P*. And, if it is said that “what is now meant of the part of *S* meant at another time, is *P*,” since the part of *S* meant at another time is left to be determined in

2. This operation will be termed a *contraposition* of the premise and conclusion.

3. What *S* is meant being generally undetermined.

whatever way the proposition made at another time may determine it, this can only be true if All S is P . Therefore, if one man says "some S is not P ," and another replies, "some of that same S is P ," this second person, since he allows the first man's some S , which has not been defined, to remain undefined, in effect says that All S is P .

Whether contradictories differ in other respects than these well-known ones is an open question.

§3. *Of Barbara*

Since some S means "the part now meant of S ," a particular proposition is equivalent to a universal proposition with another subject; and in the same way a negative proposition is equivalent to an affirmative proposition with another predicate.

The form,

S is P ,

therefore, as well as representing propositions in general, particularly represents Universal Affirmative propositions; and thus the general form of syllogism

M is P ; S is M ;
 S is P ,

represents specially the syllogisms of the mood *Barbara*.

§4. *Of the First Figure*

Since, in the general form, S may be any subject and P any predicate, it is possible to modify Barbara by making the major premise and conclusion negative, or by making the minor premise and conclusion particular, or in both these ways at once. Thus we obtain all the modes of the first figure.

It is also possible to have such arguments as these:—

Some M is P ,
 S has all the common characters of *that* part of M (whatever
that part may be, and therefore of each and every M),
∴ S is P ,

and

All not- M is P ,
 S is not M ,
∴ S is P ;

but as the theory of apagogical argument has not obliged us to take account of these peculiar modifications of subject and predicate, these arguments must be considered as belonging to Barbara. In this sense the major premise must always be universal, and the minor affirmative.

Three propositions which are related to one another as though major premise, minor premise, and conclusion of a syllogism of the first figure will be termed respectively *Rule*, *Case*, and *Result*.

§5. Second and Third Figures

Let the first figure be written thus:—

Fig. 1

Any	M	is is not	P
Any Some	S	is	M
Any Some	S	is is not	P

Then its two apagogical modifications are the second and third figures.

Fig. 2

Any	M	is is not	P
Some Any	S	is not is	P
Some Any	S	is not	M

Fig. 3

Some Any	S	is not is	P
Any Some	S	is	M
Some	M	is not is	P

It is customary to enumerate six moods of the third figure instead of four, and the moods Darapti and Felapton appear to be omitted. But a particular proposition is asserted (actually and not merely virtually) by the universal proposition which does not otherwise differ from it; and therefore Darapti is included both under Disamis and Datisi, and Felapton both under Bocardo and Ferison. (De Morgan.)

The second figure, from the assertion of the rule and the denial of the result, infers the denial of the case; the third figure, from the denial of the result and assertion of the case, infers the denial of the rule. Hence we write the moods as follows, by allowing inferences only on the straight lines:—

Fig. 1

Assertion of Rule,
Assertion of Case;
Assertion of Result.



Fig. 2
 Assertion of Rule,
 Denial of Result;
 Denial of Case.

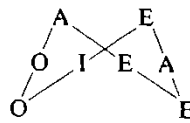
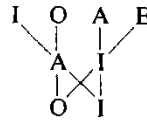


Fig. 3
 Denial of Result,
 Assertion of Case;
 Denial of Rule.



The symmetry of the system of moods of the three figures is also exhibited in the following table.

Enter at the top the proposition asserting or denying the rule; enter at the side the proposition asserting or denying the case; find in the body of the table the proposition asserting or denying the result. In the body of the table, propositions indicated by italics belong to the first figure, those by black-letter to the second figure, and those by script to the third figure.

	I	A	E	O
E		<i>E</i>	<i>A</i>	
A	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>E</i>	<i>O</i>
I	<i>A</i>	<i>I</i>	<i>O</i>	<i>E</i>
O		<i>E</i>	<i>I</i>	

If, as the denial of the result in the second and third figures, we put the form "Any N is N ," we have—

Fig. 2

No M is N
 Any N is N
 \therefore No N is M .

Fig. 3

Any N is N
 Some N is M
 \therefore Some M is N .

These are the formulæ of the two simple conversions. Neither can be expressed syllogistically except in the figures in which they are here put (or in what is called the fourth figure, which we shall con-

sider hereafter). If, for the denial of the result in the second figure, we put "No not- N is N " (where "not- N " has not as yet been defined⁴) we obtain

All M is N ,
No not- N is N ;
 \therefore No not- N is M .

In the same way, if we put "Some N is some- N " (where some- N has not been defined⁵) for the denial of the result in the third figure, we have

Some N is some- N
All N is M
 \therefore Some M is some- N .

These are the two ways of contraposing the Universal Affirmative.

There are two ostensive reductions of each mood of the second and third figures. I shall distinguish them as the short reduction and the long reduction. The short reduction is effected by converting or contraposing that premise which is not the denial of the result. The long reduction is effected by transposing the premises, contraposing or converting the denial of the result, and contraposing or converting the conclusion. The alteration thus produced in the order of the terms is shown in the following figure:—

	<i>Short Reduction</i>	<i>Long Reduction</i>
$N \quad M$	$M \quad N$	$M \quad \Xi$
$\Xi \quad M$	$\Xi \quad M$	$N \quad M$
$\Xi \quad N$	$\Xi \quad N$	$N \quad \Xi$
$\Sigma \quad \Pi$	$\Sigma \quad \Pi$	$\Sigma \quad P$
$\Sigma \quad P$	$P \quad \Sigma$	$\Pi \quad \Sigma$
$P \quad \Pi$	$P \quad \Pi$	$\Pi \quad P$

The names bestowed by Shyreswood, or Petrus Hispanus, upon the moods indicate the possibility of the short reduction in the case of Cesare and Festino of the second figure, and of Datisi and Ferison of the third figure; also the possibility of the long reduction of Camestres of the second figure and of Disamis of the third.

The short reduction of Camestres and Baroco is effected by introducing the term not- P , and defining it as that which S is when it is not P . Hence for the second premise (Any or some S is not P) we substitute "Any or some S is not- P "; and as the first premise, Any M is P , gives by contraposition Any not- P is not M , the moods

4. Except so far as conditioned by the other premise.

5. Except so far as conditioned by the other premise.

Any M is P ,
 Any or some S is not P ;
 \therefore Any or some S is not M ,

are reduced to

No not- P is M ,
 Any or some S is not- P ;
 \therefore Any or some S is not M .

The short reduction of Disamis and Bocardo is effected by introducing the term some- S , defining it as that part of S which is or is not P when some S is or is not P . We can therefore substitute for the first premise, Some S is or is not P , All some- S is or is not P ; while, for the second premise, All S is M can be contraposed into "Some M is some- S "; and thus the forms

Some S is (or is not) P ,
 Any S is M ;
 \therefore Some M is (or is not) P ,

are reduced to the following:—

Any some- S is (or is not) P ,
 Some M is some- S ;
 \therefore Some M is (or is not) P .

To reduce Cesare, Festino, and Baroco in the long way, it is necessary to introduce the terms not- P and some- S . Not- P is defined as that class to which any M belongs which is not P . Hence for the first premise of Cesare and Festino we can substitute "Any M is not- P ." Some- S is defined as that class of S which is (or is not) P , when some S is (or is not) P . Hence for the second premises of Festino and Baroco we can first substitute "Any some- S is (or is not) P "; and then, by contraposition or conversion, we obtain "Any P (or not- P) is not some- S ." Then, by the transposition of the premises, we obtain from Cesare, which is

No M is P	Any not- P is not S
Any S is P	Any M is not- P
\therefore No S is M .	\therefore Any M is not- S .

And from the conclusion of this reduced form we obtain the conclusion of Cesare by simple conversion. So Festino and its long reduction are

Any M is not P ,	Any not- P is not some- S ,
Some S is P ;	Any M is not- P ;
(\therefore Some S is not M .)	\therefore Any M is not some- S ;

and the conclusion of Festino is obtained from that of the reduced form by a substitution which may be made syllogistically thus:—

Any M is not some- S ,
Some S is some- S ;
\therefore Some S is not M .

Baroco and its long reduction are

Any M is P ,	Any P is not some- S ,
Some S is not P ;	Any M is P ;
(\therefore Some S is not M .)	\therefore Any M is not some- S ;

and the conclusion of Baroco is obtained from the conclusion of the reduction in the same way as that of Festino.

In order to reduce Datisi, Bocardo, and Ferison in the long way, we must define Some- S as that S which is M when some S is M , and Not- P as that which some (or any) S is when it is *not* P . Hence for "Some S is M " we can substitute "Any some- S is M "; and for "Some (or any) S is not P ," "Some (or any) S is not- P ." "Some S is not- P " may be converted simply; and "Any S is not- P " may be contraposed so as to become "Some not- P is some- S ." Then Datisi and its long reduction are

Any S is P ,	Any some- S is M ,
Some S is M ;	Some P is some- S ;
(\therefore Some M is P .)	\therefore Some P is M .

And from the conclusion of the reduction, the conclusion of Datisi is obtained by simple conversion. Ferison and its long reduction are

Any S is not P ,	Any some- S is M ,
Some S is M ;	Some not- P is some- S ;
(\therefore Some M is not P .)	\therefore Some not- P is M .

And from the conclusion of the reduction, the conclusion of Ferison may be obtained by a substitution whose possibility is expressed syllogistically thus:—

Any not- P is not P ,
Some not- P is M ;
 \therefore Some M is not P .

Bocardo and its long reduction are

Some S is not P ,	Any S is M ,
Any S is M ;	Some not- P is S ;
(\therefore Some M is not P .)	\therefore Some not- P is M .

And the conclusion of Bocardo is obtained from that of its reduction in the same way as the conclusion of Ferison.

The ostensive reduction of the indirect or apagogical figures may be considered as the exhibition of them under the general form of syllogism,

$$\begin{array}{l} S \text{ is } M; \quad M \text{ is } P; \\ \therefore S \text{ is } P. \end{array}$$

But, in this sense, it is not truly a reduction if the substitutions made in the process are inferences. But although the possibility of the conversions and contrapositions can be expressed syllogistically, yet this can be done only by taking as one of the premises,

"All N is N ,"
 "Any not- N is not N ,"
 or "Some N is some- N ."

Now, these are properly not premises, for they express no facts; they are merely forms of words without meaning. Hence, as no complete argument has less than two premises, the conversions and contrapositions are not inferences. The only other substitutions which have been made have been of not-*P* and some-*S* for their definitions. These also can be put into syllogistic form; but a mere modification of language is not an inference. Hence no inferences have been employed in reducing the arguments of the second and third figures to such forms that they are readily perceived to come under the general form of syllogism.

There is, however, an intention in which these substitutions are inferential. For, although the passage from holding for true a fact expressed in the form "No A is B ," to holding its converse, is not an inference, because, these facts being identical, the relation between them is not a fact; yet the passage from one of these forms taken merely as having *some* meaning, but not this or that meaning, to another, since these forms are not identical and their logical relation is a fact, is an inference. This distinction may be expressed by saying that they are not inferences, but substitutions having the *form* of inferences.

Thus the reduction of the second and third figures, considered as mere forms, is inferential; but when we consider only what is meant by any particular argument in an indirect figure, the reduction is a mere change of wording.

The substitutions made use of in the ostensive reductions are shown in the following table, where

- e , denotes simple conversion of E;
- i , denotes simple conversion of I;
- a_2 , contraposition of A into E;
- a_3 , contraposition of A into I;
- o_2 , the substitution of "Some S is not M " for "Any M is not some- S ";
- o_3 , the substitution of "Some M is not P " for "Some not- P is M ";
- e'' , introduction of not- P by definition;
- i'' , introduction of some- S by definition.

<i>Reduction of Second Figure</i>		
Name of Mood	Short Reduction	Long Reduction
<i>Cesare</i>	e	$e'' a_2 e$
<i>Camestres</i>	$a_2 e''$	$e e$
<i>Festino</i>	e	$e'' i'' a_2 o_2$
<i>Baroco</i>	$a_2 e''$	$i'' e o_2$

<i>Reduction of Third Figure</i>		
Name of Mood	Short Reduction	Long Reduction
<i>Disamis</i>	$a_3 i''$	$i i$
<i>Datisi</i>	i	$i'' a_3 i$
<i>Bocardo</i>	$a_3 i''$	$e'' i o_3$
<i>Ferison</i>	i	$i'' e'' a_3 o_3$

With the exception of the substitutions i'' and e'' , which will be considered hereafter, all those which are used in the reduction of the moods of either oblique figure have the form of inferences in the same figure.

The so-called *reductio per impossibile* is the repetition or inversion of that contraposition of propositions by which the indirect figures have been obtained. Now, contradiction arises from a difference both in quantity and quality; but it is to be observed that, in the contraposition which gives the second figure, a change of the *quality* alone, and in that which gives the third figure, a change of the *quantity* alone, of the contraposed propositions, is sufficient. This shows that the two contrapositions are of essentially different kinds, and that the reductions *per impossibile* of the second and third figures respectively involve the following formal inferences.⁶

FIGURE 2

- The Result follows from the Case;
 \therefore The Negative of the Case follows from the Negative of the Result.

FIGURE 3

- The Result follows from the Rule;
 \therefore The Rule changed in Quantity follows from the Result changed in Quantity.

6. A formal inference is a substitution having the form of an inference.

But these inferences may also be expressed as follows:—

FIGURE 2

Whatever (S) is M is $\overset{P}{\text{not } P}$;
 \therefore Whatever (S) is $\overset{\text{not } P}{P}$ is not M .

FIGURE 3

Any $\overset{S}{\text{some } S}$ is whatever (P or not-P) M is;
 \therefore Some M is whatever (P or not-P) $\overset{\text{some } S}{S}$ is.

Now, the limitations in parentheses do not affect the essential nature of the inferences; and omitting them we have,

FIGURE 2

Any M is $\overset{P}{\text{not } P}$;
 \therefore Any $\overset{\text{not } P}{P}$ is not M .

FIGURE 3

Any $\overset{S}{\text{some } S}$ is M ;
 \therefore Some M is $\overset{\text{some } S}{S}$.

We have already seen that the former of these is of the form of the second figure, and the latter of the form of the third figure of syllogism.

Hence it appears that no syllogism of an indirect figure can be reduced to the first figure without a substitution which has the form of the very figure from which the syllogism is reduced. In other words, the indirect syllogisms are of an essentially different form from that of the first figure, although in a more general sense they come under that form.

§6. *The Theophrastean Moods*

It is now necessary to consider the five moods of Theophrastus, viz. *Baralip-ton*, *Celantes*, *Dabitis*, *Fapesmo*, *Frisesomorum*. Baralip-ton is included in Dabitis, and Fapesmo in Frisesomorum, in the

same way in which Darapti is included in Disamis and Datisi, and Felapton in Bocardo and Ferison. The Theophrastean moods are thus reduced to three, viz.:—

No X is Y , No X is Y , Some Y is Z ,
 All Z is X ; Some Y is Z ; All Z is X ;
 \therefore Any Y is not Z . \therefore Some Z is not X . \therefore Some X is Y .

Suppose we have, 1st, a Rule; 2d, a Case under that rule, which is itself a Rule; and, 3d, a Case under this second rule, which conflicts with the first rule. Then it would be easy to prove that these three propositions must be of the form,

1. No X is Y .
2. All Z is X .
3. Some Y is Z .

These three propositions cannot all be true at once; if, then, any two are asserted, the third must be denied, which is what is done in the three Theophrastean moods.

These moods are resolved into one another by the contraposition of propositions, and therefore should be considered as belonging to different figures.

They can be ostensibly reduced to the first Aristotelian figure in two ways; thus,

	<i>Short Reduction</i>	<i>Long Reduction</i>
$B\ A$	$B\ A$	$B\ \Gamma$
$\Gamma\ B$	$\Gamma\ B$	$A\ B$
$A\ \Gamma$	$\Gamma\ A$	$A\ \Gamma$

The verses of Shyreswood show how Celantes and Dabitis are to be reduced in the short way, and Frisesomorum in the long way. Celantes and its long reduction are as follows:—

Any X is not Y , Any not- X is not Z ,
 Any Z is X ; Any Y is not- X ;
 \therefore Any Y is not Z . \therefore Any Y is not Z .

“Any X is not Y ,” becomes, by conversion, “Any Y is not X .” The term “not- X ” is then introduced, being defined as that which Y is

when it is not X . Then " Z is X " becomes "Any not- X is not Z "; and, the premises being transposed, the reduction is effected.

Dabit is and its long reduction are as follows:—

Any Z is X ,	Any some- Z is Y ,
Some Y is Z ;	Some X is some- Z ;
∴ Some X is Y .	∴ Some X is Y .

"Some Y is Z " becomes, by conversion, "Some Z is Y ." Then the term "some- Z " is introduced, being defined as that Z which is Y if "some Z is Y ." Then "Any Z is X " becomes "Some X is some- Z ," and, the premises being transposed, the reduction is effected.

Frisesomorum is,

Some Y is Z ,
Any X is not Y ;
∴ Some Z is not X .

Let some- Y be that Y which is Z when some Y is Z ; and then we have,

Some Y is some- Y ,
Any X is not Y ;
∴ Some some- Y is not X .

Then let not- X be that which any Y is when some Y is not X , and we have,

Some some- Y is not- X ,

which yields by conversion,

Some not- X is some- Y ;

and we thus obtain the reduction,

Any some- Y is Z ,
Some not- X is some- Y ;
∴ Some not- X is Z .

From the conclusion of this reduction, the conclusion of Frisesomorum is justified as follows:—

Some not- X is Z ,
 Any X is not not- X ;
 \therefore Some Z is not X .

Another mode of effecting the short reduction of Frisesomorum is this: Let not- Y be that which any X is when no X is Y , and we have

Some Y is Z ,
 Any not- Y is not Y ;
 \therefore Some Z is not not- Y .

Let some- Z be that Z which is not not- Y when some Z is not- Y , and we have,

Any some- Z is not not- Y ,

and by conversion,

Any not- Y is not some- Z .

Thus we obtain as the reduced form,

Any not- Y is not some- Z ,
 Any X is not- Y ;
 \therefore Any X is some- Z .

From the conclusion of this reduction, we get that of Frisesomorum thus:—

Some some- Z is Z ,
 Any X is not some- Z ;
 \therefore Some Z is not X .

In either reduction of Celantes, if we neglect the substitution of terms for their definitions, the substitutions are all of the second syllogistic figure. This of itself shows that Celantes belongs to that figure, and this is confirmed by the fact that it concludes the denial

of a Case. In the same way, the reductions of Dabitis involve only substitutions in the third figure, and it concludes the denial of a Rule. Frisesomorum concludes a proposition which is at once the denial of a rule and the denial of a case: its long reduction involves one conversion in the second figure and another in the third, and its short reductions involve conversions in Frisesomorum itself. It therefore belongs to a figure which unites the characters of the second and third, and which may be termed the second-third figure in Theophrastean syllogism.

There are, then, two kinds of syllogism,—the Aristotelian and Theophrastean. In the Aristotelian occur the 1st, 2d, and 3d figures, with four moods of each. In the Theophrastean occur the 2d, 3d, and 2d-3d figures, with one mood of each. The first figure is the fundamental or typical one, and Barbara is the typical mood. There is a strong analogy between the figures of syllogism and the four forms of proposition. A is the fundamental form of proposition, just as the first figure is the fundamental form of syllogism. The second and third figures are derived from the first by the contraposition of propositions, and E and I are derived from A by the contraposition of terms; thus:—

Any *S* is *P*.

Any not-*P* is not *S*. Some *P* is some-*S*.

O combines the modifications of E and I, just as the 2d-3d figure combines the 2d and 3d. In the second-third figure, only O can be concluded, in the third only I and O, in the second only E and O, in the first either A E I O. Thus A is the first figure of proposition, E the second, I the third, O the second-third.⁷

§7. *Mathematical Syllogisms*

A kind of argument very common in mathematics may be exemplified as follows:—

Every part is less than that of which it is a part,
Boston is a part of the Universe;
∴ Boston is less than the Universe.

7. Hypotheticals have not been considered above, the well-known opinion having been adopted that, "If *A*, then *B*," means the same as "Every state of things in which *A* is true is a state of things in which *B* is (or will be) true."

This may be reduced to syllogistic form thus:—

Any relation of part to whole is a relation of less to greater,
 The relation of Boston to the Universe is a relation of part to whole;
 \therefore The relation of Boston to the Universe is a relation of less to greater.

If logic is to take account of the peculiarities of such syllogisms, it would be necessary to consider some propositions as having three terms, subject, predicate, and object; and such propositions would be divided into *active* and *passive*. The varieties in them would be endless.

PART III. §1. *Induction and Hypothesis*

In the syllogism,

$$\begin{aligned} \text{Any } M &\text{ is } P, \\ \Sigma' S' &\text{ is } M; \\ \therefore \Sigma' S' &\text{ is } P; \end{aligned}$$

where $\Sigma' S'$ denotes the sum of all the classes which come under M , if the second premise and conclusion are known to be true, the first premise is, by enumeration, true. Whence we have, as a valid demonstrative form of inference,

$$\begin{aligned} \Sigma' S' &\text{ is } P, \\ \Sigma' S' &\text{ is } M; \\ \therefore M &\text{ is } P. \end{aligned}$$

This is called perfect induction. It would be better to call it formal induction.

In a similar way, from the syllogism,

$$\begin{aligned} \text{Any } M &\text{ is } \Pi' P', \\ \text{Any } S &\text{ is } M; \\ \therefore \text{Any } S &\text{ is } \Pi' P'; \end{aligned}$$

where $\Pi' P'$ denotes the conjunction of all the characters of M , if the conclusion and first premise are true, the second premise is true by definition; so that we have the demonstrative form of argument,

Any M is $\Pi' P'$,
 Any S is $\Pi' P'$;
 \therefore Any S is M .

This is reasoning from definition, or, as it may be termed, formal hypothesis.

One half of all possible propositions are true, because every proposition has its contradictory. Moreover, for every true particular proposition there is a true universal proposition, and for every true negative proposition there is a true affirmative proposition. This follows from the fact that the universal affirmative is the type of all propositions. Hence of all possible propositions in either of the forms,

$\Sigma' S'$ is M , and M is $\Pi' P'$,

one half are true. In an untrue proposition of either of these forms, some finite ratio of the S 's or P 's are not true subjects or predicates. Hence, of all propositions of either of these forms which are partly true, some finite ratio more than one half are wholly true. Hence, if in the above formulæ for formal induction or hypothesis, we substitute S' for $\Sigma' S'$ and P' for $\Pi' P'$ we obtain formulæ of probable inference. This reasoning gives no *determinate* probability to these modes of inference, but it is necessary to consider that, however weak synthetic inference might have been at first, yet if it had the least positive tendency to produce truth, it would continually become stronger, owing to the establishment of more and more secure premises.

The rules for valid induction and hypothesis deducible from this theory are as follows:—

1. The explaining syllogism, that is to say, the deductive syllogism one of whose premises is inductively or hypothetically inferred from the other and from its conclusion, must be valid.

2. The conclusion is not to be held as absolutely true, but only until it can be shown that, in the case of induction, S' was taken from some narrower class than M , or, in the case of hypothesis, that P' was taken from some higher class than M .

3. From the last rule it follows as a corollary that in the case of induction the subject of the premises must be a sum of subjects, and that in the case of hypothesis the predicate of the premises must be a conjunction of predicates.

4. Also, that this aggregate must be of different objects or qualities and not of mere names.

5. Also, that the only principle upon which the instanced subjects or predicates can be selected is that of belonging to *M*.⁸

8. Positivism, apart from its theory of history and of the relations between the sciences, is distinguished from other doctrines by the manner in which it regards hypotheses. Almost all men think that metaphysical theories are valueless, because metaphysicians differ so much among themselves; but the positivists give another reason, namely, that these theories violate the sole condition of all legitimate hypothesis. This condition is that every good hypothesis must be such as is certainly capable of subsequent verification with the degree of certainty proper to the conclusions of the branch of science to which it belongs. There is, it seems to me, a confusion here between the probability of a hypothesis in itself, and its admissibility into any one of those bodies of doctrine which have received distinct names, or have been admitted into a scheme of the sciences, and which admit only conclusions which have a very high probability indeed. I have here to deal with the rule only so far as it is a general canon of the *legitimacy* of hypotheses, and not so far as it determines their *relevancy* to a particular science; and I shall, therefore, consider only another common statement of it; namely, "that no hypothesis is admissible which is not capable of verification by direct observation." The positivist regards an hypothesis, not as an inference, but as a device for stimulating and directing observation. But I have shown above that certain premises will render an hypothesis probable, so that there is such a thing as legitimate hypothetic inference. It may be replied that such conclusions are not hypotheses, but inductions. That the sense in which I have used "hypothesis" is supported by good usage, I could prove by a hundred authorities. The following is from Kant: "An hypothesis is the holding for true of the judgment of the truth of a reason on account of the sufficiency of its consequents." Mill's definition (*Logic*, Book III, Ch. XIV, §4) also nearly coincides with mine. Moreover, an hypothesis in every sense is an inference, because it is adopted for some reason, good or bad, and that reason, in being regarded as such, is regarded as lending the hypothesis some plausibility. The arguments which I term hypothetic are certainly not inductions, for induction is reasoning from particulars to generals, and this does not take place in these cases. The positivist canon for hypotheses is neither sufficient nor necessary. If it is granted that hypotheses are inferred, it will hardly be questioned that the observed facts must follow apodictically from the hypothesis without the aid of subsidiary hypotheses, and that the characters of that which is predicated in the hypothesis, and from which the inference is drawn, must be taken as they occur, and not be picked out in order to make a plausible argument. That the maxim of the positivists is superfluous or worse, is shown, first, by the fact that it is not implied in the proof that hypothetic inference is valid; and next, by the absurdities to which it gives rise when strictly applied to history, which is entirely hypothetical, and is absolutely incapable of verification by direct observation. To this last argument I know of but two answers: first, that this pushes the rule further than was intended, it being considered that history has already been so verified; and second, that the positivist does not pretend to know the world as it absolutely exists, but only the world which appears to him. To the first answer, the rejoinder is that a rule must be pushed to its logical consequences in all cases, until it can be shown that some of these cases differ in some material respect from the others. To the second answer, the rejoinder is double: first, that I mean no more by "is" than the positivist by "appears" in the sense in which he uses it in saying that only what "appears" is known, so that the answer is irrelevant; second, that positivists, like the rest of the world, reject historic testimony sometimes, and in doing so distinguish hypothetically between what is and what in some other sense appears, and yet have no means of verifying the distinction by direct observation.

Another error in reference to hypothesis is, that the antecedent probability of what is testified to cannot affect the probability of the testimony of a good witness. This is as much as to say that probable arguments can neither support nor weaken one another. Mr. Venn goes so far as to maintain the impossibility of a conflict of probabilities. The difficulty is instantly removed by admitting indeterminate probabilities.

Hence the formulæ are

Induction

$S' S'' S'''$, &c. are taken at random as M 's,
 $S' S'' S'''$, &c. are P ;
 \therefore Any M is probably P .

Hypothesis

Any M is, for instance, $P' P'' P'''$, &c.,
 S is $P' P'' P'''$, &c.;
 $\therefore S$ is probably M .

§2. *Moods and Figures of Probable Inference*

It is obvious that the explaining syllogism of an induction or hypothesis may be of any mood or figure.

It would also seem that the conclusion of an induction or hypothesis may be contraposed with one of the premises.

§3. *Analogy*

The formula of analogy is as follows:—

$S', S'',$ and S''' are taken at random from such a class that their
characters at random are such as P', P'', P''' .
 t is $P', P'',$ and P''' .
 $S', S'',$ and S''' are q .
 $\therefore t$ is q .

Such an argument is double. It combines the two following:—

1

S', S'', S''' are taken as being P', P'', P''' .
 S', S'', S''' are q .
 \therefore (By induction) P', P'', P''' is q .

t is P', P'', P''' .
 \therefore (Deductively) t is q .

2

S', S'', S''' are, for instance, P', P'', P''' .
 t is P', P'', P''' .
 \therefore (By hypothesis) t has the common characters of S', S'', S''' .
 S', S'', S''' are q .
 \therefore (Deductively) t is q .

Owing to its double character, analogy is very strong with only a moderate number of instances.

§4. *Formal Relations of the above Forms of Argument*

If we take an identical proposition as the fact to be explained by induction and hypothesis, we obtain the following formulæ.

By Induction

S, S', S'' are taken at random as being M ,
 S, S', S'' have the characters common to S, S', S'' .
 \therefore Any M has the characters common to S, S', S'' .

By Hypothesis

M is, for instance, P, P', P'' .
 Whatever is at once P, P' , and P'' is P, P', P'' .
 \therefore Whatever is at once P, P' , and P'' is M .

By means of the substitution thus justified, Induction and Hypothesis can be reduced to the general type of syllogism, thus:—

Induction

S, S', S'' are taken as M ,
 S, S', S'' are P ;
 \therefore Any M is P .

Reduction

S, S', S'' are P ;
Almost any M has the common characters of S, S', S'' .
 \therefore Almost any M is P .

Hypothesis

M is, for instance, P', P'', P''' ,
 S is P', P'', P''' ;
 $\therefore S$ is M .

Reduction

Whatever is, at once, P', P'', P''' is like M ,
 S is P', P'', P''' ;
 $\therefore S$ is like M .

Induction may, therefore, be defined as argument which assumes that a whole collection, from which a number of instances have been taken at random, has all the common characters of those instances; hypothesis, as an argument which assumes that a term which necessarily involves a certain number of characters, which have been lighted upon as they occurred, and have not been picked out, may be predicated of any object which has all these characters.

There is a resemblance between the transposition of propositions by which the forms of probable inference are derived and the contraposition by which the indirect figures are derived; in the latter case there is a *denial* or change of modal quality; while in the former there is reduction from certainty to probability, and from the sum of all results to some only, or a change in modal quantity. Thus probable inference is related to apagogical proof, somewhat as the third figure is to the second. Among probable inferences, it is obvious that hypothesis corresponds to the second figure, induction to the third, and analogy to the second-third.

Chapter 8. Of Logical Breadth and Depth

1 Upon Logical Comprehension and Extension¹

§1. *That these Conceptions are not so Modern as has been represented*

The historical account usually given of comprehension and extension is this, "that the distinction, though taken in general terms by Aristotle, and explicitly announced with scientific precision by one, at least, of his Greek commentators, had escaped the marvellous acuteness of the schoolmen, and remained totally overlooked and forgotten till the publication of the *Port-Royal Logic*."¹ I would offer the following considerations to show that this interpretation of history is not exactly true. In the first place, it is said that a distinction was taken between these attributes, as though they were previously confounded. Now there is not the least evidence of this. A German logician has, indeed, by a subtle misconception, considered extension as a species of comprehension, but, to a mind beginning to reflect, no notions seem more unlike. The mental achievement has been the bringing of them into relation to one another, and the conception of them as factors of the import of a term, and not the separation of them. In the second place it is correctly said that the doctrine taught by the Port Royalists is substantially contained in the work of a Greek commentator. That work is no other than Porphyry's *Isagoge*²; and therefore it would be most surprising if the doctrine had been totally overlooked by the schoolmen, for whether their acuteness was as marvellous as Hamilton taught or not, they certainly studied the commentary in question as diligently as they did the Bible. It would seem, indeed, that the tree of Porphyry involves the whole doctrine of extension and comprehension except the names. Nor were the scholastics without names for these quantities. The *partes subjectivæ* and *partes essentialæ* are frequently opposed; and several other synonyms are mentioned by the Conimbricenses. It is admitted that Porphyry fully enunciates the doctrine; it must also be admitted that the passage in question is fully dealt with and correctly explained by the mediæval commentators. The most that can be said, therefore, is that the doctrine of extension and comprehension was not a prominent one in the mediæval logic.³

¹WP34, W2: 70-86.

1. This is quoted from Baynes (*Port-Royal Logic*, 2d ed., p. xxxiii), who says that he is indebted to Sir William Hamilton for the information.

2. Porphyry appears to refer to the doctrine as an ancient one.

A like degree of historical error is commonly committed in reference to another point which will come to be treated of in this paper, allied, at least, as it is most intimately, with the subject of comprehension and extension, inasmuch as it also is founded on a conception of a term as a whole composed of parts,—I mean the distinction of clear and distinct. Hamilton tells us “we owe the discrimination to the acuteness of the great Leibniz. By the Cartesians the distinction had not been taken; though the authors of the *Port-Royal Logic* came so near that we may well marvel how they failed explicitly to enounce it.” (*Lectures on Logic*; Lecture IX.) Now, in fact, all that the Port Royalists say about this matter⁴ is copied from Descartes,⁵ and their variations from his wording serve only to confuse what in him is tolerably distinct. As for Leibniz, he himself expressly avows that the distinction drawn by Descartes is the same as his own.⁶ Nevertheless, it is very much more clear with Leibniz than with Descartes. A philosophical distinction emerges gradually into consciousness; there is no moment in history before which it is altogether unrecognized, and after which it is perfectly luminous. Before Descartes, the distinction of confused and distinct had been thoroughly developed, but the difference between distinctness and clearness is uniformly overlooked. Scotus distinguishes between conceiving confusedly and conceiving the confused, and since any obscure concept necessarily includes more than its proper object, there is always in what is obscurely conceived a conception of something confused; but the schoolmen came no nearer than this to the distinction of Descartes and Leibniz.

§2. Of the Different Terms applied to the Quantities of Extension and Comprehension

Extension and *comprehension* are the terms employed by the Port Royalists. Owing to the influence of Hamilton, *intension* is now frequently used for *comprehension*; but it is liable to be confounded

3. The author of *De Generibus et Speciebus* opposes the *integral* and *diffinitive* wholes. John of Salisbury refers to the distinction of comprehension and extension, as something “quod fere in omnium ore celebre est, aliud scilicet esse quod appellativa significant, et aliud esse quod nominant. Nominantur singularia, sed universalia significantur.” (*Metalogicus*, lib. 2, cap. 20. Ed. of 1610, p. 111.)

Vincentius Bellovacensis (*Speculum Doctrinale*, Lib. III, cap. xi.) has the following: “Si vero quæritur utrum hoc universale ‘homo’ sit in quolibet homine secundum se totum an secundum partem, dicendum est quod secundum se totum, id est secundum quamlibet sui partem diffinitivam. . . . Non autem secundum quamlibet partem subjectivam.” William of Auvergne (Prantl’s *Geschichte*, Vol. III, p. 77) speaks of “totalitatem istam, quæ est ex partibus rationis seu diffinitionis, et hæc partes sunt genus et differentie; alio modo partes speciei individua sunt, quoniam ipsam speciem, cum de eis prædicatur, sibi invicem quodammodo partiuntur.” If we were to go to later authors, the examples would be endless. See any commentary *Physics*, Lib. I.

4. Part I, chap. ix.

5. *Principia*, Part I, §45 et seq.

6. Eighth Letter to Burnet.

with *intensity*, and therefore is an objectionable word. It is derived from the use of cognate words by Cajetan and other early writers. *External* and *internal quantity* are the terms used by many early Kantians. *Scope* and *force* are proposed by De Morgan. *Scope* in ordinary language expresses extension, but *force* does not so much express comprehension as the power of creating a lively representation in the mind of the person to whom a word or speech is addressed. Mr. J. S. Mill has introduced the useful verbs *denote* and *connote*, which have become very familiar. It has been, indeed, the opinion of the best students of the logic of the fourteenth, fifteenth, and sixteenth centuries, that *connotation* was in those ages used exclusively for the reference to a second significate, that is (nearly) for the reference of a relative term (such as *father*, *brighter*, &c.) to the correlate of the object which it primarily denotes, and was never taken in Mill's sense of the reference of a term to the essential characters implied in its definition.⁷ Mr. Mill has, however, considered himself entitled to deny this upon his simple authority, without the citation of a single passage from any writer of that time. After explaining the sense in which he takes the term *connote*, he says:

The schoolmen, to whom we are indebted for the greater part of our logical language, gave us this also, and in this very sense. For though some of their general expressions countenance the use of the word in the more extensive and vague acceptation in which it is taken by Mr. [James] Mill, yet when they had to define it specifically as a technical term, and to fix its meaning as such, with that admirable precision which always characterized their definitions, they clearly explained that nothing was said to be connoted except *forms*, which word may generally, in their writings, be understood as synonymous with *attributes*.

As scholasticism is usually said to come to an end with Occam, this conveys the idea that *connote* was commonly employed by earlier writers. But the celebrated Prantl considers it conclusive proof that a passage in Occam's *Summa* is spurious, that *connotative* is there spoken of as a term in frequent use;⁸ and remarks upon a passage of Scotus in which *connotatum* is found, that this conception is here met with for the first time.⁹ The term occurs, however, in Alexander of Hales,¹⁰ who makes *nomen connotans* the equivalent of *appellatio relativa*, and takes the relation itself as the object of *connotare*, speaking of *creator* as connoting the relation of creator to creature. Occam's *Summa*¹¹ contains a chapter devoted to the distinction of absolute and connotative names. The whole deserves to be read, but I have only space to quote the following:

7. Cf. Morin, *Dictionnaire*, Tome I, p. 685; Chauvin, *Lexicon*, both editions; Eustachius, *Summa*, Part I, Tr. I, qu. 6.

8. Prantl, *Geschichte*, Vol. III, p. 364.

9. Ibid. p. 134. Scotus also uses the term. *Quodlibeta*, question 13, article 4.

10. *Summa Theologica*, Part I, question 53.

11. Part I, chap. X. (Ed. of 1488, fol. 6, c.)

Nomen autem connotativum est illud quod significat aliquid primario et aliquid secundario; et tale nomen proprie habet diffinitionem exprimentem quid nominis et frequenter oportet ponere aliquid illius diffinitionis in recto et aliud in obliquo; sicut est de hoc nomine album, nam habet diffinitionem exprimentem quid nominis in qua una dictio ponitur in recto et alia in obliquo. Unde si queratur quid significat hoc nomen album, dices quod idem quod illa oratio tota "aliquid informatum albedine" vel "aliquid habens albedinem" et patet quod una pars orationis istius ponitur in recto et alia in obliquo. . . . Huiusmodi autem nomina connotativa sunt omnia nomina concreta primo modo dicta, et hoc *quia talia concreta significant unum in recto et aliud in obliquo*, hoc est dictu, in diffinitione exprimente quid nominis debet poni unus rectus significans unam rem et alius obliquus significans aliam rem, sicut patet de omnibus talibus, iustus, albus, animatus, et sic de aliis. Huiusmodi etiam nomina sunt omnia nomina relatiua, quia semper in eorum diffinitionibus ponuntur diversa idem diuersis modis vel diuersa significantia, sicut patet de hoc nomine simile. . . . Mere autem absoluta sunt illa quæ non significant aliquid principaliter et aliud vel idem secundario, sed quicquid significatur per tale nomen æque primo significatur sicut patet de hoc nomine animal.

Eckius, in his comment on Petrus Hispanus, has also some extended remarks on the signification of the term *connote*, which agree in the main with those just quoted.¹² Mr. Mill's historical statement cannot, therefore, be admitted.

Sir William Hamilton has borrowed from certain late Greek writers the terms *breadth* and *depth*, for extension and comprehension respectively.¹³ These terms have great merits. They are brief; they are suited to go together; and they are very familiar. Thus, "wide" learning is, in ordinary parlance, learning of many things; "deep" learning, much knowledge of some things. I shall, therefore, give the preference to these terms. Extension is also called *sphere* and *circuit*; and comprehension, *matter* and *content*.

§3. *Of the Different Senses in which the Terms Extension and Comprehension have been accepted*

The terms *extension* and *comprehension*, and their synonymes, are taken in different senses by different writers. This is partly owing to the fact that while most writers speak only of the extension and comprehension of concepts, others apply these terms equally to concepts and judgments (Rösling), others to any mental representation (Überweg and many French writers), others to cognition generally (Baumgarten), others to "terms" (Fowler, Spalding), others to names (Shedden), others to words (McGregor), others to "meanings" (Jevons), while one writer speaks only of the extension of *classes* and the comprehension of *attributes* (De Morgan in his *Syllabus*).

12. Fol. 23. d. See also Tartaretus' *Expositio in Summulas Petri Hispani* towards the end. Ed. of 1509, fol. 91, b.

13. *Logic*, p. 100. In the *Summa Logices* attributed to Aquinas, we read: "Omnis forma sub se habens multa, idest quod universaliter sumitur, habet quandam *latitudinem*; nam invenitur in pluribus, et dicitur de pluribus." (Tr. 1, c. 3.)

Comprehension is defined by the Port Royalists as "those attributes which an idea involves in itself, and which cannot be taken away from it without destroying it."

It will be remembered that the *marks* of a term are divided by logicians first into the necessary and the accidental, and that then the necessary marks are subdivided into such as are strictly essential, that is, contained in the definition, and such as are called proper. Thus it is an essential mark of a triangle to have three sides; it is a proper mark to have its three angles equal to two right angles; and it is an accidental mark to be treated of by Euclid.

The definition of the Port Royalists, therefore, makes comprehension include all necessary marks, whether essential or proper.

The Port Royalists attribute comprehension immediately to any ideas. Very many logicians attribute it immediately only to concepts. Now a concept, as defined by them, is strictly only the essence of an idea; they ought therefore to include in the comprehension only the essential marks of a term. These logicians, however, abstract so entirely from the real world, that it is difficult to see why these essential marks are not at the same time all the marks of the object as they suppose it.

There can, I think, be no doubt that such writers as Gerlach and Sigwart make comprehension include all marks, necessary or accidental, which are universally predicable of the object of the concept.

Again, most German writers regard the comprehension as a sum either of concepts (Drobisch, Bachmann, etc.) or of elements of intuition (Trendelenburg). But many English writers regard it as the sum of real external attributes (Shedden, Spalding, Devey, De Morgan, Jevons, McGregor, Fowler).

According to most writers, comprehension consists of the (necessary) attributes *thought* as common to the objects. Shedden defines it as consisting of all the attributes common to the things denoted.

Again, most logicians consider as marks only such as are virtually¹⁴ predicated; a few, perhaps, only such as are actually thought, and still fewer include those which are habitually thought. Here and there is found an author who makes comprehension include all true attributes, whether thought or not.

There is also a difference in the mode of reckoning up the marks. Most writers count all distinguishable marks, while a few consider coextensive marks as the same.

In the use of the term "extension" the want of a definite convention is still more marked. The Port Royalists define it as "those *subjects* to which the idea applies." It would appear, therefore, that it might include mere fictions.

14. I adopt the admirable distinction of Scotus between actual, habitual, and virtual cognition.

Others limit the term to *real* species, and at the same time extend it to single beings. This is the case with Watts, and also with Friedrich Fischer.

Others are most emphatic in declaring that they mean by it *things*, and not species, real or imaginary. This is the case with Bachmann, Esser, and Schulze.

Others make it include neither concepts nor things, but singular representations. This is the case with the strict Kantian.

The following table exhibits this diversity:—

Extension embraces

Individual representations	according to Kant, E. Reinhold, etc.
Representations	" " Fries, Überweg, etc.
Real external things and species	" " Watts, Shedden, etc.
Real external individual objects	" " Bachmann, Devey, etc.
Things	" " Schulze, Bowen, etc.
Species	" " Drobisch, De Morgan, etc.
Objects (representations)	" " Thomson, etc.
Individuals	" " Mahan.
Concepts	" " Herbart, Vorländer, etc.
General terms	" " Spalding.
Psychical concepts	" " Strümpell.
Variable marks	" " Ritter.

Again, logicians differ as to whether by extension they mean the concepts, species, things, or representations to which the term is habitually applied in the judgment, or all to which it is truly applicable. The latter position is held by Herbart, Kiesewetter, etc.; the former by Duncan, Spalding, Vorländer, Überweg, etc.

Some logicians include only *actual* things, representations, etc., under extension (Bachmann, Fries, Herbart); others extend it to such as are merely possible (Esser, Ritter, Gerlach).

Finally, some few logicians speak of the two quantities as numerical, while most writers regard them as mere aggregates of diverse objects or marks.

§4. *Denials of the Inverse Proportionality of the two Quantities,
and Suggestions of a third Quantity*

Until lately the law of the inverse proportionality of extension and comprehension was universally admitted. It is now questioned on various grounds.

Drobisch says that the comprehension varies arithmetically,

while the extension varies geometrically. This is true, in one sense.

Lotze, after remarking that the only conception of a universal which we can have is the power of imagining singulars under it, urges that the possibility of determining a concept in a way corresponding to each particular under it is a mark of that concept, and that therefore the narrower concepts have as many marks as the wider ones. But, I reply, *these* marks belong to the concept in its second intention, and are not common marks of those things to which it applies, and are therefore no part of the comprehension. They are, in fact, the very marks which constitute the extension. No one ever denied that extension is a mark of a concept; only it is a certain mark of second intention.

Vorländer's objection is much more to the purpose. It is that if from any determinate notion, as that of Napoleon, we abstract all marks, all determination, what remains is merely the conception *something*, which has no more extension than Napoleon. "Something" has an uncertain sphere, meaning either this thing or that or the other, but has no general extension, since it means one thing only. Thus, before a race, we can say that some horse will win, meaning this one, that one, or that one; but by some horse we mean but one, and it therefore has no more extension than would a term definitely indicating which,—although this latter would be more determinate, that is, would have more comprehension. I am not aware that those who adhere to Kant's unmodified doctrine have succeeded in answering this objection.

Überweg has the following remarks.¹⁵

To the higher representation, since conformably to its definition it contains only the common elements of content of several lower representations, belongs in comparison to each of the lower a more limited content, but a wider circuit. The lower representation, on the contrary, has a richer content but narrower circuit. Yet by no means by every diminution or increase of a given content does the circuit increase or diminish, nor by every increase or diminution of a given circuit does the content diminish or increase.

I am surprised that he does not explain himself further upon this point, which it is the principal object of this paper to develop.

De Morgan says:¹⁶

15. *Logik*, 2^{te} Aufl., §54.

16. *Formal Logic*, p. 234. His doctrine is different in the *Syllabus*.

According to such statements as I have seen, "man residing in Europe, drawing breath north of the equator, seeing the sun rise before those in America," would be a more intensively quantified notion than "man residing in Europe"; but certainly not less *extensive*, for the third and fourth elements of the notion must belong to those men to whom the first and second belong.

Mr. De Morgan adopts the definitions of extension and comprehension given by the Port Royalists. According to those definitions, if the third and fourth elements necessarily belong to the notion to which the first and second belong, they are parts of the comprehension of that second notion which is composed of the first and second elements, and therefore the two notions are equal in comprehension; but if this is not the case, then the second notion can be predicated of subjects of which the first cannot, for example, of "man residing in Europe drawing breath south of the Equator"; for that there is really no such man will not affect the truth of the proposition, and therefore the second notion is more extensive than the first.

Two logicians, only, as far as I remember, Archbishop Thomson¹⁷ and Dr. W. D. Wilson,¹⁸ while apparently admitting Kant's law, wish to establish a third quantity of concepts. Neither gentleman has defined his third quantity, nor has stated what its relations to the other two are. Thomson calls his Denomination. It seems to be the same as Extension regarded in a particular way. Dr. Wilson terms his new quantity Protension; it has something to do with time, and appears to be generally independent of the other two. It is plain, indeed, that as long as Kant's law holds, and as long as logical quantities can only be compared as being more or less and not directly measured, and as long as the different *kinds* of quantity cannot be compared at all, a third quantity must be directly proportional to one or other of the known quantities, and therefore must measure the same thing, or else must be independent of the other two, and be quite unconnected with them.

§5. *Three Principal Senses in which Comprehension and Extension will be taken in this Paper*

I shall adopt Hamilton's terms, *breadth* and *depth*, for extension and comprehension respectively, and shall employ them in different senses, which I shall distinguish by different adjectives.

17. *Laws of Thought*, 4th ed., §§52, 80.

18. *Logic*, Part I, chap. ii, §5.

By the *informed breadth* of a term, I shall mean all the real things of which it is predicable, with logical truth on the whole in a supposed state of information. By the phrase "on the whole" I mean to indicate that all the information at hand must be taken into account, and that those things of which there is not on the whole reason to believe that a term is truly predicable are not to be reckoned as part of its breadth.

If T be a term which is predicable only of S' , S'' , and S''' , then the S' 's, the S'' 's, and the S''' 's will constitute the informed breadth of T . If at the same time, S' and S'' are the subjects of which alone another term T' can be predicated, and if it is not known that all S''' 's are either S' or S'' , then T is said to have a greater informed breadth than T' . If the S''' 's are known not to be all among the S' 's and S'' 's, this excess of breadth may be termed *certain*, and, if this is not known, it may be termed *doubtful*. If there are known to be S''' 's, not known to be S' 's or S'' 's, T is said to have a greater *actual* breadth than T' ; but if no S''' 's are known except such are known to be S'' 's, and S'' 's (though there may be others), T is said to have a greater *potential* breadth than T' . If T and T' are conceptions in different minds, or in different states of the same mind, and it is known to the mind which conceives T that every S''' is either S'' or S' , then T is said to be more *extensively distinct* than T' .¹⁹

By the informed depth of a term, I mean all the real characters (in contradistinction to mere names) which can be predicated of it²⁰ (with logical truth, on the whole) in a supposed state of information; no character being counted twice over knowingly in the supposed state of information. The depth, like the breadth, may be certain or doubtful, actual or potential, and there is a comprehensive distinctness corresponding to extensive distinctness.

The informed breadth and depth suppose a state of information which lies somewhere between two imaginary extremes. These are, first, the state in which no fact would be known, but only the meaning of terms; and, second, the state in which the information would amount to an absolute intuition of all there is, so that the things we should know would be the very substances themselves, and the qualities we should know would be the very concrete forms themselves. This suggests two other sorts of breadth and depth corresponding to

19. For the distinction of extensive and comprehensive distinctness, see Scotus, i, dist. 2, qu. 3.

20. That is, of whatever things it is applicable to.

these two states of information, and which I shall term respectively the *essential* and the *substantial* breadth and depth.

By the *essential depth* of a term, then, I mean the really conceivable qualities predicated of it in its definition.

The defined term will not perhaps be applicable to any real objects whatever. Let, for example, the definition of the term *T* be this,

Any *T* is both *P'* and *P''* and *P'''*,

then this sums up its whole meaning; and, as it may not be known that there is any such thing as *P'*, the meaning of *T* does not imply that it exists. On the other hand, we know that neither *P'*, *P''*, nor *P'''* is coextensive with the whole sphere of being. For they are determinate qualities, and it is the very meaning of being that it is indeterminate, that is, is more extensive than any determinate term. In fact, *P'*, for example, is a real notion which we never could have except by means of its contrast to something else. Hence we must know that

Whatever is not-*P'* is not-*T*,

Whatever is not-*P''* is not-*T*,

and

Whatever is not-*P'''* is not-*T*.

Thus if we define the *essential breadth* of a term as those real things of which, according to its very meaning, a term is predicable, not-*T* has an essential breadth. We may therefore divide all terms into two classes, the essentially affirmative or positive and the essentially negative; of which the former have essential depth, but no essential breadth, and the latter essential breadth, but no essential depth. It must be noted, however, that this division is not the same as the similar one which language makes. For example, *being*, according to this, is an essentially negative term, inasmuch as it means that which can be predicated of whatever you please, and so has an essential breadth; while *nothing* is an essentially positive term, inasmuch as it means that of which you are at liberty to predicate what you please, and therefore has an essential depth. The essential subjects of being cannot be enumerated, nor the essential predicates of nothing.

In essential breadth or depth, no two terms can be equal; for, were that the case, the two terms would have the same meaning, and therefore, for logical purposes, would be the same term. Two terms

may have unknown relations in these quantities, on account of one or other of them not being distinctly conceived.

Substantial breadth is the aggregate of real substances of which alone a term is predicable with absolute truth. *Substantial depth* is the real concrete form which belongs to everything of which a term is predicable with absolute truth.

General terms denote several things. Each of these things has in itself no qualities, but only a certain concrete form which belongs to itself alone. This was one of the points brought out in the controversy in reference to the nature of universals.²¹ As Sir William Hamilton says, not even the humanity of Leibniz belongs to Newton, but a different humanity. It is only by abstraction, by an oversight, that two things can be said to have common characters. Hence, a general term has no *substantial depth*. On the other hand, particular terms, while they have *substantial depth*, inasmuch as each of the things, one or other of which are predicated of them, has a concrete form, yet have no *substantial breadth*, inasmuch as there is no aggregate of things to which alone they are applicable. In order to place this matter in a clearer light, I must remark, that I, in common with most logicians, take the copula in the sense of a sign of attribution, and not, like Hamilton, in the sense of a sign of equality in extension or comprehension. He exposes the proposition, "man is an animal," thus:—

The extension of man *Subject.*
 equals *Copula.*
 a part or all of the extension of animal ... *Predicate.*

And thus he makes the predicate particular. Others interpret it thus:—

Every man *Subject.*
 has all the attributes common to *Copula.*
 every animal *Predicate.*

It is in this latter sense that the copula is considered in this paper. Now, a particular is, as has been said, an *alternative* subject. Thus, "Some *S* is *M*" means, if *S'*, *S''*, and *S'''* are the singular *S*'s, that "either *S'*, or else *S''*, or else *S'''*, has all the attributes belonging to

21. See, for example, *De Generibus et Speciebus*, p. 548.

M." A particular term, then, has a substantial depth, because it may have a predicate which is absolutely concrete, as in the proposition, "Some man is Napoleon." But if we put the particular into the predicate we have such a proposition as this: "*M* has all the attributes belonging to *S'*, or else all those belonging to *S''*, or else all those belonging to *S'''*." And this can never be true unless *M* is a single individual. Now a single individual substance is, I will not say an atom, but the smallest part of an atom, that is, nothing at all. So that a particular can have no *substantial breadth*. Now take the universal term "*S*." We can say, "Any *S* is *M*," but not if *M* is a real concrete quality. We cannot say, for instance, "Any man is Napoleon." On the other hand, we can say "Any *M* is *S*," even if *M* is a real substance or aggregate of substances. Hence a universal term has no *substantial depth*, but has *substantial breadth*. We may therefore divide all terms into substantial universals and substantial particulars.

Two terms may be equal in their substantial breadth and depth, and differ in their essential breadth and depth. But two terms cannot have relations of substantial breadth and depth which are unknown in the state of information supposed, because in that state of information everything is known.

In informed breadth and depth, two terms may be equal, and may have unknown relations. Any term, affirmative or negative, universal or particular, may have informed breadth or depth.

§6. *The Conceptions of Quality, Relation, and Representation, applied to this Subject*

In a paper presented to the Academy last May, I endeavored to show that the three conceptions of reference to a ground, reference to a correlate, and references to an interpretant, are those of which logic must principally make use. I there also introduced the term "symbol," to include both concept and word. Logic treats of the reference of symbols in general to their objects. A symbol, in its reference to its object, has a triple reference:—

1st, Its direct reference to its object, or the real things which it represents;

2d, Its reference to its ground through its object, or the common characters of those objects;

3d, Its reference to its interpretant through its object, or all the facts known about its object.

What are thus referred to, so far as they are known, are:—

1st, The informed *breadth* of the symbol;

2d, The informed *depth* of the symbol;

3d, The sum of synthetical propositions in which the symbol is subject or predicate, or the *information* concerning the symbol.

By breadth and depth, without an adjective, I shall hereafter mean the informed breadth and depth.

It is plain that the breadth and depth of a symbol, so far as they are *not* essential, measure the *information* concerning it, that is, the synthetical propositions of which it is subject or predicate. This follows directly from the definitions of breadth, depth, and information. Hence it follows:—

1st, That, as long as the information remains constant, the greater the breadth, the less the depth;

2d, That every increase of information is accompanied by an increase in depth or breadth, independent of the other quantity;

3d, That, when there is no information, there is either no depth or no breadth, and conversely.

These are the true and obvious relations of breadth and depth. They will be naturally suggested if we term the information the *area*, and write—

$$\text{Breadth} \times \text{Depth} = \text{Area}.$$

If we learn that *S* is *P*, then, as a general rule, the depth of *S* is increased without any decrease of breadth, and the breadth of *P* is increased without any decrease of depth. Either increase may be *certain* or *doubtful*.

It may be the case that either or both of these increases does not take place. If *P* is a negative term, it may have no depth, and therefore adds nothing to the depth of *S*. If *S* is a particular term, it may have no breadth, and then adds nothing to the breadth of *P*. This latter case often occurs in metaphysics, and, on account of not-*P* as well as *P* being predicated of *S*, gives rise to an appearance of contradiction where there really is none; for, as a contradiction consists in giving to contradictory terms some breadth in common, it follows that, if the common subject of which they are predicated has no real breadth, there is only a verbal, and not a real contradiction. It is not really contradictory, for example, to say that a boundary is both within and without what it bounds. There is also another important

case in which we may learn that "S is P," without thereby adding to the depth of S or the breadth of P. This is when, in the very same act by which we learn that S is P, we also learn that P was covertly contained in the previous depth of S, and that consequently S was a part of the previous breadth of P. In this case, P gains in extensive distinctness and S in comprehensive distinctness.

We are now in condition to examine Vorländer's objection to the inverse proportionality of extension and comprehension. He requires us to think away from an object all its qualities, but not, of course, by thinking it to be without those qualities, that is, by denying those qualities of it in thought. How then? Only by supposing ourselves to be ignorant whether it has qualities or not, that is, by diminishing the supposed information; in which case, as we have seen, the depth can be diminished without increasing the breadth. In the same manner we can suppose ourselves to be ignorant whether any American but one exists, and so diminish the breadth without increasing the depth.

It is only by confusing a movement which is accompanied with a change of information with one which is not so, that people can confound generalization, induction, and abstraction. *Generalization* is an increase of breadth and a decrease of depth, without change of information. *Induction* is a certain increase of breadth without a change of depth, by an increase of believed information. *Abstraction* is a decrease of depth without any change of breadth, by a decrease of conceived information. *Specification* is commonly used (I should say unfortunately) for an increase of depth without any change of breadth, by an increase of asserted information. *Supposition* is used for the same process when there is only a conceived increase of information. *Determination*, for any increase of depth. *Restriction*, for any decrease of breadth; but more particularly without change of depth, by a supposed decrease of information. *Descent*, for a decrease of breadth and increase of depth, without change of information.

Let us next consider the effect of the different kinds of reasoning upon the breadth, depth, and area of the two terms of the conclusion.

In the case of deductive reasoning it would be easy to show, were it necessary, that there is only an increase of the extensive distinctness of the major, and of the comprehensive distinctness of the minor, without any change in information. Of course, when the conclusion is negative or particular, even this may not be effected.

Induction requires more attention. Let us take the following example:—

$S', S'', S''',$ and S^{iv} have been taken at random from
among the M 's;
 $S', S'', S''',$ and S^{iv} are P ;
 \therefore any M is P .

We have here, usually, an increase of information. M receives an increase of depth, P of breadth. There is, however, a difference between these two increases. A new predicate is actually added to M ; one which may, it is true, have been covertly predicated of it before, but which is now actually brought to light. On the other hand, P is not *yet* found to apply to anything but $S', S'', S''',$ and S^{iv} , but only to apply to whatever else may hereafter be found to be contained under M . The induction itself does not make known any such thing. Now take the following example of hypothesis:—

M is, for instance, $P', P'', P''',$ and P^{iv} ;
 S is $P', P'', P''',$ and P^{iv} ;
 $\therefore S$ is all that M is.

Here again there is an increase of information, if we suppose the premises to represent the state of information before the inferences. S receives an addition to its depth; but only a potential one, since there is nothing to show that the M 's have any common characters besides $P', P'', P''',$ and P^{iv} . M , on the other hand, receives an actual increase of breadth in S , although, perhaps, only a *doubtful* one. There is, therefore, this important difference between induction and hypothesis, that the former potentially increases the breadth of one term, and actually increases the depth of another, while the latter potentially increases the depth of one term, and actually increases the breadth of another.

Let us now consider reasoning from definition to definitum, and also the argument from enumeration. A defining proposition has a meaning. It is not, therefore, a merely identical proposition, but there is a difference between the definition and the definitum. According to the received doctrine, this difference consists wholly in the fact that the definition is distinct, while the definitum is confused. But I think that there is another difference. The definitum implies

the character of being designated by a word, while the definition, previously to the formation of the word, does not. Thus, the definitum exceeds the definition in depth, although only *verbally*. In the same way, any unanalyzed notion carries with it a feeling,—a constitutional word,—which its analysis does not. If this be so, the definition is the predicate and the definitum the subject, of the defining proposition, and this last cannot be simply converted. In fact, the defining proposition affirms that whatever a certain name is applied to is supposed to have such and such characters; but it does not strictly follow from this, that whatever has such and such characters is actually called by that name, although it certainly *might* be so called. Hence, in reasoning from definition to definitum, there is a verbal increase of depth, and an actual increase of extensive distinctness (which is analogous to breadth). The increase of depth being merely verbal, there is no possibility of error in this procedure. Nevertheless, it seems to me proper, rather to consider this argument as a special modification of hypothesis than as a deduction, such as is reasoning from definitum to definition. A similar line of thought would show that, in the argument from enumeration, there is a verbal increase of breadth, and an actual increase of depth, or rather of comprehensive distinctness, and that therefore it is proper to consider this (as most logicians have done) as a kind of infallible induction. These species of hypothesis and induction are, in fact, merely hypotheses and inductions from the essential parts to the essential whole; this sort of reasoning from parts to whole being demonstrative. On the other hand, reasoning from the substantial parts to the substantial whole is not even a probable argument. No ultimate part of matter fills space, but it does not follow that no matter fills space.

2 Denotation and Connotation²

The object denoted by any sign whatever is more or less indeterminate. This indeterminacy is different from ambiguity. A sign is ambiguous if it is doubtful what it is applicable to and what it is inapplicable to, but the indeterminacy here spoken of merely consists in its being applicable to more than one possible object; or, in other words, what is meant is that a distinction can be drawn in the object of any sign, whatever, no matter how particular it may be. Take the term "Philip of Macedon." We may distinguish between Philip drunk and Philip sober, and so in every case. The origin of this universal generality of signs is to be found in the fact that an idea occupies time. An individual term is defined as one *mono modo* determinator, that is to say which in regard to every quality or character, implies either that its object has it or has it not. There actually are no individual terms, but nevertheless the conception of an indi-

² WMS223, W3: 84-89.

vidual term like that of an infinitesimal quantity in mathematics is of the highest importance in Logic. Every proposition expresses a relation between the objects of two terms and may be put into such a form as to signify that whatever is denoted by one term is denoted by another. For example, "A loves B," may be put into the form whatever is denoted by the term A is denoted also, "Lover of B." The proposition "Every man loves himself," may be put into the form, whatever is denoted by the term man, is denoted by the term, "Self-lover." The proposition, "If it lightens it will thunder," can be put into the form, whatever is denoted by the term "The state of things in which it lightens," is also denoted by the term, "The state of things in which it thunders," or, "The state of things which will be followed by thunder." This is the form in which the logician considers every proposition to be stated. The first term is called the subject of the proposition the second term the predicate of the proposition. The subject is written first, and the predicate after it; and between is placed a sign which means that whatever is denoted by the subject is denoted by the predicate. The sign used for this purpose is called the copula; the word "is," is the one usually adopted. I have proposed the following sign \prec for this purpose and shall occasionally make use of it in this book.¹ Let us now consider, for a moment, the logical properties of the copula. The relation which it declares to exist between every object denoted by the subject and corresponding objects denoted by the predicate is that relation which every individual bears to itself, that is identity. From this definition of it it is easy to deduce that a and b being any terms whatever, to say that a is b is neither more nor less than it is to say that whatever is a is b . For reasons which will be explained further on, I shall term this principle the transitive equiparance of the copula. This principle does not altogether consist of the properties of the copula, although it has been sometimes expressly, and always, I think, tacitly, assumed by logicians to do so. That is to say, they have given no forms of reasoning which require any more to justify them than what is contained in this principle. This principle obviously divides itself into two. The first is, that if a is b then whatever is a is b . This I should call the transitive property of the copula. A form of enunciating it is commonly known as the *dictum de omni*. It is the leading principle of

1. I call the attention of Algebraists to the utility of this symbol. According to it we may write, for example, $-\sqrt{\prec}\sqrt{\succ}$.

deductive syllogism, because, according to it, if a is b , and anything whatever, as X , is a , then X is b . The other part of the principle of the transitive equiparance of the copula is, that if whatever is a is b then a is b . Some logicians consider this as the leading principle of induction, because it justifies us in reasoning thus: The XYZ etc. are whatever is a , XYZ etc. are b , hence a is b . But other logicians have objected that this is not properly an induction. Because in induction we are not able to say that XYZ etc. are the only cases of a . And this seems a well founded objection. This principle may be put in another form; for from the proposition that whatever is a is b , together with the proposition that c is a , we may by the *dictum de omni* infer that c is b . If for c we put a we shall have this form of inference: Whatever is a is b , a is something that is a , hence a is b . That is to say the *dictum de omni* enables us to deduce this principle; that if whatever is a is b then a is b , from the proposition that a is something that is a . So that this principle contains nothing that is not contained in the *dictum de omni*, except the principle that a is a . This principle is commonly known as the principle of identity, and the property that it expresses I shall term the equiparance of the copula. We may imagine a term such that it can be predicated by every other. Logicians name this *ens* or being. It may conveniently be represented by the figure 1. Anything you please, real or imaginary, is *ens* or *being* in this wide sense. We may also imagine a term of which any other may be predicated, and as there is nothing of which everything can be predicated, for nothing is both white and black, this term has the name nothing, and may appropriately be represented by the figure 0. According to this, we allow ourselves to say anything we please of that which does not exist, and there is clearly no falsity in making any assertion we please in regard to it, since we are not making a false statement about anything at all; or, to state the matter in another way, the logical formula, a is b , means that whatever a there may be in existence is b . Now there is clearly no falsity in saying, for example, that whatever griffin there may be in existence breathes fire. There can be no falsity in it because the statement is limited to such griffins as exist, and no griffins exist, so that there is no statement in it at all. It is only the form of a statement without the substance.

Let us consider a term which is so related to two others as to denote whatever is denoted by either of these and nothing else. If the other two terms are a and b this term may be written " a or b "

or, " $a \vdash b$." The properties of such a disjunctive term are three: First, that a is a or b or in symbols $a \prec a \vdash b$; second, that b is a or b , or, $b \prec a \vdash b$; and third, that if c is a and c is b then c is a or b , or in symbols, $c \prec a$ and $c \prec b$ then $c \prec a \vdash b$. These properties include all those which belong to disjunctive terms. One or two corollaries may however be mentioned. a or b is precisely equivalent to b or a ; this is the commutative property of disjunction. a , or that which is b or c , in symbols, $a \vdash (b \vdash c)$, is identically the same as that which is a or b or else c or, in symbols $(a \vdash b) \vdash c$. This is called the associative property of disjunction. What is either " a or a " is a . Considering the terms being and nothing, in reference to disjunction, we observe that since nothing is a , what is either a or nothing is a ; and since a is ens, what is either a or ens is ens.

Let us now consider a term which is so as to denote everything which is denoted by both of these terms in common and nothing else. If a and b are the two other terms we may denote this term by the expression " a and b ," or in symbols, a, b . The properties of this term may be summed up in three propositions: First, that what is both a and b is a ; second, that what is both a and b is b ; and third, that if c is a and c is b , then c is both a and b . It will be observed that the properties of such a conjunctive term are precisely parallel to those of the disjunctive term in such a way that from any conception of a property of a disjunctive term we may obtain a corresponding property of a conjunctive term by substituting the conjunctive in place of the disjunctive, and at the same time changing all predicates to subjects, and *vice versa*. Thus, corresponding to the property that a is either a or b , we have the property that what is both a and b is a ; corresponding to the property that b is either a or b , we have the property that whatever is both a and b is b ; and corresponding to the property that if a is c and b is c then whatever is either a or b is c we have the property that if c is a and c is b then c is both a and b . And the corollaries which may be deduced from these necessarily have a similar relation to one another just as the term " a or b " is equivalent to the term " a or b ," so the term, " a and b " is equivalent to the term, " a and b "; and as $(a \vdash b) \vdash c$ is equivalent to $a \vdash (b \vdash c)$, so $(a, b), c$ is equivalent to $a, (b, c)$. The properties relating to zero and nothing have still another sort of parallelism, namely that of changing subjects for predicates, and disjunctives for conjunctives may also interchange the terms being and nothing. Thus corresponding to the proposition that whatever is

either a or nothing is a , we have the proposition that a is both a and ens, and corresponding to the proposition, that whatever is either a or ens is ens, we have the proposition that nothing is both a and nothing. Finally there are certain corollaries which may be deduced from the combination of the fundamental properties of disjunction and of conjunction; these are: First, that the following term, that which has at once a and either b or c is the exact equivalent of the following term, that which has either both a and b or both a and c ; and corresponding to this we find that the following term that which is either a or both b and c is the equivalent of this term, that which is at once either a or b is either a or c .

The greater part of what is commonly known as formal logic is deducible from the principles set forth in this chapter, and it will therefore be worth our while to consider their consequences a little further. Any general term may be conceived as separated by disjunctions into an indefinite number of individual terms. We may write, for example, $a \prec A \dot{+} B \dot{+} C \dot{+} D \dot{+}$ etc., and we may also conceive of a general term as separated in like manner by successive conjunctions into an indefinite number of elementary terms of each of which nothing is predicable but itself. This is an ideal mode of conceiving a term as built up, because no individual term and no such elementary term can be found in fact; moreover if such elementary terms could be found, it would require an infinite number of them to form a general term. We might easily be led therefore, into fallacies in allowing ourselves to consider the subject from this point of view, if that we were not on our guard against the absurdity contained in the hypothesis. Similar absurdities are involved in the mathematical conception of infinitesimals but as in that case so in this, there is involved with the fiction a certain truth which can not be stated otherwise in a form so convenient for certain purposes. If two terms a and b differ so that we may write a is b , but not b is a , as for example, we may say that any man is an animal but not that every animal is a man, then the term of which the other may be predicated is said to have less breadth than the latter; meaning by that that there are fewer terms of which it can be predicated while that the other term is said to have less depth, meaning by that that there are fewer terms which can not be predicated of it. It is obvious, and requires no proof that of the two terms the one which has the greater breadth has the less depth and *vice versa*. These words, "breadth" and "depth," together with others which they naturally suggest, will be found extremely convenient

and are, many of them, in common use. Thus a man is said to be profoundly learned, and have wide information. The former implies that he knows much about certain subjects; the latter, that he is acquainted with many subjects. It is clear that a man's learning may be profound, but in a narrow range; wide, but superficial, or shallow. Other terms which have lately come into use are, "denote" and "connote." A term is said to denote all those objects of which it may be predicated, and to connote all those qualities which may be predicated of it. I do not know that the selection of these terms is very happy. They were used in a different way in the middle ages and their present use is the result of ignorance, but it may perhaps be considered as established. What is now called denoting was in the twelfth century called naming, and what is now called connoting was then called signifying. And these terms might be used now without any departure from usage. It is useful to consider the known breadth and depth of a term in different states of our knowledge. In any one state of our knowledge every term is known to be predicable of certain others, and have certain others predicable of it. And of two terms the one which has all those things predicable of it which are predicable of the other and more beside, is itself predicable of only a part of these terms of which the other is predicable, and *vice versa*. The effect of an addition to our knowledge is to make one term predicable of another which was not so before to our knowledge. And it thus at once increases the known depth of the subject term, and the known breadth of the predicate term, without any decrease of either of these qualities so that in the increase of knowledge the known breadth and depth of terms are constantly increasing and the sum of the breadths and depths on either product, if you please, will measure the extent to which investigation has been pushed. Let us now look for a moment at the differences in their effects upon the known breadths and depths of the terms of the different classes of reasoning.

3 On Logical Breadth and Depth³

As Logic is the study of the laws of signs so far as these denote things—those laws of signs which determine what things they denote and what they do not—it is necessary in Logic to pay especial attention to those terms which denote signs. Such terms are genus species &c. No thing is a genus but as there are terms such as man and tree which denote some one thing leaving it more or less indeterminate what one so we may speak of whatever may be denoted by such a general term as a genus or class. Such terms are called 'terms of second intention'. The first intention is the mental act by which an object is conceived. The second intention is the mental act by which the first conception is made an object of conception in reference to its relation to its object. A term of second intention does not so much signify the sign itself as it signifies whatever is denoted by a sign of a certain description. As signs differ in their logical characters we may define an object by means of the logical characters of the sign which denotes it and in that case it is pointed out with a peculiar kind of generality which requires special attention. Two of the most important characters of general terms are their logical breadth and depth. The breadth of a term in general is that of which the term can be predicated. The depth of a term is that which can be predicated of it. The breadth therefore may be considered as a collection of objects—real things—though it can also be considered as consisting of the terms which may be made subject of a true proposition of which the given term is the predicate. The depth of a term cannot be considered as a collection of things but can only be considered as a complex of terms or of attributes. The term attribute, character, mark or quality is a term of second intention. Two things are alike in a certain respect that is to say the same predicate can be applied to either of them. Then the capacity of having that predicate applied to it with truth is called an attribute that is a thing to which it can be applied. The attribute is therefore an abstract term. Terms are divisible into concrete and abstract. The concrete are such as white virtuous &c. the abstract such as whiteness virtue, etc. Abstract terms do not denote any real thing but they denote fictitious things. An object's being white is conceived as being due to its being in some relation with a certain fictitious thing whiteness. In point of fact that the object is white may in a certain sense be said to be due to its connection with the sign or predicate white that is to say it must be in such a relation to the name white that this name may be applied to it with truth or else it cannot be white. There is no falsity in this statement although it is more natural to state the matter in the inverse way and to say that its having that connection with that name

³ WMS233, W3: 98-102.

is due to the fact that it is white. One statement is as true as the other. In the latter more natural mode of statement the existence of the thing is looked upon as the ultimate fact but we have seen in the chapter upon reality that the final information is the ultimate fact, that final information consisting in applying a certain sign to certain objects in the predication and therefore it is perfectly correct to say that the thing's being white is due to and consists of the applicability of a certain predicate to a certain thing. An attribute or quality is not precisely the same as a predicate inasmuch as when we use the word predicate we have in mind the fact that the predicate is something extraneous to the thing which does not belong to it as it exists but belongs to it as it is thought whereas an attribute is considered as belonging to a thing whatever is thought. But upon our view of the nature of reality this is a distinction of very slight moment because existence is thus not independent of all thought and what is affirmed in the final judgment is the same as what really exists. Thus in considering the breadth and depth of terms it is desirable to make a number of distinctions. By the 'informed breadth' of a term I shall mean all the real objects of which it is predicable with logical truth in the supposed state of information as our knowledge is never absolute but consists only of probabilities that all the information at hand must be taken into account and those things of which there is not on the whole reason to believe that the term is truly predicable are not to be reckoned as part of its breadth. If T be a term which is predicable only of S' S'' and S''' then the S's, S''s and S'''s will constitute the informed breadth of T. If there be a second term T' which is predicable only of S' and S'' and if it is not known that S''' is entirely included under S' and S'' then T is considered to have a greater informed breadth than T'. If it is known that the S'''s are not all among the S's and S''s the excess of breadth is certain but if it is not known whether or not this is the case it is 'doubtful'. If certain S'''s are known to exist which are not known to be either S's or S''s, T is said to have a greater actual breadth than T' but if all the S'''s which are known to exist are also known to be S's and S''s though there are other S'''s which are not S' or S'' then T is said to have a greater potential breadth than T'. If T and T' are conceptions in different minds or in different states of the same mind then T may have a doubtful excess of breadth in one mind and no excess at all in the other mind. In that case the conception is said to be more extensively distinct to the latter mind.

By the informed depth of a term I mean all the real characters in contradistinction to mere synonymous names which can be predicated of it with logical truth in the supposed state of information no character being counted twice over knowingly. The depth like the breadth will be certainly doubtful and there is a comprehensive distinctness corresponding to extensive distinctness. The informed

breadth and depth suppose a state of information which lies somewhere between two imaginary extremes. These are first the state of knowledge in which no fact should be known but only the meanings of terms and, second, the state of information in which every fact should be known. This suggests two other sorts of breadth and depth corresponding to the two essential states of information which I shall term accordingly the essential and the substantial breadth and depth. The essential depth of a term which is sometimes called its essence consists of the really conceivable qualities predicated of it in its definition. This is one of the most important features of logic. Suppose the definition of the term T be this: 'In T is at once P' P'' and P''''. This sums up the whole meaning of T. It may not be known that there is no such thing as P' and therefore the meaning of T does not imply its existence. On the other hand we must know that P' P'' and P''' are neither of them coextensive with the whole conception of being for we know the qualities of things only by comparison with their opposites hence we must know that there is something which is not P' and that this is not T, that there is something which is not P'' and that this is not T and that there is something which is not P''' and that this is not T. Accordingly if we define the essential breadth of a term as 'those real things of which according to its every meaning a term is predicable' then 'not T' has an essential breadth that is to say its very meaning implies that there are things of which it is predicable. Thus T is a term which has essential depth but no essential breadth—'not T' is a term which has essential breadth but not essential depth and all terms may be divided into two classes the 'essential positive' and 'essential negative' the former having essential depth but not essential breadth the latter having essential breadth but not essential depth. There are some terms which are affirmative in form but which according to this definition are essentially negative and vice versa. As examples of this we may allude particularly to the terms being and nothing both of which are terms of second intention. As every term has breadth and the breadth of one term is greater than that of another we may conceive of a term the breadth of which includes that of every other term so that it is predicable of anything whatever. This is the definition of the term 'being'. Its definition therefore gives it breadth but not depth and accordingly it is essentially negative. We may also conceive of a term whose depth includes the depth of all other terms so that anything whatever may be predicated of it without any falsity and this is the definition of the term 'nothing'. For you may say what you please of nothing and if it is clearly understood that what you speak of has no existence there is no falsity in what you assert because you have not made any assertion whatever. 'Nothing' therefore is a term which has essential depth without any breadth and is according to our definition essentially affirmative. If two terms have the same essential

breadth or the same essential depth logic recognizes no distinction between them. They are synonymous. They may differ rhetorically. One of these words may be associated in our minds with certain feelings with which the other is not associated but logic has nothing to do with such distinctions. But two terms may be indistinctly conceived so that it is not known whether they have the same essential breadth and depth or not and in this case the distinction must be admitted even in logic.

We now come to the 'substantial breadth and depth'. The substantial breadth is the aggregate of real substance of which alone a term is predicable with absolute truth. Substantial depth is the real character as it exists in the object, which belongs to every thing of which a term is predicable with absolute truth.

Chapter 9. The Mathematical Method of Reasoning

1. Upon the Logic of Mathematics¹

The object of the present paper is to show that there are certain general propositions from which the truths of mathematics follow syllogistically, and that these propositions may be taken as definitions of the objects under the consideration of the mathematician without involving any assumption in reference to experience or intuition. That there actually are such objects in experience or pure intuition is not in itself a part of pure mathematics.

Let us first turn our attention to the logical calculus of Boole. I have shown in a previous communication to the Academy, that this calculus involves eight operations, viz. Logical Addition, Arithmetical Addition, Logical Multiplication, Arithmetical Multiplication, and the processes inverse to these.

Definitions

1. *Identity.* $a \equiv b$ expresses the two facts that any a is b and any b is a .
2. *Logical Addition.* $a + b$ denotes a member of the class which contains under it all the a 's and all the b 's, and nothing else.
3. *Logical Multiplication.* a, b denotes only whatever is both a and b .
4. *Zero* denotes *nothing*, or the class without extent, by which we mean that if a is any member of any class, $a + 0$ is a .
5. *Unity*, denotes *being*, or the class without content, by which we mean that, if a is a member of any class, a is $a, 1$.
6. *Arithmetical Addition.* $a + b$, if $a, b \neq 0$ is the same as $a + b$, but, if a and b are classes which have any extent in common, it is not a class.
7. *Arithmetical Multiplication.* ab represents an event when a and b are events only if these events are independent of each other, in which case $ab \equiv a, b$. By the events being independent is meant that it is possible to take two series of terms, $A_1, A_2, A_3, \&c.$, and $B_1, B_2, B_3, \&c.$, such that the following conditions will be satisfied. (Here x denotes any individual or class, not nothing; A_m, A_n, B_m, B_n , any members of the two series of terms, and $\Sigma A, \Sigma B, \Sigma(A, B)$ logical sums of some of the A_n 's, the B_n 's, and the (A_n, B_n) 's respectively.)

¹ WP33, W2: 59-69.

- Condition 1. No A_m is A_n .
 " 2. No B_m is B_n .
 " 3. $x \neq \Sigma(A, B)$.
 " 4. $a \neq \Sigma A$.
 " 5. $b \neq \Sigma B$.
 " 6. Some A_m is B_n .

From these definitions a series of theorems follow syllogistically, the proofs of most of which are omitted on account of their ease and want of interest.

Theorems

I

If $a \neq b$, then $b \neq a$.

II

If $a \neq b$, and $b \neq c$, then $a \neq c$.

III

If $a + b \neq c$, then $b + a \neq c$.

IV

If $a + b \neq m$ and $b + c \neq n$ and $a + n \neq x$, then $m + c \neq x$.

Corollary.—These last two theorems hold good also for arithmetical addition.

V

If $a + b \neq c$ and $a' + b \neq c$, then $a \neq a'$, or else there is nothing not b .

This theorem does not hold with logical addition. But from definition 6 it follows that

No a is b (supposing there is any a)
 No a' is b (supposing there is any a')

neither of which propositions would be implied in the corresponding formulæ of logical addition. Now from definitions 2 and 6,

Any a is c
 \therefore Any a is c not b

But again from definitions 2 and 6 we have

Any c not b is a' (if there is any not b)
 \therefore Any a is a' (if there is any not b)

And in a similar way it could be shown that any a' is a (under the same supposition). Hence by definition 1,

$a \equiv a'$ if there is anything not b .

Scholium.—In arithmetic this proposition is limited by the supposition that b is finite. The supposition here though similar to that is not quite the same.

VI

If $a, b \equiv c$, then $b, a \equiv c$.

VII

If $a, b \equiv m$ and $b, c \equiv n$ and $a, n \equiv x$, then $m, c \equiv x$.

VIII

If $m, n \equiv b$ and $a \div m \equiv u$ and $a \div n \equiv v$ and $a \div b \equiv x$, then $u, v \equiv x$.

IX

If $m \div n \equiv b$ and $a, m \equiv u$ and $a, n \equiv v$ and $a, b \equiv x$, then $u \div v \equiv x$.

The proof of this theorem may be given as an example of the proofs of the rest.

It is required then (by definition 3) to prove three propositions, viz.

- 1st. That any u is x .
- 2d. That any v is x .
- 3d. That any x not u is v .

First Proposition

Since $u \equiv a, m$ by definition 3

Any u is m ,

and since $m \div n \equiv b$ by definition 2

Any m is b ,

whence Any u is b ,

But since $u \neq a, m$ by definition 3

Any u is a ,

whence Any u is both a and b ,

But since $a, b \neq x$ by definition 3

Whatever is both a and b is x

whence Any u is x .

Second Proposition

This is proved like the first.

Third Proposition

Since $a, m \neq u$ by definition 3,

Whatever is both a and m is u .

or Whatever is not u is not both a and m .

or Whatever is not u is either not a or not m .

or Whatever is not u and is a is not m .

But since $a, b \neq x$ by definition 3

Any x is a ,

whence Any x not u is not u and is a ,

whence Any x not u is not m .

But since $a, b \neq x$ by definition 3

Any x is b ,

whence

Any x not u is b ,

Any x not u is b not m .

But since $m \vdash n \mp b$ by definition 2

Any b not m is n ,

whence

Any x not u is n ,

and therefore

Any x not u is both a and n .

But since $a, n \mp v$ by definition 3

Whatever is both a and n is v ,

whence

Any x not u is v .

Corollary 1.—This proposition readily extends itself to arithmetical addition.

Corollary 2.—The converse propositions produced by transposing the last two identities of Theorems VIII and IX are also true.

Corollary 3.—Theorems VI, VII, and IX hold also with arithmetical multiplication. This is sufficiently evident in the case of theorem VI, because by definition 7 we have an additional premise, namely, that a and b are independent, and an additional conclusion which is the same as that premise.

In order to show the extension of the other theorems, I shall begin with the following lemma. If a and b are independent, then corresponding to every pair of individuals, one of which is both a and b , there is just one pair of individuals one of which is a and the other b ; and conversely, if the pairs of individuals so correspond, a and b are independent. For, suppose a and b independent, then, by definition 7, condition 3, every class (A_m, B_n) is an individual. If then A_a denotes any A_m which is a , and B_b any B_m which is b , by condition 6 (A_a, B_n) and (A_m, B_b) both exist, and by conditions 4 and 5 the former is any individual a , and the latter any individual b . But given this pair of individuals, both of the pair (A_a, B_b) and (A_m, B_n) exist by condition 6. But one individual of this pair is both a and b . Hence the pairs correspond, as stated above. Next, suppose a and b to be

any two classes. Let the series of A_m 's be a and not- a ; and let the series of B_m 's be all individuals separately. Then the first five conditions can always be satisfied. Let us suppose, then, that the sixth alone cannot be satisfied. Then A_p and B_q may be taken such that (A_p, B_q) is nothing. Since A_p and B_q are supposed both to exist, there must be two individuals (A_p, B_n) and (A_m, B_q) which exist. But there is no corresponding pair (A_m, B_n) and (A_p, B_q) . Hence, no case in which the sixth condition cannot be satisfied simultaneously with the first five is a case in which the pairs rightly correspond; or, in other words, every case in which the pairs correspond rightly is a case in which the sixth condition can be satisfied, provided the first five can be satisfied. But the first five can always be satisfied. Hence, if the pairs correspond as stated, the classes are independent.

In order to show that Theorem VII may be extended to arithmetical multiplication, we have to prove that if a and b , b and c , and a and (b, c) , are independent, then (a, b) and c are independent. Let s denote any individual. Corresponding to every s with (a, b, c) , there is an a and (b, c) . Hence, corresponding to every s with s and with (a, b, c) (which is a particular case of that pair), there is an s with a and with (b, c) . But for every s with (b, c) there is a b with c ; hence, corresponding to every a with s and with (b, c) , there is an a with b and with c . Hence, for every s with s and with (a, b, c) there is an a with b and with c . For every a with b there is an s with (a, b) ; hence, for every a with b and with c , there is an s with (a, b) and c . Hence, for every s with s and with (a, b, c) there is an s with (a, b) and with c . Hence, for every s with (a, b, c) there is an (a, b) with c . The converse could be proved in the same way. Hence, &c.

Theorem IX holds with arithmetical addition of whichever sort the multiplication is. For we have the additional premise that "No m is n "; whence since "any u is m " and "any v is n ," "no u is v ," which is the additional conclusion.

Corollary 2, so far as it relates to Theorem IX, holds with arithmetical addition and multiplication. For, since no m is n , every pair, one of which is a and either m or n , is either a pair, one of which is a and m , or a pair, one of which is a and n , and is not both. Hence, since for every pair one of which is a and m , there is a pair one of which is a and the other m , and since for every pair one of which is a, n there is a pair one of which is a and the other n ; for every pair one of which is a and either m or n , there is either a pair one of which

is a and the other m , or a pair one of which is a and the other n , and not both; or, in other words, there is a pair one of which is a and the other either m or n .

[It would perhaps have been better to give this complicated proof in its full syllogistic form. But as my principal object is merely to show that the various theorems could be so proved, and as there can be little doubt that if this is true of those which relate to arithmetical addition it is true also of those which relate to arithmetical multiplication, I have thought the above proof (which is quite apodeictic) to be sufficient. The reader should be careful not to confound a proof which needs itself to be experienced with one which requires experience of the object of proof.]

X

If $ab \neq c$ and $a'b \neq c$, then $a \neq a'$, or no b exists.

This does not hold with logical, but does with arithmetical multiplication.

For if a is not identical with a' , it may be divided thus

$$a \neq a, a' + a, \bar{a}'$$

if \bar{a}' denotes not a' . Then

$$a, b \neq (a, a'), b + (a, \bar{a}'), b$$

and by the definition of independence the last term does not vanish unless $(a, \bar{a}') \neq 0$ or all a is a' ; but since $a, b \neq a', b \neq (a, a'), b + (\bar{a}, a'), b$, this term does vanish, and, therefore, only a is a' , and in a similar way it could be shown that only a' is a .

XI

$$1 + a \neq 1.$$

This is not true of arithmetical addition, for since by definition 7,

$$1x, 1 \neq x1$$

by Theorem IX

$$x, (1 + a) \neq x(1 + a) \neq x1 + xa \neq x + xa$$

Whence $xa \neq 0$, while neither x nor a is zero, which, as will appear directly, is impossible.

XII

$$0, a \neq 0$$

Proof.—For call $0, a \neq x$. Then by definition 3

x belongs to the class *zero*.

\therefore by definition 4 $x \neq 0$.

Corollary 1.—The same reasoning applies to arithmetical multiplication.

Corollary 2.—From Theorem x and the last corollary it follows that if $ab \neq 0$, either $a \neq 0$ or $b \neq 0$.

XIII

$$a, a \neq a.$$

XIV

$$a \div a \neq a.$$

These do not hold with arithmetical operations.

General Scholium.—This concludes the theorems relating to the direct operations. As the inverse operations have no peculiar logical interest, they are passed over here.

In order to prevent misapprehension, I will remark that I do not undertake to demonstrate the principles of logic themselves. Indeed, as I have shown in a previous paper, these principles considered as speculative truths, are absolutely empty and indistinguishable. But what has been proved is the *maxims* of logical procedure, a certain system of signs being given.

The definitions given above for the processes which I have termed arithmetical plainly leave the functions of these operations in many cases uninterpreted. Thus if we write

$$\begin{aligned} a + b &\neq b + a \\ a + (b + c) &\neq (a + b) + c \\ bc &\neq cb \\ (ab)c &\neq a(bc) \\ a(m + n) &\neq am + an \end{aligned}$$

we have a series of identities whose truth or falsity is entirely undeterminable. In order, therefore, *fully to define those operations*, we will say that all propositions, equations, and identities which are in the general case left by the former definitions undetermined as to truth shall be true, provided they are so in all interpretable cases.

On Arithmetic

Equality is a relation of which identity is a species.

If we were to leave equality without further defining it, then by the last scholium all the formal rules of arithmetic would follow from it. And this completes the central design of this paper, as far as arithmetic is concerned.

Still it may be well to consider the matter a little further. Imagine, then, a particular case under Boole's calculus, in which the letters are no longer terms of first intention, but terms of second intention, and that of a special kind. Genus, species, difference, property, and accident, are the well-known terms of second intention. These relate particularly to the *comprehension* of first intentions; that is, they refer to different sorts of predication. Genus and species, however, have at least a secondary reference to the *extension* of first intentions. Now let the letters, in the particular application of Boole's calculus now supposed, be terms of second intention which relate exclusively to the extension of first intentions. Let the differences of the characters of things and events be disregarded, and let the letters signify only the differences of classes as wider or narrower. In other words, the only logical comprehension which the letters considered as terms will have is the greater or less divisibility of the classes. Thus, n in another case of Boole's calculus might, for example, denote "New England States"; but in the case now supposed, all the characters which make these States what they are being neglected, it would signify only what essentially belongs to a class which has the same relations to higher and lower classes which the class of New England States has,—that is, a collection of *six*.

In this case, the sign of identity will receive a special meaning. For, if m denotes what essentially belongs to a class of the rank of "sides of a cube," then $m = n$ will imply, not that every New England State is a side of a cube, and conversely, but that whatever essentially belongs to a class of the numerical rank of "New England States" essentially belongs to a class of the rank of "sides of a cube,"

and conversely. *Identity* of this particular sort may be termed *equality*, and be denoted by the sign $=$.¹ Moreover, since the numerical rank of a *logical sum* depends on the identity or diversity (in first intention) of the integrant parts, and since the numerical rank of a *logical product* depends on the identity or diversity (in first intention) of parts of the factors, logical addition and multiplication can have no place in this system. Arithmetical addition and multiplication, however, will not be destroyed. $ab = c$ will imply that whatever essentially belongs at once to a class of the rank of a , and to another independent class of the rank of b belongs essentially to a class of the rank of c , and conversely. $a + b = c$ implies that whatever belongs essentially to a class which is the logical sum of two mutually exclusive classes of the ranks of a and b belongs essentially to a class of the rank of c , and conversely. It is plain that from these definitions the same theorems follow as from those given above. *Zero* and *unity* will, as before, denote the classes which have respectively no extension and no comprehension; only the comprehension here spoken of is, of course, that comprehension which alone belongs to letters in the system now considered, that is, this or that degree of divisibility; and therefore *unity* will be what belongs essentially to a class of any rank independent of its divisibility. These two classes alone are common to the two systems, because the first intentions of these alone determine, and are determined by, their second intentions. Finally, the laws of the Boolean calculus, in its ordinary form, are identical with those of this other so far as the latter apply to *zero* and *unity*, because every class, in its first intention, is either without any extension (that is, is nothing), or belongs essentially to that rank to which every class belongs, whether divisible or not.

These considerations, together with those advanced on page 55 (§12) of this volume, will, I hope, put the relations of logic and arithmetic in a somewhat clearer light than heretofore.

1. Thus, in one point of view, *identity* is a species of *equality*, and, in another, the reverse is the case. This is because the Being of the copula may be considered on the one hand (with De Morgan) as a special description of "invertible, transitive relation," while, on the other hand, all relation may be considered as a special determination of being. If a Hegelian should be disposed to see a contradiction here, an accurate analysis of the matter will show him that it is only a verbal one.

Chapter 10. Of Relative and of Conjugative Terms

1 Of Relative Terms¹

There are some reasonings in order to analyze which it is necessary to consider a proposition not in the simple form a is b , but in the form a is b to a c . For example, 'Every man is indebted to a woman'. This brings us to the subject of relative terms. A relative term is one which names nothing taken by itself but only in conjunction with another term, its correlate. Such are "father of ———," "lover of ———," "identical with ———," etc. We may express these by single letters and write their correlates directly after them so that lw may denote 'lover of a woman'. In studying relations, we shall do well to begin with those of individuals. It is true there are no individuals, strictly speaking, but nevertheless it is most useful in logic to consider what their properties would be if they existed. We may use the capital letters A , B , C , etc. for individual terms. The peculiarity of such terms is that if $A \prec B$ then $B \prec A$.

Every individual will have a special relation to every other. Let us write $(A : B)$ for the relative term which signifies the relation which A and A only has to B and B only. Then we shall have $(A : B)B \prec A$. But $(A : B)C$ and $(A : B)A$ will be absurd expressions and naming nothing.

We observe that such individual relatives will be of two kinds; those of the type $(A : A)$ which signify the relation of some individual to itself, and those of the type $(A : B)$ which signify the relation of some one individual to some other.

Since $(B : C)C$ names the individual B and nothing else we may substitute this expression for B wherever the latter occurs. Then $(A : B)B \prec A$ will become $(A : B)(B : C)C \prec A$. But $(A : C)C \prec A$. Comparing these two expressions we are naturally led to consider $(A : B)(B : C)$ which has received no signification as yet as the equivalent of $(A : C)$. On the same principle, $(A : B)(D : C)$, the letters in the middle not being the same, would be an absurdity and not equivalent to any relative.

Let us now pass to the consideration of general relative terms, first taking up those which are indeterminate among a finite number of individual cases. These are just as impossible as individual terms themselves. Let us suppose that l denotes either $(A : B)$, $(A : C)$, or $(C : D)$. And let m denote either B , C , or D . Then lm will be one of these nine individuals

$(A : B)B$	$(A : C)B$	$(C : D)B$
$(A : B)C$	$(A : C)C$	$(C : D)C$
$(A : B)D$	$(A : C)D$	$(C : D)D$

¹ WMS230, W3: 93-95.

Some of these expressions are absurd. The remainder are

$(A : B)B$, that is, A

$(A : C)C$, that is, A

$(C : D)D$, that is, C .

Therefore *lm* denotes either A or C. And, in general, it is evident that *xy* will be indeterminate among all the cases which result from taking every case of *x* and every case of *y*. This holds even though the number of individual cases be innumerable. If therefore $x_1 \prec x$ and $y_1 \prec y$ then $x_1 y_1 \prec xy$; and conversely if $z \prec xy$ there must be some case x_1 of *x* and some case y_1 of *y* such that $x_1 y_1 \prec z$. For example, if to be a lover is to be a servant, and if to be a Negro is to be a man, then every lover of a Negro is a servant of a man. And if every jockey is a buyer of an animal then there must be some kind of a buyer, and some kind of an animal such that every such buyer of such an animal is a jockey.

Any expression of the form xyz may be considered as resulting from xy followed by z , or from yz preceded by x ; because we have seen that this is true with individuals, and therefore it is true with every special case which xyz denotes.

If there are a finite number of individual relatives among which a general relative is indeterminate, they may be set out in an orderly manner in a table thus:—

E		E:B	E:C	E:D	
D	D:A				D:E
C		C:B			
B			B:C		
A		A:B			
	A	B	C	D	E

If there is no finite number of individual cases the squares of the table must be made infinitesimally small and the table becomes a continuous surface and the blackened parts of it may show the nature of the relative. For example, let us represent in this way the relative "identical with." This is the relation which every individual bears to itself and nothing else.

2 Aggregation and Composition of Relative Terms²

A dual relative term, such as “lover,” “benefactor,” “servant,” is a common name signifying a pair of objects. Of the two members of the pair, a determinate one is generally the first, and the other the second; so that if the order is reversed, the pair is not considered as remaining the same.

Let A, B, C, D, etc., be all the individual objects in the universe; then all the individual pairs may be arrayed in a block, thus:—

A : A	A : B	A : C	A : D	etc.
B : A	B : B	B : C	B : D	etc.
C : A	C : B	C : C	C : D	etc.
D : A	D : B	D : C	D : D	etc.
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.

A general relative may be conceived as a logical aggregate of a number of such individual relatives. Let l denote “lover;” then we may write

$$l = \sum_i \sum_j (l)_{ij} (I : J)$$

where $(l)_{ij}$ is a numerical coefficient, whose value is 1 in case I is a lover of J , and 0 in the opposite case, and where the sums are to be taken for all individuals in the universe.

Every relative term has a negative (like any other term) which may be represented by drawing a straight line over the sign for the relative itself. The negative of a relative includes every pair that the latter excludes, and *vice versa*. Every relative has also a *converse*, produced by reversing the order of the members of the pair. Thus, the converse of “lover” is “loved.” The converse may be represented by drawing a curved line over the sign for the relative, thus: \check{l} . It is defined by the equation

$$(\check{l})_{ij} = (l)_{ji}.$$

The following formulæ are obvious, but important:—

$$\begin{aligned} \bar{l} &= l & \check{\bar{l}} &= l \\ \bar{\check{l}} &= \check{l} \\ (l \prec b) &= (\bar{b} \prec l) & (l \prec \check{b}) &= (\check{l} \prec b). \end{aligned}$$

Relative terms can be aggregated and compounded like others. Using + for the sign of logical aggregation, and the comma for the sign of logical composition (Boole’s multiplication, here to be called non-relative or internal multiplication), we have the definitions

$$(l + b)_{ij} = (l)_{ij} + (b)_{ij}$$

$$(l, b)_{ij} = (l)_{ij} \times (b)_{ij}.$$

² WP268d, W4: 453-466. Note B from *Studies in Logic* (1883).

The first of these equations, however, is to be understood in a peculiar way: namely, the $+$ in the second member is not strictly addition, but an operation by which

$$0 + 0 = 0 \quad 0 + 1 = 1 + 0 = 1 + 1 = 1.$$

Instead of $(l)_{ij} + (b)_{ij}$, we might with more accuracy write

$$0^{(l)ij + (b)ij}.$$

The main formulæ of aggregation and composition are

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } l \prec s \text{ and } b \prec s, \text{ then } l + b \prec s. \\ \text{If } s \prec l \text{ and } s \prec b, \text{ then } s \prec l, b. \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{If } l + b \prec s, \text{ then } l \prec s \text{ and } b \prec s. \\ \text{If } s \prec l, b, \text{ then } s \prec l \text{ and } s \prec b. \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (l + b), s \prec l, s + b, s. \\ (l + s), (b + s) \prec l, b + s. \end{array} \right\}$$

The subsidiary formulæ need not be given, being the same as in non-relative logic.

We now come to the combination of relatives. Of these, we denote two by special symbols; namely, we write

lb for lover of a benefactor,

and

$l \dagger b$ for lover of everything but benefactors.

The former is called a particular combination, because it implies the *existence* of something *loved by* its relate and a *benefactor of* its correlate. The second combination is said to be *universal*, because it implies the *non-existence* of anything except what is either loved by its relate or a benefactor of its correlate. The combination lb is called a relative product, $l \dagger b$ a relative sum. The l and b are said to be undistributed in both, because if $l \prec s$, then $lb \prec sb$ and $l \dagger b \prec s \dagger b$; and if $b \prec s$, then $lb \prec ls$ and $l \dagger b \prec l \dagger s$.

The two combinations are defined by the equations

$$(lb)_{ij} = \Sigma_x (l)_{ix} (b)_{xj}$$

$$(l \dagger b)_{ij} = \Pi_x \{ (l)_{ix} + (b)_{xj} \}.$$

The sign of addition in the last formula has the same signification as in the equation defining non-relative multiplication.

Relative addition and multiplication are subject to the associative law. That is,

$$\begin{aligned} l \dagger (b \dagger s) &= (l \dagger b) \dagger s, \\ l(bs) &= (lb)s. \end{aligned}$$

Two formulæ so constantly used that hardly anything can be done without them are

$$\begin{aligned} l(b \dagger s) &\prec lb \dagger s, \\ (l \dagger b)s &\prec l \dagger bs. \end{aligned}$$

The former asserts that whatever is lover of an object that is benefactor of everything but a servant, stands to everything but servants in the relation of lover of a benefactor. The latter asserts that whatever stands to any servant in the relation of lover of everything but its benefactors, is a lover of everything but benefactors of servants. The following formulæ are obvious and trivial:—

$$\begin{aligned} ls + bs &\prec (l + b)s \\ l, b \dagger s &\prec (l \dagger s), (b \dagger s). \end{aligned}$$

Unobvious and important, however, are these:—

$$\begin{aligned} (l + b)s &\prec ls + bs \\ (l \dagger s), (b \dagger s) &\prec l, b \dagger s. \end{aligned}$$

There are a number of curious development formulæ. Such are

$$\begin{aligned} (l, b)s &= \Pi_p \{l(s, p) + b(s, \bar{p})\} \\ l(b, s) &= \Pi_p \{(l, p)b + (l, \bar{p})s\} \\ (l + b) \dagger s &= \Sigma_p \{[l \dagger (s + p)], [b \dagger (s + \bar{p})]\} \\ l \dagger (b + s) &= \Sigma_p \{[(l + p) \dagger b], [(l + \bar{p}) \dagger s]\}. \end{aligned}$$

The summations and multiplications denoted by Σ and Π are to be taken non-relatively, and all relative terms are to be successively substituted for p .

The negatives of the combinations follow these rules:

$$\begin{aligned} \overline{l + b} &= \bar{l}, \bar{b} & \overline{l, b} &= \bar{l} + \bar{b} \\ \overline{l \dagger b} &= \bar{l} \bar{b} & \overline{lb} &= \bar{l} \dagger \bar{b}. \end{aligned}$$

The converses of combinations are as follows:—

$$\begin{aligned} \widetilde{l + b} &= \check{l} + \check{b} & \widetilde{l, b} &= \check{l}, \check{b} \\ \widetilde{l \dagger b} &= \check{b} \dagger \check{l} & \widetilde{lb} &= \check{b} \check{l}. \end{aligned}$$

Individual dual relatives are of two types,—

$$A:A \quad \text{and} \quad A:B.$$

Relatives containing no pair of an object with itself are called *alio-relatives* as opposed to *self-relatives*. The negatives of alio-relatives pair every object with itself. Relatives containing no pair of an object with anything but itself are called *concurrents* as opposed to *opponents*. The negatives of concurrents pair every object with every other.

There is but one relative which pairs every object with itself and with every other. It is the aggregate of all pairs, and is denoted by ∞ . It is translated into ordinary language by “coexistent with.” Its negative is 0. There is but one relative which pairs every object with itself and none with any other. It is

$$(A:A) + (B:B) + (C:C) + \text{etc.};$$

is denoted by 1, and in ordinary language is “identical with ———.” Its negative, denoted by n , is “other than ———,” or “not.”

No matter what relative term x may be, we have

$$0 \prec x \quad x \prec \infty.$$

Hence, obviously

$$\begin{array}{ll} x + 0 = x & x, \infty = x \\ x + \infty = \infty & x, 0 = 0. \end{array}$$

The last formulæ hold for the relative operations; thus,

$$\begin{array}{ll} x \dagger \infty = \infty & x0 = 0. \\ \infty \dagger x = \infty & 0x = 0. \end{array}$$

The formulæ

$$x + 0 = x \quad x, \infty = x$$

also hold if we substitute the relative operations, and also 1 for ∞ , and n for 0; thus,

$$\begin{array}{ll} x \dagger n = x & x1 = x. \\ n \dagger x = x & 1x = x. \end{array}$$

We have also

$$l + \bar{l} = \infty \quad l, \bar{l} = 0.$$

To these partially correspond the following pair of highly important formulæ:—

$$1 \prec l \dagger \check{l} \quad \check{l} \check{l} \prec n.$$

The logic of relatives is highly multiform; it is characterized by innumerable immediate inferences, and by various distinct conclusions from the same sets of premises. An example of the first character is afforded by Mr. Mitchell's F_{1v} following from F_{1v} . As an instance of the second, take the premises,

Every man is a lover of an animal;

and

Every woman is a lover of a non-animal.

From these we can equally infer that

Every man is a lover of something which stands to each woman in the relation of not being the only thing loved by her,

and that

Every woman is a lover of something which stands to each man in the relation of not being the only thing loved by him.

The effect of these peculiarities is that this algebra cannot be subjected to hard and fast rules like those of the Boolean calculus; and all that can be done in this place is to give a general idea of the way of working with it. The student must at the outset disabuse himself of the notion that the chief instruments of algebra are the inverse operations. General algebra hardly knows any inverse operations. When an inverse operation is identical with a direct operation with an inverse quantity (as subtraction is the addition of the negative, and as division is multiplication by the reciprocal), it is useful; otherwise it is almost always useless. In ordinary algebra, we speak of the "principal value" of the logarithm, etc., which is a direct operation substituted for an indefinitely ambiguous inverse operation. The elimination and transposition in this algebra really does depend, however, upon formulæ quite analogous to the

$$x + (-x) = 0 \quad x \times \frac{1}{x} = 1,$$

of arithmetical algebra. These formulæ are

$$\begin{array}{ll} l, \bar{l} = 0 & \check{\bar{l}} \prec n \\ l + \bar{l} = \infty & 1 \prec l \dagger \check{\bar{l}}. \end{array}$$

For example, to eliminate s from the two propositions

$$1 \prec l\bar{s} \quad 1 \prec \check{s}b,$$

we relatively multiply them in such an order as to bring the two s 's together, and then apply the second of the above formulæ, thus:—

$$1 \prec l\bar{s}\check{s}b \prec lnb.$$

This example shows the use of the association formulæ in bringing letters together. Other formulæ of great importance for this purpose are

$$(b \dagger l)s \prec b \dagger ls \quad b(l \dagger s) \prec bl \dagger s.$$

The distribution formulæ are also useful for this purpose.

When the letter to be eliminated has thus been replaced by one of the four relatives, — 0, ∞ , 1, n , — the replacing relative can often be got rid of by means of one of the formulæ

$$\begin{array}{ll} l + 0 = l & l, \infty = l \\ l \dagger n = n \dagger l = l & l1 = 1l = l. \end{array}$$

When we have only to deal with universal propositions, it will be found convenient so to transpose everything from subject to predicate as to make the subject 1. Thus, if we have given $l \prec b$, we may relatively add \bar{l} to both sides; whereupon we have

$$1 \prec l \dagger \check{\bar{l}} \prec b \dagger \check{\bar{l}}.$$

Every proposition will then be in one of the forms

$$1 \prec b \dagger l \quad 1 \prec bl.$$

With a proposition of the form $1 \prec b \dagger l$, we have the right (1) to transpose the terms, and (2) to convert the terms. Thus, the following are equivalent:—

$$\begin{array}{l} 1 \prec b \dagger l \\ 1 \prec l \dagger b \quad 1 \prec \check{b} \dagger \check{l} \\ 1 \prec \check{l} \dagger \check{b}. \end{array}$$

With a proposition of the form $1 \prec bl$, we have only the right to convert the predicate giving $1 \prec \check{l}\check{b}$.

With three terms, there are four forms of universal propositions, namely:—

$$1 \prec l \dagger b \dagger s \quad 1 \prec l(b \dagger s) \quad 1 \prec lb \dagger s \quad 1 \prec lbs.$$

Of these, the third is an immediate inference from the second.

By way of illustration, we may work out the syllogisms whose premises are the propositions of the first order referred to in Note A. Let a and c be class terms, and let β be a group of characters. Let p be the relative “possessing as a character.” The non-relative terms are to be treated as relatives,— a , for instance, being considered as “ a coexistent with” and \check{a} as “coexistent with a that is.” Then, the six forms of affirmative propositions of the first order are

$$\begin{aligned} 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \\ 1 \prec \check{a}(p \dagger \beta) \quad 1 \prec (\check{a} \dagger p)\beta \\ 1 \prec \check{a}p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{a} \dagger p\beta \\ 1 \prec \check{a}p\beta. \end{aligned}$$

The various kinds of syllogism are as follows:—

$$1. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c} \dagger p \dagger \bar{\beta}.$$

Convert one of the premises and multiply,

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c \prec \check{a} \dagger p \dagger n \dagger \check{p} \dagger c \prec \check{a} \dagger p \dagger \check{p} \dagger c.$$

The treatment would be the same if one or both of the premises were negative; that is, contained \bar{p} in place of p .

$$2. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c}(p \dagger \bar{\beta}).$$

We have

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p})c \prec (\check{a} \dagger p \dagger \check{p})c.$$

The same with negatives.

$$3. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a}(p \dagger \beta) \quad 1 \prec \check{c}(p \dagger \bar{\beta}).$$

$$1 \prec \check{a}(p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p})c \prec \check{a}(p \dagger \check{p})c.$$

The same with negatives.

$$4. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \prec (\check{c} \dagger p)\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta \check{\beta})(\check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p)(\check{p} \dagger c).$$

If one of the premises, say the first, were negative, we should obtain a similar conclusion,—

$$1 \prec (\check{a} \dagger \bar{p})(\check{p} \dagger c);$$

but from this again p could be eliminated, giving

$$1 \prec \check{a} \dagger c, \quad \text{or} \quad \bar{a} \prec c.$$

$$5. \text{ Premises: } 1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta) \quad 1 \prec (\check{c} \dagger p) \bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \prec \check{a} p (\check{p} \dagger c).$$

If either premise were negative, p could be eliminated, giving $1 \prec \check{a} c$, or some a is c .

$$6. \text{ Premises: } 1 \prec (\check{a} \dagger p) \beta \quad 1 \prec (\check{c} \dagger p) \bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p) \beta (\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p) n (\check{p} \dagger c).$$

$$7. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c} p \dagger \bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} c) \prec \check{a} \dagger p \dagger \check{p} c.$$

$$8. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} (p \dagger \beta) \quad 1 \prec \check{c} p \dagger \bar{\beta}.$$

$$1 \prec \check{a} (p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} c) \prec \check{a} (p \dagger \check{p} c).$$

$$9. \text{ Premises: } 1 \prec (\check{a} \dagger p) \beta \quad 1 \prec \check{c} p \dagger \bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p) \beta (\check{\beta} \dagger \check{p} c) \prec (\check{a} \dagger p) \check{p} c.$$

If one premise is negative, we have the further conclusion $1 \prec \check{a} c$.

$$10. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c} p \dagger \bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} c) \prec \check{a} p \dagger \check{p} c.$$

$$11. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c} \dagger p \bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p) \check{p} \dagger c.$$

We might also conclude

$$1 \prec \check{a} \dagger p \dagger n \check{p} \dagger c;$$

but this conclusion is an immediate inference from the other; for

$$(\check{a} \dagger p) \check{p} \dagger c \prec (\check{a} \dagger p)(1 \dagger n) \check{p} \dagger c \prec (\check{a} \dagger p) 1 \dagger n \check{p} \dagger c \prec \check{a} \dagger p \dagger n \check{p} \dagger c.$$

If one premise is negative, we have the further conclusion

$$1 \prec \check{a} \dagger c.$$

$$12. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} (p \dagger \beta) \quad 1 \prec \check{c} \dagger p \bar{\beta}.$$

$$1 \prec \check{a} (p \dagger \beta)(\check{\beta} \dagger \check{p} \dagger c) \prec \check{a} (p \check{p} \dagger c).$$

If one premise is negative, we have the further inference $1 \prec \check{a} c$.

$$13. \text{ Premises: } 1 \prec (\check{a} \dagger p)\beta \quad 1 \prec \check{c} \dagger p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p)\beta(\check{\beta}\check{p} \dagger c) \prec (\check{a} \dagger p)(n\check{p} \dagger c).$$

$$14. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a}p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c} \dagger p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a}p \dagger \beta)(\check{\beta}\check{p} \dagger c) \prec \check{a}p\check{p} \dagger c.$$

If one premise is negative, we have the further spurious inference $1 \prec \check{a}n \dagger c$.

$$15. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p\beta \quad 1 \prec \check{c} \dagger p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p\beta)(\check{\beta}\check{p} \dagger c) \prec \check{a} \dagger p(n\check{p} \dagger c).$$

We can also infer $1 \prec (\check{a} \dagger pn)\check{p} \dagger c$.

$$16. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c}p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p \dagger \beta)\check{\beta}\check{p}c \prec (\check{a} \dagger p)\check{p}c.$$

If one premise is negative, we can further infer $1 \prec \check{a}c$.

$$17. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a}(p \dagger \beta) \quad 1 \prec \check{c}p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec \check{a}(p \dagger \beta)\check{\beta}\check{p}c \prec \check{a}p\check{p}c.$$

If one premise is negative, we have the further spurious conclusion $1 \prec \check{a}nc$.

$$18. \text{ Premises: } 1 \prec (\check{a} \dagger p)\beta \quad 1 \prec \check{c}p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p)\beta\check{\beta}\check{p}c \prec (\check{a} \dagger p)n\check{p}c.$$

$$19. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a}p \dagger \beta \quad 1 \prec \check{c}p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a}p \dagger \beta)\check{\beta}\check{p}c \prec \check{a}p\check{p}c.$$

If one premise is negative, we further conclude $1 \prec \check{a}nc$.

$$20. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a} \dagger p\beta \quad 1 \prec \check{c}p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec (\check{a} \dagger p\beta)\check{\beta}\check{p}c \prec (\check{a} \dagger pn)\check{p}c.$$

$$21. \text{ Premises: } 1 \prec \check{a}p\beta \quad 1 \prec \check{c}p\bar{\beta}.$$

$$1 \prec \check{a}p\beta\check{\beta}\check{p}c \prec \check{a}pn\check{p}c.$$

When we have to do with particular propositions, we have the proposition $\infty \supset 0$, or "something exists;" for every particular proposition implies this. Then every proposition can be put into one or other of the four forms

$$\begin{aligned}
\infty &\prec 0 \dagger l \dagger 0 \\
\infty &\prec (0 \dagger l) \infty \\
\infty &\prec 0 \dagger l \infty \\
\infty &\prec \infty \dagger l \infty.
\end{aligned}$$

Each of these propositions immediately follows from the one above it. The *enveloped* expressions which form the predicates have the remarkable property that each is either 0 or ∞ . This fact gives extraordinary freedom in the use of the formulæ. In particular, since if anything not zero is included under such an expression, the whole universe is included, it will be quite unnecessary to write the $\infty \prec$ which begins every proposition.

Suppose that f and g are general relatives signifying relations of things to times. Then, Dr. Mitchell's six forms of two dimensional propositions appear thus:—

$$\begin{aligned}
F_{11} &= 0 \dagger f \dagger 0 \\
F_{1v} &= 0 \dagger f \infty \\
F_{u1} &= \infty f \dagger 0 \\
F_{1v'} &= (0 \dagger f) \infty \\
F_{u'1} &= \infty (f \dagger 0) \\
F_{uv} &= \infty f \infty.
\end{aligned}$$

It is obvious that $l \dagger 0 \prec l$, for

$$l \dagger 0 \prec l \dagger n \prec l.$$

If then we have $0 \dagger f \dagger 0$ as one premise, and the other contains g , we may substitute for g the product (f, g) .

$$g \prec g, \infty \prec g, (0 \dagger f \dagger 0) \prec g, f.$$

From the two premises

$$\infty (f \dagger 0) \quad \text{and} \quad 0 \dagger g \infty,$$

by the application of the formulæ

$$ls, (b \dagger \bar{s}) \prec (l, b)s$$

$$sl, (\bar{s} \dagger b) \prec s(l, b),$$

we have

$$\{\infty (f \dagger 0)\}, (0 \dagger g \infty) \prec \infty \{(f \dagger 0), g \infty\} \prec \infty (f, g) \infty.$$

These formulæ give the first column of Dr. Mitchell's rule on page 90.

The following formulæ may also be applied:—

1. $(0 \dagger f \dagger 0), (0 \dagger g \dagger 0) = 0 \dagger (f, g) \dagger 0$.
2. $(0 \dagger f) \infty (0 \dagger g \dagger 0) \prec (0 \dagger f)(g \dagger 0)$.
3. $(0 \dagger f) \infty \infty (g \dagger 0) = (0 \dagger f)(g \dagger 0) + (0 \dagger f)n(g \dagger 0)$.
4. $(0 \dagger f) \infty (0 \dagger g) \infty \prec (0 \dagger f)g \infty$.
5. $(0 \dagger f \dagger 0)(0 \dagger g \infty) = 0 \dagger (gf, f) \dagger 0$.
6. $(0 \dagger f) \infty (0 \dagger g \infty) = (0 \dagger gf, f) \infty$.
7. $(0 \dagger f) \infty, (0 \dagger g \infty) = (0 \dagger f, g \infty) \infty$.
8. $(0 \dagger f \infty)(0 \dagger g \infty) = 0 \dagger (fg, gf) \infty$.
9. $(0 \dagger f \infty), (0 \dagger g \infty) = 0 \dagger f \infty, g \infty$.
10. $(0 \dagger f \dagger 0) \infty g \infty = 0 \dagger (fgf, f) \dagger 0$.
11. $(0 \dagger f) \infty \infty g \infty = (0 \dagger f)g \infty + (0 \dagger f)n g \infty$.
12. $(0 \dagger f \infty) \infty g \infty = (0 \dagger fg \infty) + (0 \dagger fn g \infty)$.
13. $\infty f \infty \infty g \infty = \infty fg \infty + \infty fn g \infty$.

When the relative and non-relative operations occur together, the rules of the calculus become pretty complicated. In these cases, as well as in such as involve *plural* relations (subsisting between three or more objects), it is often advantageous to recur to the numerical coefficients mentioned on page 454. Any proposition whatever is equivalent to saying that some complexus of aggregates¹ and products of such numerical coefficients is greater than zero. Thus,

$$\Sigma_i \Sigma_j l_{ij} > 0$$

means that something is a lover of something; and

$$\Pi_i \Sigma_j l_{ij} > 0$$

means that everything is a lover of something. We shall, however, naturally omit, in writing the inequalities, the > 0 which terminates them all; and the above two propositions will appear as

$$\Sigma_i \Sigma_j l_{ij} \quad \text{and} \quad \Pi_i \Sigma_j l_{ij}.$$

The following are other examples:—

$$\Pi_i \Sigma_j (l)_{ij} (b)_{ij}$$

means that everything is at once a lover and a benefactor of something.

$$\Pi_i \Sigma_j (l)_{ij} (b)_{ji}$$

means that everything is a lover of a benefactor of itself.

1. The sums of pages 454-55 (*W4*).

$$\Sigma_i \Sigma_k \Pi_j (l_{ij} + b_{jk})$$

means that there is something which stands to something in the relation of loving everything except benefactors of it.

Let α denote the triple relative "accuser to _____ of _____," and ϵ the triple relative "excuser to _____ of _____." Then,

$$\Sigma_i \Pi_j \Sigma_k (\alpha)_{ijk} (\epsilon)_{jki}$$

means that an individual i can be found, such, that taking any individual whatever, j , it will always be possible so to select a third individual, k , that i is an accuser to j of k , and j an excuser to k of i .

Let π denote "preferer to _____ of _____." Then,

$$\Pi_i \Sigma_j \Sigma_k (\alpha)_{ijk} (\epsilon_{jki} + \pi_{kij})$$

means that, having taken any individual i whatever, it is always possible so to select two, j and k , that i is an accuser to j of k , and also is either excused by j to k or is something to which j is preferred by k .

When we have a number of premises expressed in this manner, the conclusion is readily deduced by the use of the following simple rules. In the first place, we have

$$\Sigma_i \Pi_j \prec \Pi_j \Sigma_i.$$

In the second place, we have the formulæ

$$\begin{aligned} \{\Pi_i \varphi(i)\} \{\Pi_j \psi(j)\} &= \Pi_i \{\varphi(i) \cdot \psi(i)\}. \\ \{\Pi_i \varphi(i)\} \{\Sigma_j \psi(j)\} &\prec \Sigma_i \{\varphi(i) \cdot \psi(i)\}. \end{aligned}$$

In the third place, since the numerical coefficients are all either *zero* or *unity*, the Boolean calculus is applicable to them.

The following is one of the simplest possible examples. Required to eliminate *servant* from these two premises:

First premise. There is somebody who accuses everybody to everybody, unless the latter is loved by some person that is servant of all not accused to him.

Second premise. There are two persons, the first of whom excuses everybody to everybody, unless the unexcused be benefited by, without the person to whom he is unexcused being a servant of, the second.

These premises may be written thus:

$$\begin{aligned} \Sigma_h \Pi_i \Sigma_j \Pi_k (\alpha_{hik} + s_{jk} l_{ji}). \\ \Sigma_u \Sigma_v \Pi_x \Pi_y (\epsilon_{uyx} + \bar{s}_{yv} b_{vx}). \end{aligned}$$

The second yields the immediate inference,

$$\Pi_x \Sigma_u \Pi_y \Sigma_v (\epsilon_{uyx} + \bar{s}_{yv} b_{vx}).$$

Combining this with the first, we have

$$\Sigma_x \Sigma_u \Sigma_y \Sigma_v (\epsilon_{uyx} + \bar{s}_{yv} b_{vx})(a_{xuv} + s_{yv} l_{yu}).$$

Finally, applying the Boolean calculus, we deduce the desired conclusion

$$\Sigma_x \Sigma_u \Sigma_y \Sigma_v (\epsilon_{uyx} a_{xuv} + \epsilon_{uyx} l_{yu} + a_{xuv} b_{vx}).$$

The interpretation of this is that either there is somebody excused by a person to whom he accuses somebody, or somebody excuses somebody to his (the excuser's) lover, or somebody accuses his own benefactor.

The procedure may often be abbreviated by the use of operations intermediate between Π and Σ . Thus, we may use Π' , Π'' , etc. to mean the products for all individuals except one, except two, etc. Thus,

$$\Pi'_i \Pi''_j (l_{ij} + b_{ji})$$

will mean that every person except one is a lover of everybody except its benefactors, and at most two non-benefactors. In the same manner, Σ' , Σ'' , etc. will denote the sums of all products of two, of all products of three, etc. Thus,

$$\Sigma''_i (l_{ii})$$

will mean that there are at least three things in the universe that are lovers of themselves. It is plain that if $m < n$, we have

$$\begin{aligned} \Pi^m &< \Pi^n, & \Sigma^n &< \Sigma^m, \\ (\Pi_i^m \varphi i)(\Sigma_j^n \psi j) &< \Sigma_i^{n-m} (\varphi i \cdot \psi i) \\ (\Pi_i^m \varphi i)(\Pi_j^n \psi j) &< \Pi_i^{m+n} (\varphi i \cdot \psi i). \end{aligned}$$

3 Of Conjugative Terms³

The treatment of conjugative terms presents considerable difficulty, and would no doubt be greatly facilitated by algebraic devices. I have, however, studied this part of my notation but little.

A relative term cannot possibly be reduced to any combination of absolute terms, nor can a conjugative term be reduced to any combination of simple relatives; but a conjugative having more than two correlates can always be reduced to a combination of conjugatives of two correlates. Thus for "winner over of —, from —, to —," we may always substitute u , or "gainer of the advantage — to —," where the first correlate is itself to be another conjugative v , or "the advantage of winning over of — from —." Then we may write,

$$w = uv.$$

³ WP52, W2: 425-429. Three final sections of *Description of a Notation for the Logic of Relatives* (1870).

It is evident that in this way all conjugatives may be expressed as production of conjugatives of two correlates.

The interpretation of such combinations as $\angle a^m$, etc., is not very easy. When the conjugative and its first correlative can be taken together apart from the second correlative, as in $(\angle a)m$ and $(\angle a)^m$ and $(\angle a)m$ and $(\angle a)^m$, there is no perplexity, because in such cases $(\angle a)$ or $(\angle a)^m$ is a simple relative. We have, therefore, only to call the betrayer to an enemy an inimical betrayer, when we have

$(\angle a)m$ = inimical betrayer of a man = betrayer of a man to an enemy of him,
 $(\angle a)^m$ = inimical betrayer of every man = betrayer of every man to an enemy of him.

And we have only to call the betrayer to every enemy an unbounded betrayer, in order to get

$(\angle a)m$ = unbounded betrayer of a man = betrayer of a man to every enemy of him,
 $(\angle a)^m$ = unbounded betrayer of every man = betrayer of every man to every enemy of him.

The two terms $\angle a^m$ and $\angle a^m$ are not quite so easily interpreted. Imagine a separated into infinitesimal relatives, $A, A_., A_{..}$, etc., each of which is relative to but one individual which is m . Then, because all powers of $A, A_., A_{..}$, etc., higher than the first, vanish, and because the number of such terms must be $[m]$, we have,

$$a^m = (A + A_ + A_{..} + \text{etc.})^m = (A, m), (A_ m), (A_{..} m), \text{ etc.}$$

or if M', M'', M''' , etc., are the individual m 's,

$$a^m = (A, M'), (A_ M''), (A_{..} M'''), \text{ etc.}$$

It is evident from this that $\angle a^m$ is a betrayer to an A , of M' , to an $A_$ of M'' , to an $A_{..}$ of M''' , etc., in short of all men to some enemy of them all. In order to interpret $\angle a^m$ we have only to take the negative of it. This, by (124), is $(1 - \angle)a^m$, or a non-betrayer of all men to some enemy of them. Hence, $\angle a^m$, or that which is *not* this, is a betrayer of some man to each enemy of all men. To interpret $\angle(am)$, we may

put it in the form $(1 - \mathcal{L})^{(1-a)m}$. This is "non-betrayer of a man to all non-enemies of all men." Now, a non-betrayer of some X to every Y, is the same as a betrayer of all X's to nothing but what is not Y; and the negative of "non-enemy of all men," is "enemy of a man." Thus, $\mathcal{L}(am)$ is, "betrayer of all men to nothing but an enemy of a man." To interpret $\mathcal{L}am$ we may put it in the form $(1 - \mathcal{L})^{(1-a)m}$, which is, "non-betrayer of a man to every non-enemy of him." This is a logical sum of terms, each of which is "non-betrayer of an individual man M to every non-enemy of M." Each of these terms is the same as "betrayer of M to nothing but an enemy of M." The sum of them, therefore, which is $\mathcal{L}am$ is "betrayer of some man to nothing but an enemy of him." In the same way it is obvious that \mathcal{L}^am is "betrayer of nothing but a man to nothing but an enemy of him." We have $\mathcal{L}^am = \mathcal{L}(1 - a)^{(1-m)}$, or "betrayer of all non-men to a non-enemy of all non-men." This is the same as "that which stands to something which is an enemy of nothing but a man in the relation of betrayer of nothing but men to what is not it." The interpretation of \mathcal{L}^am is obviously "betrayer of nothing but a man to an enemy of him." It is equally plain that \mathcal{L}^am is "betrayer of no man to anything but an enemy of him," and that \mathcal{L}^am is "betrayer of nothing but a man to every enemy of him." By putting \mathcal{L}^am in the form $\mathcal{L}^{(1-a)(1-m)}$ we find that it denotes "betrayer of something besides a man to all things which are enemies of nothing but men." When an absolute term is put in place of a , the interpretations are obtained in the same way, with greater facility.

The sign of an operation is plainly a conjugative term. Thus, our commutative multiplication might be denoted by the conjugative

$\mathcal{L},$

For we have,

$$\mathcal{L},sw = \mathcal{L},l,sw.$$

As conjugatives can all be reduced to conjugatives of two correlates, they might be expressed by an operative sign (for which a Hebrew letter might be used) put between the symbols for the two correlates. There would often be an advantage in doing this, owing to the intricacy of the usual notation for conjugatives. If these operational signs happened to agree in their properties with any of the signs of alge-

bra, modifications of the algebraic signs might be used in place of Hebrew letters. For instance, if κ were such that

$$\kappa x \kappa y z = \kappa_{13} \kappa x y z,$$

then, if we were to substitute for κ the operational sign \wr we have

$$x \wr (y \wr z) = (x \wr y) \wr z,$$

which is the expression of the associative principle. So, if

$$\kappa x y = \kappa y x$$

we may write,

$$x \wr y = y \wr x$$

which is the commutative principle. If both these equations held for any conjugative, we might conveniently express it by a modified sign $+$. For example, let us consider the conjugative "what is denoted by a term which either denotes — or else —." For this, the above principles obviously hold, and we may naturally denote it by $+$. Then, if p denotes Protestantism, r Romanism, and f what is false,

$$p + r \prec f$$

means either all Protestantism or all Romanism is false. In this way it is plain that all hypothetical propositions may be expressed. Moreover, if we suppose any term as "man" (m) to be separated into its individuals, M' , M'' , M''' , etc., then,

$$M' + M'' + M''' + \text{etc.},$$

means "some man." This may very naturally be written

$$'m'$$

and this gives us an improved way of writing a particular proposition; for

$$'x' \prec y$$

seems a simpler way of writing "Some X is Y" than

$$0^{x,y} = 0.$$

Converse

If we separate *lover* into its elementary relatives, take the reciprocal of each of these, that is, change it from

$$A:B \quad \text{to} \quad B:A,$$

and sum these reciprocals, we obtain the relative *loved by*. There is no such operation as this in ordinary arithmetic, but if we suppose a science of discrete quantity in quaternion form (a science of equal intervals in space), the sum of the reciprocals of the units of such a quaternion will be the conjugate-quaternion. For this reason, I express the conjugative term "what is related in the way that to — is —, to the latter" by \mathcal{X} . The fundamental equations upon which the properties of this term depend are

$$(169.) \quad \mathcal{X}\mathcal{X} = 1.$$

$$(170.) \quad \text{If } x < y^z \quad \text{then} \quad z < (\mathcal{X}y)^x,$$

$$\text{or} \quad 1(x, yz) = 1(z, \mathcal{X}yx).$$

We have, also,

$$(171.) \quad \mathcal{X}\Sigma = \Sigma\mathcal{X},$$

$$(172.) \quad \mathcal{X}\Pi = \Pi\mathcal{X},$$

where Π denote the product in the reverse order. Other equations will be found in Mr. De Morgan's table, given above.

Conclusion

If the question is asked, What are the axiomatic principles of this branch of logic, not deducible from others? I reply that whatever rank is assigned to the laws of contradiction and excluded middle belongs equally to the interpretations of all the general equations given under the head of "Application of the Algebraic Signs to Logic," together with those relating to backward involution, and the principles expressed by equations (95), (96), (122), (142), (156), (25), (26), (14), (15), (169), (170).

But these axioms are mere substitutes for definitions of the universal logical relations, and so far as these can be defined, all axioms may be dispensed with. The fundamental principles of formal logic are not properly axioms, but definitions and divisions; and the only *facts* which it contains relate to the identity of the conceptions resulting from those processes with certain familiar ones.

Chapter 11. Of Probabilities

1. A Theory of Probable Inference¹

I.

The following is an example of the simplest kind of probable inference:—

About two per cent of persons wounded in the liver recover;
This man has been wounded in the liver:
Therefore, there are two chances out of a hundred that he will recover.

Compare this with the simplest of syllogisms, say the following:—

Every man dies;
Enoch was a man:
Hence, Enoch must have died.

The latter argument consists in the application of a general rule to a particular case. The former applies to a particular case a rule not absolutely universal, but subject to a known proportion of exceptions. Both may alike be termed deductions, because they bring information about the uniform or usual course of things to bear upon the solution of special questions; and the probable argument may approximate indefinitely to demonstration as the ratio named in the first premise approaches to unity or to zero.

Let us set forth the general formulæ of the two kinds of inference in the manner of formal logic.

FORM I.

Singular Syllogism in Barbara.

Every M is a P ;
 S is an M :
Hence, S is a P .

FORM II.

Simple Probable Deduction.

The proportion ρ of the M 's are P 's;
 S is an M :
It follows, with probability ρ , that S is a P .

It is to be observed that the ratio ρ need not be exactly specified. We may reason from the premise that not more than two per cent of persons wounded in the liver recover, or from "not less than a certain proportion of the M 's are P 's," or from "no very large nor very small proportion, etc." In short, ρ is subject to every kind of indeterminacy; it simply excludes some ratios and admits the possibility of the rest.

¹ WP268b, W4: 408-450. From *Studies in Logic* (1883).

The analogy between syllogism and what is here called probable deduction is certainly genuine and important; yet how wide the differences between the two modes of inference are, will appear from the following considerations:—

1. The logic of probability is related to ordinary syllogistic as the quantitative to the qualitative branch of the same science. Necessary syllogism recognizes only the inclusion or non-inclusion of one class under another; but probable inference takes account of the proportion of one class which is contained under a second. It is like the distinction between projective geometry, which asks whether points coincide or not, and metric geometry, which determines their distances.

2. For the existence of ordinary syllogism, all that is requisite is that we should be able to say, in some sense, that one term is contained in another, or that one object stands to a second in one of those relations: "better than," "equivalent to," etc., which are termed *transitive* because if *A* is in any such relation to *B*, and *B* is in the same relation to *C*, then *A* is in that relation to *C*. The universe might be all so fluid and variable that nothing should preserve its individual identity, and that no measurement should be conceivable; and still one portion might remain inclosed within a second, itself inclosed within a third, so that a syllogism would be possible. But probable inference could not be made in such a universe, because no signification would attach to the words "quantitative ratio." For that there must be counting; and consequently units must exist, preserving their identity and variously grouped together.

3. A cardinal distinction between the two kinds of inference is, that in demonstrative reasoning the conclusion follows from the existence of the objective facts laid down in the premises; while in probable reasoning these facts in themselves do not even render the conclusion probable, but account has to be taken of various subjective circumstances,—of the manner in which the premises have been obtained, of there being no countervailing considerations, etc.; in short, good faith and honesty are essential to good logic in probable reasoning.

When the partial rule that the proportion p of the *M*'s are *P*'s is applied to show with probability p that *S* is a *P*, it is requisite, not merely that *S* should *be* an *M*, but also that it should be an instance drawn *at random* from among the *M*'s. Thus, there being four aces in a picquet pack of thirty-two cards, the chance is one-eighth that a given card not looked at is an ace; but this is only on the supposition that the card has been drawn at random from the whole pack. If, for instance, it had been drawn from the cards discarded by the players at picquet or euchre, the probability would be quite different. The instance must be drawn at random. Here is a maxim of conduct. The

volition of the reasoner (using what machinery it may) has to choose S so that it shall be an M ; but he ought to restrain himself from all further preference, and not allow his will to act in any way that might tend to settle what particular M is taken, but should leave that to the operation of chance. Willing and wishing, like other operations of the mind, are *general* and imperfectly determinate. I wish for a horse, —for some particular kind of horse perhaps, but not usually for any individual one. I will to act in a way of which I have a general conception; but so long as my action conforms to that general description, how it is further determined I do not care. Now in choosing the instance S , the general intention (including the whole plan of action) should be to select an M , but beyond that there should be no preference; and the act of choice should be such that if it were repeated many enough times with the same intention, the result would be that among the totality of selections the different sorts of M 's would occur with the same relative frequencies as in experiences in which volition does not intermeddle at all. In cases in which it is found difficult thus to restrain the will by a direct effort, the apparatus of games of chance,—a lottery-wheel, a roulette, cards, or dice,—may be called to our aid. Usually, however, in making a simple probable deduction, we take that instance in which we happen at the time to be interested. In such a case, it is our interest that fulfils the function of an apparatus for random selection; and no better need be desired, so long as we have reason to deem the premise “the proportion p of the M 's are P 's” to be equally true in regard to that part of the M 's which are alone likely ever to excite our interest.

Nor is it a matter of indifference in what manner the other premise has been obtained. A card being drawn at random from a picquet pack, the chance is one-eighth that it is an ace, if we have no other knowledge of it. But after we have looked at the card, we can no longer reason in that way. That the conclusion must be drawn in advance of any other knowledge on the subject is a rule that, however elementary, will be found in the sequel to have great importance.

4. The conclusions of the two modes of inference likewise differ. One is necessary; the other only probable. Locke, in the *Essay concerning Human Understanding*, hints at the correct analysis of the nature of probability. After remarking that the mathematician positively knows that the sum of the three angles of a triangle is equal to two right angles because he apprehends the geometrical proof, he

then continues: "But another man who never took the pains to observe the demonstration, hearing a mathematician, a man of credit, affirm the three angles of a triangle to be equal to two right ones, *assents* to it; that is, receives it for true. In which case, the foundation of his assent is the probability of the thing, the proof being such as, for the most part, carries truth with it; the man on whose testimony he receives it not being wont to affirm anything contrary to or besides his knowledge, especially in matters of this kind." Those who know Locke are accustomed to look for more meaning in his words than appears at first glance. There is an allusion in this passage to the fact that a probable argument is always regarded as belonging to a *genus* of arguments. This is, in fact, true of any kind of argument. For the belief expressed by the conclusion is determined or caused by the belief expressed by the premises. There is, therefore, some general rule according to which the one succeeds the other. But, further, the reasoner is conscious of there being such a rule, for otherwise he would not know he was reasoning, and could exercise no attention or control; and to such an involuntary operation the name reasoning is very properly not applied. In all cases, then, we are conscious that our inference belongs to a general class of logical forms, although we are not necessarily able to describe the general class. The difference between necessary and probable reasoning is that in the one case we conceive that such facts as are expressed by the premises are never, in the whole range of possibility, true, without another fact, related to them as our conclusion is to our premises, being true likewise; while in the other case we merely conceive that, in reasoning as we do, we are following a general maxim that will usually lead us to the truth.

So long as there are exceptions to the rule that all men wounded in the liver die, it does not necessarily follow that because a given man is wounded in the liver he cannot recover. Still, we know that if we were to reason in that way, we should be following a mode of inference which would only lead us wrong, in the long run, once in fifty times; and this is what we mean when we say that the probability is one out of fifty that the man will recover. To say, then, that a proposition has the probability p means that to infer it to be true would be to follow an argument such as would carry truth with it in the ratio of frequency p .

It is plainly useful that we should have a stronger feeling of confidence about a sort of inference which will oftener lead us to the truth

than about an inference that will less often prove right,—and such a sensation we do have. The celebrated law of Fechner is, that as the force acting upon an organ of sense increases in geometrical progression, the intensity of the sensation increases in arithmetical progression. In this case the odds (that is, the ratio of the chances in favor of a conclusion to the chances against it) take the place of the exciting cause, while the sensation itself is the feeling of confidence. When two arguments tend to the same conclusion, our confidence in the latter is equal to the sum of what the two arguments separately would produce; the *odds* are the product of the *odds* in favor of the two arguments separately. When the value of the *odds* reduces to unity, our confidence is null; when the *odds* are less than unity, we have more or less confidence in the negative of the conclusion.

II.

The principle of probable deduction still applies when S , instead of being a single M , is a set of M 's,— n in number. The reasoning then takes the following form:—

FORM III.

Complex Probable Deduction.

Among all sets of n M 's, the proportion q consist each of m P 's and of $n - m$ not- P 's;

$S, S', S'',$ etc. form a set of n objects drawn at random from among the M 's:

Hence, the probability is q that among $S, S', S'',$ etc. there are m P 's and $n - m$ not- P 's.

In saying that $S, S', S'',$ etc. form a set drawn at random, we here mean that not only are the different individuals drawn at random, but also that they are so drawn that the qualities which may belong to one have no influence upon the selection of any other. In other words, the individual drawings are independent, and the set as a whole is taken at random from among all possible sets of n M 's. In strictness, this supposes that the same individual may be drawn several times in the same set, although if the number of M 's is large compared with n , it makes no appreciable difference whether this is the case or not.

The following formula expresses the proportion, among all sets of n M 's, of those which consist of m P 's and $n - m$ not- P 's. The letter

r denotes the proportion of P 's among the M 's, and the sign of admiration is used to express the continued product of all integer numbers from 1 to the number after which it is placed. Thus, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$, etc. The formula is

$$q = n! \times \frac{r^m}{m!} \times \frac{(1-r)^{n-m}}{(n-m)!}.$$

As an example, let us assume the proportion $r = \frac{2}{3}$ and the number of M 's in a set $n = 15$. Then the values of the probability q for different numbers, m , of P 's, are fractions having for their common denominator 14,348,907, and for their numerators as follows:—

m	Numerator of q .	m	Numerator of q .
0	1	8	1667360
1	30	9	2562560
2	420	10	3075072
3	3640	11	2795520
4	21840	12	1863680
5	96096	13	860160
6	320320	14	122880
7	823680	15	32768

A very little mathematics would suffice to show that, r and n being fixed, q always reaches its maximum value with that value of m that is next less than $(n+1)r$,¹ and that q is very small unless m has nearly this value.

Upon these facts is based another form of inference to which I give the name of statistical deduction. Its general formula is as follows:—

FORM IV.

Statistical Deduction.

The proportion r of the M 's are P 's;
 S' , S'' , S''' , etc., are a *numerous* set, taken at random from
among the M 's:
Hence, *probably and approximately*, the proportion r of
the S 's are P 's.

As an example, take this:—

1. In case $(n+1)r$ is a whole number, q has equal values for $m = (n+1)r$ and for $m = (n+1)r - 1$.

A little more than half of all human births are males:
Hence, probably a little over half of all the births in New York during any one year are males.

We have now no longer to deal with a mere probable inference, but with a *probable approximate* inference. This conception is a somewhat complicated one, meaning that the probability is greater according as the limits of approximation are wider, conformably to the mathematical expression for the values of q .

This conclusion has no meaning at all unless there be more than one instance; and it has hardly any meaning unless the instances are somewhat numerous. When this is the case, there is a more convenient way of obtaining (not exactly, but quite near enough for all practical purposes) either a single value of q or the sum of successive values from $m = m_1$ to $m = m_2$ inclusive. The rule is first to calculate two quantities which may conveniently be called t_1 and t_2 according to these formulæ:—

$$t_1 = \frac{m_1 - (n+1)r}{\sqrt{2nr(1-r)}} \quad t_2 = \frac{1 + m_2 - (n+1)r}{\sqrt{2nr(1-r)}}$$

where $m_2 > m_1$. Either or both the quantities t_1 and t_2 may be negative. Next with each of these quantities enter the table below, and take out $\frac{1}{2}\odot t_1$ and $\frac{1}{2}\odot t_2$ and give each the same sign as the t from which it is derived. Then

$$\Sigma q = \frac{1}{2}\odot t_2 - \frac{1}{2}\odot t_1.$$

$$\text{Table of } \odot t = \frac{2}{\sqrt{\odot}} \int_0^t G^{-t^2} dt.$$

t	$\odot t$	t	$\odot t$	t	$\odot t$
0.0	0.000	1.0	0.843	2.0	0.99532
0.1	0.112	1.1	0.880	2.1	0.99702
0.2	0.223	1.2	0.910	2.2	0.99814
0.3	0.329	1.3	0.934	2.3	0.99886
0.4	0.428	1.4	0.952	2.4	0.99931
0.5	0.520	1.5	0.966	2.5	0.99959
0.6	0.604	1.6	0.976	2.6	0.99976
0.7	0.678	1.7	0.984	2.7	0.99987
0.8	0.742	1.8	0.989	2.8	0.99992
0.9	0.797	1.9	0.993	2.9	0.99996
1.0	0.843	2.0	0.995	3.0	0.99998

t	Θ
4	0.999999989
5	0.9999999999984
6	0.9999999999999982
7	0.99999999999999999958

In rough calculations we may take Θt equal to t for t less than 0.7, and as equal to *unity* for any value above $t = 1.4$.

III.

The principle of statistical deduction is that two proportions,—namely, that of the P 's among the M 's, and that of the P 's among the S 's,—are probably and approximately equal. If, then, this principle justifies our inferring the value of the second proportion from the known value of the first, it equally justifies our inferring the value of the first from that of the second, if the first is unknown but the second has been observed. We thus obtain the following form of inference:—

FORM V.

Induction.

S' , S'' , S''' , etc., form a numerous set taken at random from among the M 's;

S' , S'' , S''' , etc., are found to be—the proportion p of them— P 's:

Hence, *probably* and *approximately* the same proportion, p , of the M 's are P 's.

The following are examples. From a bag of coffee a handful is taken out, and found to have nine-tenths of the beans perfect; whence it is inferred that about nine-tenths of all the beans in the bag are probably perfect. The United States Census of 1870 shows that of native white children under one year old, there were 478,774 males to 463,320 females; while of colored children of the same age there were 75,985 males to 76,637 females. We infer that generally there is a larger proportion of female births among negroes than among whites.

When the ratio p is *unity* or *zero*, the inference is an ordinary induction; and I ask leave to extend the term induction to all such inference, whatever be the value of p . It is, in fact, inferring from a sample to the whole lot sampled. These two forms of inference, statistical deduction and induction, plainly depend upon the same

principle of equality of ratios, so that their validity is the same. Yet the nature of the probability in the two cases is very different. In the statistical deduction, we know that among the whole body of M 's the proportion of P 's is p ; we say, then, that the S 's being random drawings of M 's are probably P 's in about the same proportion,—and though this may happen not to be so, yet at any rate, on continuing the drawing sufficiently, our prediction of the ratio will be vindicated at last. On the other hand, in induction we say that the proportion p of the sample being P 's, probably there is about the same proportion in the whole lot; or at least, if this happens not to be so, then on continuing the drawings the inference will be, not *vindicated* as in the other case, but *modified* so as to become true. The deduction, then, is probable in this sense, that though its conclusion may in a particular case be falsified, yet similar conclusions (with the same ratio p) would generally prove approximately true; while the induction is probable in this sense, that though it may happen to give a false conclusion, yet in most cases in which the same precept of inference was followed, a different and approximately true inference (with the right value of p) would be drawn.

IV.

Before going any further with the study of Form V, I wish to join to it another extremely analogous form.

We often speak of one thing being very much like another, and thus apply a vague quantity to resemblance. Even if qualities are not subject to exact numeration, we may conceive them to be approximately measurable. We may then measure resemblance by a scale of numbers from zero up to unity. To say that S has a 1-likeness to a P will mean that it has every character of a P , and consequently *is* a P . To say that it has a 0-likeness will imply total dissimilarity. We shall then be able to reason as follows:—

FORM II(*bis*).

Simple probable deduction in depth.

Every M has the simple mark P ;

The S 's have an r -likeness to the M 's:

Hence, the probability is r that every S is P .

It would be difficult, perhaps impossible, to adduce an example of such kind of inference, for the reason that *simple marks* are not known to us. We may, however, illustrate the complex probable

deduction in depth (the general form of which it is not worth while to set down) as follows: I forget whether, in the ritualistic churches, a bell is tinkled at the elevation of the Host or not. Knowing, however, that the services resemble somewhat decidedly those of the Roman Mass, I think that it is not unlikely that the bell is used in the ritualistic, as in the Roman, churches.

We shall also have the following:—

FORM IV(*bis*).

Statistical deduction in depth.

Every M has, for example, the numerous marks P' , P'' , P''' , etc.

S has an r -likeness to the M 's:

Hence, probably and approximately, S has the proportion r of the marks P' , P'' , P''' , etc.

For example, we know that the French and Italians are a good deal alike in their ideas, characters, temperaments, genius, customs, institutions, etc., while they also differ very markedly in all these respects. Suppose, then, that I know a boy who is going to make a short trip through France and Italy; I can safely predict that among the really numerous though relatively few respects in which he will be able to compare the two people, about the same degree of resemblance will be found.

Both these modes of inference are clearly deductive. When $r = 1$, they reduce to Barbara.²

Corresponding to induction, we have the following mode of inference:—

2. When $r = 0$, the last form becomes

M has all the marks P ;
 S has no mark of M ;
Hence, S has none of the marks P .

When the universe of marks is unlimited (see a note appended to this paper for an explanation of this expression), the only way in which two terms can fail to have a common mark is by their together filling the universe of things; and consequently this form then becomes,

M is P ;
Every non- S is M .
Hence, every non- S is P .

This is one of De Morgan's syllogisms.

In putting $r = 0$ in Form II (*bis*) it must be noted that, since P is simple in depth, to say that S is not P is to say that it has no mark of P .

FORM V(*bis*).

Hypothesis.

M has, for example, the numerous marks *P'*, *P''*, *P'''*, etc.

S has the proportion *r* of the marks *P'*, *P''*, *P'''*, etc.:

Hence, probably and approximately, *S* has an *r*-likeness to *M*.

Thus, we know, that the ancient Mound-builders of North America present, in all those respects in which we have been able to make the comparison, a limited degree of resemblance with the Pueblo Indians. The inference is, then, that in all respects there is about the same degree of resemblance between these races.

If I am permitted the extended sense which I have given to the word "induction," this argument is simply an induction respecting qualities instead of respecting things. In point of fact *P'*, *P''*, *P'''*, etc. constitute a random sample of the characters of *M*, and the ratio *r* of them being found to belong to *S*, the same ratio of all the characters of *M* are concluded to belong to *S*. This kind of argument, however, as it actually occurs, differs very much from induction, owing to the impossibility of simply counting qualities as individual things are counted. Characters have to be weighed rather than counted. Thus, antimony is bluish-gray: that is a character. Bismuth is a sort of rose-gray; it is decidedly different from antimony in color, and yet not so very different as gold, silver, copper, and tin are.

I call this induction of characters *hypothetic inference*, or, briefly, *hypothesis*. This is perhaps not a very happy designation, yet it is difficult to find a better. The term "hypothesis" has many well established and distinct meanings. Among these is that of a proposition believed in because its consequences agree with experience. This is the sense in which Newton used the word when he said, *Hypotheses non fingo*. He meant that he was merely giving a general formula for the motions of the heavenly bodies, but was not undertaking to mount to the causes of the acceleration they exhibit. The inferences of Kepler, on the other hand, were hypotheses in this sense; for he traced out the miscellaneous consequences of the supposition that Mars moved in an ellipse, with the sun at the focus, and showed that both the longitudes and the latitudes resulting from this theory were such as agreed with observation. These two components of the motion were observed; the third, that of approach to or regression from the earth, was supposed. Now, if in Form V(*bis*) we put *r* = 1, the inference is the drawing of a hypothesis in this sense. I take the

liberty of extending the use of the word by permitting r to have any value from zero to unity. The term is certainly not all that could be desired; for the word hypothesis, as ordinarily used, carries with it a suggestion of uncertainty, and of something to be superseded, which does not belong at all to my use of it. But we must use existing language as best we may, balancing the reasons for and against any mode of expression, for none is perfect; at least the term is not so utterly misleading as "analogy" would be, and with proper explanation it will, I hope, be understood.

V.

The following examples will illustrate the distinction between statistical deduction, induction, and hypothesis. If I wished to order a font of type expressly for the printing of this book, knowing, as I do, that in all English writing the letter e occurs oftener than any other letter, I should want more e 's in my font than other letters. For what is true of all other English writing is no doubt true of these papers. This is a statistical deduction. But then the words used in logical writings are rather peculiar, and a good deal of use is made of single letters. I might, then, count the number of occurrences of the different letters upon a dozen or so pages of the manuscript, and thence conclude the relative amounts of the different kinds of type required in the font. That would be inductive inference. If now I were to order the font, and if, after some days, I were to receive a box containing a large number of little paper parcels of very different sizes, I should naturally infer that this was the font of types I had ordered; and this would be hypothetic inference. Again, if a dispatch in cipher is captured, and it is found to be written with twenty-six characters, one of which occurs much more frequently than any of the others, we are at once led to suppose that each character represents a letter, and that the one occurring so frequently stands for e . This is also hypothetic inference.

We are thus led to divide all probable reasoning into deductive and ampliative, and further to divide ampliative reasoning into induction and hypothesis. In deductive reasoning, though the predicted ratio may be wrong in a limited number of drawings, yet it will be approximately verified in a larger number. In ampliative reasoning the ratio may be wrong, because the inference is based on but a limited number of instances; but on enlarging the sample the ratio

will be changed till it becomes approximately correct. In induction, the instances drawn at random are numerable things; in hypothesis they are characters, which are not capable of strict enumeration, but have to be otherwise estimated.

This classification of probable inference is connected with a preference for the copula of inclusion over those used by Miss Ladd and by Mr. Mitchell.³ De Morgan established eight forms of simple propositions; and from a purely formal point of view no one of these has a right to be considered as more fundamental than any other. But formal logic must not be too purely formal; it must represent a fact of psychology, or else it is in danger of degenerating into a mathematical recreation. The categorical proposition, "every man is mortal," is but a modification of the hypothetical proposition, "if humanity, then mortality;" and since the very first conception from which logic springs is that one proposition follows from another, I hold that "if *A*, then *B*" should be taken as the typical form of judgment. Time flows; and, in time, from one state of belief (represented by the premises of an argument) another (represented by its conclusion) is developed. Logic arises from this circumstance, without which we could not learn anything nor correct any opinion. To say that an inference is correct is to say that if the premises are true the conclusion is also true; or that every possible state of things in which the premises should be true would be included among the possible states of things in which the conclusion would be true. We are thus led to the copula of inclusion. But the main characteristic of the relation of inclusion is that it is transitive,—that is, that what is included in something included in anything is itself included in that thing; or, that if *A* is *B* and *B* is *C*, then *A* is *C*. We thus get *Barbara* as the primitive type of inference. Now in *Barbara* we have a *Rule*, a *Case* under the *Rule*, and the inference of the *Result* of that rule in that case. For example:—

<i>Rule.</i>	All men are mortal;
<i>Case.</i>	Enoch was a man:
<i>Result.</i>	Enoch was mortal.

The cognition of a rule is not necessarily conscious, but is of the nature of a habit, acquired or congenital. The cognition of a case is of the general nature of a sensation; that is to say, it is something

3. I do not here speak of Mr. Jevons, because my objection to the copula of identity is of a somewhat different kind.

which comes up into present consciousness. The cognition of a result is of the nature of a decision to act in a particular way on a given occasion.⁴ In point of fact, a syllogism in *Barbara* virtually takes place when we irritate the foot of a decapitated frog. The connection between the afferent and efferent nerve, whatever it may be, constitutes a nervous habit, a rule of action, which is the physiological analogue of the major premise. The disturbance of the ganglionic equilibrium, owing to the irritation, is the physiological form of that which, psychologically considered, is a sensation; and, logically considered, is the occurrence of a case. The explosion through the efferent nerve is the physiological form of that which psychologically is a volition, and logically the inference of a result. When we pass from the lowest to the highest forms of innervation, the physiological equivalents escape our observation; but, psychologically, we still have, first, habit,—which in its highest form is understanding, and which corresponds to the major premise of *Barbara*; we have, second, feeling, or present consciousness, corresponding to the minor premise of *Barbara*; and we have, third, volition, corresponding to the conclusion of the same mode of syllogism. Although these analogies, like all very broad generalizations, may seem very fanciful at first sight, yet the more the reader reflects upon them the more profoundly true I am confident they will appear. They give a significance to the ancient system of formal logic which no other can at all share.

Deduction proceeds from Rule and Case to Result; it is the formula of Volition. Induction proceeds from Case and Result to Rule; it is the formula of the formation of a habit or general conception,—a process which, psychologically as well as logically, depends on the repetition of instances or sensations. Hypothesis proceeds from Rule and Result to Case; it is the formula of the acquirement of secondary sensation,—a process by which a confused concatenation of predicates is brought into order under a synthetizing predicate.

We usually conceive Nature to be perpetually making deductions in *Barbara*. This is our natural and anthropomorphic metaphysics. We conceive that there are Laws of Nature, which are her Rules or major premises. We conceive that Cases arise under these laws; these

4. See my paper on "How to Make Our Ideas Clear."—*Popular Science Monthly*, January, 1878.

cases consist in the predication, or occurrence, of *causes*, which are the middle terms of the syllogisms. And, finally, we conceive that the occurrence of these causes, by virtue of the laws of Nature, results in effects which are the conclusions of the syllogisms. Conceiving of nature in this way, we naturally conceive of science as having three tasks,—(1) the discovery of Laws, which is accomplished by induction; (2) the discovery of Causes, which is accomplished by hypothetic inference; and (3) the prediction of Effects, which is accomplished by deduction. It appears to me to be highly useful to select a system of logic which shall preserve all these natural conceptions.

It may be added that, generally speaking, the conclusions of Hypothetic Inference cannot be arrived at inductively, because their truth is not susceptible of direct observation in single cases. Nor can the conclusions of Inductions, on account of their generality, be reached by hypothetic inference. For instance, any historical fact, as that Napoleon Bonaparte once lived, is a hypothesis; we believe the fact, because its effects—I mean current tradition, the histories, the monuments, etc.—are observed. But no mere generalization of observed facts could ever teach us that Napoleon lived. So we inductively infer that every particle of matter gravitates toward every other. Hypothesis might lead to this result for any given pair of particles, but it never could show that the law was universal.

VI.

We now come to the consideration of the Rules which have to be followed in order to make valid and strong Inductions and Hypotheses. These rules can all be reduced to a single one; namely, that the statistical deduction of which the Induction or Hypothesis is the inversion, must be valid and strong.

We have seen that Inductions and Hypotheses are inferences from the conclusion and one premise of a statistical syllogism to the other premise. In the case of hypothesis, this syllogism is called the *explanation*. Thus in one of the examples used above, we suppose the cryptograph to be an English cipher, because, as we say, this *explains* the observed phenomena that there are about two dozen characters, that one occurs more frequently than the rest, especially at the ends of words, etc. The explanation is,—

Simple English ciphers have certain peculiarities;
 This is a simple English cipher:
 Hence, this necessarily has these peculiarities.

This explanation is present to the mind of the reasoner, too; so much so, that we commonly say that the hypothesis is adopted *for the sake of* the explanation. Of induction we do not, in ordinary language, say that it explains phenomena; still, the statistical deduction, of which it is the inversion, plays, in a general way, the same part as the explanation in hypothesis. From a barrel of apples, that I am thinking of buying, I draw out three or four as a sample. If I find the sample somewhat decayed, I ask myself, in ordinary language, not "Why is this?" but "How is this?" And I answer that it probably comes from nearly all the apples in the barrel being in bad condition. The distinction between the "Why" of hypothesis and the "How" of induction is not very great; both ask for a statistical syllogism, of which the observed fact shall be the conclusion, the known conditions of the observation one premise, and the inductive or hypothetic inference the other. This statistical syllogism may be conveniently termed the explanatory syllogism.

In order that an induction or hypothesis should have any validity at all, it is requisite that the explanatory syllogism should be a valid statistical deduction. Its conclusion must not merely follow from the premises, but follow from them upon the principle of probability. The inversion of *ordinary* syllogism does not give rise to an induction or hypothesis. The statistical syllogism of Form IV is invertible, because it proceeds upon the principle of an approximate *equality* between the ratio of *P*'s in the whole class and the ratio in a well-drawn sample, and because equality is a convertible relation. But ordinary syllogism is based upon the property of the relation of containing and contained, and that is not a convertible relation. There is, however, a way in which ordinary syllogism may be inverted; namely, the conclusion and either of the premises may be interchanged by negating each of them. This is the way in which the indirect, or apagogical,⁵ figures of syllogism are derived from the first, and in which the *modus tollens* is derived from the *modus ponens*. The following schemes show this:—

5. From ἀπαγωγή εἰς τὸν ἀδύνατον, Aristotle's name for the *reductio ad absurdum*.

First Figure.

Rule. All M is P ;
Case. S is M ;
Result. S is P .

Second Figure.

Rule. All M is P ;
Denial of Result. S is not P ;
Denial of Case. S is not M .

Third Figure.

Denial of Result. S is not P ;
Case. S is M ;
Denial of Rule. Some M is not P .

Modus Ponens.

Rule. If A is true, C is true;
Case. In a certain case A is true;
Result. \therefore In that case C is true.

Modus Tollens.

Rule. If A is true, C is true;
Denial of Result. In a certain case
 C is not true;
Denial of Case. \therefore In that case A is
not true.

Modus Innominatus.

Case. In a certain case A is true;
Denial of Result. In that case C is
not true;
Denial of Rule. \therefore If A is true, C is
is not necessarily true.

Now suppose we ask ourselves what would be the result of thus apagogically inverting a statistical deduction. Let us take, for example, Form IV:—

The S 's are a numerous random sample of the M 's;
The proportion r of the M 's are P 's;
Hence, probably about the proportion r of the S 's are P 's.

The ratio r , as we have already noticed, is not necessarily perfectly definite; it may be only known to have a certain maximum or minimum; in fact, it may have any kind of indeterminacy. Of all possible values between 0 and 1, it admits of some and excludes others. The logical negative of the ratio r is, therefore, itself a ratio, which we may name ρ ; it admits of every value which r excludes, and excludes every value of which r admits. Transposing, then, the major premise and conclusion of our statistical deduction, and at the same time denying both, we obtain the following inverted form:—

The *S*'s are a numerous random sample of the *M*'s;
 The proportion ρ of the *S*'s are *P*'s:
 Hence, probably about the proportion ρ of the *M*'s are *P*'s.⁶

But this coincides with the formula of Induction. Again, let us apagogically invert the statistical deduction of Form IV(*bis*). This form is,—

Every *M* has, for example, the numerous marks *P*', *P*", *P*", etc.
S has an *r*-likeness to the *M*'s:
 Hence, probably and approximately, *S* has the proportion *r*
 of the marks *P*', *P*", *P*", etc.

Transposing the minor premise and conclusion, at the same time denying \therefore both, we get the inverted form,—

Every *M* has, for example, the numerous marks *P*', *P*", *P*", etc.
S has the proportion ρ of the marks *P*', *P*", *P*", etc.:
 Hence, probably and approximately, *S* has a ρ -likeness
 to the class of *M*'s.

This coincides with the formula of Hypothesis. Thus we see that Induction and Hypothesis are nothing but the apagogical inversions of statistical deductions. Accordingly, when *r* is taken as 1, so that ρ is "less than 1," or when *r* is taken as 0, so that ρ is "more than 0," the induction degenerates into a syllogism of the third figure and the hypothesis into a syllogism of the second figure. In these special cases, there is no very essential difference between the mode of reasoning in the direct and in the apagogical form. But, in general, while the probability of the two forms is precisely the same,—in this sense, that for any fixed proportion of *P*'s among the *M*'s (or of marks of *S*'s among the marks of the *M*'s) the probability of any given error in the concluded value is precisely the same in the indirect as it is in the direct form,—yet there is this striking difference, that a multiplication of instances will in the one case *confirm*, and in the other *modify*, the concluded value of the ratio.

We are thus led to another form for our rule of validity of ampliative inference; namely, instead of saying that the *explanatory* syllo-

6. The conclusion of the statistical deduction is here regarded as being "the proportion *r* of the *S*'s are *P*'s," and the words "probably about" as indicating the modality with which this conclusion is drawn and held for true. It would be equally true to consider the "probably about" as forming part of the contents of the conclusion; only from that point of view the inference ceases to be probable, and becomes rigidly necessary, and its apagogical inversion is also a necessary inference presenting no particular interest.

gism must be a good probable deduction, we may say that the syllogism of which the induction or hypothesis is the apagogical modification (in the traditional language of logic, the *reduction*) must be valid.

Probable inferences, though valid, may still differ in their strength. A probable deduction has a greater or less probable error in the concluded ratio. When r is a definite number the probable error is also definite; but as a general rule we can only assign maximum and minimum values of the probable error. The probable error is, in fact,—

$$0.477\sqrt{\frac{2r(1-r)}{n}}$$

where n is the number of independent instances. The same formula gives the probable error of an induction or hypothesis; only that in these cases, r being wholly indeterminate, the minimum value is zero, and the maximum is obtained by putting $r = \frac{1}{2}$.

VII.

Although the rule given above really contains all the conditions to which Inductions and Hypotheses need to conform, yet inasmuch as there are many delicate questions in regard to the application of it, and particularly since it is of that nature that a violation of it, if not too gross, may not absolutely destroy the virtue of the reasoning, a somewhat detailed study of its requirements in regard to each of the premises of the argument is still needed.

The first premise of a scientific inference is that certain things (in the case of induction) or certain characters (in the case of hypothesis) constitute a fairly chosen *sample* of the class of things or the run of characters from which they have been drawn.

The rule requires that the sample should be drawn at random and independently from the whole lot sampled. That is to say, the sample must be taken according to a precept or method which, being applied over and over again indefinitely, would in the long run result in the drawing of any one set of instances as often as any other set of the same number.

The needfulness of this rule is obvious; the difficulty is to know how we are to carry it out. The usual method is mentally to run over the lot of objects or characters to be sampled, abstracting our attention from their peculiarities and arresting ourselves at this one or that

one from motives wholly unconnected with those peculiarities. But this abstention from a further determination of our choice often demands an effort of the will that is beyond our strength; and in that case a mechanical contrivance may be called to our aid. We may, for example, number all the objects of the lot, and then draw numbers by means of a roulette or other such instrument. We may even go so far as to say that this method is the type of all random drawing; for when we abstract our attention from the peculiarities of objects, the psychologists tell us that what we do is to substitute for the images of sense certain mental signs, and when we proceed to a random and arbitrary choice among these abstract objects we are governed by fortuitous determinations of the nervous system, which in this case serves the purpose of a roulette.

The drawing of objects at random is an act in which honesty is called for; and it is often hard enough to be sure that we have dealt honestly with ourselves in the matter, and still more hard to be satisfied of the honesty of another. Accordingly, one method of sampling has come to be preferred in argumentation; namely, to take of the class to be sampled all the objects of which we have a sufficient knowledge. Sampling is, however, a real art, well deserving an extended study by itself: to enlarge upon it here would lead us aside from our main purpose.

Let us rather ask what will be the effect upon inductive inference of an imperfection in the strictly random character of the sampling. Suppose that, instead of using such a precept of selection that any one M would in the long run be chosen as often as any other, we used a precept which would give a preference to a certain half of the M 's, so that they would be drawn twice as often as the rest. If we were to draw a numerous sample by such a precept, and if we were to find that the proportion p of the sample consisted of P 's, the inference that we should be regularly entitled to make would be, that among all the M 's, counting the preferred half for two each, the proportion p would be P 's. But this regular inductive inference being granted, from it we could deduce by arithmetic the further conclusion that, counting the M 's for one each, the proportion of P 's among them must (p being over $\frac{2}{3}$) lie between $\frac{3}{4}p + \frac{1}{4}$ and $\frac{3}{2}p - \frac{1}{2}$. Hence, if more than two-thirds of the instances drawn by the use of the false precept were found to be P 's, we should be entitled to conclude that more than half of all the M 's were P 's. Thus, without allowing our-

selves to be led away into a mathematical discussion, we can easily see that, in general, an imperfection of that kind in the random character of the sampling will only weaken the inductive conclusion, and render the concluded ratio less determinate, but will not necessarily destroy the force of the argument completely. In particular, when p approximates towards 1 or 0, the effect of the imperfect sampling will be but slight.

Nor must we lose sight of the constant tendency of the inductive process to correct itself. This is of its essence. This is the marvel of it. The probability of its conclusion only consists in the fact that if the true value of the ratio sought has not been reached, an extension of the inductive process will lead to a closer approximation. Thus, even though doubts may be entertained whether one selection of instances is a random one, yet a different selection, made by a different method, will be likely to vary from the normal in a different way, and if the ratios derived from such different selections are nearly equal, they may be presumed to be near the truth. This consideration makes it extremely advantageous in all ampliative reasoning to fortify one method of investigation by another.⁷ Still we must not allow ourselves to trust so much to this virtue of induction as to relax our efforts towards making our drawings of instances as random and independent as we can. For if we infer a ratio from a number of different inductions, the magnitude of its probable error will depend very much more on the worst than on the best inductions used.

We have, thus far, supposed that although the selection of instances is not exactly regular, yet the precept followed is such that every unit of the lot would eventually get drawn. But very often it is impracticable so to draw our instances, for the reason that a part of the lot to be sampled is absolutely inaccessible to our powers of observation. If we want to know whether it will be profitable to open a mine, we sample the ore; but in advance of our mining operations, we can obtain only what ore lies near the surface. Then, simple

7. This I conceive to be all the truth there is in the doctrine of Bacon and Mill regarding different Methods of Experimental Inquiry. The main proposition of Bacon and Mill's doctrine is, that in order to prove that all M 's are P 's, we should not only take random instances of the M 's and examine them to see that they are P 's, but we should also take instances of not- P 's and examine them to see that they are not- M 's. This is an excellent way of fortifying one induction by another, when it is applicable; but it is entirely inapplicable when r has any other value than 1 or 0. For, in general, there is no connection between the proportion of M 's that are P 's and the proportion of non- P 's that are non- M 's. A very small proportion of calves may be monstrosities, and yet a very large proportion of monstrosities may be calves.

induction becomes worthless, and another method must be resorted to. Suppose we wish to make an induction regarding a series of events extending from the distant past to the distant future; only those events of the series which occur within the period of time over which available history extends can be taken as instances. Within this period we may find that the events of the class in question present some uniform character; yet how do we know but this uniformity was suddenly established a little while before the history commenced, or will suddenly break up a little while after it terminates? Now, whether the uniformity observed consists (1) in a mere resemblance between all the phenomena, or (2) in their consisting of a disorderly mixture of two kinds in a certain constant proportion, or (3) in the character of the events being a mathematical function of the time of occurrence,—in any of these cases we can make use of an apagoge from the following probable deduction:—

Within the period of time M , a certain event P occurs;
 S is a period of time taken at random from M , and more than half as long;
Hence, probably the event P will occur within the time S .

Inverting this deduction, we have the following ampliative inference:—

S is a period of time taken at random from M , and more than half as long;
The event P does not happen in the time S ;
Hence, probably the event P does not happen in the period M .

The probability of the conclusion consists in this, that we here follow a precept of inference, which, if it is very often applied, will more than half the time lead us right. Analogous reasoning would obviously apply to any portion of an unidimensional continuum, which might be similar to periods of time. This is a sort of logic which is often applied by physicists in what is called *extrapolation* of an empirical law. As compared with a typical induction, it is obviously an excessively weak kind of inference. Although indispensable in almost every branch of science, it can lead to no solid conclusions in regard to what is remote from the field of direct perception, unless it be bolstered up in certain ways to which we shall have occasion to refer further on.

Let us now consider another class of difficulties in regard to the rule that the samples must be drawn at random and independently. In the first place, what if the lot to be sampled be infinite in number? In what sense could a random sample be taken from a lot like that?

A random sample is one taken according to a method that would, in the long run, draw any one object as often as any other. In what sense can such drawing be made from an infinite class? The answer is not far to seek. Conceive a cardboard disk revolving in its own plane about its centre and pretty accurately balanced, so that when put into rotation it shall be about⁸ as likely to come to rest in any one position as in any other; and let a fixed pointer indicate a position on the disk: the number of points on the circumference is infinite, and on rotating the disk repeatedly the pointer enables us to make a selection from this infinite number. This means merely that although the points are innumerable, yet there is a certain order among them that enables us to run them through and pick from them as from a very numerous collection. In such a case, and in no other, can an infinite lot be sampled. But it would be equally true to say that a finite lot can be sampled only on condition that it can be regarded as equivalent to an infinite lot. For the random sampling of a finite class supposes the possibility of drawing out an object, throwing it back, and continuing this process indefinitely; so that what is really sampled is not the finite collection of things, but the unlimited number of possible drawings.

But though there is thus no insuperable difficulty in sampling an infinite lot, yet it must be remembered that the conclusion of inductive reasoning only consists in the approximate evaluation of a *ratio*, so that it never can authorize us to conclude that in an infinite lot sampled there exists no single exception to a rule. Although all the planets are found to gravitate toward one another, this affords not the slightest direct reason for denying that among the innumerable orbs of heaven there may be some which exert no such force. Although at no point of space where we have yet been have we found any possibility of motion in a fourth dimension, yet this does not tend to show (by simple induction, at least) that space has absolutely but three dimensions. Although all the bodies we have had the opportunity of examining appear to obey the law of inertia, this does not prove that atoms and atomicules are subject to the same law. Such conclusions must be reached, if at all, in some other way than by simple induction. This latter may show that it is unlikely that, in my lifetime or yours, things so extraordinary should be found, but do not

8. I say *about*, because the doctrine of probability only deals with approximate evaluations.

warrant extending the prediction into the indefinite future. And experience shows it is not safe to predict that such and such a fact will *never* be met with.

If the different instances of the lot sampled are to be drawn independently, as the rule requires, then the fact that an instance has been drawn once must not prevent its being drawn again. It is true that if the objects remaining unchosen are very much more numerous than those selected, it makes practically no difference whether they have a chance of being drawn again or not, since that chance is in any case very small. Probability is wholly an affair of approximate, not at all of exact, measurement; so that when the class sampled is very large, there is no need of considering whether objects can be drawn more than once or not. But in what is known as "reasoning from analogy," the class sampled is small, and no instance is taken twice. For example: we know that of the major planets the Earth, Mars, Jupiter, and Saturn revolve on their axes, and we conclude that the remaining four, Mercury, Venus, Uranus, and Neptune, probably do the like. This is essentially different from an inference from what has been found in drawings made hitherto, to what will be found in indefinitely numerous drawings to be made hereafter. Our premises here are that the Earth, Mars, Jupiter, and Saturn are a random sample of a natural class of major planets,—a class which, though (so far as we know) it is very small, yet *may* be very extensive, comprising whatever there may be that revolves in a circular orbit around a great sun, is nearly spherical, shines with reflected light, is very large, etc. Now the examples of major planets that we can examine all rotate on their axes; whence we suppose that Mercury, Venus, Uranus, and Neptune, since they possess, so far as we know, all the properties common to the natural class to which the Earth, Mars, Jupiter, and Saturn belong, possess this property likewise. The points to be observed are, first, that any small class of things may be regarded as a mere sample of an actual or possible large class having the same properties and subject to the same conditions; second, that while we do not know what all these properties and conditions are, we do know some of them, which some may be considered as a random sample of all; third, that a random selection without replacement from a small class may be regarded as a true random selection from that infinite class of which the finite class is a random selection. The formula of the analogical inference presents, therefore, three premises, thus:—

S', S'', S''' are a random sample of some undefined class X , of whose characters P', P'', P''' are samples.

Q is P', P'', P''' .

S', S'', S''' are R 's.

Hence, Q is an R .

We have evidently here an induction and an hypothesis followed by a deduction; thus,—

Every X is, for example, P' , P'', P''' , etc.	S', S'', S''' , etc., are samples of the X 's.
Q is found to be $P', P'',$ P''' , etc.	S', S'', S''' , etc., are found to be R 's.
Hence, hypothetically, Q is an X .	Hence, inductively, every X is an R .

Hence, deductively, Q is an R .⁹

An argument from analogy may be strengthened by the addition of instance after instance to the premises, until it loses its ampliative character by the exhaustion of the class and becomes a mere deduction of that kind called *complete induction*, in which, however, some shadow of the inductive character remains, as this name implies.

VIII.

Take any human being, at random,—say Queen Elizabeth. Now a little more than half of all the human beings who have ever existed have been males; but it does not follow that it is a little more likely than not that Queen Elizabeth was a male, since we know she was a woman. Nor, if we had selected Julius Cæsar, would it be only a little more likely than not that he was a male. It is true that if we were to

9. That this is really a correct analysis of the reasoning can be shown by the theory of probabilities. For the expression

$$\frac{(p+q)!}{p!q!} \cdot \frac{(\pi+p)!}{\pi!p!} \cdot \frac{(p+\pi)(q+p)!}{(p+\pi+q+p)!}$$

expresses at once the probability of two events; namely, it expresses first the probability that of $p+q$ objects drawn without replacement from a lot consisting of $p+\pi$ objects having the character R together with $q+p$ not having this character, the number of those drawn having this character will be p ; and second, the same expression denotes the probability that if among $p+\pi+q+p$ objects drawn at random from an infinite class (containing no matter what proportion of R 's to non- R 's), it happens that $p+\pi$ have the character R , then among any $p+q$ of them, designated at random, p will have the same character. Thus we see that the chances in reference to drawing without replacement from a finite class are precisely the same as those in reference to a class which has been drawn at random from an infinite class.

go on drawing at random an indefinite number of instances of human beings, a slight excess over one-half would be males. But that which constitutes the probability of an inference is the proportion of true conclusions among all those which could be derived *from the same precept*. Now a precept of inference, being a rule which the mind is to follow, changes its character and becomes different when the case presented to the mind is essentially different. When, knowing that the proportion r of all M 's are P 's, I draw an instance, S , of an M , without any other knowledge of whether it is a P or not, and infer with probability, r , that it is P , the case presented to my mind is very different from what it is if I have such other knowledge. In short, I cannot make a valid probable inference without taking into account whatever knowledge I have (or, at least, whatever occurs to my mind) that bears upon the question.

The same principle may be applied to the statistical deduction of Form IV. If the major premise, that the proportion r of the M 's are P 's, be laid down first, before the instances of M 's are drawn, we really draw our inference concerning those instances (that the proportion r of them will be P 's) in advance of the drawing, and therefore before we know whether they are P 's or not. But if we draw the instances of the M 's first, and after the examination of them decide what we will select for the predicate of our major premise, the inference will generally be completely fallacious. In short, we have the rule that the major term P must be decided upon in advance of the examination of the sample; and in like manner in Form IV (*bis*) the minor term S must be decided upon in advance of the drawing.

The same rule follows us into the logic of induction and hypothesis. If in sampling any class, say the M 's, we first decide what the character P is for which we propose to sample that class, and also how many instances we propose to draw, our inference is really made before these latter are drawn, that the proportion of P 's in the whole class is probably about the same as among the instances that are to be drawn, and the only thing we have to do is to draw them and observe the ratio. But suppose we were to draw our inferences without the predesignation of the character P ; then we might in every case find some recondite character in which those instances would all agree. That, by the exercise of sufficient ingenuity, we should be sure to be able to do this, even if not a single other object of the class M possessed that character, is a matter of demonstration. For in

geometry a curve may be drawn through any given series of points, without passing through any one of another given series of points, and this irrespective of the number of dimensions. Now, all the qualities of objects may be conceived to result from variations of a number of continuous variables; hence any lot of objects possesses some character in common, not possessed by any other. It is true that if the universe of quality is limited, this is not altogether true; but it remains true that unless we have some special premise from which to infer the contrary, it always *may* be possible to assign some common character of the instances S' , S'' , S''' , etc., drawn at random from among the M 's, which does not belong to the M 's generally. So that if the character P were not predesignate, the deduction of which our induction is the apagogical inversion would not be valid; that is to say, we could not reason that if the M 's did not generally possess the character P , it would not be likely that the S 's should all possess this character.

I take from a biographical dictionary the first five names of poets, with their ages at death. They are,

Aagard,	died at	48.
Abeille,	" "	70.
Abulola,	" "	84.
Abunowas,	" "	48.
Accords,	" "	45.

These five ages have the following characters in common:—

1. The difference of the two digits composing the number, divided by three, leaves a remainder of *one*.
2. The first digit raised to the power indicated by the second, and then divided by three, leaves a remainder of *one*.
3. The sum of the prime factors of each age, including *one* as a prime factor, is divisible by *three*.

Yet there is not the smallest reason to believe that the next poet's age would possess these characters.

Here we have a *conditio sine quâ non* of valid induction which has been singularly overlooked by those who have treated of the logic of the subject, and is very frequently violated by those who draw inductions. So accomplished a reasoner as Dr. Lyon Playfair, for instance, has written a paper of which the following is an abstract. He first takes the specific gravities of the three allotropic forms of carbon, as follows:—

Diamond,	3.48
Graphite,	2.29
Charcoal,	1.88

He now seeks to find a uniformity connecting these three instances; and he discovers that the atomic weight of carbon, being 12,

Sp. gr. diamond nearly	= 3.46	= $\sqrt[3]{12}$
" " graphite "	= 2.29	= $\sqrt[3]{12}$
" " charcoal "	= 1.86	= $\sqrt[3]{12}$

This, he thinks, renders it probable that the specific gravities of the allotropic forms of other elements would, if we knew them, be found to equal the different roots of their atomic weight. But so far, the character in which the instances agree not having been predestinated, the induction can serve only to suggest a question, and ought not to create any belief. To test the proposed law, he selects the instance of silicon, which like carbon exists in a diamond and in a graphitoidal condition. He finds for the specific gravities—

Diamond silicon,	2.47
Graphite silicon,	2.33. ¹⁰

Now, the atomic weight of silicon, that of carbon being 12, can only be taken as 28. But 2.47 does not approximate to any root of 28. It is, however, nearly the cube root of 14, ($\sqrt[3]{\frac{1}{2} \times 28} = 2.41$), while 2.33 is nearly the fourth root of 28 ($\sqrt[4]{28} = 2.30$). Dr. Playfair claims that silicon is an instance satisfying his formula. But in fact this instance requires the formula to be modified; and the modification not being predestinate, the instance cannot count. Boron also exists in a diamond and a graphitoidal form; and accordingly Dr. Playfair takes this as his next example. Its atomic weight is 10.9, and its specific gravity is 2.68; which is the square root of $\frac{2}{3} \times 10.9$. There seems to be here a further modification of the formula not predestinated, and therefore this instance can hardly be reckoned as confirmatory. The next instances which would occur to the mind of any chemist would be phosphorus and sulphur, which exist in familiarly known allotropic forms. Dr. Playfair admits that the specific gravities of phosphorus have no relations to its atomic weight at all analogous to those of carbon. The different forms of sulphur have nearly the

10. The author ought to have noted that this number is open to some doubt, since the specific gravity of this form of silicon appears to vary largely. If a different value had suited the theory better, he might have been able to find reasons for preferring that other value. But I do not mean to imply that Dr. Playfair has not dealt with perfect fairness with his facts, except as to the fallacy which I point out.

same specific gravity, being approximately the fifth root of the atomic weight 32. Selenium also has two allotropic forms, whose specific gravities are 4.8 and 4.3; one of these follows the law, while the other does not. For tellurium the law fails altogether; but for bromine and iodine it holds. Thus the number of specific gravities for which the law was predesignate are 8; namely, 2 for phosphorus, 1 for sulphur, 2 for selenium, 1 for tellurium, 1 for bromine, and 1 for iodine. The law holds for 4 of these, and the proper inference is that about half the specific gravities of metalloids are roots of some simple ratio of their atomic weights.

Having thus determined this ratio, we proceed to inquire whether an agreement half the time with the formula constitutes any special connection between the specific gravity and the atomic weight of a metalloid. As a test of this, let us arrange the elements in the order of their atomic weights, and compare the specific gravity of the first with the atomic weight of the last, that of the second with the atomic weight of the last but one, and so on. The atomic weights are—

Boron,	10.9	Tellurium,	128.1
Carbon,	12.0	Iodine,	126.9
Silicon,	28.0	Bromine,	80.0
Phosphorus,	31.0	Selenium,	79.1
Sulphur, 32.			

There are three specific gravities given for carbon, and two each for silicon, phosphorus, and selenium. The question, therefore, is, whether of the fourteen specific gravities as many as seven are in Playfair's relation with the atomic weights, not of the same element, but of the one paired with it. Now, taking the original formula of Playfair we find

	Sp. gr. boron	= 2.68	$\sqrt[5]{Te} = 2.64$
3 rd	Sp. gr. carbon	= 1.88	$\sqrt[5]{I} = 1.84$
2 nd	Sp. gr. carbon	= 2.29	$\sqrt[5]{I} = 2.24$
1 st	Sp. gr. phosphorus	= 1.83	$\sqrt[5]{Se} = 1.87$
2 nd	Sp. gr. phosphorus	= 2.10	$\sqrt[5]{Se} = 2.07$

or five such relations without counting that of sulphur to itself. Next, with the modification introduced by Playfair, we have

1 st	Sp. gr. silicon	= 2.47	$\sqrt[5]{\frac{1}{2} \times Br} = 2.51$
2 nd	Sp. gr. silicon	= 2.33	$\sqrt[5]{2 \times Br} = 2.33$
	Sp. gr. iodine	= 4.95	$\sqrt[5]{2 \times C} = 4.90$
1 st	Sp. gr. carbon	= 3.48	$\sqrt[5]{\frac{1}{3} \times I} = 3.48$

It thus appears that there is no more frequent agreement with Playfair's proposed law than what is due to chance.¹¹

Another example of this fallacy was "Bode's law" of the relative distances of the planets, which was shattered by the first discovery of a true planet after its enunciation. In fact, this false kind of induction is extremely common in science and in medicine.¹² In the case of hypothesis, the correct rule has often been laid down; namely, that a hypothesis can only be received upon the ground of its having been *verified* by successful *prediction*. The term *predesignation* used in this paper appears to be more exact, inasmuch as it is not at all requisite that the ratio p should be given in advance of the examination of the samples. Still, since p is equal to 1 in all ordinary hypotheses, there can be no doubt that the rule of prediction, so far as it goes, coincides with that here laid down.

We have now to consider an important modification of the rule. Suppose that, before sampling a class of objects, we have predesignated not a single character but n characters, for which we propose to examine the samples. This is equivalent to making n different inductions from the same instances. The probable error in this case is that error whose probability for a simple induction is only $(\frac{1}{2})^n$, and the theory of probabilities shows that it increases but slowly with n ; in fact, for $n = 1000$ it is only about five times as great as for $n = 1$, so that with only 25 times as many instances the inference would be as secure for the former value of n as with the latter; with 100 times as many instances an induction in which $n = 10,000,000,000$ would be equally secure. Now the whole universe of characters will never contain such a number as the last; and the same may be said of the universe of objects in the case of hypothesis. So that, without any voluntary predesignation, the limitation of our imagination and experience amounts to a predesignation far within those limits; and we thus see that if the number of instances be very great indeed, the failure to predesignate is not an important fault. Of characters at all striking, or of objects at all familiar, the number will seldom reach 1,000; and of very striking characters or very familiar objects the

11. As the relations of the different powers of the specific gravity would be entirely different if any other substance than water were assumed as the standard, the law is antecedently in the highest degree improbable. This makes it likely that some fallacy was committed, but does not show what it was.

12. The physicians seem to use the maxim that you cannot reason from *post hoc* to *propter hoc* to mean (rather obscurely) that cases must not be used to prove a proposition that has only been suggested by these cases themselves.

number is still less. So that if a large number of samples of a class are found to have some very striking character in common, or if a large number of characters of one object are found to be possessed by a very familiar object, we need not hesitate to infer, in the first case, that the same characters belong to the whole class, or, in the second case, that the two objects are practically identical; remembering only that the inference is less to be relied upon than it would be had a deliberate predesignation been made. This is no doubt the precise significance of the rule sometimes laid down, that a hypothesis ought to be *simple*,—simple here being taken in the sense of familiar.

This modification of the rule shows that, even in the absence of voluntary predesignation, *some* slight weight is to be attached to an induction or hypothesis. And perhaps when the number of instances is not very small, it is enough to make it worth while to subject the inference to a regular test. But our natural tendency will be to attach too much importance to such suggestions, and we shall avoid waste of time in passing them by without notice until some stronger plausibility presents itself.

IX.

In almost every case in which we make an induction or a hypothesis, we have some knowledge which renders our conclusion antecedently likely or unlikely. The effect of such knowledge is very obvious, and needs no remark. But what also very often happens is that we have some knowledge, which, though not of itself bearing upon the conclusion of the scientific argument, yet serves to render our inference more or less probable, or even to alter the terms of it. Suppose, for example, that we antecedently know that all the *M*'s strongly resemble one another in regard to characters of a certain order. Then, if we find that a moderate number of *M*'s taken at random have a certain character, *P*, of that order, we shall attach a greater weight to the induction than we should do if we had not that antecedent knowledge. Thus, if we find that a certain sample of gold has a certain chemical character,—since we have very strong reason for thinking that all gold is alike in its chemical characters,—we shall have no hesitation in extending the proposition from the one sample to gold in general. Or if we know that among a certain people,—say the Icelanders,—an extreme uniformity prevails in regard to all their ideas, then, if we find that two or three individuals taken at random

from among them have all any particular superstition, we shall be the more ready to infer that it belongs to the whole people from what we know of their uniformity. The influence of this sort of uniformity upon inductive conclusions was strongly insisted upon by Philodemus, and some very exact conceptions in regard to it may be gathered from the writings of Mr. Galton. Again, suppose we know of a certain character, *P*, that in whatever classes of a certain description it is found at all, to those it usually belongs as a universal character; then any induction which goes toward showing that all the *M*'s are *P* will be greatly strengthened. Thus it is enough to find that two or three individuals taken at random from a genus of animals have three toes on each foot, to prove that the same is true of the whole genus; for we know that this is a *generic* character. On the other hand, we shall be slow to infer that all the animals of a genus have the same color, because color varies in almost every genus. This kind of uniformity seemed to J. S. Mill to have so controlling an influence upon inductions, that he has taken it as the centre of his whole theory of the subject.

Analogous considerations modify our hypothetic inferences. The sight of two or three words will be sufficient to convince me that a certain manuscript was written by myself, because I know a certain look is peculiar to it. So an analytical chemist, who wishes to know whether a solution contains gold, will be completely satisfied if it gives a precipitate of the purple of cassius with chloride of tin; because this proves that either gold or some hitherto unknown substance is present. These are examples of characteristic tests. Again, we may know of a certain person, that whatever opinions he holds he carries out with uncompromising rigor to their utmost logical consequences; then, if we find his views bear some of the marks of any ultra school of thought, we shall readily conclude that he fully adheres to that school.

There are thus four different kinds of uniformity and non-uniformity which may influence our ampliative inferences:—

1. The members of a class may present a greater or less general resemblance as regards a certain line of characters.
2. A character may have a greater or less tendency to be present or absent throughout the whole of whatever classes of certain kinds.
3. A certain set of characters may be more or less intimately connected, so as to be probably either present or absent together in certain kinds of objects.

4. An object may have more or less tendency to possess the whole of certain sets of characters when it possesses any of them.

A consideration of this sort may be so strong as to amount to demonstration of the conclusion. In this case, the inference is mere deduction,—that is, the application of a general rule already established. In other cases, the consideration of uniformities will not wholly destroy the inductive or hypothetic character of the inference, but will only strengthen or weaken it by the addition of a new argument of a deductive kind.

X.

We have thus seen how, in a general way, the processes of inductive and hypothetic inference are able to afford answers to our questions, though these may relate to matters beyond our immediate ken. In short, a theory of the logic of verification has been sketched out. This theory will have to meet the objections of two opposing schools of logic.

The first of these explains induction by what is called the doctrine of Inverse Probabilities, of which the following is an example: Suppose an ancient denizen of the Mediterranean coast, who had never heard of the tides, had wandered to the shore of the Atlantic Ocean, and there, on a certain number m of successive days had witnessed the rise of the sea. Then, says Quételet, he would have been entitled to conclude that there was a probability equal to $\frac{m+1}{m+2}$ that the sea would rise on the next following day.¹³ Putting $m = 0$, it is seen that this view assumes that the probability of a totally unknown event is $\frac{1}{2}$; or that of all theories proposed for examination one-half are true. In point of fact, we know that although theories are not proposed unless they present some decided plausibility, nothing like one-half turn out to be true. But to apply correctly the doctrine of inverse probabilities, it is necessary to know the antecedent probability of the event whose probability is in question. Now, in pure hypothesis or induction, we know nothing of the conclusion antecedently to the inference in hand. Mere ignorance, however, cannot advance us toward any knowledge; therefore it is impossible that the theory of inverse probabilities should rightly give a value for the probability of a pure inductive or hypothetic conclusion. For it cannot do this

13. See Laplace, *Théorie Analytique des Probabilités*, livre ii. chap. vi.

without assigning an antecedent probability to this conclusion; so that if this antecedent probability represents mere ignorance (which never aids us), it cannot do it at all.

The principle which is usually assumed by those who seek to reduce inductive reasoning to a problem in inverse probabilities is, that if nothing whatever is known about the frequency of occurrence of an event, then any one frequency is as probable as any other. But Boole has shown that there is no reason whatever to prefer this assumption, to saying that any one "constitution of the universe" is as probable as any other. Suppose, for instance, there were four possible occasions upon which an event might occur. Then there would be 16 "constitutions of the universe," or possible distributions of occurrences and non-occurrences. They are shown in the following table, where *Y* stands for an occurrence and *N* for a non-occurrence.

4 occurrences.	3 occurrences.	2 occurrences.	1 occurrence.	0 occurrence.
YYYY	YYYN	YYNN	YNNN	NNNN
	YYNY	YNYN	NYNN	
	YNY Y	YNNY	NNYN	
	NYYY	NYYN	NNNY	
		NYNY		
		NNYY		

It will be seen that different frequencies result some from more and some from fewer different "constitutions of the universe," so that it is a very different thing to assume that all frequencies are equally probable from what it is to assume that all constitutions of the universe are equally probable.

Boole says that one assumption is as good as the other. But I will go further, and say that the assumption that all constitutions of the universe are equally probable is far better than the assumption that all frequencies are equally probable. For the latter proposition, though it may be applied to any one unknown event, cannot be applied to all unknown events without inconsistency. Thus, suppose all frequencies of the event whose occurrence is represented by *Y* in the above table are equally probable. Then consider the event which consists in a *Y* following a *Y* or an *N* following an *N*. The possible ways in which *this* event may occur or not are shown in the following table:—

3 occurrences.	2 occurrences.	1 occurrence.	0 occurrence.
Y Y Y Y	Y Y Y N	Y Y N Y	Y N Y N
N N N N	N N N Y	N N Y N	N Y N Y
	Y Y N N	Y N N Y	
	N N Y Y	N Y Y N	
	N Y Y Y	Y N Y Y	
	Y N N N	N Y N N	

It will be found that assuming the different frequencies of the first event to be equally probable, those of this new event are not so,—the probability of three occurrences being half as large again as that of two, or one. On the other hand, if all constitutions of the universe are equally probable in the one case, they are so in the other; and this latter assumption, in regard to perfectly unknown events, never gives rise to any inconsistency.

Suppose, then, that we adopt the assumption that any one constitution of the universe is as probable as any other; how will the inductive inference then appear, considered as a problem in probabilities? The answer is extremely easy;¹⁴ namely, the occurrences or non-occurrences of an event in the past in no way affect the probability of its occurrence in the future.

Boole frequently finds a problem in probabilities to be indeterminate. There are those to whom the idea of an unknown probability seems an absurdity. Probability, they say, measures the state of our knowledge, and ignorance is denoted by the probability $\frac{1}{2}$. But I apprehend that the expression “the probability of an event” is an incomplete one. A probability is a fraction whose numerator is the frequency of a specific kind of event, while its denominator is the frequency of a genus embracing that species. Now the expression in question names the numerator of the fraction, but omits to name the denominator. There is a sense in which it is true that the probability of a perfectly unknown event is one-half; namely, the assertion of its occurrence is the answer to a possible question answerable by “yes” or “no,” and of all such questions just half the possible answers are true. But if attention be paid to the denominators of the fractions, it will be found that this value of $\frac{1}{2}$ is one of which no possible use can be made in the calculation of probabilities.

The theory here proposed does not assign any probability to the

14. See Boole, *Laws of Thought*, p. 370.

inductive or hypothetic conclusion, in the sense of undertaking to say how frequently *that conclusion* would be found true. It does not propose to look through all the possible universes, and say in what proportion of them a certain uniformity occurs; such a proceeding, were it possible, would be quite idle. The theory here presented only says how frequently, in this universe, the special form of induction or hypothesis would lead us right. The probability given by this theory is in every way different—in meaning, numerical value, and form—from that of those who would apply to ampliative inference the doctrine of inverse chances.

Other logicians hold that if inductive and hypothetic premises lead to true oftener than to false conclusions, it is only because the universe happens to have a certain constitution. Mill and his followers maintain that there is a general tendency toward uniformity in the universe, as well as special uniformities such as those which we have considered. The Abbé Gratry believes that the tendency toward the truth in induction is due to a miraculous intervention of Almighty God, whereby we are led to make such inductions as happen to be true, and are prevented from making those which are false. Others have supposed that there is a special adaptation of the mind to the universe, so that we are more apt to make true theories than we otherwise should be. Now, to say that a theory such as these is *necessary* to explaining the validity of induction and hypothesis is to say that these modes of inference are not in themselves valid, but that their conclusions are rendered probable by being probable deductive inferences from a suppressed (and originally unknown) premise. But I maintain that it has been shown that the modes of inference in question are necessarily valid, whatever the constitution of the universe, so long as it admits of the premises being true. Yet I am willing to concede, in order to concede as much as possible, that when a man draws instances at random, all that he knows is that he *tries* to follow a certain precept; so that the sampling process might be rendered generally fallacious by the existence of a mysterious and malign connection between the mind and the universe, such that the possession by an object of an *unperceived* character might influence the will toward choosing it or rejecting it. Such a circumstance would, however, be as fatal to deductive as to ampliative inference. Suppose, for example, that I were to enter a great hall where people were playing *rouge et noir* at many tables; and suppose that I knew

that the red and black were turned up with equal frequency. Then, if I were to make a large number of mental bets with myself, at this table and at that, I might, by statistical deduction, expect to win about half of them,—precisely as I might expect, from the results of these samples, to infer by induction the probable ratio of frequency of the turnings of red and black in the long run, if I did not know it. But could some devil look at each card before it was turned, and then influence me mentally to bet upon it or to refrain therefrom, the observed ratio in the cases upon which I had bet might be quite different from the observed ratio in those cases upon which I had not bet. I grant, then, that even upon my theory some fact has to be supposed to make induction and hypothesis valid processes; namely, it is supposed that the supernal powers withhold their hands and let me alone, and that no mysterious uniformity or adaptation interferes with the action of chance. But then this negative fact supposed by my theory plays a totally different part from the facts supposed to be requisite by the logicians of whom I have been speaking. So far as facts like those they suppose can have any bearing, they serve as major premises from which the fact inferred by induction or hypothesis might be deduced; while the negative fact supposed by me is merely the denial of any major premise from which the falsity of the inductive or hypothetic conclusion could in general be deduced. Nor is it necessary to deny altogether the existence of mysterious influences adverse to the validity of the inductive and hypothetic processes. So long as their influence were not too overwhelming, the wonderful self-correcting nature of the ampliative inference would enable us, even if they did exist, to detect and make allowance for them.

Although the universe need have no peculiar constitution to render ampliative inference valid, yet it is worth while to inquire whether or not it has such a constitution; for if it has, that circumstance must have its effect upon all our inferences. It cannot any longer be denied that the human intellect is peculiarly adapted to the comprehension of the laws and facts of nature, or at least of some of them; and the effect of this adaptation upon our reasoning will be briefly considered in the next section. Of any miraculous interference by the higher powers, we know absolutely nothing; and it seems in the present state of science altogether improbable. The effect of a knowledge of special uniformities upon ampliative

inferences has already been touched upon. That there is a general tendency toward uniformity in nature is not merely an unfounded, it is an absolutely absurd, idea in any other sense than that man is adapted to his surroundings. For the universe of marks is only limited by the limitation of human interests and powers of observation. Except for that limitation, every lot of objects in the universe would have (as I have elsewhere shown) some character in common and peculiar to it. Consequently, there is but one possible arrangement of characters among objects as they exist, and there is no room for a greater or less degree of uniformity in nature. If nature seems highly uniform to us, it is only because our powers are adapted to our desires.

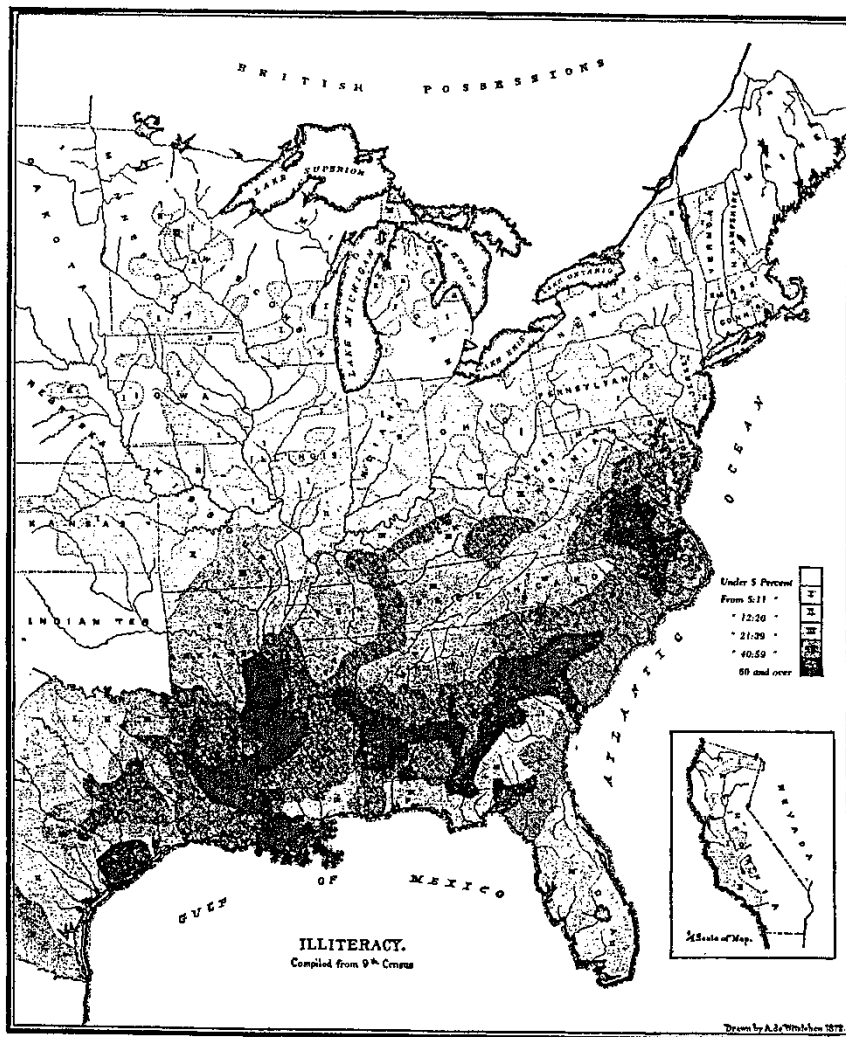
XI.

The questions discussed in this essay relate to but a small part of the Logic of Scientific Investigation. Let us just glance at a few of the others.

Suppose a being from some remote part of the universe, where the conditions of existence are inconceivably different from ours, to be presented with a United States Census Report,—which is for us a mine of valuable inductions, so vast as almost to give that epithet a new signification. He begins, perhaps, by comparing the ratio of indebtedness to deaths by consumption in counties whose names begin with the different letters of the alphabet. It is safe to say that he would find the ratio everywhere the same, and thus his inquiry would lead to nothing. For an induction is wholly unimportant unless the proportions of *P*'s among the *M*'s and among the non-*M*'s differ; and a hypothetic inference is unimportant unless it be found that *S* has either a greater or a less proportion of the characters of *M* than it has of other characters. The stranger to this planet might go on for some time asking inductive questions that the Census would faithfully answer, without learning anything except that certain conditions were independent of others. At length, it might occur to him to compare the January rain-fall with the illiteracy. What he would find is given in the following table¹⁵:—

15. The different regions with the January rain-fall are taken from Mr. Schott's work. The percentage of illiteracy is roughly estimated from the numbers given in the Report of the 1870 Census.





REGION.	January Rain-fall.	Illiteracy.
	Inches.	Per cent.
Atlantic Sea-coast, Portland to Washington }	0.92	11
Vermont, Northern and Western New York }	0.78	7
Upper Mississippi River	0.52	3
Ohio River Valley	0.74	8
Lower Mississippi, Red River, and Kentucky }	1.08	50
Mississippi Delta and Northern Gulf Coast	1.09	57
Southeastern Coast	0.68	40

He would infer that in places that are drier in January there is, not always but generally, less illiteracy than in wetter places. A detailed comparison between Mr. Schott's map of the winter rain-fall with the map of illiteracy in the general census, would confirm the result that these two conditions have a partial connection. This is a very good example of an induction in which the proportion of *P*'s among the *M*'s is different, but not very different, from the proportion among the non-*M*'s. It is unsatisfactory; it provokes further inquiry; we desire to replace the *M* by some different class, so that the two proportions may be more widely separated. Now we, knowing as much as we do of the effects of winter rain-fall upon agriculture, upon wealth, etc., and of the causes of illiteracy, should come to such an inquiry furnished with a large number of appropriate conceptions; so that we should be able to ask intelligent questions not unlikely to furnish the desired key to the problem. But the strange being we have imagined could only make his inquiries hap-hazard, and could hardly hope ever to find the induction of which he was in search.

Nature is a far vaster and less clearly arranged repertory of facts than a census report; and if men had not come to it with special aptitudes for guessing right, it may well be doubted whether in the ten or twenty thousand years that they may have existed their greatest mind would have attained the amount of knowledge which is actually possessed by the lowest idiot. But, in point of fact, not man merely, but all animals derive by inheritance (presumably by natural selection) two classes of ideas which adapt them to their environ-

ment. In the first place, they all have from birth some notions, however crude and concrete, of force, matter, space, and time; and, in the next place, they have some notion of what sort of objects their fellow-beings are, and of how they will act on given occasions. Our innate mechanical ideas were so nearly correct that they needed but slight correction. The fundamental principles of statics were made out by Archimedes. Centuries later Galileo began to understand the laws of dynamics, which in our times have been at length, perhaps, completely mastered. The other physical sciences are the results of inquiry based on guesses suggested by the ideas of mechanics. The moral sciences, so far as they can be called sciences, are equally developed out of our instinctive ideas about human nature. Man has thus far not attained to any knowledge that is not in a wide sense either mechanical or anthropological in its nature, and it may be reasonably presumed that he never will.

Side by side, then, with the well established proposition that all knowledge is based on experience, and that science is only advanced by the experimental verifications of theories, we have to place this other equally important truth, that all human knowledge, up to the highest flights of science, is but the development of our inborn animal instincts.

Chapter 12. Of Maxims of Reasoning

1. Validity of the Laws of Logic¹

Since we cannot conceive of probable inferences as not generally holding good, and since no special supposition will serve to explain their validity, many logicians have sought to base this validity on that of deduction, and that in a variety of ways. The only attempt of this sort, however, which deserves to be noticed is that which seeks to determine the probability of a future event by the theory of probabilities, from the fact that a certain number of similar events have been observed. Whether this can be done or not depends on the meaning assigned to the word *probability*. But if this word is to be taken in such a sense that a form of conclusion which is probable is valid; since the validity of an inference (or its correspondence with facts) consists solely in this, that when such premises are true, such a conclusion is generally true, then probability can mean nothing but the ratio of the frequency of occurrence of a specific event to a general one over it. In this sense of the term, it is plain that the probability of an inductive conclusion cannot be *deduced* from the premises; for from the inductive premises

$$\begin{array}{l} S', S'', S''' \text{ are } M, \\ S', S'', S''' \text{ are } P, \end{array}$$

nothing follows deductively, except that any *M*, which is *S'*, or *S''*, or *S'''* is *P*; or, less explicitly, that some *M* is *P*.

Thus, we seem to be driven to this point. On the one hand, no determination of things, no *fact*, can result in the validity of probable argument; nor, on the other hand, is such argument reducible to that form which holds good, however the facts may be. This seems very much like a reduction to absurdity of the validity of such reasoning; and a paradox of the greatest difficulty is presented for solution.

There can be no doubt of the importance of this problem. According to Kant, the central question of philosophy is "How are synthetical judgments *a priori* possible?" But antecedently to this comes the question how synthetical judgments in general, and still more generally, how synthetical reasoning is possible at all. When the answer to the general problem has been obtained, the particular one will be comparatively simple. This is the lock upon the door of philosophy.

¹ WP41, W2: 267-272. From *Grounds of Validity of the Laws of Logic: Further consequences of four incapacities* (1869).

All probable inference, whether induction or hypothesis, is inference from the parts to the whole. It is essentially the same, therefore, as statistical inference. Out of a bag of black and white beans I take a few handfuls, and from this sample I can judge approximately the proportions of black and white in the whole. This is identical with induction. Now we know upon what the validity of this inference depends. It depends upon the fact that in the long run, any one bean would be taken out as often as any other. For were this not so, the mean of a large number of results of such testings of the contents of the bag would not be precisely the ratio of the numbers of the two colors of beans in the bag. Now we may divide the question of the validity of induction into two parts: 1st, why of all inductions, premises for which occur, the generality should hold good, and 2d, why men are not fated always to light upon the small proportion of worthless inductions. Then, the first of these two questions is readily answered. For since all the members of any class are the same as all that are to be known; and since from any part of those which are to be known an induction is competent to the rest, in the long run any one member of a class will occur as the subject of a premise of a possible induction as often as any other, and, therefore, the validity of induction depends simply upon the fact that the parts make up and constitute the whole. This in its turn depends simply upon there being such a state of things that any general terms are possible. But it has been shown, p. 239, that being at all is being in general. And thus this part of the validity of induction depends merely on there being any reality.

From this it appears that we cannot say that the generality of inductions are true, but only that in the long run they approximate to the truth. This is the truth of the statement, that the universality of an inference from induction is only the analogue of true universality. Hence, also, it cannot be said that we know an inductive conclusion to be true, however loosely we state it; we only know that by accepting inductive conclusions, in the long run our errors balance one another. In fact, insurance companies proceed upon induction;

—they do not know what will happen to this or that policy-holder; they only know that they are secure in the long run.

The other question relative to the validity of induction, is why men are not fated always to light upon those inductions which are highly deceptive. The explanation of the former branch of the problem we have seen to be that there is something real. Now, since if there is anything real, then (on account of this reality consisting in the ultimate agreement of all men, and on account of the fact that reasoning from parts to whole, is the only kind of synthetic reasoning which men possess) it follows necessarily that a sufficiently long succession of inferences from parts to whole will lead men to a knowledge of it, so that in that case they cannot be fated on the whole to be thoroughly unlucky in their inductions. This second branch of the problem is in fact equivalent to asking why there is anything real, and thus its solution will carry the solution of the former branch one step further.

The answer to this question may be put into a general and abstract, or a special detailed form. If men were not to be able to learn from induction, it must be because as a general rule, when they had made an induction, the order of things (as they appear in experience), would then undergo a revolution. Just herein would the unreality of such a universe consist; namely, that the order of the universe should depend on how much men should know of it. But this general rule would be capable of being itself discovered by induction; and so it must be a law of such a universe, that when this was discovered it would cease to operate. But this second law would itself be capable of discovery. And so in such a universe there would be nothing which would not sooner or later be known; and it would have an order capable of discovery by a sufficiently long course of reasoning. But this is contrary to the hypothesis, and therefore that hypothesis is absurd. This is the particular answer. But we may also say, in general, that if nothing real exists, then, since every question supposes that something exists—for it maintains its own urgency—it supposes only illusions to exist. But the existence even of an illusion is a reality; for an illusion affects all men, or it does not. In the former case, it is a reality according to our theory of reality; in the latter case, it is independent of the state of mind of any individuals except those whom it happens to affect. So that the answer to the question, Why is anything real? is this: That question means, “supposing anything

to exist, why is something real?" The answer is, that that very existence is reality by definition.

All that has here been said, particularly of induction, applies to all inference from parts to whole, and therefore to hypothesis, and so to all probable inference.

Thus, I claim to have shown, in the first place, that it is possible to hold a consistent theory of the validity of the laws of ordinary logic.

But now let us suppose the idealistic theory of reality, which I have in this paper taken for granted to be false. In that case, inductions would not be true unless the world were so constituted that every object should be presented in experience as often as any other; and further, unless we were so constituted that we had no more tendency to make bad inductions than good ones. These facts might be explained by the benevolence of the Creator; but, as has already been argued, they could not explain, but are absolutely refuted by the fact that no state of things can be conceived in which probable arguments should not lead to the truth. This affords a most important argument in favor of that theory of reality, and thus of those denials of certain faculties from which it was deduced, as well as of the general style of philosophizing by which those denials were reached.

Upon our theory of reality and of logic, it can be shown that no inference of any individual can be thoroughly logical without certain determinations of his mind which do not concern any one inference immediately; for we have seen that that mode of inference which alone can teach us anything, or carry us at all beyond what was implied in our premises—in fact, does not give us to know any more than we knew before; only, we know that, by faithfully adhering to that mode of inference, we shall, on the whole, approximate to the truth. Each of us is an insurance company, in short. But, now, suppose that an insurance company, among its risks, should take one exceeding in amount the sum of all the others. Plainly, it would then have no security whatever. Now, has not every single man such a risk? What shall it profit a man if he shall gain the whole world and lose his own soul? If a man has a transcendent personal interest infinitely outweighing all others, then, upon the theory of validity of inference just developed, he is devoid of all security, and can make no valid inference whatever. What follows? That logic rigidly requires, before all else, that no determinate fact, nothing which can happen to a man's self, should be of more consequence to him than everything else. He who would not sacrifice his own soul to save the whole world,

is illogical in all his inferences, collectively. So the social principle is rooted intrinsically in logic.

That being the case, it becomes interesting to inquire how it is with men as a matter of fact. There is a psychological theory that man cannot act without a view to his own pleasure. This theory is based on a falsely assumed subjectivism. Upon our principles of the objectivity of knowledge, it could not be based, and if they are correct it is reduced to an absurdity. It seems to me that the usual opinion of the selfishness of man is based in large measure upon this false theory. I do not think that the facts bear out the usual opinion. The immense self-sacrifices which the most wilful men often make, show that wilfulness is a very different thing from selfishness. The care that men have for what is to happen after they are dead, cannot be selfish. And finally and chiefly, the constant use of the word "*we*"—as when we speak of our possessions on the Pacific—our destiny as a republic—in cases in which no personal interests at all are involved, show conclusively that men do not make their personal interests their only ones, and therefore may, at least, subordinate them to the interests of the community.

But just the revelation of the possibility of this complete self-sacrifice in man, and the belief in its saving power, will serve to redeem the logicity of all men. For he who recognizes the logical necessity of complete self-identification of one's own interests with those of the community, and its potential existence in man, even if he has it not himself, will perceive that only the inferences of that man who has it are logical, and so views his own inferences as being valid only so far as they would be accepted by that man. But so far as he has this belief, he becomes identified with that man. And that ideal perfection of knowledge by which we have seen that reality is constituted must thus belong to a community in which this identification is complete.

This would serve as a complete establishment of private logicity, were it not that the assumption that man or the community (which may be wider than man) shall ever arrive at a state of information greater than some definite finite information, is entirely unsupported by reasons. There cannot be a scintilla of evidence to show that at some time all living beings shall not be annihilated at once, and that forever after there shall be throughout the universe any intelligence whatever. Indeed, this very assumption involves itself a transcendent and supreme interest, and therefore from its very na-

ture is unsusceptible of any support from reasons. This infinite hope which we all have (for even the atheist will constantly betray his calm expectation that what is Best will come about) is something so august and momentous, that all reasoning in reference to it is a trifling impertinence. We do not want to know what are the weights of reasons *pro* and *con*—that is, how much *odds* we should wish to receive on such a venture in the long run—because there is no long run in the case; the question is single and supreme, and ALL is at stake upon it. We are in the condition of a man in a life and death struggle; if he have not sufficient strength, it is wholly indifferent to him how he acts, so that the only assumption upon which he can act rationally is the hope of success. So this sentiment is rigidly demanded by logic. If its object were any determinate fact, any private interest, it might conflict with the results of knowledge and so with itself; but when its object is of a nature as wide as the community can turn out to be, it is always a hypothesis uncontradicted by facts and justified by its indispensableness for making any action rational.

2. Maxims of Reasoning²

First of all, the student has to gain a perfectly definite conception of the true function of reasoning.

MAXIM I. *Where there is no real doubt there can be no real investigation.* This seems to be sufficiently obvious, and it is difficult to find any clearer truth by which to illustrate it. Yet it is often forgotten. For example the Cartesian method of philosophizing is to begin with a state of philosophic doubt and requires us to lay aside all our beliefs and begin the whole process of inference anew. Now there never would have been any Cartesians in the world if it had been understood that this philosophic doubt must be genuine doubt, and if students had had any proper self-knowledge. It is plainly impossible to have an unaffected doubt that fire burns,—and one which will resist a few experiments,—unless one is incapable of reasoning.

MAXIM II. *What is questioned by instructed persons is not certain.* If two men think differently either may be right; and that one of them is I makes no difference for each is in the first person to himself. If a demonstration appears perfectly conclusive to one person and not so to another, it may be that there is some fallacy in it. Nevertheless, the opinions of most persons upon most subjects may be entirely neglected. A child's judgment of a lover's motives should have as much weight against a grown person's as the judgment of an ordinary person of intelligence against that of a man who is peculiarly fitted by natural bent, severe training, and large experience, for judging of the subject. The belief in the right to a private opinion which is the

² WMS166, W2: 356-358.

essence of protestantism, is carried to a ridiculous excess in our community. Some years ago, an instrument was invented called Hedgecock's Quadrant, by observing a candle with which, as the heavenly bodies are observed with an ordinary quadrant, it was pretended that the latitude and longitude could both be ascertained. Most of the newspapers and several ship-owners thought it a valuable invention; but physicists would not listen to their arguments. It was generally thought that this was very wrong, but the event has justified them.

On the other hand, it is folly in me not to doubt what men as capable as myself of forming a correct conclusion doubt. For Agassiz to attach no weight to the opinion of Darwin or for Darwin to attach no weight to that of Agassiz, would show a narrow-mindedness, most fatal to the sober investigation of truth. No self-evident proposition is more recklessly disregarded than this second maxim. We often hear such terms as *indubitable* applied to propositions which actually are doubted by a large proportion of experts; and such language certainly argues great intemperance and want of discipline in him who uses it.

MAXIM III. *The object of reasoning is to settle questions.*

If anybody objects to this that the object of reasoning is rather to ascertain the truth than to make the peace between disputants, I agree with him entirely. We wish to ascertain the truth, but what is truth? This is an indispensable inquiry if we so define the function of reason, yet it would plunge us at once into a sea of metaphysics from which we could not hope soon to emerge. Opinions upon this subject are various; and it is therefore uncertain what truth is. It is not likely *we* could reconcile those opinions when so many greater men have failed, and therefore we could not obtain any certain answer to this question. By such a method, therefore, we could gain no clear and trustworthy conception of the end of reasoning. Let us then avoid this idea of truth as long as we can and keep in the realm of those everyday and concrete notions about which there can be no mystery nor vagueness.

Any useful inquisition must lead to some definite conclusion, for a method of investigation which should carry different men to different results without tending to bring them to agreement, would be self-destructive and worthless. Consequently, reasoning rightly conducted does tend to produce an agreement among men; and doubt once dispelled investigation must cease. Our maxim, therefore, defines in some degree at least the end of reasoning; that is, it serves

to exclude a part of those things which are inconsistent with the true end. We shall see presently what needs to be added to this rule.

This is a maxim constantly neglected. Some persons seem to think the chief use of the power of reasoning is its own exercise. And so they make the object of the process the keeping up of a disputation instead of the bringing of it to a close. The best cure for such a spirit of disputatiousness is the constant practical application of reason where its inferences will be speedily tested, and especially the study of the natural sciences. According to my observation there is not one out of two hundred of those of our graduates who have any intellectual force who escape this cursed disease which has always infected schools. And, therefore, in my opinion the first thing a graduate should do is to put himself under the care of a first-rate teacher in a science of observation.

MAXIM IV. *Things are not just as we choose to think them.*

EPILOGUE¹

It might be supposed that logic taught that much was to be accomplished by mere rumination, though every one knows that experiment, observation, comparison, active scrutiny of facts, is what is wanted, and that mere *thinking* will accomplish nothing even in mathematics. Logic had certainly been defined as the “art of thinking,” and as the “science of the normative laws of thought.” But those are not true definitions. “*Dialectica*,” says the logical text-book of the middle ages, “*est ars artium et scientia scientiarum, ad omnium aliarum scientiarum methodorum principia viam habens*,” and although the logic of our day must naturally be utterly different from that of the Plantagenet epoch, yet this general conception that it is the *art of devising methods of research*,—the *method of methods*,—is the true and worthy idea of the science. Logic will not undertake to inform you what kind of experiments you ought to make in order best to determine the acceleration of gravity, or the value of the Ohm; but it will tell you how to proceed to form a plan of experimentation.

It is impossible to maintain that the superiority of the science of the moderns over that of the ancients is due to anything but a better *logic*. No one can think that the Greeks were inferior to any modern people whatever in natural aptitude for science. We may grant that their opportunities for research were less; and it may be said that ancient astronomy could make no progress beyond the Ptolemaic system until sufficient time had elapsed to prove the insufficiency of Ptolemy’s tables. The ancients could have no dynamics so long as no important dynamical problem had presented itself; they could have no theory of heat without the steam-engine, etc. Of course, these causes had their influence, and of course they were not the main reason of the defects of the ancient civilization. Ten years’ astronomical observations with instruments such as the ancients could have constructed would have sufficed to overthrow the old astronomy. The great mechanical discoveries of Galileo were made with no apparatus to speak of. If, in any direction whatever, the ancients had once commenced research by right methods, opportunities for new advances would have been brought along in the train of those that went before. But read the logical treatise of Philodemus; see how he strenuously argues that inductive reasoning is not utterly without value, and you see where the fault lay. When such an elementary point as that needed serious argumentation it is clear that the conception of scientific method was almost entirely wanting.

¹ WP225, W4: 378-382. From *Johns Hopkins University Circulars* (1882).

Modern methods have created modern science; and this century, and especially the last twenty-five years, have done more to create new methods than any former equal period. We live in the very age of methods. Even mathematics and astronomy have put on new faces. Chemistry and physics are on completely new tracks. Linguistic, history, mythology, sociology, biology, are all getting studied in new ways. Jurisprudence and law have begun to feel the impulse, and must in the future be more and more rapidly influenced by it.

This is the age of methods; and the university which is to be the exponent of the living condition of the human mind, must be the university of methods.

Now I grant you that to say that this is the age of the development of new methods of research is so far from saying that it is the age of the theory of methods, that it is almost to say the reverse. Unfortunately practice generally precedes theory, and it is the usual fate of mankind to get things done in some boggling way first, and find out afterward how they could have been done much more easily and perfectly. And it must be confessed that we students of the science of modern methods are as yet but a voice crying in the wilderness, and saying prepare ye the way for this lord of the sciences which is to come.

Yet even now we can do a little more than that. The theory of any act in no wise aids the doing of it, so long as what is to be done is of a narrow description, so that it can be governed by the unconscious part of our organism. For such purposes, rules of thumb or no rules at all are the best. You cannot play billiards by analytical mechanics nor keep shop by political economy. But when new paths have to be struck out, a spinal cord is not enough; a brain is needed, and that brain an organ of mind, and that mind perfected by a liberal education. And a liberal education—so far as its relation to the understanding goes—means *logic*. That is indispensable to it, and no other one thing is.

I do not need to be told that science consists of specialties. I know all that, for I belong to the guild of science, have learned one of its trades and am saturated with its current notions. But in my judgment there are scientific men, all whose training has only served to belittle them, and I do not see that a mere scientific specialist stands intellectually much higher than an artisan. I am quite sure that a young man who spends his time exclusively in the laboratory of physics or chemistry or biology, is in danger of profiting but little more from his work than if he were an apprentice in a machine shop.

The scientific specialists—pendulum swingers and the like—are doing a great and useful work; each one very little, but altogether something vast. But the higher places in science in the coming years are for those who succeed in adapting the methods of one science to the investigation of another. That is what the greatest progress of the passing generation has consisted in. Darwin adapted to biology the methods of Malthus and the economists; Maxwell adapted to the theory of gases the methods of the doctrine of chances, and to electricity the methods of hydrodynamics. Wundt adapts to psychology the methods of physiology; Galton adapts to the same study the methods of the theory of errors; Morgan adapted to history a method from biology; Cournot adapted to political economy the calculus of variations. The philologists have adapted to their science the methods of the decipherers of dispatches. The astronomers have learned the methods of chemistry; radiant heat is investigated with an ear trumpet; the mental temperament is read off on a vernier.

Now although a man needs not the theory of a method in order to apply it as it has been applied already, yet in order to adapt to his own science the method of another with which he is less familiar, and to properly modify it so as to suit it to its new use, an acquaintance with the principles upon which it depends will be of the greatest benefit. For that sort of work a man needs to be more than a mere specialist; he needs such a general training of his mind, and such knowledge as shall show him how to make his powers most effective in a new direction. That knowledge is logic.

In short, if my view is the true one, a young man wants a physical education and an aesthetic education, an education in the ways of the world and a moral education, and with all these logic has nothing in particular to do; but so far as he wants an intellectual education, it is precisely logic that he wants; and whether he be in one lecture-room or another, his ultimate purpose is to improve his logical power and his knowledge of methods. To this great end a young man's attention ought to be directed when he first comes to the university; he ought to keep it steadily in view during the whole period of his studies; and finally, he will do well to review his whole work in the light which an education in logic throws upon it.

I should be the very first to insist that logic can never be learned from logic-books or logic lectures. The material of positive science must form its basis and its vehicle. Only relatively little could be done by the lecturer on method even were he master of the whole circle of the sciences. Nevertheless, I do think that I can impart to you something of real utility, and that the theory of method will shed much light on all your other studies.

The impression is rife that success in logic requires a mathematical head. But this is not true. The habit of looking at questions in a mathematical way is, I must say, of great advantage, and thus a turn for mathematics is of more or less service in any science, physical or moral. But no brilliant talent for mathematics is at all necessary for the study of logic.

The course which I am to give this year begins with some necessary preliminaries upon the theory of cognition. For it is requisite to form a clear idea at the outset of what knowledge consists of, and to consider a little what are the operations of the mind by which it is produced. But I abridge this part of the course as much as possible, partly because it will be treated by other instructors, and partly because I desire to push on to my main subject, the method of science.

I next take up syllogism, the lowest and most rudimentary of all forms of reasoning, but very fundamental because it is rudimentary. I treat this after the general style of De Morgan, with references to the old traditional doctrine. Next comes the logical algebra of Boole, a subject in itself extremely easy, but very useful both from a theoretical point of view and also as giving a method of solving certain rather frequently occurring and puzzling problems. From this subject, I am naturally led to the consideration of relative terms. The logic of relatives, so far as it has been investigated, is clear and easy, and at the same time it furnishes the key to many of the difficulties of logic, and has already served as the instrument of some discoveries in mathematics. An easy application of this branch of logic is to the doctrine of breadth and depth or the relations between objects and characters. I next introduce the conception of number, and after showing how to treat certain statistical problems, I take up the doctrine of chances. A very simple and elegant mathematical method of treating equations of finite differences puts the student into possession of a powerful instrument for the solution of all problems of probability that do not import difficulties extraneous to the theory of probability itself.

We thus arrive at the study of that kind of probable inference that is really distinctive; that is to say, Induction in its broadest sense—Scientific Reasoning. The general theory of the subject is carefully worked out with the aid of real examples in great variety, and rules for the performance of the operation are given. These rules have not been picked up by hazard, nor are they merely such as experience recommends; they are deduced methodically from the general theory.

Finally, it is desirable to illustrate a long concatenation of scientific inferences. For this purpose we take up Kepler's great work, *De Motibus Stellae Martis*, the greatest piece of inductive reasoning ever produced. Owing to the admirable and exceptional manner in which the work is written, it is possible to follow Kepler's whole course of investigation from beginning to end, and to show the application of all the maxims of induction already laid down.

In order to illustrate the method of reasoning about a subject of a more metaphysical kind, I shall then take up the scientific theories of the constitution of matter.

Last of all, I shall give a few lectures to show what are the lessons that a study of scientific procedure teaches with reference to philosophical questions, such as the conception of causation and the like.

